# Órgãos de Máquinas
# Engrenagens – Aula TP 4

Carlos M. C. G. Fernandes

## 1 Correção de dentado para igualar escorregamentos específicos quando $z_1 + z_2 < 60$

Quando $z_1 + z_2 < 60$, Henriot aconselha que $x_1 + x_2 \neq 0$. Tal implica que ocorra variação de entre-eixo.

### 1.1 Método analítico

Para determinar o valor da correção quando $z_1 + z_2 < 60$, devemos seguir o seguinte procedimento:

1. Procurar o valor de $x_1$ criando uma engrenagem hipotética $z_1 + z_2^* = 60$ em que $x_1 + x_2^* = 0$;

2. Calculamos o valor do número de dentes da engrenagem hipotética $z_2^* = 60 - z_1$;

3. Para $z_1 + z_2^* = 60$, consideramos que $x_1 + x_2^* = 0$, logo $x_1 = x$ e $x_2^* = -x$;

4. Impor a igualdade $g_{s2^*_{max}} = g_{s1_{max}}$ e determinar $x$:

$$\left|1 - \frac{z_1}{z_2^*} \cdot \frac{\sqrt{\left(r_{a2}^* - x \cdot m\right)^2 - {r_{b2}^*}^2}}{a^* \cdot \sin\alpha - \sqrt{\left(r_{a2}^* - x \cdot m\right)^2 - {r_{b2}^*}^2}}\right| = \left|\frac{z_2^*}{z_1} \cdot \frac{\sqrt{(r_{a1} + x \cdot m)^2 - {r_{b1}}^2}}{a^* \cdot \sin\alpha - \sqrt{(r_{a1} + x \cdot m)^2 - {r_{b1}}^2}} - 1\right| \quad (1)$$

   Notar que $a^* = r_1 + r_2^*$.

5. Em posse de $x_1 = x$, resolver a igualdade $g_{s2_{max}} = g_{s1_{max}}$ para a engrenagem de interesse e determinar $x_2$:

$$\left|1 - \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\sqrt{(r_{a2}+x_2 \cdot m)^2 - r_{b2}{}^2}}{a' \cdot \sin\alpha' - \sqrt{(r_{a2}+x_2 \cdot m)^2 - r_{b2}{}^2}}\right| = \left|\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\sqrt{(r_{a1}+x_1 \cdot m)^2 - r_{b1}{}^2}}{a' \cdot \sin\alpha' - \sqrt{(r_{a1}+x_1 \cdot m)^2 - r_{b1}{}^2}} - 1\right| \tag{2}$$

6. De notar que $x_1 + x_2 \neq 0$, o que implica variação de entre-eixo. Resolver o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \left|1 - \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\sqrt{(r_{a2}+x_2 m)^2 - r_{b2}{}^2}}{a' \cdot \sin\alpha' - \sqrt{(r_{a2}+x_2 m)^2 - r_{b2}{}^2}}\right| = \left|\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\sqrt{(r_{a1}+x_1 m)^2 - r_{b1}{}^2}}{a' \cdot \sin\alpha' - \sqrt{(r_{a1}+x_1 m)^2 - r_{b1}{}^2}} - 1\right| \\ a' \cdot \cos\alpha' = a \cdot \cos\alpha \\ \operatorname{inv}\alpha' = \operatorname{inv}\alpha + 2\tan\alpha \cdot \frac{x_1+x_2}{z_1+z_2} \end{cases} \tag{3}$$

## 1.2 Método gráfico

1. Escolher $z_1$ nas abcissas;
2. Interceptar $z_1$ com $z_1 + z_2 = 60$;
3. Escolher $x_1$ nas ordenadas
4. Interceptar $z_1$ com a razão de transmissão $u = \frac{z_2}{z_1}$ (à esquerda de ABA');
5. Escolher $x_2$ nas ordenadas;
6. De notar que $x_1 + x_2 \neq 0$, o que implica variação de entre-eixo. Como o somatório das correções é conhecido, podemos resolver o seguinte sistema de equações para determinar o novo entre-eixo e o novo ângulo de pressão de funcionamento:

$$\begin{cases} a' \cos\alpha' = a \cos\alpha \\ \operatorname{inv}\alpha' = \operatorname{inv}\alpha + 2\tan\alpha \cdot \frac{x_1+x_2}{z_1+z_2} \end{cases} \tag{4}$$

## 1.3 Exemplo de aplicação

Determine as correções de dentado que igualam os escorregamentos específicos máximos do pinhão e roda, com os dados da Tabela 1. Utilize o método analítico e o método gráfico.

