Dimensionamento à Fadiga

Órgãos de Máquinas

Carlos Fernandes

2023/2024

Licenciatura em Engenharia Mecânica

All machine and structural designs are problems in fatigue because the forces of Nature are always at work and each object must respond in some fashion.

Carl Osgood

Bibliografia Dimensionamento à Fadiga

Sebenta, disponível nos conteúdos da UC:

- Castro, Paulo M S Tavares De: Dimensionamento à fadiga. Órgãos de Máquinas, DEMec, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2017

Livro, disponível na biblioteca da FEUP:

- Branco, Carlos Augusto Gomes de Moura; Fadiga de estruturas soldadas. ISBN: 972-31-0139-4

Hiperligação para aula

Aula 1

Aula 2

Aula 3

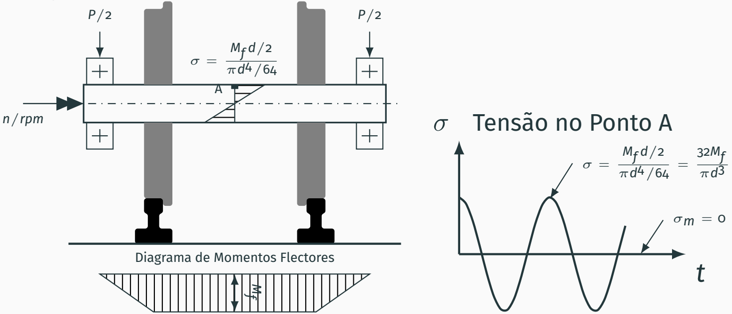
Referências

Aula 1

Sumário

Introdução

Motivações para o estudo do fenómeno de Fadiga [1]



- Rotura de veios do rodado de material circulante dos caminhos de ferro em meados do séc. XIX;
- Roturas com solicitações abaixo da tensão de rotura e mesmo abaixo da tensão de cedência do material;
- No entanto os componentes estavam sujeitos a cargas cíclicas;
- Estudado na Alemanha por Wöhler e em Inglaterra por Rankine.

Fases do Fenómeno de Fadiga

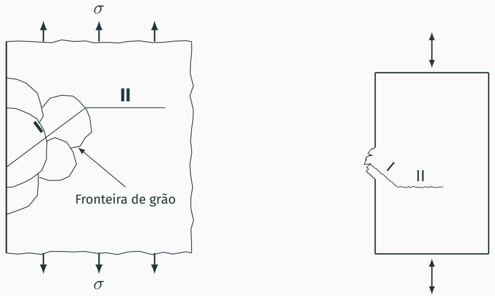


Figura 1: As fases do fenómeno de fadiga [1].

- Fase I: comprimentos de fenda muito pequenos com crescimento a 45° relativamente à direção da solicitação
  (planos sujeitos a valores elevados de tensão de corte τ);
- Fase II: Propagação da fenda numa direção perpendicular à solicitação, sob influência da tensão normal;
- Fase III: Após atingir um comprimento crítico do comprimento da fissura, dá-se a rotura instável final.

Exemplo de Superfície de Fadiga

Figura 2: Aspeto macroscópico duma superfície de fratura por fadiga, sendo visíveis as linhas de paragem e nervuras [1].

Solicitações de Fadiga

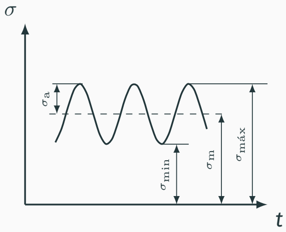


Figura 3: Solicitação de fadiga.

Tensão média:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{min}}}{2}$$

Amplitude de Tensão:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{min}}}{2}$$

Razão de carga ou de tensão:

$$R = \frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{máx}}}$$

a) solicitação alternada pura, R=-1;
b) solicitação alternada;
c) solicitação repetida, R=0;
d) solicitação ondulada

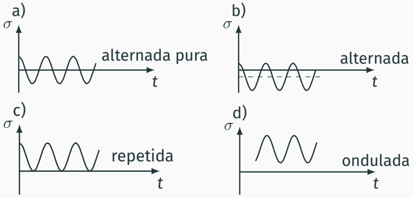


Figura 4: Tipos de solicitação de fadiga.

Tensão Limite de Fadiga

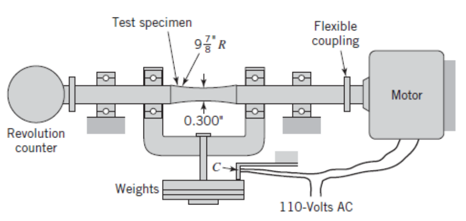


Figura 5: Máquina de ensaios de fadiga em flexão rotativa ($R = -1$) do tipo R.R. Moore [2].

