# Órgãos de Máquinas Tribologia – Aula TP 4

Carlos M. C. G. Fernandes

#### 1 Exercício

Considere o moto-redutor de dois andares da Figura 1 usado numa máquina ferramenta. Em cada andar de redução é possível selecionar uma das duas velocidades disponíveis através de um mecanismo de garfo seletor e crabot, tendo assim disponíveis um total de 4 velocidades de saída.

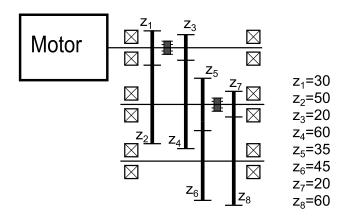


Figura 1: Esquema do moto-redutor.

O moto-redutor apresenta as seguintes características:

- motor com uma potência de 1 kW rodando a uma velocidade constante de 2800 rpm;
- as engrenagens foram talhadas com uma ferramenta com um módulo nominal de 2 mm, ângulo de pressão de  $\alpha=20^\circ$  e têm uma largura de dentado de 20 mm;
- as engrenagens foram talhadas em aço de cementação com um módulo de Young de  $E=206\,\mathrm{GPa}$  e um coeficiente de Poisson de  $\nu=0.3$ ;

- as engrenagens foram retificadas e possuem uma rugosidade composta  $\sigma = 0.5 \, \mu \text{m}$ ;
- os veios são suportados por rolamentos de esferas.

Selecione o grau de viscosidade ISO VG do lubrificante a usar neste moto-redutor usando as equações de Cheng e admitindo que a temperatura de funcionamento do lubrificante é de 80 °C.

#### 1.1 Razão de transmissão

Quando o moto redutor tem  $z_1$  e  $z_2$  engrenado, cujo valor de razão de transmissão é  $u_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{50}{30} = 1.667$ , pode ter as seguintes razões de transmissão total à saída da caixa:

• 
$$u_t = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_6}{z_5} = \frac{50}{30} \frac{45}{35} = 2.143$$

• 
$$u_t = \frac{z_2}{z_1} \frac{z_8}{z_7} = \frac{50}{30} \frac{60}{20} = 5$$

Quando o moto redutor tem  $z_3$  e  $z_4$  engrenado, cujo valor de razão de transmissão é  $u_1 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{60}{20} = 3$ , pode ter as seguintes razões de transmissão total à saída da caixa:

• 
$$u_t = \frac{z_4}{z_3} \frac{z_6}{z_5} = \frac{60}{20} \frac{45}{35} = 3.856$$

• 
$$u_t = \frac{z_4}{z_3} \frac{z_8}{z_7} = \frac{60}{20} \frac{60}{20} = 9$$

Assim podemos concluir que no 1º andar o par mais solicitado é  $z_3/z_4$ . No 2º andar a engrenagem mais solicitada é a  $z_8/z_7$  quando  $z_3/z_4$  estão engrenados.

## 1.2 Velocidade angular dos veios

O veio 1 tem uma velocidade angular:

$$n_1 = 2800 \,\mathrm{rpm} = 293.215 \,\mathrm{rad} \,\mathrm{s}^{-1}$$
 (1)

O veio 2, quando  $z_3/z_4$  está accionada, tem uma velocidade angular:

$$u_1 \cdot n_2 = 2800 \,\text{rpm} \Leftrightarrow n_2 = 933.3 \,\text{rpm} = 97.738 \,\text{rad s}^{-1}$$
 (2)

O veio 3, quando  $z_8/z_7$  e  $z_3/z_4$  estão accionadas, tem uma velocidade angular:

$$u_t \cdot n_3 = 2800 \,\text{rpm} \Leftrightarrow n_3 = 311.1 \,\text{rpm} = 32.579 \,\text{rad s}^{-1}$$
 (3)

### 1.3 Binário nas engrenagens

$$T_{z_3} = \frac{P}{\omega_1} = \frac{1000}{293.215} = 3.410 \,\mathrm{Nm}$$
 (4)

$$T_{z_4} = T_{z_7} = \frac{P}{\omega_2} = \frac{1000}{97.738} = 10.231 \,\text{Nm}$$
 (5)

$$T_{z_8} = \frac{P}{\omega_3} = \frac{1000}{32.579} = 30.694 \,\mathrm{Nm}$$
 (6)

