

Tribologia

Órgãos de Máquinas

Carlos Fernandes

2023/2024

Licenciatura em Engenharia Mecânica

Bibliografia Tribologia

Principal:

- Ferreira, Luís Andrade; Tribologia. ISBN: 972-95794-5-8

Complementar:

- Bernard J. Hamrock; Fundamentals of Fluid Film Lubrication, McGraw-Hill, 1994. ISBN: 0 07 025956 9
- Gwidon W. Stachowiak and Andrew W. Batchelor; Engineering Tribology, Elsevier, 2014. ISBN: 978-0-12-397047-3

Hiperligação para aula

Aula 1

Aula 2

Aula 3

Aula 4

Aula 5

Aula 6

Aula 7

Referências

Aula 1

Sumário

| | |
|--|----|
| 1. Introdução à Tribologia | 4 |
| 2. A influência do estado geométrico das superfícies | 7 |
| 3. Atrito | 14 |
| 4. Desgaste de materiais | 16 |

Introdução à Tribologia

A palavra **Tribologia** provém do grego “tribos” que significa atrito e “logos” que significa ciência. Surgiu pela primeira vez em 1966 na publicação do “Department of Education and Science Report”, também conhecido por “Jost Report”. A Tribrologia é tipicamente definida em dicionários como: “a ciência e a técnica das superfícies interatuantes em movimento relativo e matérias e métodos com elas relacionadas” [1].

Uma definição mais clara de **Tribologia** será: **ciência do atrito, desgaste e lubrificação.**

O “Jost Report” afirmava que a indústria poderia poupar 700 milhões de libras se aplicassem os conceitos da Tribologia.



Figura 1: Peter Jost [2].

Introdução à Tribologia

Ciência interdisciplinar:

- Elasticidade e Plasticidade
- Materiais
- Mecânica dos Fluídos
- Química
- Física
- Matemática

Aplicações:

- Projeto de Máquinas:
engrenagens, rolamentos,
lubrificação
- Transportes
- Fabrico

- Manutenção Industrial

Associações:

- Society for Tribologists and Lubrication Engineers (STLE);
- Institution of Mechanical Engineers and Institute of Physics (IMechE Tribology Group, IOP Tribology Group);
- German Society for Tribology (Gesellschaft für Tribologie);
- International Tribology Council.

Importância e Objetivos da Tribologia

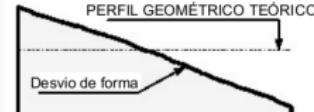
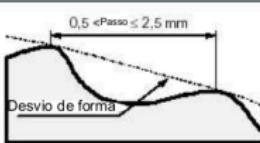
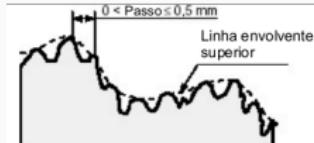
Redução do Atrito (conservação de energia) e **Redução do Desgaste** (conservação de materiais). Por vezes é necessário **maximizar o atrito ou o desgaste**.



Figura 2: Objetivos práticos da tribologia [3].

A influência do estado geométrico das superfícies

Todas as superfícies são rugosas.

| Nº de ordem | Tipo de irregularidade | Perfil geométrico |
|-------------|------------------------|--|
| 1 a 4 | Superfície efetiva |  |
| 1 | Forma |  |
| 2 | Ondulação |  |
| 3 | Rugosidade |  |
| 4 | Arrancamentos |  |

Obtenção de um perfil de rugosidade

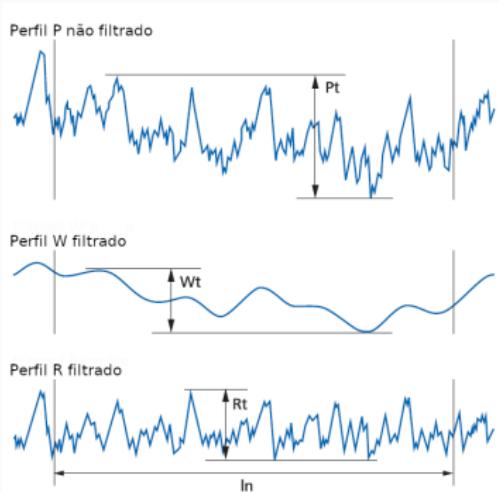


Figura 3: Decomposição dos perfis.

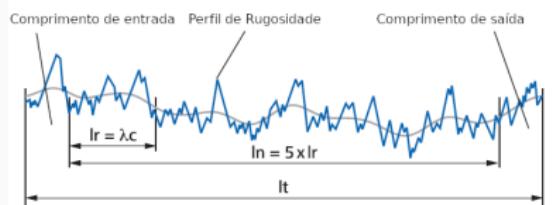


Figura 4: Perfil de rugosidade.

Processo de obtenção de um perfil de rugosidade (ISO 4768):

1. medição de um perfil de comprimento $l_t = 6 \cdot \lambda C$
2. remoção da forma (ordem 1)
3. aplicação de filtragem (tipicamente um filtro Gaussiano) e avaliação num comprimento $l_n = 5 \cdot \lambda C$:
 - parâmetros de ondulação W (ordem 2);
 - parâmetros de rugosidade R (ordem 3).

| | | |
|------------------|---------------------------------------|---------------|
| l_t | comprimento total | mm |
| $l_r, \lambda C$ | comprimento de base, filtro "cut-off" | mm |
| l_n | comprimento de avaliação | mm |
| P_t | altura total do perfil não filtrado | μm |
| W_t | altura total de perfil de ondulação | μm |
| R_t | altura total de perfil de rugosidade | μm |

Parâmetros de Rugosidade

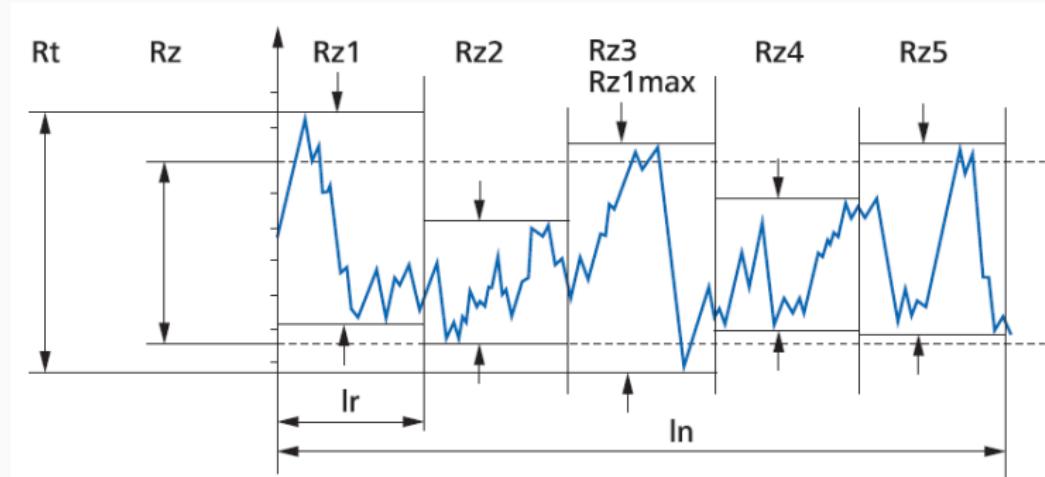


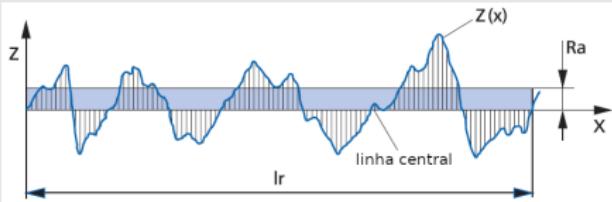
Figura 5: Divisão do perfil de rugosidade em 5 comprimentos de base
 $l_r = \lambda C$.

| | | |
|-----------|--------------------------------------|---------|
| R_t | altura total de perfil de rugosidade | μm |
| R_{max} | máxima altura pico/vale | μm |

Parâmetros Estatísticos

Rugosidade média

$$Ra = \frac{1}{lr} \int_0^{lr} |z(x)| dx$$

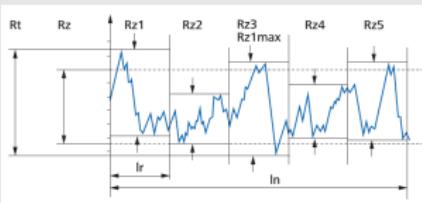


Rugosidade média quadrática (ou R.M.S)

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{lr} \int_0^{lr} |z^2(x)| dx}$$

Média das alturas picos/vales (DIN)

$$Rz = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 zi$$



Parâmetros híbridos

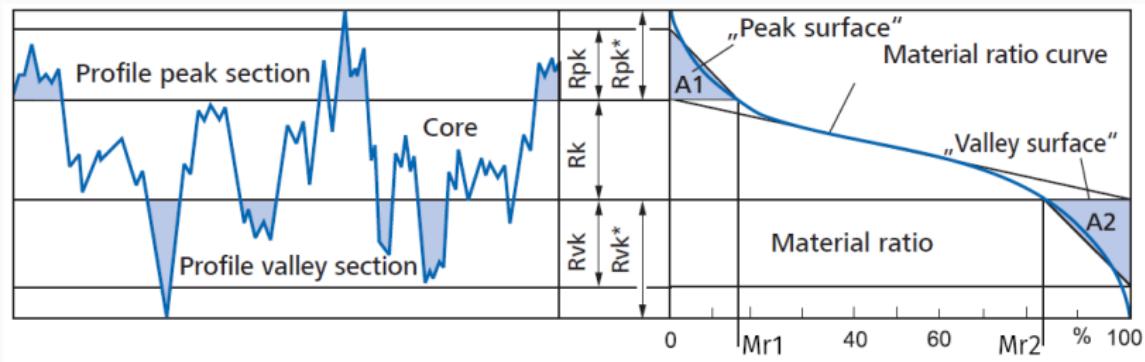


Figura 6: Parâmetros de rugosidade híbridos e curva de Abbott-Firestone.

| | | |
|---------------|--|---------------|
| Rk | rugosidade do núcleo ou rugosidade central | μm |
| Rpk | altura de picos reduzida | μm |
| Rvk | profundidade dos vales reduzida | μm |
| $Mr1$ e $Mr2$ | porção de material | % |

Necessidade de diversos parâmetros

Não é suficiente utilizar apenas um parâmetro para descrever uma superfície técnica.

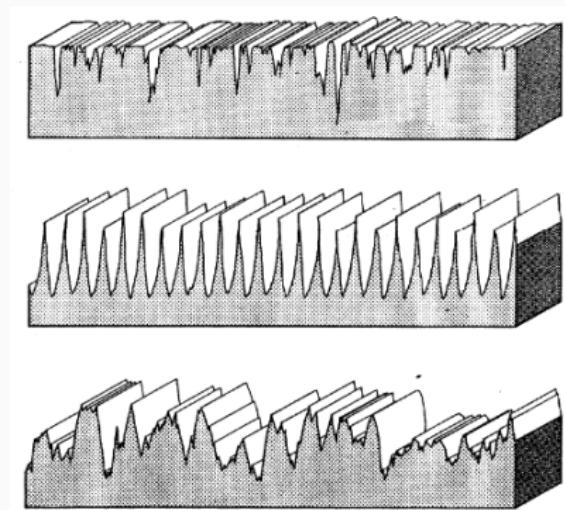


Figura 7: Superfícies com igual rugosidade média aritmética $R_a = 2.4 \mu\text{m}$.

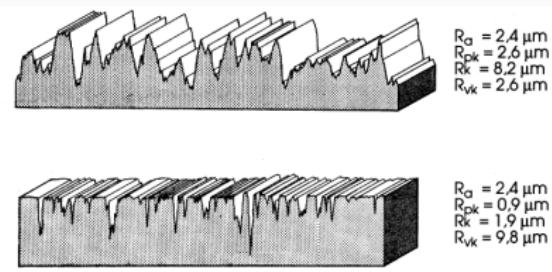


Figura 8: Utilização de parâmetros de rugosidade híbridos para distinção de duas superfícies com igual rugosidade média aritmética R_a .

Instrumentos de medição da rugosidade superficial

Com Contacto:

- Perfilómetro de contacto;
- Microscopia de Força Atómica (AFM).



Figura 9: Perfilómetro de contacto.