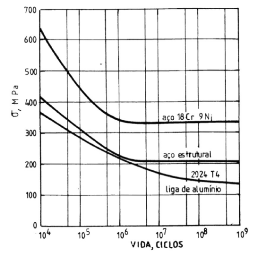


Figura 6: Curvas SN [1].

Carga estática: $\sigma < \sigma_{ced}$

Carga cíclica: $\sigma < \sigma_{fo}$

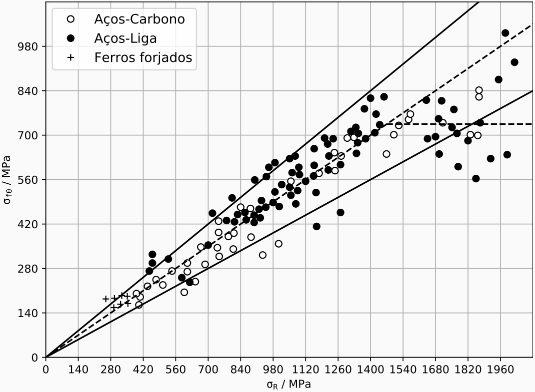


Figura 7: Tensão limite de fadiga para aços e ferros fundidos obtidos numa máquina de ensaios à fadiga por flexão rotativa [3].

$$\text{Aços: } \sigma_{f0} = \begin{cases} 0.5 \cdot \sigma_R & \sigma_R \leq 1400\ \mathrm{MPa} \\ 700\ \mathrm{MPa} & \sigma_R > 1400\ \mathrm{MPa} \end{cases}$$

Tensão Limite de Fadiga Corrigida

Factores de Correcção da Tensão Limite de Fadiga

$$\sigma_{f0}^{c} = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 \cdot \sigma_{f0}$$

- C_1 – tipo de carga;
- C_2 – efeito do tamanho;
- C_3 – acabamento superficial;
- C_4 – outros fatores:
    - temperatura
    - descontinuidades geométricas
    - corrosão
    - anisotropia
    - outros

Para uma análise mais detalhada de C_4 – outros fatores, ver [3, 2].

C_1 – Tipo de Carga

Flexão
Para o caso de flexão, o valor do fator C_1 é 1 tal como esperado, pois os resultados de tensão limite de fadiga são considerados e determinados em flexão rotativa (máquina de ensaios de fadiga).

Axial
Quando a solicitação é axial não há gradiente na secção crítica, pelo que todo o material está sujeito à tensão máxima do ciclo $C_1 = 0.85$.

Torção
Para a torção o valor é de $C_1 = 0.58$, que está de acordo com o critério de von Mises (teoria da energia de distorção), pois $\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} = 0.577 \cdot \sigma$

$$C_1 = \begin{cases} 1 & \text{flexão} \\ 0.85 & \text{axial} \\ 0.58 & \text{torção} \end{cases}$$

Para solicitações de flexão e torção, a tensão limite de fadiga diminui com o aumento da seção resistente.

A tensão média instalada no volume crítico de material é menor para a seção menor.

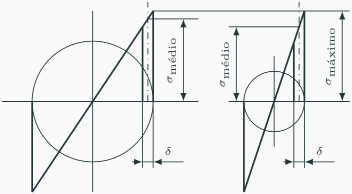


Figura 8: Modelo de interpretação do efeito de tamanho [1].

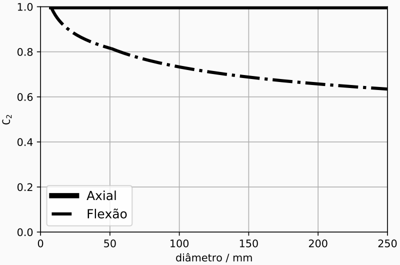


Figura 9: Efeito do tamanho [3].

$$C_2 = \begin{cases} 1.24 \cdot d^{-0.107} & 2.79 \leq d < 51\,\mathrm{mm} \\ 1.51 \cdot d^{-0.157} & 51 < d \leq 254\,\mathrm{mm} \end{cases}$$

O acabamento superficial afeta a tensão limite de fadiga dos seguintes modos [1]:

– introduz concentração de tensões devido à rugosidade superficial;

– alteração das propriedades físicas da camada superficial;

– introdução de tensões residuais, que sendo de tração, diminuem a resistência à fadiga.

$$C_3 = a \cdot {\sigma_R}^b$$

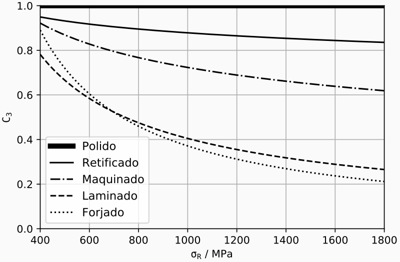


Figura 10: Efeito do acabamento superficial [3].