### 1.4 Velocidade tangencial

Consultando a Tabela 13 do formulário de Tribologia, sabemos que a velocidade tangencial se calcula como:

$$V = \frac{2 \cdot \pi \cdot u \cdot a \cdot n_2}{60 \cdot (u+1)} \tag{7}$$

Para a engrenagem  $z_3/z_4$ ,  $C = m\frac{z_3+z_4}{2} = 2\frac{20+60}{2} = 80 \,\text{mm} = 0.08 \,\text{m}$ , logo:

$$V = \frac{2\pi \times 3 \times 0.08 \times 933.3}{60(3+1)} = 5.864 \,\mathrm{m \, s^{-1}} \tag{8}$$

Para a engrenagem  $z_7/z_8$ ,  $C=m\frac{z_7+z_8}{2}=2\frac{20+60}{2}=80\,\mathrm{mm}=0.08\,\mathrm{m}$ , logo:

$$V = \frac{2\pi \times 3 \times 0.08 \times 311.1}{60(3+1)} = 1.955 \,\mathrm{m}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{9}$$

## 1.5 Espessura específica de filme crítica

A Figura 2 permite obter a espessura específica de filme que garante uma probabilidade de avaria inferior a 5%.

No caso da engrenagem  $z_3/z_4$  é  $\Lambda_{5\%}=0.85$ 

No caso da engrenagem  $z_7/z_8$  é  $\Lambda_{5\%}=0.5$ 

## 1.6 Fórmula de Cheng

$$G = \frac{3.4 \times 10^{-4} \cdot (u \cdot a \cdot \sin \alpha)^{1.5} E^{0.148}}{(u+1)^2} = 2.395 \times 10^{-5}$$
 (10)

$$E = 2\left[\frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}\right]^{-1} = 226.374 \times 10^9 \text{ Pa}$$
 (11)

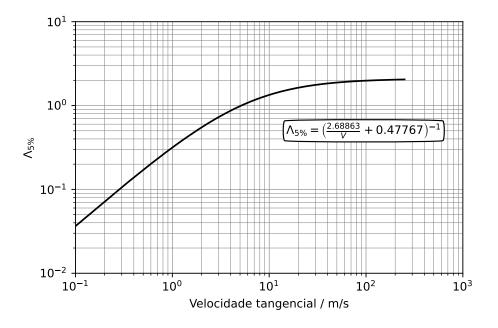


Figura 2: Valor crítico de  $\Lambda$  em função da velocidade tangencial para uma probabilidade de avaria de 5%

$$\frac{W_t}{l} = \frac{T_2 \cdot (u+1)}{u \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta} = \frac{30.694(3+1)}{3 \times 0.08 \times 0.02 \cos(\pi/9) \cos^2(0)} = 27219.894 \,\mathrm{N \, m^{-1}}$$
(12)

A espessura de filme, segundo Cheng, é dada pela equação (13)

$$h = \left[ G \cdot LP \cdot N \cdot \left( \frac{W_t}{l} \right)^{-0.148} \right]^{0.74} \tag{13}$$

Sendo que  $\sigma=0.5\,\mu\text{m}$ , a espessura específica de filme é finalmente dada por:

$$\Lambda = \frac{h}{\sigma} \tag{14}$$

$$0.5 \times 0.5 = \left[ G \cdot LP \cdot N \cdot \left( \frac{W_t}{l} \right)^{-0.148} \right]^{0.74} \tag{15}$$

$$LP = 93.45 \text{ s}$$
 (16)

Consultando a Figura 3, o lubrificante com o grau ISO VG 460 cumpre o requisito do parâmetro do lubrificante calculado.

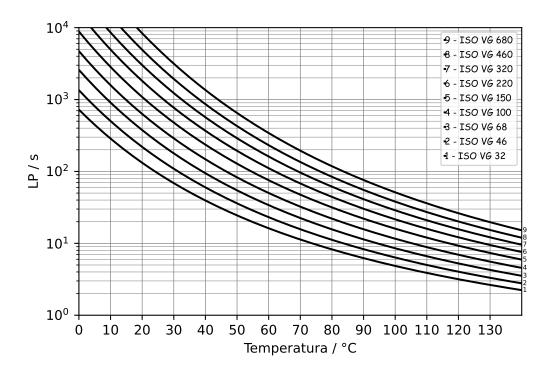


Figura 3: Parâmetro do lubrificante de lubrificantes ISO VG.