Sem contacto [4]:

- Ópticos;
- Laser;
- Pneumáticos.

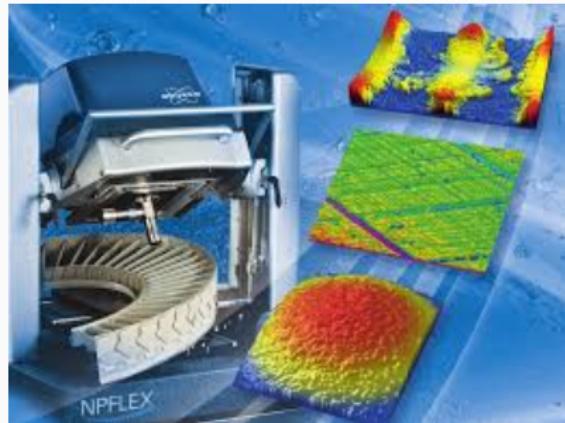


Figura 10: Perfilómetro óptico.

Atrito

Leonardo da Vinci realizou os primeiros trabalhos experimentais sobre atrito nos séculos XV e XVI.

No século XVII (1699), **Guillaume d'Amontons** estabeleceu de forma independente duas leis empíricas [5]:

- a força de atrito tangencial é proporcional à força normal aplicada, durante o escorregamento;
- a força de atrito é independente da superfície aparente do contacto;

Em 1780, Coulomb estabeleceu a terceira lei:

- a força de atrito é independente da velocidade de escorregamento.



Figura 11: Estudos sobre atrito de Leonardo da Vinci [6].

Atrito

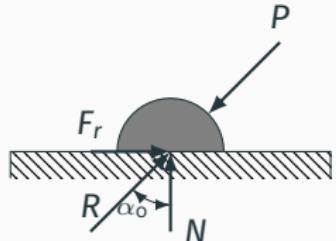


Figura 12: Força de atrito.

$$|\vec{R}| = |\vec{P}|$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{F_r}{N}$$

Se a força tangencial for aumentando, não haverá movimento enquanto:

$$F_r \leq \mu_0 \cdot N$$

Atrito estático:

$$F_a = \mu_0 \cdot N$$

Atrito dinâmico:

$$F_a = \mu \cdot N$$

O coeficiente de atrito dinâmico μ , é geralmente inferior ao coeficiente de atrito estático μ_0 .

O coeficiente de atrito dinâmico μ não é uma propriedade intrínseca dos materiais, depende: **geometria superficial dos componentes; condições operatórias: ambiente (humidade, temperatura, poeiras), velocidade de escorregamento e contaminação das superfícies.**

Desgaste

O **desgaste** é a progressiva perda de matéria pela superfície ativa de um corpo resultante de movimento relativo nessa superfície.

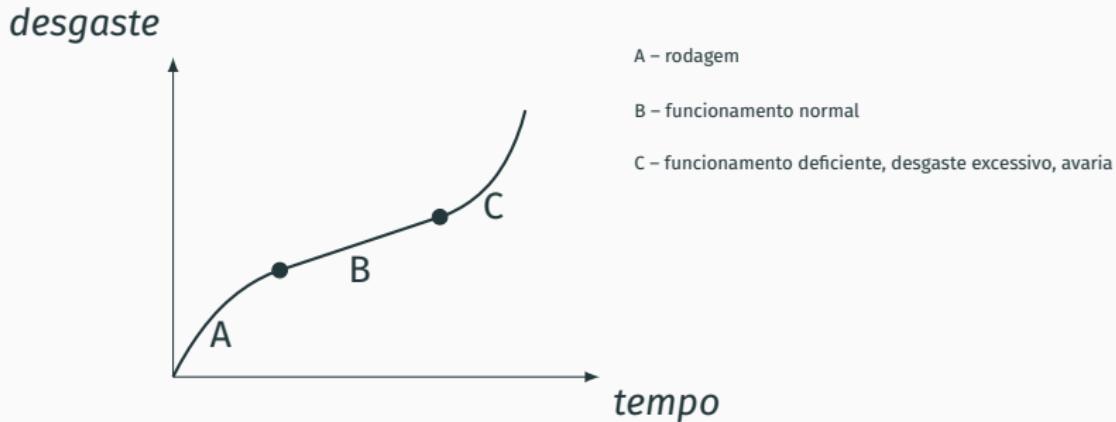


Figura 13: Evolução do desgaste em componentes mecânicos.

O **desgaste** pode ser controlado mas não eliminado.

Mecanismos de desgaste

O critério geralmente adotado para a classificação do desgaste é o do tipo de mecanismo básico envolvido.

Assim, são normalmente identificados os seguintes tipos de desgaste:

- Desgaste por abrasão
- Desgaste por adesão
- Desgaste por erosão
- Desgaste por fadiga
- “Fretting” ou corrosão de contacto
- Desgaste por corrosão



Figura 14: Engrenagem com desgaste excessivo.

Na prática, aparecem normalmente combinados

Desgaste por abrasão

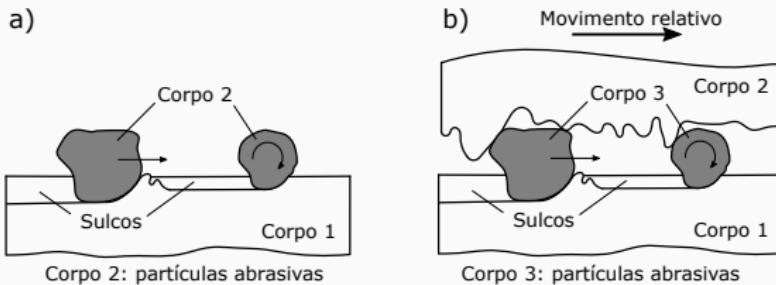


Figura 15: Processo de desgaste por abrasão: a) abrasão a dois corpos e b) abrasão a três corpos [7].

- a) devido à penetração de asperidades do material duro no material macio quando duas superfícies estão com movimento relativo.
- b) provocado por partículas soltas provenientes de desgaste por adesão e/ou corrosão, ou ainda poeiras provenientes do ambiente circundante que penetram na interface de duas superfícies em contacto com movimento relativo.

Desgaste por abrasão

Como reduzir o desgaste por abrasão:

Aumentar a dureza das superfícies

Abrasão a dois corpos:

- Melhorar o estado superficial;
- Reduzir as cargas aplicadas localmente
- Aplicação de camadas superficiais em elastómeros (por exemplo), facilmente substituíveis;
- Rodagem cuidada;
- Se existirem cargas de impacto, a tenacidade é o factor mais importante a ter em conta.

Abrasão a três corpos:

- Evitar a entrada das partículas;
- Existência de zonas próprias para capturar as partículas;
- Em sistemas lubrificados: filtragem apropriada.

Desgaste por adesão

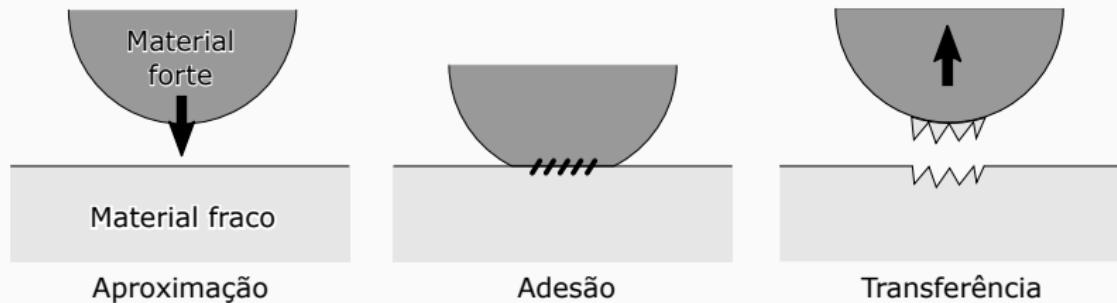


Figura 16: Processo de desgaste por adesão [3].

Quando duas superfícies são postas em contacto estabelecem-se forças interatómicas e intermoleculares nas zonas de contacto real: dá-se a adesão entre as duas superfícies. Se uma das superfícies desliza sobre a outra, as junções estabelecidas por adesão rompem-se [3, 5].

A intensidade dessas forças de ligação depende da intimidade do contacto: mais fortes nos pontos da interface isentos de partículas contaminantes e com pressão de contacto mais elevada.

Desgaste por adesão

Fatores que influenciam o desgaste por adesão:

1. Natureza dos materiais: devemos escolher materiais com menor afinidade metálica, isto é, menor tendência a formar soluções sólidas (ver [5]);
2. Carga e velocidade - lei de Archard:

$$V = K \cdot F \cdot S$$

V – volume de material; K – coeficiente de desgaste, F – força normal, S – distância de escorregamento

3. Materiais de estrutura cristalina hexagonal apresentam boas características em contactos com escorregamento;
4. Formação de filmes óxidos - evita adesão.

Desgaste por erosão

O **desgaste por erosão** pode ser definido como a perda de material duma superfície causada pelo contacto com um fluido (líquido ou gás) em movimento, contendo partículas sólidas.

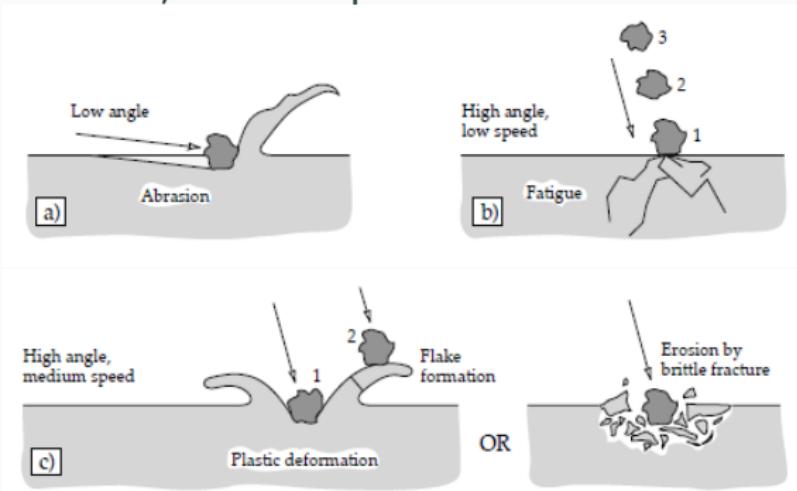


Figura 17: Desgaste por erosão: a) abrasão com ângulo de impacto baixo; b) fadiga superficial, baixa velocidade e ângulo impacto elevado; c) fratura frágil ou deformação plástica, velocidade média e ângulo de impacto elevado [3].

Desgaste por erosão

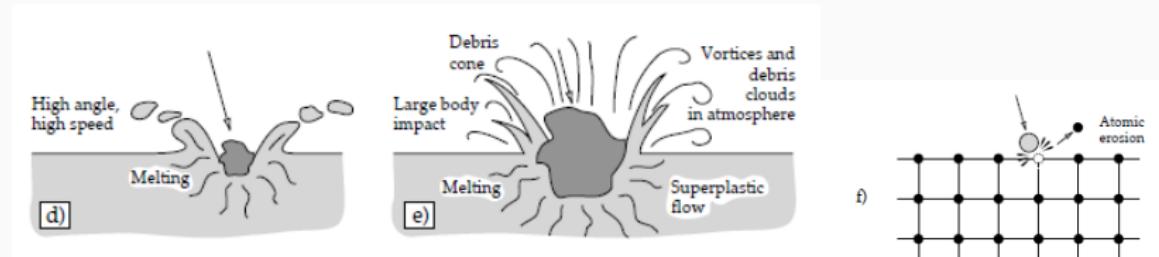


Figura 18: Desgaste por erosão: d) fusão da superfície a altas velocidades de impacto; e) erosão macroscópica com efeitos secundários; f) degradação da rede cristalina devido ao impacto dos átomos [3].

O valor máximo do coeficiente de erosão é mais elevado no caso dos materiais frágeis do que no caso dos materiais dúcteis.

Como reduzir o desgaste por erosão:

Filtragem e uma adequada seleção de materiais são factores importantes para o controlo deste tipo de desgaste.