Tipo	a / MPa	b
Retificado	1.58	-0.085
Maquinado	4.51	-0.265
Laminado	57.7	-0.718
Forjado	272	-0.995

Critérios de fadiga

A maioria das situações práticas envolve a combinação de uma solicitação cíclica (de fadiga) com uma solicitação estática (Figura 11).

Parábola de Gerber

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fo}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_R}\right)^2 = 1$$

Reta de Goodman

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fo}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_R} = 1$$

Reta de Soderberg

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fo}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} = 1$$

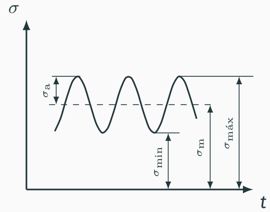


Figura 11: Solicitação de fadiga.

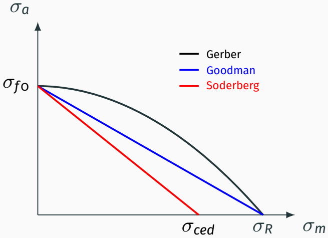


Figura 12: Parábola de Gerber e retas de Goodman e Soderberg.

Critério de Goodman Modificado

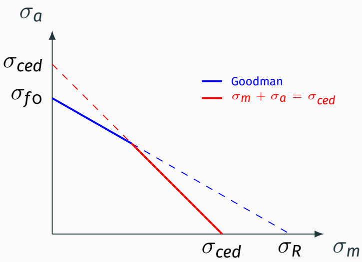


Figura 13: Critério de Goodman Modificado.

$$\begin{cases} \frac{\sigma_a}{\sigma_{fo}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_R} = 1 \\ \sigma_m + \sigma_a = \sigma_{ced} \end{cases}$$

Para garantir que não há deformação plástica, adiciona-se a equação:

$$\sigma_m + \sigma_a = \sigma_{ced}$$

Este critério satisfaz simultaneamente o critério de Goodman e evita a ocurrência de deformação plástica.

Critério de Soderberg

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fo}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} = 1$$

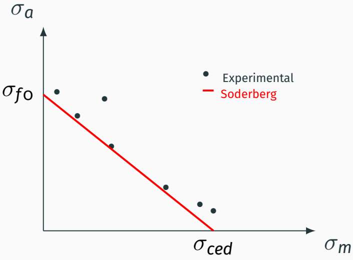


Figura 14: Critério de Soderberg.

O uso da equação deve ser adaptado do seguinte modo:

- Corrigir o valor da tensão limite de fadiga
  $\sigma_{fo}^{c} = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 \cdot \sigma_{fo}$;
- Efeito de concentração de tensões K_f (próxima aula);
- Coeficiente de segurança:

$$\frac{K_f \cdot \sigma_a}{\sigma_{fo}^{c}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} = \frac{1}{C.S}$$

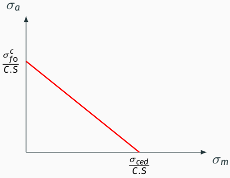


Figura 15: Critério de Soderberg com coeficiente de segurança.

Tensão média negativa

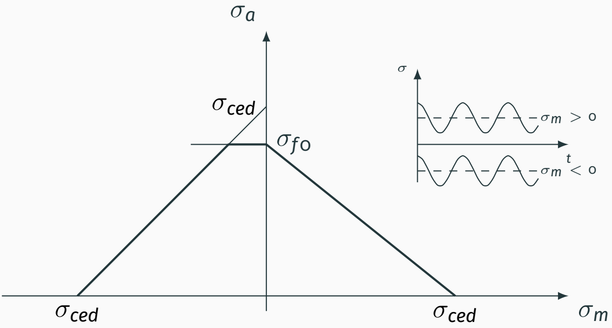


Figura 16: Critério de Soderberg.

A resitência à fadiga para valores de tensão média negativa aumenta.

Para $\sigma_m > 0$, $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} > 0$, a fenda cresce.

Para $\sigma_m < 0$, $\Delta\sigma = \sigma_{min} - \sigma_{max} < 0$, a fenda não cresce.

Aula 2

Sumário

Diagrama de Smith

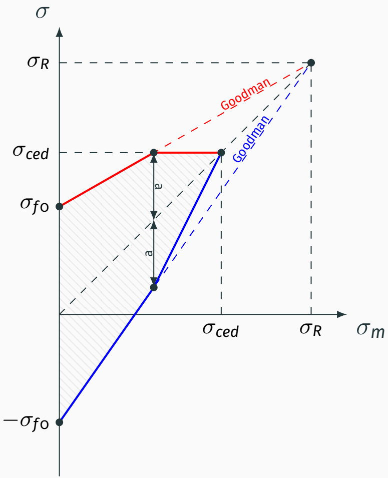


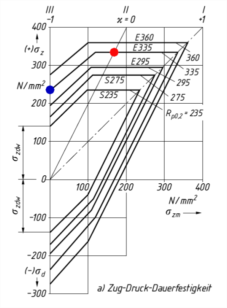
Figura 17: Diagrama de Smith ou Diagrama de Goodman Modificado.