Tabela 1: Dados da Engrenagem

| | |
|---|---|
| $z_1$ | 20 |
| $z_2$ | 30 |
| $m$ | 2 mm |
| $\alpha$ | 20° |

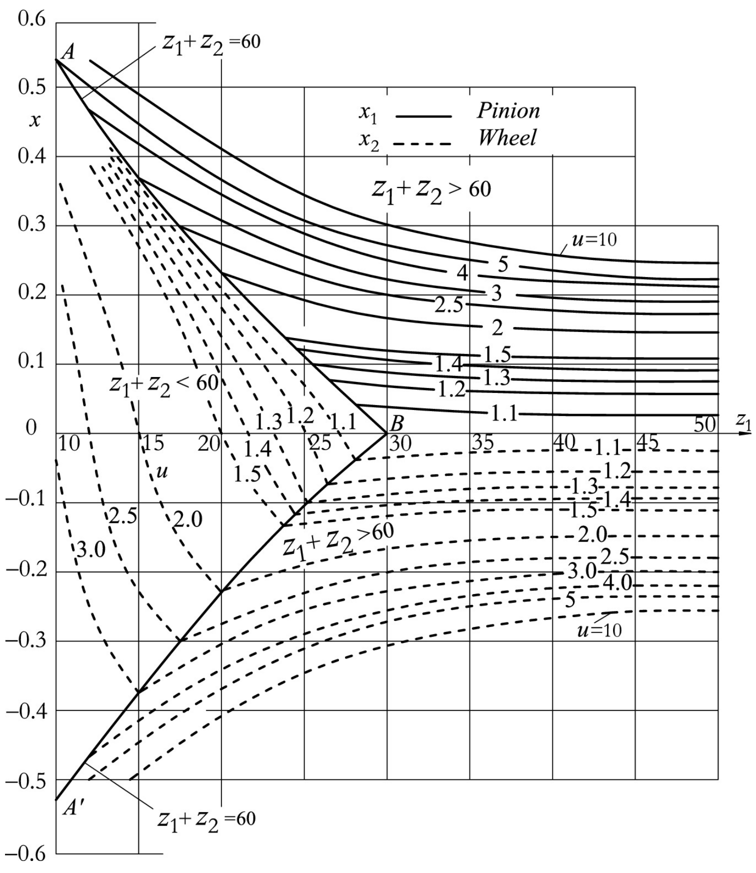


Figura 1: Ábaco de Henriot para escolha das correções $x_1$ e $x_2$ [1].

## 2 Controlo metrológico com calibres cilíndricos

O controlo metrológico por calibre cilíndrico está apresentado na Figura 2.

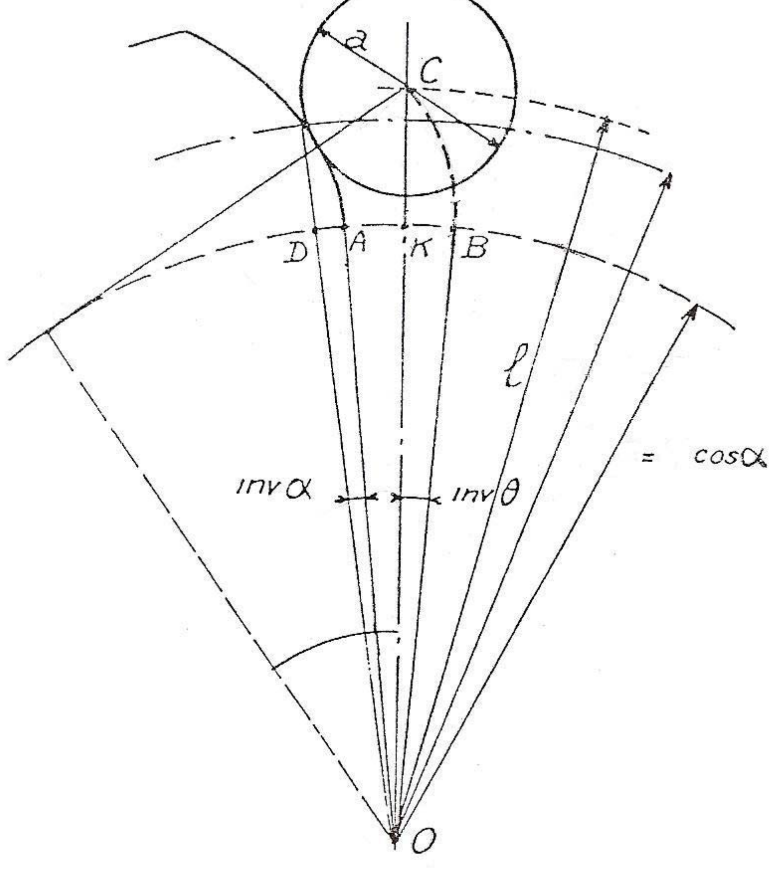


Figura 2: Controlo por calibre cilíndrico [2].

$$\widehat{DB} = \widehat{DA} + \widehat{AB} = \widehat{DK} + \widehat{KB} \tag{5}$$

$$\widehat{DB} = \operatorname{inv}\alpha \cdot r_b + \frac{a}{2} = \frac{i}{2} \cdot \frac{r_b}{r} + \operatorname{inv}\theta \cdot r_b \tag{6}$$

$$\operatorname{inv}\theta = \operatorname{inv}\alpha + \frac{a}{2 \cdot r_b} - \frac{i}{2 \cdot r} \tag{7}$$