Desgaste por fadiga

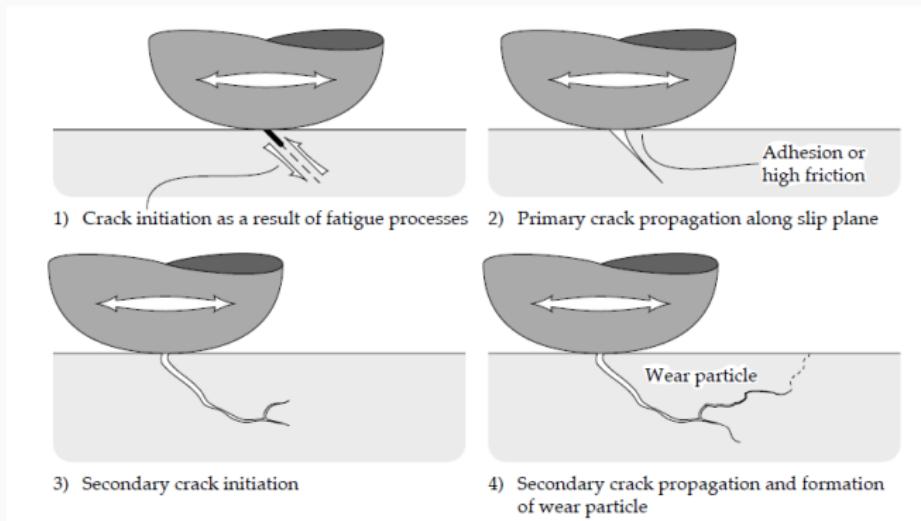


Figura 19: Processo de desgaste por fadiga de contacto [3].

O **desgaste por fadiga** pode ocorrer mesmo que as superfícies sejam completamente separadas por uma película lubrificante, como acontece em rolamentos e engrenagens.

Desgaste por fadiga

Em rolamentos ou engrenagens, que operam em condições de lubrificação elasto-hidrodinâmica, mesmo quando não ocorre contacto direto, as superfícies estão sujeitas a **tensões normais cíclicas extremamente elevadas**, transmitidas através da película lubrificante.

O desgaste por fadiga manifesta-se ao fim de um número crítico de ciclos de funcionamento e é caracterizado pela formação de micro-escamas e seguidamente de escamas dando origem a fragmentos de desgaste.

Como reduzir o desgaste por fadiga:

- Melhoria do estado superficial;
- Diminuição das cargas;
- Aumento da dureza das superfícies.

“Fretting” ou corrosão de contacto

O “fretting” aparece em superfícies com escorregamento interfacial de baixa amplitude e alta frequência. A remoção das películas contaminantes das superfícies de contacto origina um fenómeno localizado de corrosão.



Figura 20: “Fretting” [3].

Como reduzir o “fretting”:

- Utilizar camadas superficiais em material elástico;
- Tratamento superficial de conversão química: fosfatação;
- Lubrificante que adere ou reage quimicamente com as superfícies;
- Lubrificante sólido que adira às superfícies (sistemas não lubrificados).

Desgaste por corrosão

Pode definir-se o desgaste corrosivo como sendo a perda de material duma superfície metálica devido a accção química ou electro-química.

Factores preponderantes:

- Ambiente (humidade, poeiras corrosivas, etc.);
- Temperatura;
- Natureza dos materiais.

Como reduzir o desgaste por corrosão:

- Proteger as superfícies com camadas protetoras neutras.
- Eliminar os agentes corrosivos.

Métodos para controlar o atrito e o desgaste

O atrito e o desgaste são inevitáveis na prática.

Para os diminuir: **película de lubrificante**.

No projeto para prevenção contra desgaste excessivo, deve ter-se em atenção as regras seguintes:

- os materiais duros têm maior resistência ao desgaste que os materiais macios;
- deve evitar-se a utilização do mesmo material para as duas superfícies, sobretudo se não existir filme lubrificante a separar as superfícies;
- as superfícies devem ter um acabamento conveniente;
- devem prever-se formas de manter as superfícies de contacto isentas de partículas sólidas soltas (filtragem do óleo, protecção contra poeiras, etc.).

Aula 2

Sumário

| | |
|---------------------------------------|----|
| 1. Tipos de Lubrificantes | 31 |
| 2. Propriedades dos Lubrificantes | 36 |
| 3. Princípios da Lubrificação | 50 |
| 4. Introdução às Leis da Lubrificação | 53 |

Funções dos Lubrificantes

A principal função de um lubrificante é controlar o atrito e o desgaste.



Figura 21: Engrenagem e lubrificante.

Contudo os lubrificantes líquidos devem ainda apresentar outras funções secundárias:

- serem transportados para o contacto por ação hidráulica;
- elevada capacidade de evacuar calor do contacto;
- serem facilmente miscíveis com compostos químicos (aditivos) que conferem propriedades adicionais como resistência à corrosão ou detergência;
- remover partículas de desgaste do contacto.

Tipos de Lubrificantes

Origem

- Origem no petróleo: “óleos minerais” e “óleos sintéticos”
- Origem vegetal: “óleos gordos”

Petróleo

Petróleo deriva do latim: “**petra**” (pedra) + “**oleum**” (óleo)

É uma mistura de **gás + alcatrão + parafinas**

Tem origem na decomposição de resíduos orgânicos e encontra-se geralmente entre camadas rochosas a uma determinada profundidade.

As várias frações do petróleo podem ser obtidas por “**destilação fracionada**” que permite obter gasolina e os óleos de lubrificação. Como contém impurezas, é necessário realizar um processo de refinação [5].

Óleos Minerais

85% dos óleos minerais são de base: **parafínica, naftétnica e aromática**. A classificação dos óleos é dada de acordo com a proporção destes componentes no lubrificante.

A base aromática é indesejável e encontra-se em pequena proporção nos lubrificantes.

Parafínica

- baixo peso específico
- baixo ponto de congelação
- alto índice de viscosidade

Nafténica

- alto peso específico
- alto ponto de congelação
- baixo índice de viscosidade

Óleos sintéticos

Hidrocarbonetos sintéticos

- **Polialfolefinas (PAO)** – resistentes à oxidação e altas temperaturas.
Usados em aplicações industriais
- **Aquiloaromáticos** – pouco utilizados, baixa viscosidade, sensíveis à temperatura

Poliglicóis

Polímeros resistentes a temperaturas extremas que apresentam baixo atrito.

Ésteres orgânicos

- **Diésteres** – aplicações a baixas temperaturas
- **Poliésteres** – boa estabilidade térmica, utilizados na aviação

Ésteres fosfatados

Resistentes ao fogo.

Aditivos para lubrificantes

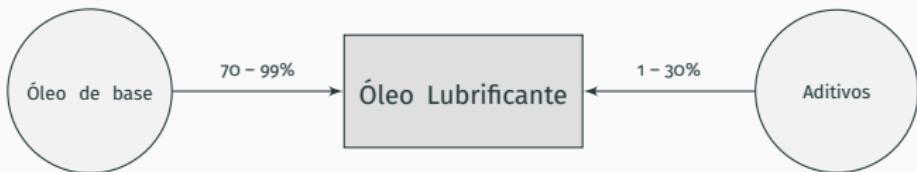


Figura 22: Formulação de um óleo lubrificante.

1. **Detergente/dispersante:** dispersam partículas de $0.5\text{ }\mu\text{m}$ a $1\text{ }\mu\text{m}$ por repulsão
2. **Anti-oxidante:** retardam a deterioração do óleo
3. **Anti-desgaste:** asseguram lubrificação das superfícies na ausência de óleo
4. **Melhoradores do Índice de Viscosidade:** melhoram o comportamento de variação da viscosidade com a temperatura
5. **Anti-corrosão:** neutralizam os produtos corrosivos da combustão (motores) e da deterioração do óleo
6. **Diminuidores do ponto de congelação:** baixam o ponto de congelação do óleo melhorando a sua eficiência a baixas temperaturas
7. **Melhoradores de atrito:** reduzem o atrito do lubrificante
8. **Anti-espuma:** inibem a formação de espuma

Massas Lubrificantes

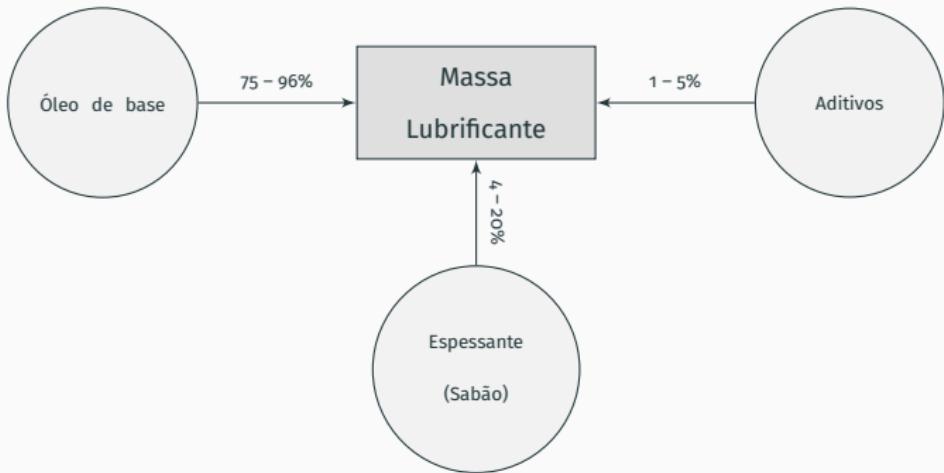


Figura 23: Formulação de uma massa lubrificante.

Óleo de Base: óleos minerais, óleos sintéticos

Espessantes: sais metálicos de ácidos gordos, como hidróxidos de lítio, cálcio, sódio, bário e alumínio

Consistência: medida da “dureza” da massa.
Teste de penetração por cone (ASTM D217).

Números de consistência NLGI: 000, 00, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Viscosidade aparente: $\tau = \tau_l + (\eta_b \frac{du}{dh})^n$

Ponto de gota: temperatura à qual a massa passa de um estado semi-sólido ao estado líquido.

Propriedades dos Lubrificantes: Viscosidade

A **viscosidade** de um fluido está associada à sua resistência para o escoamento, isto é, à resistência decorrente das forças intermoleculares e do atrito interno à medida que as moléculas se movem [4].

Tensão de corte no fluido:

$$\tau = \eta \cdot \frac{du}{dy}$$

Tensão de corte sobre a placa:

$$\tau = \eta \frac{U}{h}$$

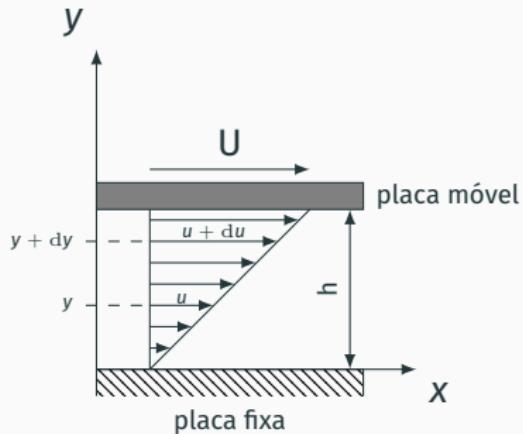


Figura 24: Fluido Newtoniano.

Unidades de viscosidade:

$$\eta = \frac{\tau}{\frac{U}{h}} = \frac{\text{Pa}}{\frac{\text{m s}^{-1}}{\text{m}}} = \text{Pas}$$

No sistema CGS (Poise):

$$1 \text{ P} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}$$

$$1 \text{ Pa s} = 10 \text{ P}$$

Propriedades dos Lubrificantes: Viscosidade cinemática

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\text{Pas}}{\text{kg m}^{-3}} = \text{m}^2 \text{s}^{-1}$$

Na prática é mais fácil medir a viscosidade cinemática do que a viscosidade dinâmica.

A **viscosidade** de um fluido varia com a temperatura, por isso quando indicamos um valor de viscosidade deveremos também indicar a temperatura para a qual foi medida.