Bastante utilizado na literatura/engenharia de origem alemã.

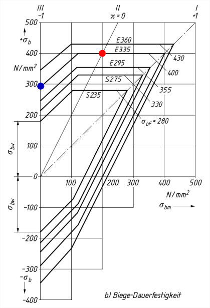
As abcissas representam a tensão média: σ_m

Linha a 45° no 1º quadrante representa a tensão média do carregamento $\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}}+\sigma_{\text{min}}}{2}$

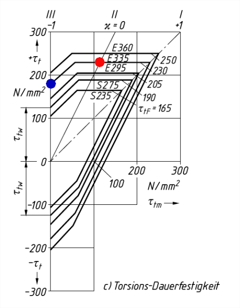
Quando a tensão média é nula, a falha por fadiga é representada no eixo das ordenadas por $\pm\sigma_{fo}$



(a) Tração



(b) Flexão



(c) Torção

Figura 18: Diagrama de Smith para aço estrutural E335 de acordo com a norma DIN EN 10025 [4]

Fator de Concentração de Tensões

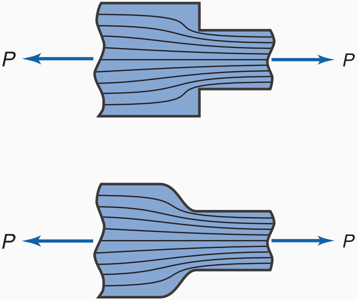


Figura 19: Placa plana com mudança de secção carregada axialmente [5].

Comparemos uma placa traccionada axialmente e o fluxo de um fluido num canal com dimensões equivalentes.

O fluxo q em qualquer ponto do canal é constante tal como a carga P aplicada na placa o é.

$$q = \int u \, \mathrm{d}A \qquad P = \int \sigma \, \mathrm{d}A$$

Se a secção mudar drasticamente, a velocidade do fluído aumenta perto da mudança de forma. Para manter a igualdade de fluxo q, a linhas devem estreitar-se e aglomerar-se.

O aumento de tensões numa placa é análogo ao aumento de velocidade do fluido no canal.

Fator de Concentração de Tensões

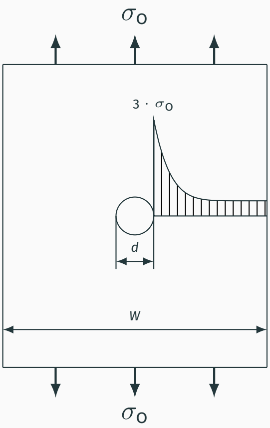


Figura 20: Placa de largura W com furo central de diâmetro d e tensão remota σ_0.

O fator de concentração de tensões K_t é adimensional e calcula-se como:

$$\boxed{K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}}$$

Para $d << W$, $K_t = 3$

Fator de Concentração de Tensões - MEF

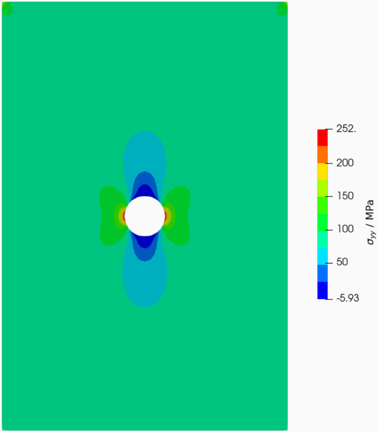


Figura 21: Resultado MEF aplicando uma tensão remota segundo y $\sigma_0 = 100\,\mathrm{MPa}$ para $d/W = 0.2$.

Neste caso em particular, com a malha utilizada e com o código de MEF CalculiX [6], o resultado obtido para o fator de concentração de tensões é:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} = \frac{252}{100} = 2.52$$

O resultado indicado por Pilkey [7] para $d/W = 0.2$ é de $K_t \approx 2.52$.

Fator de Concentração de Tensões

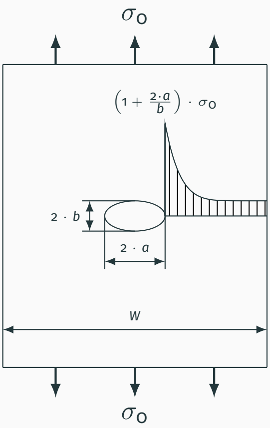


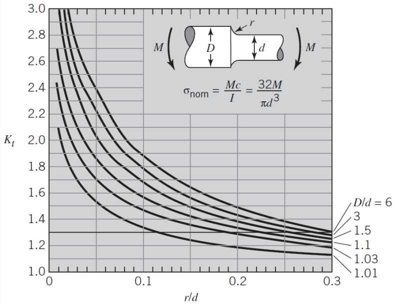
Figura 22: Placa de largura W com elipse central e tensão remota σ_0.