## 2.1 Número par de dentes

Para determinar a cota de controlo $G$ (ver Figura 3) para uma roda dentada de número de dentes par, é necessário resolver o sistema de equações (8).

$$\begin{cases} \operatorname{inv}\theta = \operatorname{inv}\alpha + \frac{a}{2\cdot r_b} - \frac{i}{2\cdot r} \\ \\ l\cdot\cos\theta = r_b \\ \\ G = 2\cdot l + a \end{cases} \tag{8}$$

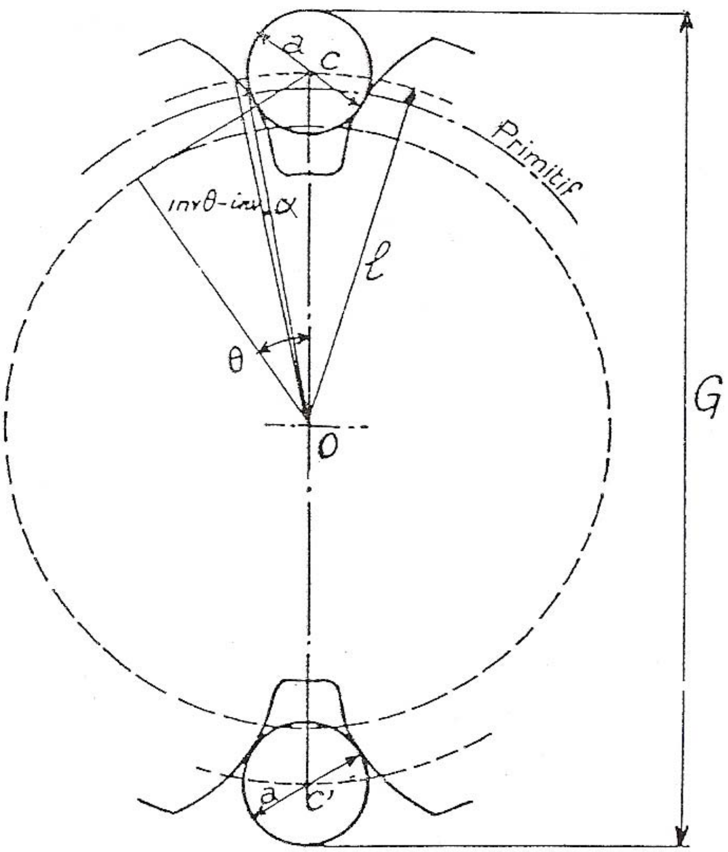


Figura 3: Numero par de dentes: $G = 2\cdot l + a$ [2].

## 2.2 Número ímpar de dentes

Para determinar a cota de controlo $G$ (ver Figura 4) para uma roda dentada de número de dentes par, é necessário resolver o sistema de equações (9).

$$\begin{cases} \operatorname{inv}\theta = \operatorname{inv}\alpha + \frac{a}{2\cdot r_b} - \frac{i}{2\cdot r} \\ \\ l\cdot\cos\theta = r_b \\ \\ G = 2\cdot l\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2\cdot z}\right) + a \end{cases} \tag{9}$$

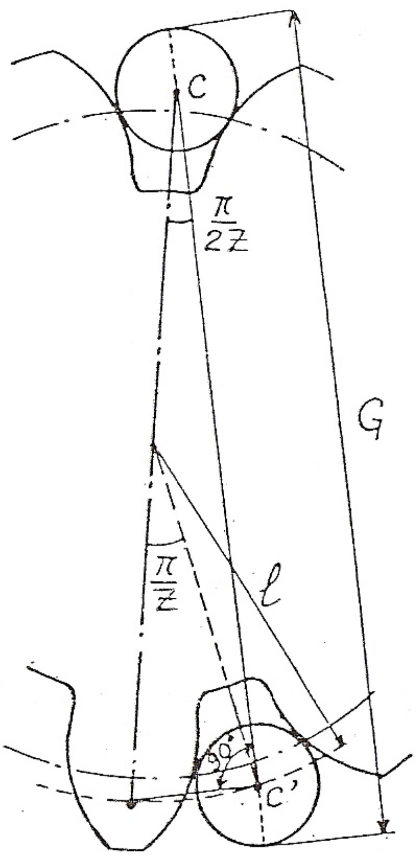


Figura 4: Número impar de dentes: $G = 2\cdot l\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2\cdot z}\right) + a$ [2].

## Referências


[1] Vullo, Vincenzo: *Gears*, volume 10 de *Springer Series in Solid and Structural Mechanics*. Springer International Publishing, Cham, 2020, ISBN 978-3-030-38631-3.

[2] Henriot, G.: *Traité théorique et pratique des engrenages*. Dunod, 1961, ISBN 2.04.005836.2.