Para óleos minerais e sintéticos, a viscosidade diminui com o

aumento da temperatura:

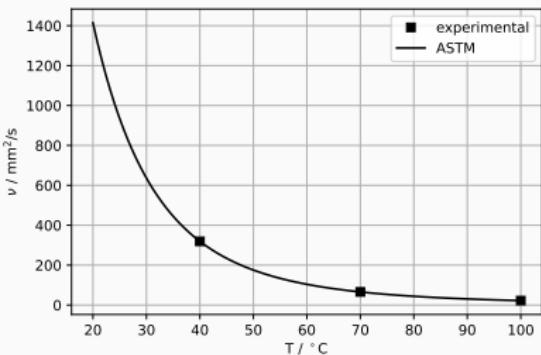
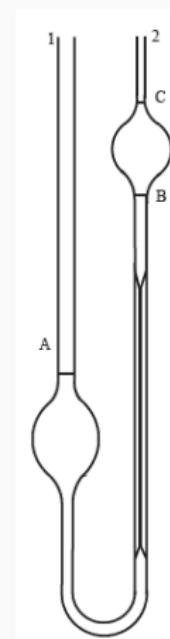


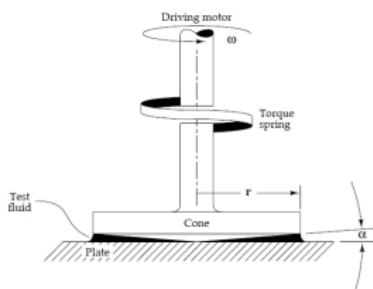
Figura 25: Viscosidade cinemática de um lubrificante mineral ISO VG 320.

| Sistema | Unidade | Designação |
|---------|--|------------|
| SI | $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ | - |
| SI | $\text{mm}^2 \text{s}^{-1}$ | - |
| CGS | $\text{St} = \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ | stoke |
| CGS | $\text{cSt} = \text{mm}^2 \text{s}^{-1}$ | centistoke |

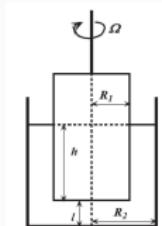
Medição de viscosidade



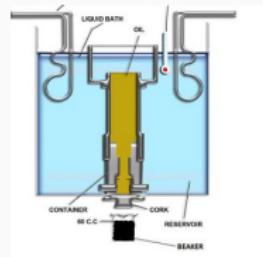
(a) Capilar
(Ostwald)



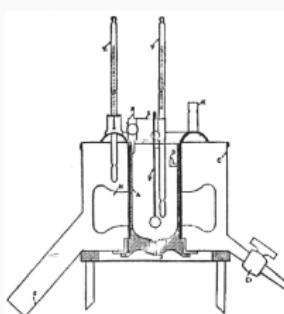
(c) Discos ou Cones



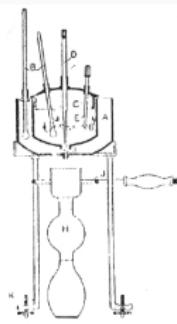
(b) Couette



(d) Saybolt (USA)



(e) Redwood (UK)



(f) Engler
(Europa)

Figura 26: Viscosímetros absolutos (a, b, c) e empíricos (d, e, f) [3, 8].

Variação da viscosidade com a temperatura

**Lei de MacCoull e Walther
(ASTM):**

$$\log \log (\nu + c) = -m \log T + n$$

$$\nu = -c + 10^{n-m \log T}$$

Lei de Vogel:

$$\nu = a \exp^{\frac{b}{T-c}}$$

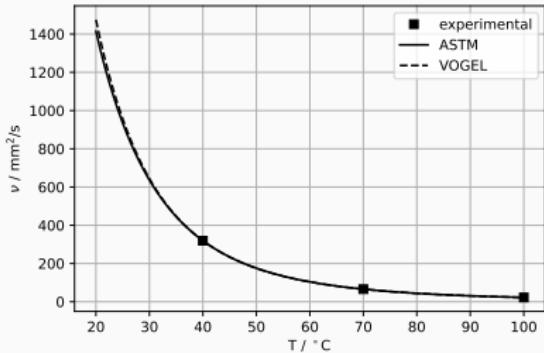


Figura 27: Viscosidade cinemática de um lubrificante mineral ISO VG 320.

A utilização da lei ASTM requer conhecer a viscosidade a 2 temperaturas.

A utilização da lei de Vogel requer conhecer a viscosidade a 3 temperaturas.

| T | temperatura do lubrificante | K |
|---------|-----------------------------|---------------------------------|
| c | 0.7 – óleo mineral | mm ² s ⁻¹ |
| m, n | constantes da lei ASTM | — |
| a, b, c | constantes da lei de Vogel | — |

Índice de Viscosidade

O **índice de viscosidade (VI)** é usado para caracterizar o comportamento da viscosidade-temperatura de óleos lubrificantes. Quanto menor o VI, mais a viscosidade é afetada pelas mudanças de temperatura.

$0 < VI < 100$ (**Dean e Davis**):

$$VI = \frac{L - U}{L - H} \times 100$$

U – viscosidade do óleo de interesse a 100° F;

Y – viscosidade do óleo de interesse a 210° F;

L – viscosidade do óleo nafténico de referência a 100° F;

H – viscosidade do óleo parafínico de referência a 100° F.

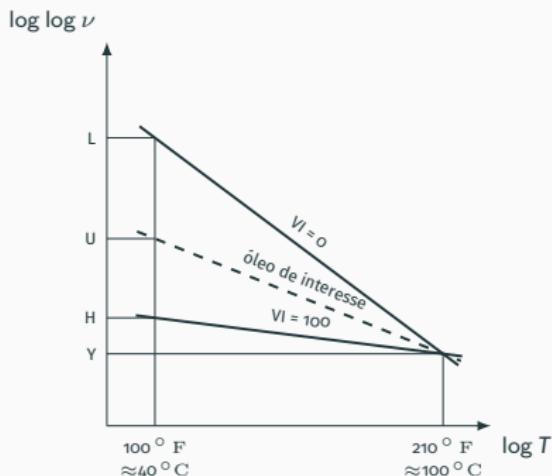


Figura 28: Determinação do índice de viscosidade.

Índice de Viscosidade

Os lubrificantes sintéticos tipicamente apresentam um índice de viscosidade superior a 100.

$VI > 100$:

$$VI = \frac{10^N - 1}{0.0075} + 100$$

$$N = \frac{\log H - \log U}{\log Y}$$

| v_{100} | L | H | v_{100} | L | H | v_{100} | L | H | v_{100} | L | H | v_{100} | L | H |
|-----------|--------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|-----------|-------|-------|
| 2.00 | 7.994 | 6.394 | 8.30 | 106.9 | 63.05 | 14.6 | 283.0 | 143.9 | 21.8 | 575.6 | 265.5 | 41.0 | 1.810 | 676.6 |
| 2.10 | 8.640 | 6.894 | 8.40 | 109.2 | 64.18 | 14.7 | 286.4 | 145.3 | 22.0 | 585.2 | 264.9 | 41.5 | 1.851 | 689.1 |
| 2.20 | 9.286 | 7.434 | 8.50 | 111.5 | 65.32 | 14.8 | 290.0 | 146.7 | 22.2 | 594.8 | 272.0 | 42.0 | 1.892 | 702.9 |
| 2.30 | 10.00 | 7.944 | 8.60 | 113.9 | 66.48 | 14.9 | 293.0 | 148.2 | 22.4 | 604.3 | 272.3 | 42.5 | 1.905 | 714.9 |
| 2.40 | 10.71 | 8.496 | 8.70 | 116.2 | 67.64 | 15.0 | 296.5 | 149.7 | 22.6 | 614.2 | 275.8 | 43.0 | 1.978 | 728.2 |
| 2.50 | 11.45 | 9.063 | 8.80 | 118.5 | 68.79 | 15.1 | 300.0 | 151.2 | 22.8 | 624.1 | 279.6 | 43.5 | 2.021 | 741.3 |
| 2.60 | 12.21 | 9.647 | 8.90 | 120.9 | 69.94 | 15.2 | 303.4 | 152.6 | 23.0 | 633.6 | 283.3 | 44.0 | 2.064 | 754.4 |
| 2.70 | 12.97 | 10.22 | 9.00 | 123.3 | 71.09 | 15.3 | 306.9 | 154.1 | 23.2 | 643.1 | 284.8 | 44.5 | 2.100 | 767.6 |
| 2.80 | 13.80 | 10.87 | 9.30 | 125.7 | 72.27 | 15.4 | 310.3 | 155.6 | 23.4 | 653.8 | 290.5 | 45.0 | 2.152 | 780.9 |
| 2.90 | 14.63 | 11.50 | 9.20 | 128.0 | 73.42 | 15.5 | 313.9 | 157.0 | 23.6 | 663.3 | 294.4 | 45.5 | 2.197 | 794.5 |
| 3.00 | 15.49 | 12.15 | 9.30 | 130.4 | 74.57 | 15.6 | 317.5 | 158.6 | 23.8 | 673.7 | 297.9 | 46.0 | 2.243 | 808.2 |
| 3.10 | 16.36 | 12.82 | 9.40 | 132.8 | 75.73 | 15.7 | 321.1 | 160.1 | 24.0 | 683.9 | 301.8 | 46.5 | 2.288 | 821.9 |
| 3.20 | 17.23 | 13.47 | 9.50 | 135.2 | 76.88 | 15.8 | 324.6 | 161.6 | 24.2 | 694.4 | 304.3 | 47.0 | 2.333 | 835.5 |
| 3.30 | 18.18 | 14.21 | 9.60 | 137.7 | 78.03 | 15.9 | 328.3 | 163.1 | 24.4 | 704.2 | 304.4 | 47.5 | 2.380 | 849.1 |
| 3.40 | 19.12 | 14.93 | 9.70 | 140.1 | 79.27 | 16.0 | 331.9 | 164.6 | 24.6 | 714.9 | 313.0 | 48.0 | 2.426 | 863.0 |
| 3.50 | 20.09 | 15.66 | 9.80 | 142.7 | 80.46 | 16.1 | 335.5 | 166.1 | 24.8 | 725.7 | 317.0 | 48.5 | 2.473 | 876.9 |
| 3.60 | 21.08 | 16.42 | 9.90 | 145.2 | 81.67 | 16.2 | 339.2 | 167.7 | 25.0 | 736.5 | 320.9 | 49.0 | 2.521 | 890.9 |
| 3.70 | 22.09 | 17.18 | 10.00 | 147.7 | 82.87 | 16.3 | 342.8 | 169.3 | 25.2 | 747.3 | 324.8 | 49.5 | 2.569 | 904.3 |
| 3.80 | 23.13 | 17.97 | 10.1 | 150.3 | 84.08 | 16.4 | 346.6 | 170.7 | 25.4 | 758.2 | 328.8 | 50.0 | 2.618 | 919.6 |
| 3.90 | 24.19 | 18.77 | 10.2 | 152.9 | 85.30 | 16.5 | 350.3 | 172.3 | 25.6 | 769.3 | 332.7 | 50.5 | 2.667 | 933.6 |
| 4.00 | 25.22 | 19.56 | 10.3 | 155.8 | 86.51 | 16.6 | 354.1 | 173.8 | 25.8 | 779.7 | 336.7 | 51.0 | 2.717 | 948.2 |
| 4.10 | 26.50 | 20.37 | 10.4 | 158.1 | 87.72 | 16.7 | 357.9 | 175.4 | 26.0 | 790.4 | 340.5 | 51.5 | 2.767 | 962.9 |
| 4.20 | 27.75 | 21.17 | 10.5 | 160.4 | 88.94 | 16.8 | 361.6 | 177.0 | 26.2 | 801.0 | 344.3 | 52.0 | 2.816 | 975.5 |
| 4.30 | 29.07 | 22.05 | 10.6 | 162.2 | 90.14 | 16.9 | 365.6 | 178.6 | 26.4 | 812.8 | 348.1 | 52.5 | 2.867 | 989.1 |
| 4.40 | 30.48 | 22.92 | 10.7 | 165.8 | 91.40 | 17.0 | 369.4 | 180.2 | 26.6 | 824.1 | 352.3 | 53.0 | 2.918 | 1.007 |
| 4.50 | 31.96 | 23.81 | 10.8 | 168.5 | 92.65 | 17.1 | 373.3 | 181.7 | 26.8 | 835.5 | 356.4 | 53.5 | 2.969 | 1.021 |
| 4.60 | 33.52 | 24.71 | 10.9 | 171.2 | 93.92 | 17.2 | 377.1 | 183.3 | 27.0 | 847.0 | 360.5 | 54.0 | 3.020 | 1.036 |
| 4.70 | 35.11 | 25.63 | 11.0 | 173.9 | 95.19 | 17.3 | 381.0 | 184.9 | 27.2 | 857.5 | 364.6 | 54.5 | 3.073 | 1.051 |
| 4.80 | 36.79 | 26.54 | 11.1 | 176.6 | 96.46 | 17.4 | 384.8 | 186.5 | 27.4 | 868.0 | 368.7 | 55.0 | 3.122 | 1.066 |
| 4.90 | 38.50 | 27.53 | 11.2 | 179.4 | 97.71 | 17.5 | 388.9 | 188.1 | 27.6 | 880.6 | 372.3 | 55.5 | 3.180 | 1.082 |
| 5.00 | 40.23 | 28.49 | 11.3 | 182.1 | 98.97 | 17.6 | 392.7 | 190.7 | 27.8 | 892.3 | 376.4 | 56.0 | 3.233 | 1.097 |
| 5.10 | 41.99 | 29.46 | 11.4 | 184.8 | 100.2 | 17.7 | 396.7 | 193.1 | 28.0 | 904.1 | 380.6 | 56.5 | 3.286 | 1.112 |
| 5.20 | 43.76 | 30.43 | 11.5 | 187.4 | 101.5 | 17.8 | 401.5 | 195.7 | 28.2 | 915.8 | 384.6 | 57.0 | 3.339 | 1.127 |
| 5.30 | 45.53 | 31.40 | 11.6 | 190.0 | 102.8 | 17.9 | 406.4 | 198.3 | 28.4 | 927.6 | 388.6 | 57.5 | 3.392 | 1.143 |
| 5.40 | 47.31 | 32.37 | 11.7 | 193.5 | 104.1 | 18.0 | 410.6 | 201.9 | 28.6 | 938.6 | 392.0 | 58.0 | 3.452 | 1.159 |
| 5.50 | 49.09 | 33.34 | 11.8 | 196.2 | 105.4 | 18.1 | 412.6 | 204.7 | 28.8 | 951.2 | 396.6 | 58.5 | 3.507 | 1.175 |
| 5.60 | 50.87 | 34.32 | 11.9 | 199.0 | 106.7 | 18.2 | 416.7 | 209.4 | 29.0 | 963.4 | 401.1 | 59.0 | 3.563 | 1.190 |
| 5.70 | 52.64 | 35.29 | 12.0 | 201.9 | 108.0 | 18.3 | 420.7 | 210.0 | 29.2 | 975.4 | 405.3 | 59.5 | 3.619 | 1.206 |
| 5.80 | 54.42 | 36.26 | 12.1 | 204.6 | 110.3 | 18.4 | 424.7 | 212.7 | 29.4 | 987.1 | 409.5 | 60.0 | 3.673 | 1.222 |
| 5.90 | 56.20 | 37.23 | 12.2 | 207.8 | 110.7 | 18.5 | 429.0 | 204.3 | 29.6 | 998.9 | 413.5 | 60.5 | 3.724 | 1.238 |
| 6.00 | 57.97 | 38.19 | 12.3 | 210.7 | 112.0 | 18.6 | 433.2 | 205.9 | 29.8 | 1.011 | 417.6 | 61.0 | 3.792 | 1.254 |
| 6.10 | 59.74 | 39.17 | 12.3 | 213.6 | 113.3 | 18.7 | 437.3 | 207.6 | 30.0 | 1.023 | 421.7 | 61.5 | 3.850 | 1.270 |
| 6.20 | 61.52 | 40.15 | 12.5 | 216.6 | 114.7 | 18.8 | 441.5 | 209.3 | 30.5 | 1.035 | 432.4 | 62.0 | 3.908 | 1.286 |
| 6.30 | 63.32 | 41.12 | 12.6 | 219.4 | 116.0 | 18.9 | 445.7 | 211.0 | 30.7 | 1.046 | 443.0 | 62.5 | 3.963 | 1.303 |
| 6.40 | 65.18 | 42.14 | 12.7 | 222.6 | 117.4 | 19.0 | 449.9 | 212.7 | 31.5 | 1.119 | 454.0 | 63.0 | 4.026 | 1.319 |
| 6.50 | 67.02 | 43.18 | 12.8 | 225.7 | 118.7 | 19.1 | 454.2 | 214.4 | 32.0 | 1.131 | 464.9 | 63.5 | 4.087 | 1.336 |
| 6.60 | 68.91 | 44.24 | 12.9 | 228.8 | 120.1 | 19.2 | 458.4 | 216.1 | 32.5 | 1.184 | 475.0 | 64.0 | 4.147 | 1.352 |
| 6.70 | 71.29 | 45.33 | 13.0 | 231.9 | 121.5 | 19.3 | 462.7 | 217.7 | 33.0 | 1.237 | 487.0 | 64.5 | 4.207 | 1.369 |
| 6.80 | 73.48 | 46.42 | 13.1 | 235.0 | 123.0 | 19.4 | 467.0 | 219.3 | 33.5 | 1.281 | 497.0 | 65.0 | 4.269 | 1.386 |
| 6.90 | 75.72 | 47.51 | 13.2 | 238.1 | 124.2 | 19.5 | 471.3 | 221.1 | 34.0 | 1.328 | 508.6 | 65.5 | 4.329 | 1.402 |
| 7.00 | 78.00 | 48.57 | 13.3 | 241.2 | 125.6 | 19.6 | 475.7 | 222.8 | 34.5 | 1.331 | 521.1 | 66.0 | 4.392 | 1.419 |
| 7.10 | 80.25 | 49.61 | 13.4 | 244.3 | 127.0 | 19.7 | 479.7 | 224.5 | 35.0 | 1.356 | 532.5 | 66.5 | 4.455 | 1.436 |
| 7.20 | 82.39 | 50.69 | 13.5 | 247.4 | 128.4 | 19.8 | 483.9 | 226.2 | 35.5 | 1.391 | 544.0 | 67.0 | 4.517 | 1.454 |
| 7.30 | 84.03 | 51.78 | 13.6 | 250.6 | 129.8 | 19.9 | 488.0 | 227.7 | 36.0 | 1.427 | 555.6 | 67.5 | 4.581 | 1.471 |
| 7.40 | 85.66 | 52.85 | 13.7 | 253.7 | 131.2 | 20.0 | 492.2 | 230.2 | 36.5 | 1.464 | 567.0 | 68.0 | 4.645 | 1.488 |
| 7.50 | 88.85 | 53.98 | 13.8 | 257.0 | 132.6 | 20.1 | 502.5 | 233.0 | 37.0 | 1.501 | 579.3 | 68.5 | 4.709 | 1.506 |
| 7.60 | 91.04 | 55.09 | 13.9 | 260.1 | 134.0 | 20.4 | 510.8 | 236.4 | 37.5 | 1.538 | 591.3 | 69.0 | 4.773 | 1.523 |
| 7.70 | 93.20 | 56.20 | 14.0 | 263.5 | 135.4 | 20.8 | 519.9 | 240.1 | 38.0 | 1.575 | 603.1 | 69.5 | 4.839 | 1.541 |
| 7.80 | 95.43 | 57.34 | 14.1 | 266.6 | 136.8 | 20.8 | 528.8 | 243.6 | 38.5 | 1.613 | 615.0 | 70.0 | 4.905 | 1.558 |
| 7.90 | 97.67 | 58.45 | 14.2 | 270.8 | 138.2 | 21.0 | 538.4 | 247.1 | 39.0 | 1.651 | 627.0 | 70.5 | 4.972 | 1.574 |
| 8.00 | 100.00 | 59.60 | 14.3 | 273.0 | 139.6 | 21.2 | 547.5 | 250.7 | 39.5 | 1.691 | 639.2 | | | |
| 8.10 | 102.3 | 60.74 | 14.4 | 276.3 | 141.0 | 21.4 | 556.7 | 254.2 | 40.0 | 1.730 | 651.8 | | | |
| 8.20 | 104.6 | 61.89 | 14.5 | 279.6 | 142.4 | 21.6 | 566.4 | 257.8 | 40.5 | 1.770 | 664.2 | | | |

Figura 29: Dados para determinação do índice de viscosidade.

Variação da viscosidade com a pressão

A viscosidade de um lubrificante aumenta com a pressão. A lei de Barus não deve ser usada para pressões superiores a 0.5 GPa:

$$\eta = \eta_0 \cdot \exp^{\alpha \cdot p}$$

O coeficiente de piezo-viscosidade α varia pouco com a pressão e pode ser determinado por:

$$\alpha = s \cdot v^t \times 10^{-9}$$

com $s = 1.390$ e $t = 0.9904$ para óleo mineral

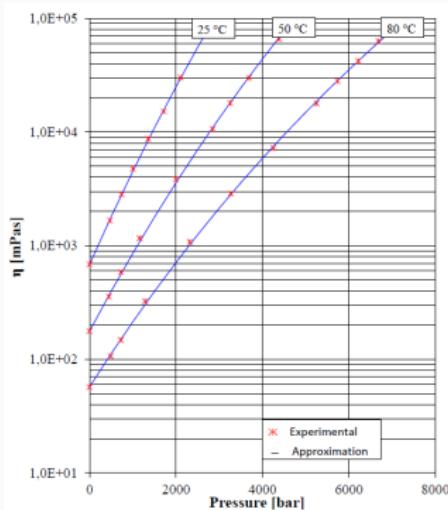


Figura 30: Variação da viscosidade com a pressão: óleo mineral ISO VG 320 + PAMAs.

| | | |
|----------|---|------------------|
| η | viscosidade dinâmica à pressão e temperatura de interesse | Pas |
| η_0 | viscosidade dinâmica à pressão atmosférica e temperatura de interesse | Pas |
| α | piezo-viscosidade | Pa^{-1} |
| p | pressão | Pa |

Variação da viscosidade com a velocidade de deformação

A velocidade de deformação calcula-se como:

$$\gamma = \frac{du}{dy} = \frac{U}{h} = \frac{\text{m s}^{-1}}{\text{m}} = \text{s}^{-1}$$

Se a viscosidade dinâmica do fluido depende da velocidade de deformação, diz-se que o fluido tem comportamento não Newtoniano.

Num fluido newtoniano, a viscosidade não se altera com o aumento da taxa de deformação.

Podemos ver que uma massa, por exemplo, não segue um comportamento Newtoniano.

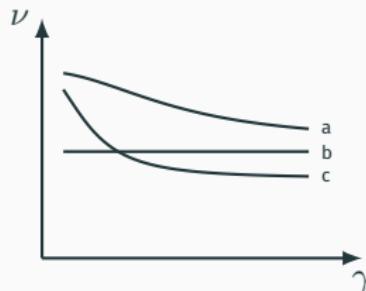


Figura 31: Viscosidade vs. velocidade de deformação: a) Massa, b) Fluido Newtoniano, c) Fluido não Newtoniano.

Graus de viscosidade

Sistemas de Classificação Normalizada dos graus de viscosidade de um lubrificante:
ISO, SAE, ASTM. Não avaliam a qualidade do óleo.

SAE (Society of Automotive Engineers)

- Óleos de Motor (Exemplos: 30; 5W; 5W30)
- Óleos de Transmissão (Exemplos: 90; 75W; 75W90)
- Estimativa da viscosidade do óleo a uma determinada temperatura

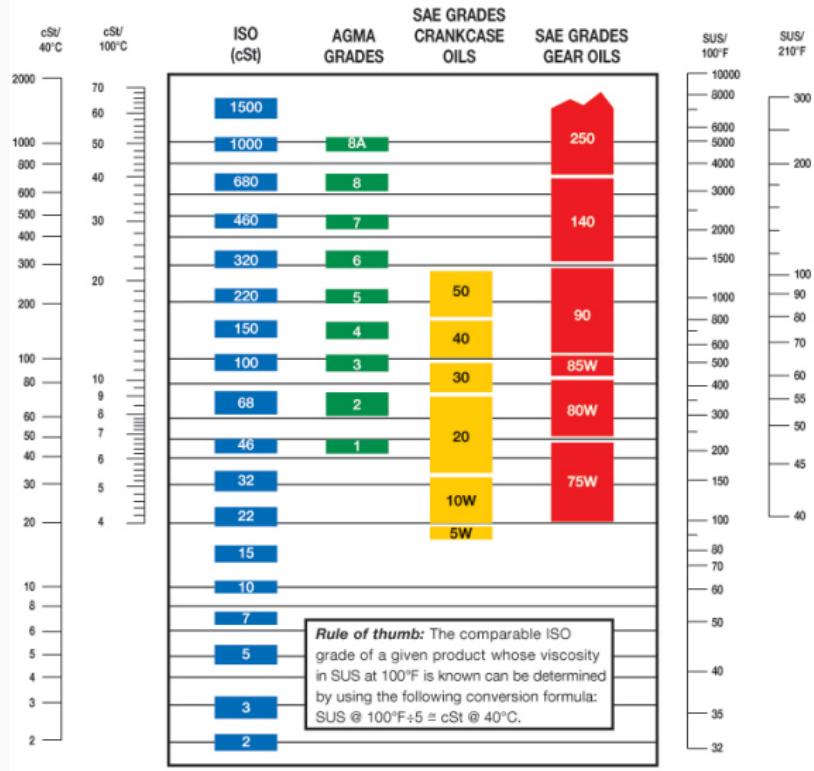
ISO (International Organization for Standardization)

- Lubrificantes industriais
- Sistema baseado na viscosidade cinemática do lubrificante a 40 °C
- Exemplo: ISO VG 150 (150 cSt a 40 °C)

AGMA (American Gear Manufacturers Association)

- Duas escalas: normal e EP (extrema pressão)
- Exemplo: AGMA 1 (equivalente a ISO VG 46);
- Exemplo: AGMA 4 EP (óleo para condições de extrema pressão equivalente a ISO VG 150)

Comparação de graus de viscosidade



Especificações de serviço

A especificação de serviço pretende dar uma classificação qualitativa de um lubrificante para uma dada aplicação.