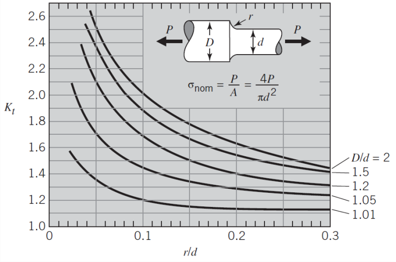
Para $2 \cdot a << W$:

$$\boxed{K_t = 1 + \frac{2 \cdot a}{b}}$$

Se $a = b$ converge para a solução do furo circular, i.e. $K_t = 3$.

Fator de Concentração de Tensões





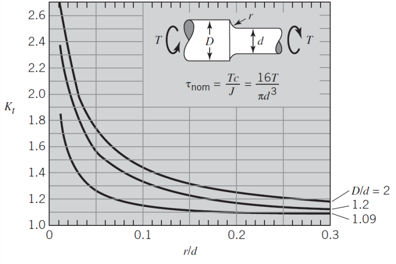
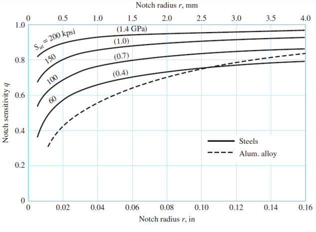


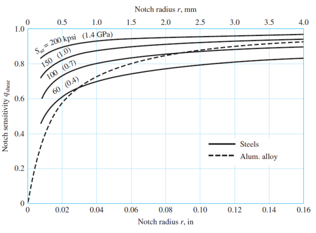
Figura 23: Fator de concentração de tensões para veios com mudança de seção [2].

Consultar “Peterson’s Stress Concentration Factors” [7] ou “Dimensionamento à Fadiga” [1] para valores de K_t para diversas geometrias e carregamentos.

Fator Prático de Concentração de Tensões



(a) Flexão e tração



(b) Torção

Figura 24: Índice de sensibilidade ao entalhe q ($S_{ut} = \sigma_R$) [3].

$$\boxed{K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)}$$

Sendo $0 < q < 1$ o índice de sensibilidade ao entalhe [1, 3, 7].

$q = 1$ é considerado um valor conservador.

Podemos dizer que na prática: $K_f < K_t$

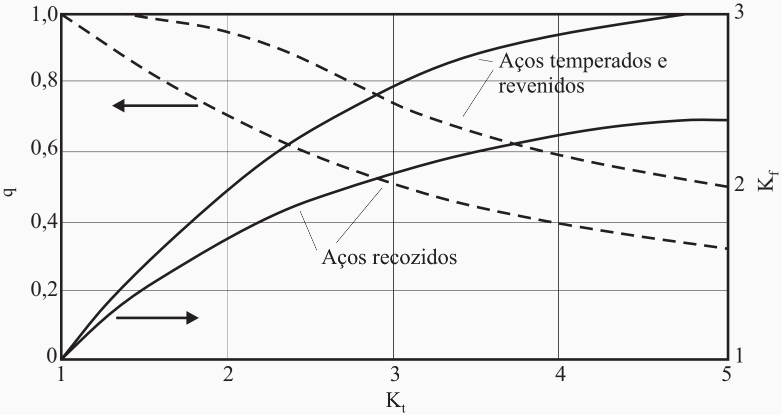


Figura 25: Índice de sensibilidade ao entalhe *q* para aços recozidos ou aços temperados e revenidos [1].

Solicitações Combinadas

Os métodos abordados previamente são adequados para determinar a vida à fadiga de solicitações uniaxiais.

Na prática, há a necessidade de analisar componentes que estão sujeitos a solicitações combinadas: flexão e torção por exemplo [1].

Para se resolver o problema temos de substituir uma solicitação de fadiga caracterizada por σ_m e σ_a por uma solicitação estática equivalente.

Utilizando o critério de Soderberg podemos calcular uma tensão estática equivalente como sendo:

$$\boxed{\sigma_{est}^{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{ced}}{\sigma_{f0}^{c}} \cdot K_f \cdot \sigma_a}$$

Tensão estática equivalente

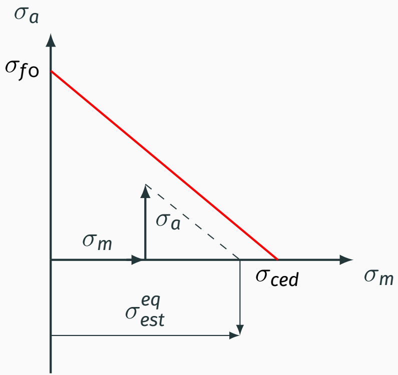


Figura 26: Determinação da tensão estática equivalente utilizando o critério de Soderberg [1].