API (American Petroleum Institute)

- Lubrificantes de motor:
 - Diesel C e F: CA, CB, CC, CD, CD-11, CE, CF, CF-2, CF-4, CG-4, **CH-4, CI-4, CJ-4, CK-4, FA-4**
 - Gasolina: SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SJ, **SL, SM, SN, SP**
- Lubrificantes de engrenagens:
 - **API GL-1, API GL-2, API GL-3, API GL-4, API GL-5, API GL-6**

ACEA (European Automobile Manufacturers Association)

- Gasolina e Diesel: A1/B1, A3/B3, A3/B4, A5/B5
- Motores com catalisador: C1, C2, C3, C4, C5
- Motores Diesel “Heavy Duty”: E4, E6, E7, E8, E9

Propriedades dos Lubrificantes: massa volúmica

A variação da massa volúmica com a temperatura é linear e pouco significativa:

$$\rho = \rho_0 + \rho_0 \cdot \alpha_t \cdot (\theta_0 - \theta)$$

A variação da massa volúmica com a pressão (em GPa) é muito significativa:

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0.6 \cdot p}{1 + 1.7 \cdot p} \right)$$

A gravidade específica $sg = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$ é a relação existente entre a massa de um determinado volume de óleo e a massa de igual volume de água, à mesma temperatura. A temperatura de referência é geralmente $15.6^\circ C$ ($60^\circ F$).

A massa volúmica típica de um lubrificante de origem mineral é 900 kg m^{-3} que corresponde a uma gravidade específica próxima de 0.9.

Propriedades térmicas dos Lubrificantes

O **calor específico** c_p varia linearmente com a temperatura ($\theta/^\circ\text{C}$):

$$c_p = \frac{1000 \times (1.63 + 0.0034 \times \theta)}{\sqrt{\rho}}$$

O calor específico dos hidrocarbonetos minerais e sintéticos varia entre 1882 J/(kgK) a 0 °C e 3263 J/(kgK) a 400 °C.

A **condutividade térmica** k varia linearmente com a temperatura ($\theta/^\circ\text{C}$):

$$k = \frac{0.12 \times \left(1 - \frac{0.005}{3} \times \theta\right)}{sg}$$

A condutividade térmica dos hidrocarbonetos líquidos varia entre 0.14 W/(mK) a 0 °C e 0.11 W/(mK) a 400 °C.

Propriedades dos Lubrificantes

Ponto de Inflamação

Temperatura mínima à qual o óleo libera à sua superfície uma concentração suficiente de vapores para se inflamarem fugazmente quando se aproxima uma chama livre.

Ponto de Combustão

Temperatura mínima à qual os vapores libertados pelo óleo são suficientes para manterem uma combustão permanente.

Ponto de Escorrimento ou Congelação

É a temperatura mais baixa a que o óleo escorre ou flui quando arrefecido em determinadas condições.

Depende da velocidade de arrefecimento, da agitação mecânica e, também, do tipo de óleo.

Temos como valores habituais para óleos minerais: -7°C a -18°C , podendo-se encontrar valores mais baixos para óleos sintéticos.

Princípios da Lubrificação

A **lubrificação** é um capítulo da **Tribologia** que se interessa pelos contactos nos quais se intercala um filme fluido viscoso entre as superfícies.

Parâmetros a determinar:

- a carga que pode suportar o contacto;
- o débito de fluido necessário ao funcionamento do mecanismo;
- a força ou o binário de atrito;
- a energia dissipada do mecanismo;
- a temperatura máxima no contacto.

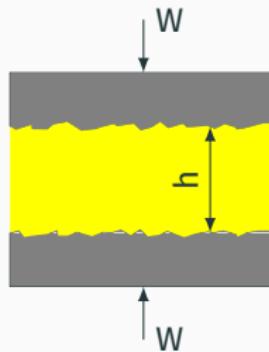


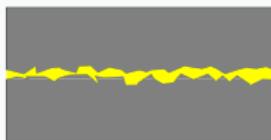
Figura 32: Contacto lubrificado.

Regimes de Lubrificação

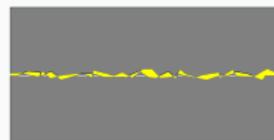
| Tipo de Lubrificação | Pressão / MPa | $h / \mu\text{m}$ | Λ |
|------------------------|---------------|-------------------|-----------|
| · hidrodinâmica | <500 | ≈ 25 | 5 a 100 |
| · hidroestática | | ≈ 250 | |
| · elasto-hidrodinâmica | >500 | >1 | 1 a 10 |
| · lubrificação limite | | <1 | <1 |
| · sólida | | | |



filme completo EHD
hidrodinâmica



filme misto EHD



filme limite EHD
sólida

Figura 33: Regimes de Lubrificação.

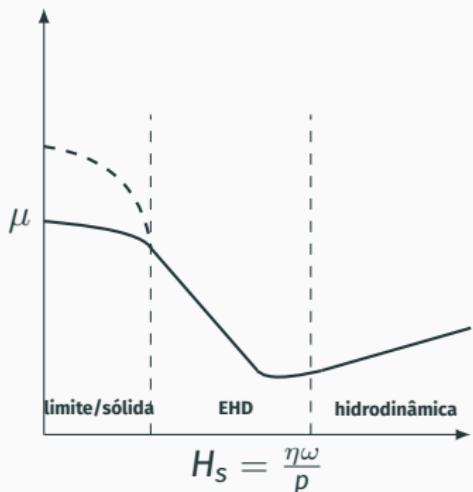
Parâmetro de Tallian [9]: $\Lambda = \frac{h}{\sigma}$

$$\sigma = \sqrt{{R_{q_1}}^2 + {R_{q_2}}^2}$$

| | | |
|-----------|-------------------------------|---------------|
| Λ | espessura específica de filme | - |
| h | espessura de filme | μm |
| σ | rugosidade composta | μm |

Curva de Stribeck

Uma ferramenta útil para entender o papel dos diferentes regimes de lubrificação é a **curva de Stribeck**.



Ordenadas: **coeficiente de atrito**

Abcissas: **parâmetro de Hersey:**

$$H_s = \frac{\eta \cdot \omega}{p}$$

| | | |
|----------|-----------------------|---------------------|
| η | viscosidade dinâmica | Pa s |
| ω | velocidade angular | rad s ⁻¹ |
| p | pressão | Pa |
| μ | coeficiente de atrito | - |

Figura 34: Curva de Stribeck [10].

Introdução às Leis da Lubrificação

Equação de Navier-Stokes

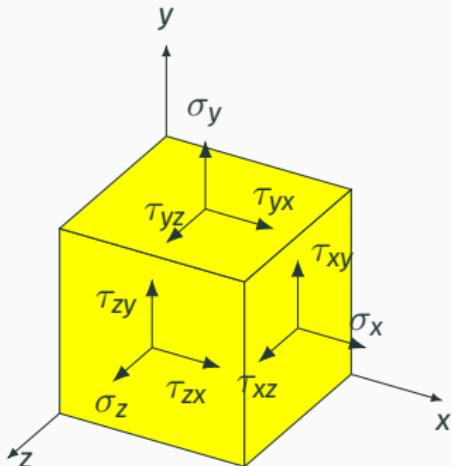


Figura 35: Tensões nas faces do elemento de fluido.

Forças de superfície:

1. Pelo equilíbrio de momentos:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

2. pressão hidrostática p é considerada a média das tensões normais:

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = -3p$$

3. a magnitude das tensões de corte depende da taxa de distorção do fluido:

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

η – viscosidade dinâmica Pa s

Equação de Navier-Stokes

4. Magnitude das tensões normais:

$$\sigma_i = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

sendo:

$$\xi_a = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

λ_a – coeficiente de viscosidade

5. Escrevendo a magnitude de cada componente de tensão normal:

$$\sigma_x = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_y = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\sigma_z = -p + \lambda_a \xi_a + 2\eta \frac{\partial w}{\partial z}$$

substituindo em (2):

$$-3p + 3\lambda_a \xi_a + 2\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -3p$$

$$3\lambda_a \xi_a + 2\eta \xi_a = 0$$

Então podemos escrever o segundo termo de viscosidade λ_a como sendo dependente da viscosidade dinâmica:

$$\lambda_a = -\frac{2\eta}{3}$$

$$\sigma_i = -p - \frac{2\eta}{3} \xi_a + 2\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

$$\tau_{ij} = \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ com } \tau_{ij} = \tau_{ji}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_i}{\partial x_i} dx dy dz \\ \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dx dy dz \end{cases}$$

Equação de Navier-Stokes

Forças de volume:

A força necessária para acelerar o corpo pode ser externa.

Considerando a força por unidade de massa X_a , Y_a e Z_a :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_a \rho dx dy dz \\ Y_a \rho dx dy dz \\ Z_a \rho dx dy dz \end{array} \right.$$

Forças de inércia:

A variação no campo de velocidades $u = f(x, y, z, t)$ que ocorre no tempo dt é:

$$du = \frac{\partial u}{\partial t} dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$$

Quando $dt \rightarrow 0$, $dx / dt = u$, $dy / dt = v$ e $dz / dt = w$, então:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}$$

Logo a força de inércia devida às componentes da velocidade:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{du}{dt} dx dy dz \\ \rho \frac{dv}{dt} dx dy dz \\ \rho \frac{dw}{dt} dx dy dz \end{array} \right.$$

Equação de Navier-Stokes

Equilíbrio dinâmico

Há agora a necessidade de escrever a equação do equilíbrio dinâmico das forças de **superfície, volume e inércia**. Podemos eliminar o termo comum $dx dy dz$:

$$\begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = \rho X_a + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \\ \rho \frac{dv}{dt} = \rho Y_a + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \\ \rho \frac{dw}{dt} = \rho Z_a + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = \rho X_a - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\eta \xi_a) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ \rho \frac{dv}{dt} = \rho Y_a - \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\eta \xi_a) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ \rho \frac{dw}{dt} = \rho Z_a - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\eta \xi_a) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \end{cases}$$

Se a viscosidade for constante $\eta = \eta_0$:

$$\begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = \rho X_a - \frac{\partial p}{\partial x} + \eta_0 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\eta_0}{3} \frac{\partial \xi_a}{\partial x} \\ \rho \frac{dv}{dt} = \rho Y_a - \frac{\partial p}{\partial y} + \eta_0 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\eta_0}{3} \frac{\partial \xi_a}{\partial y} \\ \rho \frac{dw}{dt} = \rho Z_a - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta_0 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\eta_0}{3} \frac{\partial \xi_a}{\partial z} \end{cases}$$

Aula 3

Sumário

1. Equação de Reynolds 58
2. Casos elementares de força de sustentação 67
3. Patins hidrodinâmicos infinitamente longos 69

Equação de Reynolds

Considerações para a equação de Reynolds:

- meio contínuo
- fluido Newtoniano
- escoamento laminar
- forças de inércia desprezadas
- não há escorregamento entre o fluido e paredes do contacto
- espessura do filme é muito pequena em comparação com as dimensões do contacto

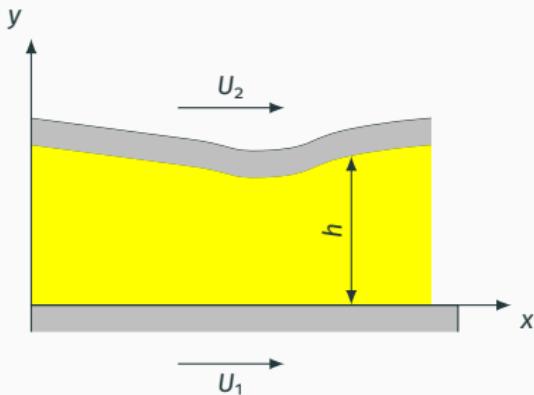


Figura 36: Escoamento - vista no plano xy .