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{fo}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ced}} = 1$$

O declive da reta é então $-\frac{\sigma_{fo}}{\sigma_{ced}}$

$$\sigma_{est}^{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{ced}}{\sigma_{fo}} \cdot \sigma_a$$

Nos casos práticos, deveremos considerar o fator prático de concentração de tensões K_f assim como o valor corrigido da tensão limite de fadiga σ_{fo}^c:

$$\boxed{\sigma_{est}^{eq} = \sigma_m + \frac{\sigma_{ced}}{\sigma_{fo}^c} \cdot K_f \cdot \sigma_a}$$

Tensão estática equivalente

Tal como num problema estático, o problema de dimensionamento fica assim reduzido a satisfazer um critério de resistência adequado ao caso em análise.

- Critério de Tresca ou Máxima Tensão de Corte:

$$\boxed{\frac{\sigma_{est_1}^{eq} - \sigma_{est_3}^{eq}}{2} = \frac{\sigma_{ced}}{2 \cdot C.S}}$$

- Critério de von Mises ou Energia de Distorção:

$$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\left(\sigma_{est_1}^{eq} - \sigma_{est_3}^{eq}\right)^2 + \left(\sigma_{est_1}^{eq} - \sigma_{est_2}^{eq}\right)^2 + \left(\sigma_{est_2}^{eq} - \sigma_{est_3}^{eq}\right)^2} = \frac{\sigma_{ced}}{C.S}}$$

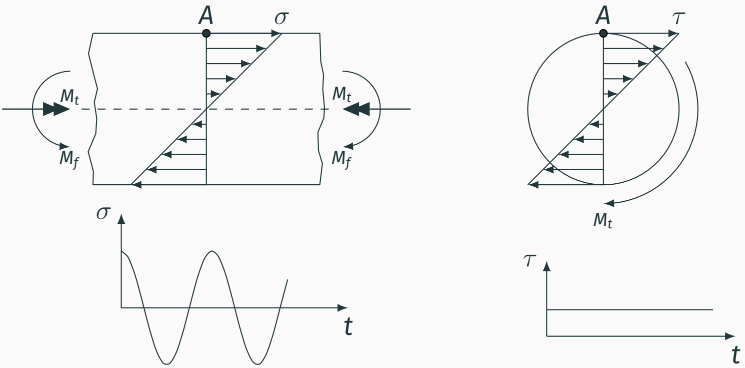


Figura 27: Veio de secção circular sujeito a flexão (alternada pura) combinada com torção constante.

$\sigma_{max} = \frac{M_f \cdot r}{I} \qquad \sigma_{min} = -\frac{M_f \cdot r}{I}$

$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \sigma_{max}$

$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 0$

$\tau_{max} = \tau_{min} = \frac{M_t \cdot r}{I_p}$

$\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} = 0$

$\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = \tau_{max}$

Tensão estática equivalente: Exemplo

A solicitação cíclica de flexão rotativa é então convertida numa solicitação estática equivalente:

$$\sigma_{est}^{eq} = \cancel{\sigma_m} + \frac{\sigma_{ced}}{\sigma_{f0}^{c}} \cdot K_f \cdot \sigma_a$$

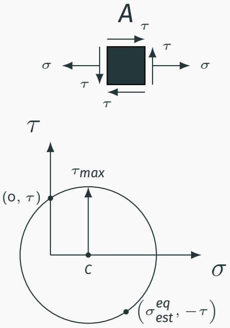


Figura 28: Círculo de Mohr.

Tensão de corte máxima:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{est}^{eq}}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

Aplicando o Critério de Tresca:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{est}^{eq}}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{\sigma_{ced}}{2 \cdot C.S}$$

Aula 3

Sumário

Modelo Simplificado da Curva SN

Para carregamentos a partir de 10^3 ciclos, $R = -1$ e que excedem a tensão limite de fadiga, estamos numa situação de vida finita.

Para estas situações, a curva SN simplificada pode dar uma estimativa do número de ciclos antes da rotura for fadiga.

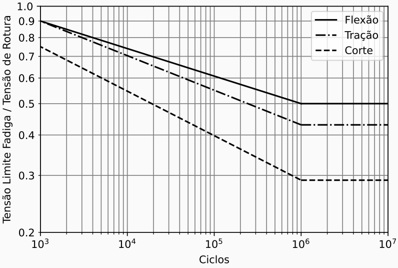


Figura 29: Curva SN simplificada [1].

	σ/σ_R Flexão	σ/σ_R Tracção	Corte τ/σ_R
$n = 10^3$	0.9	0.9	$0.75\ (\approx 0.9 \times 0.82)$
$n = 10^6$	0.5	0.43	$0.29\ \left(= 0.5 \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

A lei de Miner é também conhecida como lei do dano acumulado.