Derivação a partir das equações de Navier-Stokes sendo mantidos apenas os termos de ordem 1 e das equações de continuidade.

Ver também derivação a partir das equações de equilíbrio de um volume de controlo e princípio de conservação da massa [5].

Equação de Reynolds

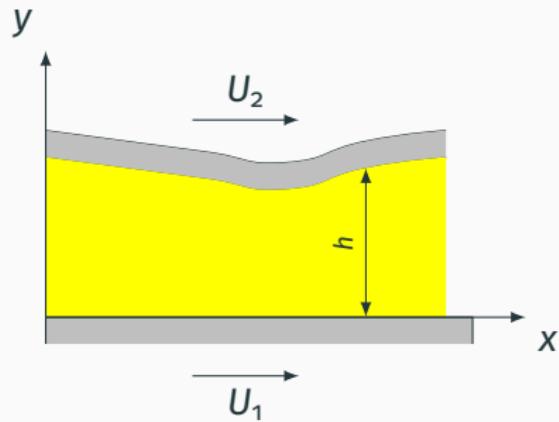


Figura 37: Escoamento - vista no plano xy.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

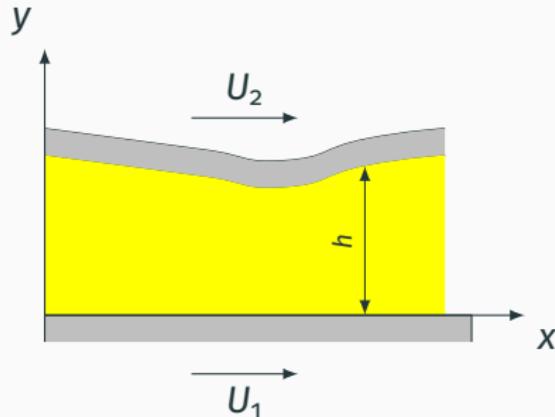
Integrando e considerando \tilde{A} e \tilde{C} constantes de integração:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{y}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tilde{A}}{\eta}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{y}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{C}}{\eta}$$

A viscosidade do filme pode variar significativamente ao longo da altura do filme lubrificante (y) devido a gradientes térmicos. Uma solução satisfatória em grande parte das aplicações será considerar η como sendo a viscosidade média do filme.

Equação de Reynolds



integração:

$$u = \frac{y^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tilde{A}y}{\eta} + \tilde{B}$$

$$w = \frac{y^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{C}y}{\eta} + \tilde{D}$$

Para $y = 0$, $u = U_1$ e $w = W_1$

$$\tilde{B} = U_1$$

$$\tilde{D} = W_1$$

Para $y = h$, $u = U_2$ e $w = W_2$

$$U_2 = \frac{h^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tilde{A}h}{\eta} + U_1$$

$$\tilde{A} = \eta \frac{U_2 - U_1}{h} - \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$W_2 = \frac{h^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{C}h}{\eta} + W_1$$

$$\tilde{C} = \eta \frac{W_2 - W_1}{h} - \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial z}$$

Figura 38: Escoamento - vista no plano xy .

O campo de velocidades com \tilde{B} e \tilde{D} como constantes de

Equação de Reynolds

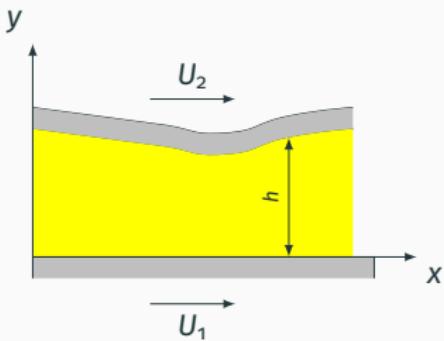


Figura 39: Escoamento - vista no plano xy .

Substituindo \tilde{A} e \tilde{C} nos gradientes da velocidade:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \left(\frac{2y-h}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{U_2 - U_1}{h}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{2y-h}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{W_2 - W_1}{h}$$

Substituindo \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} e \tilde{D} nos campos de velocidade:

$$u = -y \left(\frac{h-y}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + U_1 \frac{h-y}{h} + U_2 \frac{y}{h}$$

$$w = -y \left(\frac{h-y}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial z} + W_1 \frac{h-y}{h} + W_2 \frac{y}{h}$$

O caudal volêmico por unidade de comprimento será então:

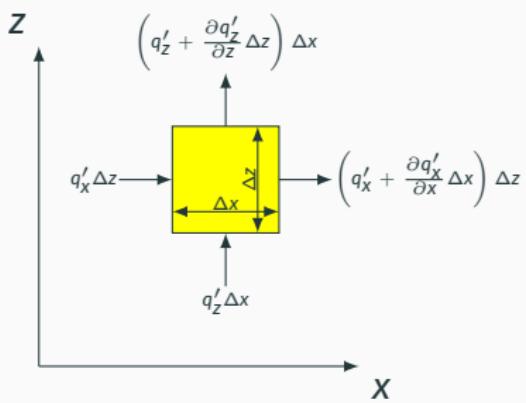
$$q'_x = \int_0^h u dy$$

$$q'_z = \int_0^h w dy$$

$$q'_x = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + h \frac{U_1 + U_2}{2}$$

$$q'_z = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + h \frac{W_1 + W_2}{2}$$

Equação de Reynolds



$$q'_x = \int_0^h u dy$$

$$q'_z = \int_0^h w dy$$

$$q'_x = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + h \frac{U_1 + U_2}{2}$$

$$q'_z = -\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + h \frac{W_1 + W_2}{2}$$

Conservação de massa:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) = -\frac{\partial \rho q'_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho q'_z}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) = \rho \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = V_2 - V_1 - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$\rho \left(V_2 - V_1 - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \right) + h \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho q'_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho q'_z}{\partial z} = 0$$

$$0 = \rho \left(V_2 - V_1 - U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - W_2 \frac{\partial h}{\partial z} \right) + h \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + \rho h \frac{U_1 + U_2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} + \rho h \frac{W_1 + W_2}{2} \right)$$

Equação de Reynolds

Equação de Reynolds

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right)}_{\text{Poiseuille}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h \frac{U_1 + U_2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h \frac{W_1 + W_2}{2} \right)}_{\text{Couette}}$$
$$\underbrace{-\rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + \rho (V_2 - V_1) +}_{\text{Esmagamento}} \underbrace{h \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{Expansão local}}$$

Equação de Reynolds (forma alternativa)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} +$$
$$6\rho h \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) + 6\rho h \frac{\partial}{\partial z} (W_1 + W_2) + 12\rho(V_2 - V_1) + 12h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

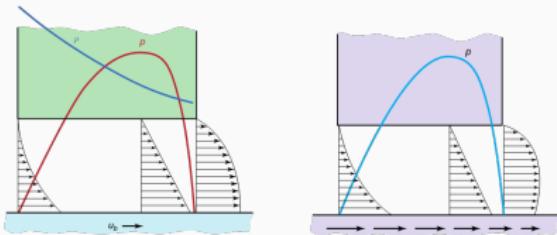
Equação de Reynolds: identificação dos termos

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}_{\text{Poiseuille}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h \frac{U_1 + U_2}{2} \right)}_{\text{Couette}} - \underbrace{\rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \rho (V_2 - V_1)}_{\text{Esmagamento}} + \underbrace{h \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{Expansão local}}$$

Poiseuille descreve o caudal devido a gradientes de pressão no lubrificante.

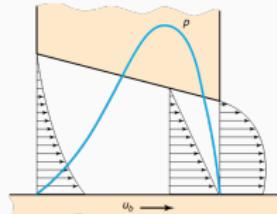
Couette decompõe-se em três ações distintas:

- Cunha de densidade, $h \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \rho}{\partial x}$
- Estiramento, $\frac{\rho h}{2} \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2)$
- Cunha física, $\rho \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial h}{\partial x}$



(a) Cunha de densidade

(b) Estiramento



(c) Cunha física

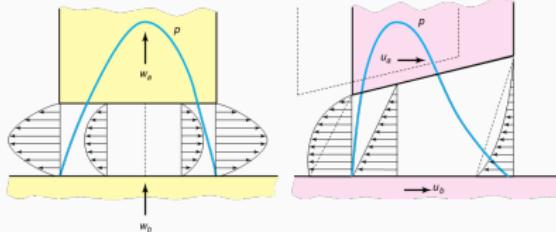
Figura 41: Termos de Couette [4].

Equação de Reynolds: identificação dos termos

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}_{\text{Poiseuille}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h \frac{U_1 + U_2}{2} \right)}_{\text{Couette}} - \underbrace{\rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + \rho (V_2 - V_1)}_{\text{Esmagamento}} + \underbrace{h \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{Expansão local}}$$

Esmagamento O esmagamento decompõe-se em duas componentes:

- Normal, $\rho (V_2 - V_1)$ ou $\rho (W_a - W_b)$
- Transporte, $-\rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x}$



(a) Normal

(b) Transporte

Figura 42: Esmagamento [4].

Expansão local Deve-se à variação local da densidade com o tempo. Normalmente é desprezado.

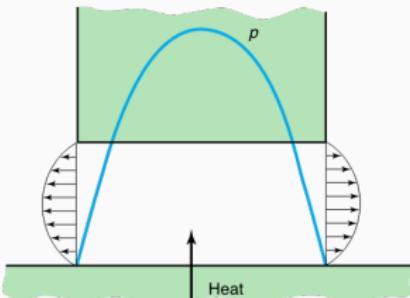


Figura 43: Expansão local [4].

Simplificações da equação de Reynolds

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h \frac{U_1+U_2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h \frac{W_1+W_2}{2} \right) - \rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} - \rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} + \rho (V_2 - V_1) + h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

| Condição | Simplificação |
|---|--|
| Paredes impermeáveis e efeito de esmagamento nulo | $V_2 = 0$ |
| Altura do filme constante em x e z | $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$ $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = h^3 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right)$ $\frac{\partial h}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = h^3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right)$ |
| Viscosidade constante em x e z | $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{12\eta} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right)$ $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{12\eta} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right)$ |
| Superfícies imóveis | $-\rho U_2 \frac{\partial h}{\partial x} = 0$ e $\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h \frac{U_1+U_2}{2} \right) = 0$ $-\rho W_2 \frac{\partial h}{\partial z} = 0$ e $\frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h \frac{W_1+W_2}{2} \right) = 0$ |
| Chumaceira “infinitamente” longa | $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \approx 0$ |
| Chumaceira “infinitamente” curta | $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \approx 0$ |
| Lubrificante incompressível | ρ desaparece da equação |
| Lubrificação a gás | ρ é substituído por $\rho(p)$ |

Casos Elementares: superfícies paralelas

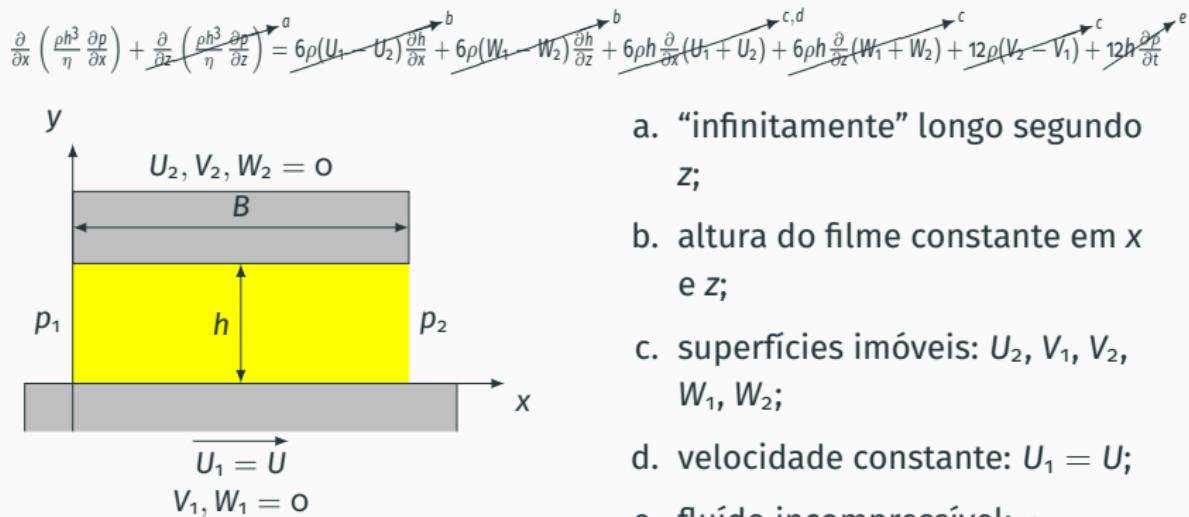


Figura 44: Superfícies paralelas.

$$\boxed{\frac{d^2 p}{dx^2} = 0}$$

$$\frac{dp}{dx} = C_1 \Rightarrow p(x) = C_1 \cdot x + C_2$$

$$\text{Se } p_1 = p_2, \frac{dp}{dx} = 0, C_1 = 0$$

$$\text{Se } p_1 \neq p_2, \frac{dp}{dx} = \frac{p_2 - p_1}{B}$$

Uma chumaceira de deslizamento de superfícies paralelas não desenvolve pressão.