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots + \frac{n_k}{N_k} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{i=k} \frac{n_i}{N_i} = 1$$

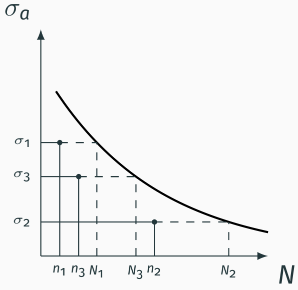


Figura 30: Lei de Miner.

n_i número de ciclos aplicado com a tensão σ_i

N_i número de ciclos até à rotura com a tensão σ_i

Melhoria da Resistência à Fadiga

Existem diversos métodos de melhoria da resistência à fadiga de componentes mecânicos. Os procedimentos pretendem introduzir tensões residuais de compressão que melhoram a resistência à fadiga do material.

Alguns métodos tipicamente utilizados:

- Grenelhagem ("shot peening")
- "Laser peening"
- "Cavitation peening"
- Trabalho a frio de furos ("cold expansion")

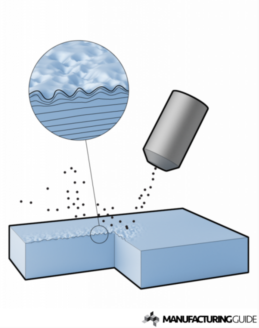


Figura 31: Shot peening.

Melhoria da Resistência à Fadiga: Shot-Peening

O “shot-peening” consiste num impacto de alta energia (pequenas esferas) contra a superfície do componente.

Se a camada superficial fosse livre, o seu comprimento aumentaria em resultado da deformação causada pelo impacto. Como não é livre, origina um perfil de tensões residuais de compressão na camada superficial e por isso aumenta a a resistência à fadiga.

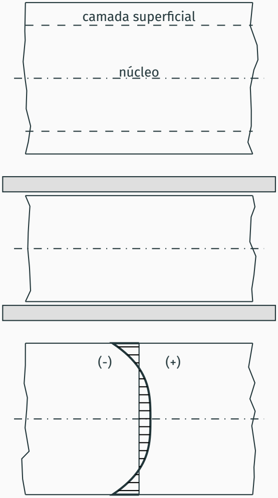


Figura 32: Efeito do “shot peening” sobre as tensões residuais.

Melhoria da Resistência à Fadiga: Cold Expansion

O mandril cónico penetra no furo, e promove a deformação plástica na camada superficial do furo.

Após remoção do mandril, o restante material da chapa força a camada superficial deformada plasticamente a retomar a sua dimensão inicial, introduzindo nessa zona uma tensão circunferencial σ_t de compressão.

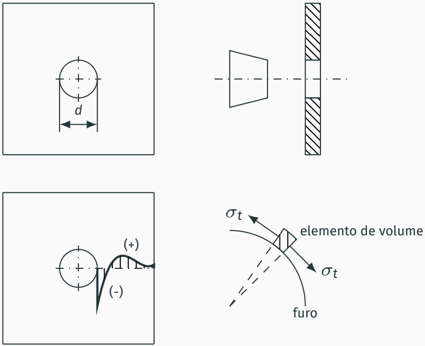


Figura 33: "Cold expansion" de um furo para rebite.

Fadiga Oligocíclica

A fadiga oligocíclica é também conhecida por fadiga em condições elastoplásticas [1]. Em inglês: “low cycle fatigue”.

Os conceitos apresentados anteriormente não são adequados para tratar o problema da fadiga oligocíclica.

Nestes casos, a fadiga é controlada pela deformação plástica. Os ensaios mecânicos passam a ser dependentes da variável deformação em vez da tensão.

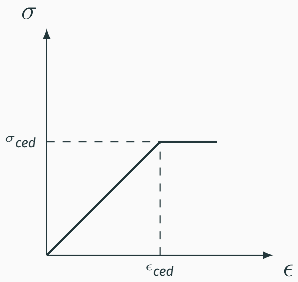


Figura 34: Modelo simplificado elasto-plástico.

Fadiga Oligocíclica

Placa com furo central com $d << W$: $K_t = 3$

Se $3 \cdot \sigma_1 < \sigma_{ced} \Leftrightarrow \sigma_1 < \frac{\sigma_{ced}}{3}$, não há deformação plástica.

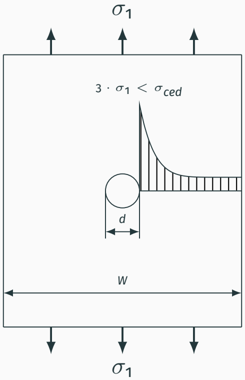


Figura 35: Placa tracionada ciclicamente com tensão remota σ_1.

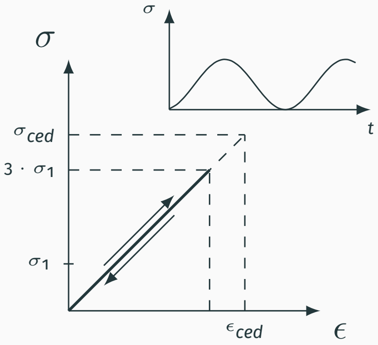


Figura 36: Ciclo de carregamento para σ_1.

Fadiga Oligocíclica

$$\text{Se } 3 \cdot \sigma_2 < 2 \cdot \sigma_{ced} \Leftrightarrow \sigma_2 < \frac{2 \cdot \sigma_{ced}}{3}$$

Há deformação plástica apenas no primeiro ciclo de carregamento.

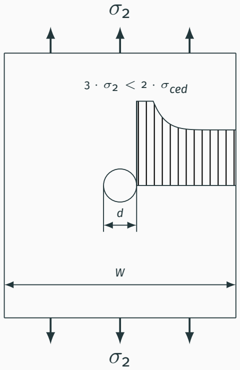


Figura 37: Placa tracionada ciclicamente com tensão remota σ_2.

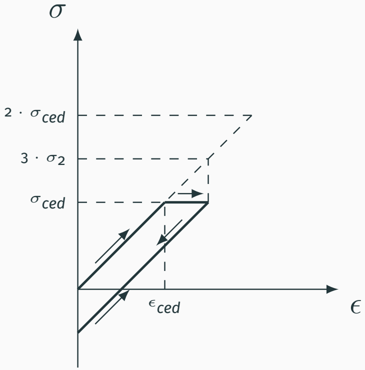


Figura 38: Ciclo de carregamento para σ_2.

Fadiga Oligocíclica

$$\text{Se } 3 \cdot \sigma_3 > 2 \cdot \sigma_{ced} \Leftrightarrow \sigma_3 > \frac{2 \cdot \sigma_{ced}}{3}$$

Ocorre deformação plástica cíclica, usar Lei de Coffin-Manson.

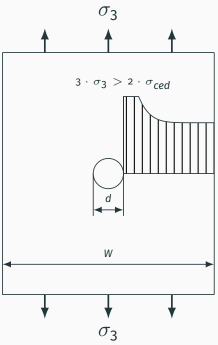


Figura 39: Placa tracionada ciclicamente com tensão remota σ_3.

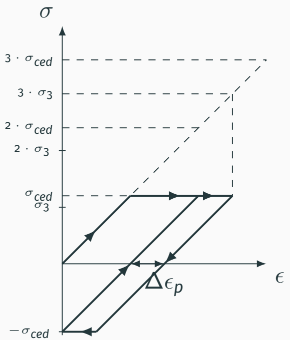


Figura 40: Ciclo de carregamento para σ_3.

Lei de Coffin-Manson

Ocorre deformação plástica cíclica, usar Lei de Coffin-Manson:

$$\boxed{\Delta\epsilon_p \times N^a = b}$$

a e b são constantes determinadas experimentalmente.
Tipicamente $a = \frac{1}{2}$.

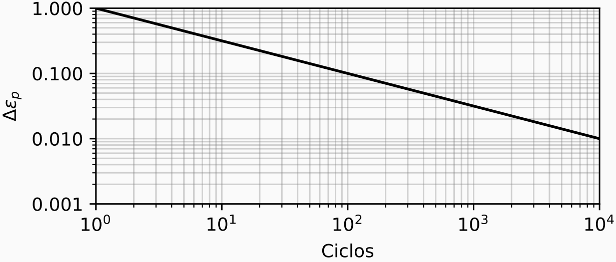


Figura 41: Lei de Coffin-Manson com $a = 0.5$ e $b = 1$.

Referências

Referências i

[1] Castro, Paulo M S Tavares De: *Dimensionamento à fadiga*.
Órgãos de Máquinas, DEMec, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2017.

[2] Juvinall, Robert C. e Kurt M. Marshek: *Fundamentals of Machine Component Design*.
Wiley, 2017.

[3] Budynas, Richard G. e J. Keith Nisbett: *Shigley's Mechanical Engineering Design*.
10ª edição, 2014, ISBN 978-0-07-339820-4.

[4] Muhs, D., H. Wittel, M. Becker, D. Jannasch e J. Voßiek: *Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung - Lehrbuch und Tabellenbuch*. **Viewegs Fachbücher der Technik. Vieweg+Teubner Verlag, 2013, ISBN 9783322997821.**

[5] Osgood, Carl e Fatigue Design: *Fundamentals of Machine Elements*. **2014, ISBN 9781482247503.**

[6] Dhondt, Guido: *The Finite Element Method for Three-dimensional Thermomechanical Applications*. **2004, ISBN 0470857528.**

[7] Pilkey, Walter D., Deborah F. Pilkey e Zhuming Bi: *Peterson's Stress Concentration Factors*.
2020, ISBN 9781119532514.