Casos Elementares: efeito de esmagamento

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6\rho h \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) + 6\rho h \frac{\partial}{\partial z} (W_1 + W_2) + 12\rho(V_2 - V_1) + 12h \frac{\partial p}{\partial t}$$

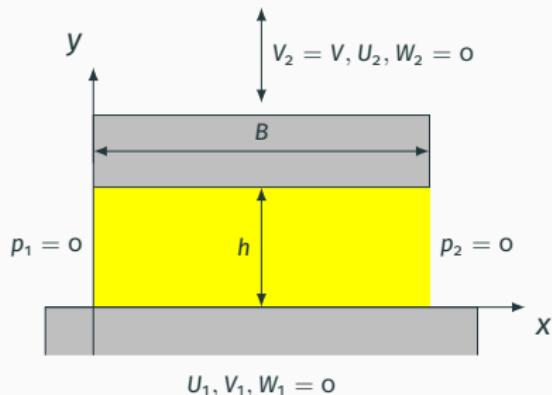


Figura 45: Superfícies paralelas: efeito do esmagamento.

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{12\eta}{h^3} \cdot V$$

- a. “infinitamente” longo segundo Z ;
- b. espessura de filme constante em x e z ;
- c. superfícies imóveis: U_1, U_2, V_1, W_1, W_2 ;
- d. fluído incompressível: ρ constante;

$$p(x) = \frac{6\eta}{h^3} \cdot V \cdot x^2 + C_1 \cdot x + C_2$$

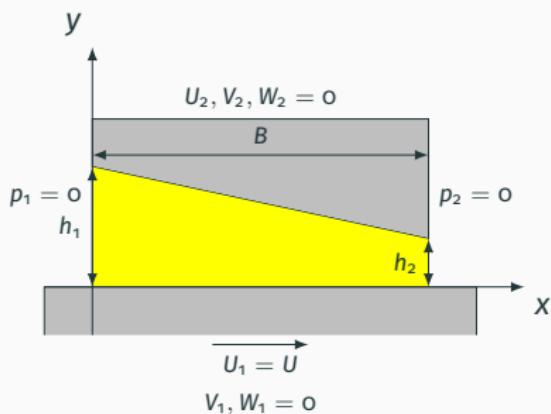
Para $x = 0$ e $x = B$, se $p_1 = p_2 = 0$:

$$C_1 = -\frac{6\eta \cdot V \cdot B}{h^3} \text{ e } C_2 = 0$$

$$p(x) = \frac{6\eta}{h^3} \cdot V \cdot (x^2 - B \cdot x)$$

Patim hidrodinâmico inclinado

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6ph \frac{\partial}{\partial x}(U_1 + U_2) + 6ph \frac{\partial}{\partial z}(W_1 + W_2) + 12\rho(V_2 - V_1) + 12h \frac{\partial p}{\partial t}$$



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x}$$

- “infinitamente” longo segundo z ;
- espressura de filme constante segundo z ;
- superfícies imóveis: U_2, V_1, V_2, W_1, W_2 ;
- velocidade constante: $U_1 = U$;
- fluído incompressível: ρ constante;

Figura 46: Patim hidrodinâmico infinitamente longo.

Patim de Rayleigh

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\rho(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6\rho(W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6\rho h \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) + 6\rho h \frac{\partial}{\partial z} (W_1 + W_2) + 12\rho(V_2 - V_1) + 12h \frac{\partial p}{\partial t}$$

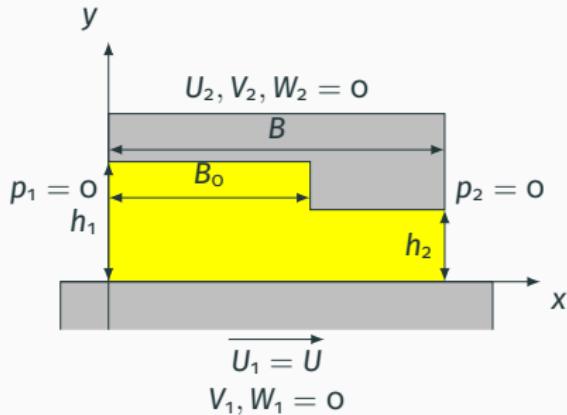


Figura 47: Patim de Rayleigh infinitamente longo.

a. “infinitamente” longo segundo z ;

b. espessura de filme constante segundo x e z (em cada zona);

c. superfícies imóveis: U_2, V_1, V_2, W_1, W_2 ;

d. fluído incompressível: ρ constante;

Zona 1 ($0 \leq x < B_0$):

$$\frac{dp}{dx} = C_1 \Rightarrow p(x) = C_1 \cdot x + C_2$$

Zona 2 ($B_0 < x \leq B$):

$$\frac{dp}{dx} = C_3 \Rightarrow p(x) = C_3 \cdot x + C_4$$

A igualdade de pressão no degrau:

$$C_1 \cdot B_0 = C_3 \cdot (B_0 - B)$$

A imposição da igualdade de caudais permite determinar as constantes de integração.

$$\boxed{\frac{d^2 p}{dx^2} = 0}$$

Influência do tipo de cunha

Existem diversas formas de cunha (ver [5]) e cunhas articuladas;

Todos os exemplos mostrados consideram a existência de um comprimento infinito segundo z;

Cunha de comprimento finito:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\eta U \frac{\partial h}{\partial x}$$

Equação de derivadas parciais de 2^a ordem de tipo elíptico: não admite soluções analíticas na grande maioria dos casos;

Os métodos numéricos, nomeadamente o Método das Diferenças Finitas apresenta bons resultados para este problema - ver quadro em [5].

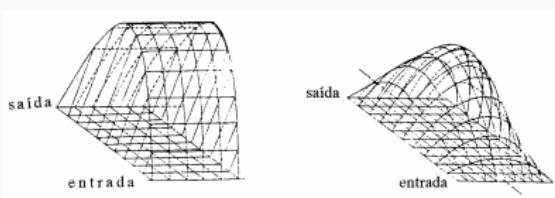


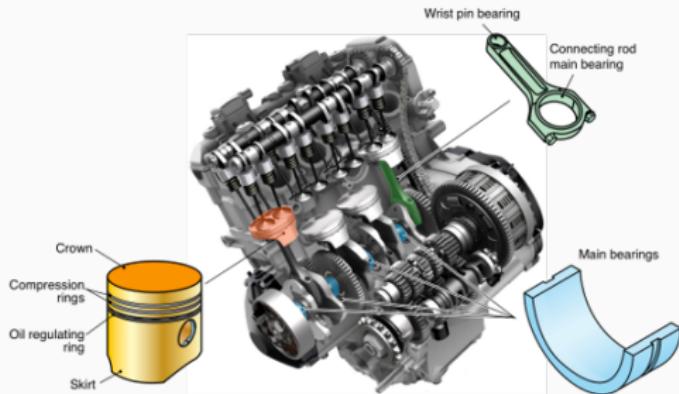
Figura 48: Largura infinita vs. largura finita.

Aula 4

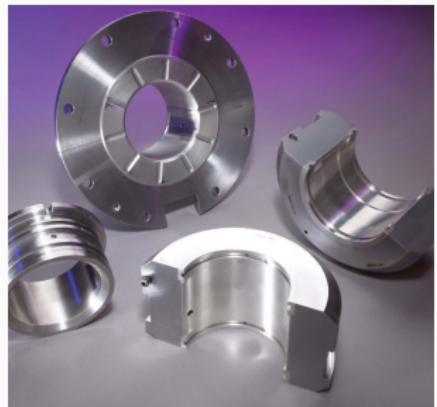
Sumário

| | |
|--|----|
| 1. Chumaceiras radiais hidrodinâmicas | 73 |
| 2. Chumaceira radial infinitamente longa | 78 |
| 3. Chumaceira radial infinitamente curta | 82 |
| 4. Chumaceira radial de comprimento finito | 83 |

Chumaceiras radiais



(a) Motor de combustão interna



(b) Componentes de uma chumaceira radial

Figura 49: Chumaceiras radiais [4].

Chumaceiras radiais: nomenclatura

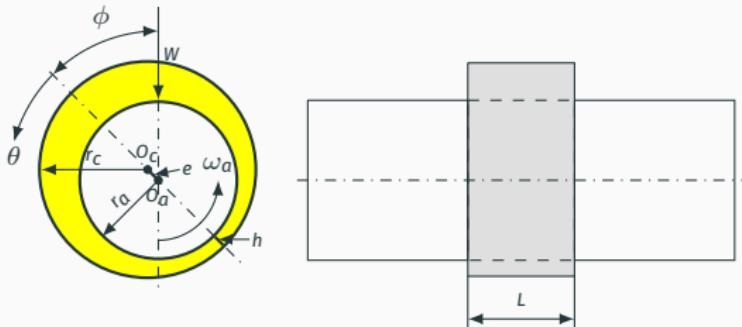


Figura 50: Chumaceira radial.

| | | |
|--|---------------------------------------|---------------------|
| r_c | raio do casquilho | m |
| r_a | raio do veio | m |
| ω_a | velocidade angular do veio | rad s^{-1} |
| L | largura da chumaceira | m |
| $\epsilon = \frac{e}{c}$ | excentricidade relativa (entre 0 e 1) | - |
| $e = \overline{O_a O_c}$ | excentricidade | m |
| $c = r_c - r_a$ | folga radial | m |
| $h = c \cdot (1 + \epsilon \cdot \cos \theta)$ | espessura de filme | m |
| $V = \omega_a \cdot r_a$ | velocidade linear | m s^{-1} |

Chumaceiras radiais: arranque e procedimento de cálculo

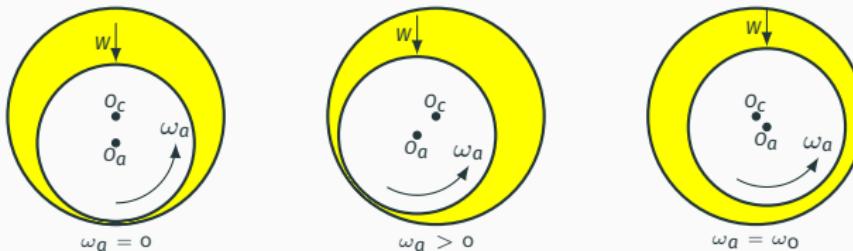


Figura 51: Arranque de uma chumaceira radial.

Cálculo dividido em 4 partes:

1. aplicação da equação de Reynolds ao mecanismo lubrificado a estudar;
2. aplicação da equação para o cálculo da espessura do filme lubrificante;
3. definição das condições fronteira da pressão;
4. resolução das equações e cálculo do desempenho do mecanismo.

Chumaceira radial planificada e equação de Reynolds

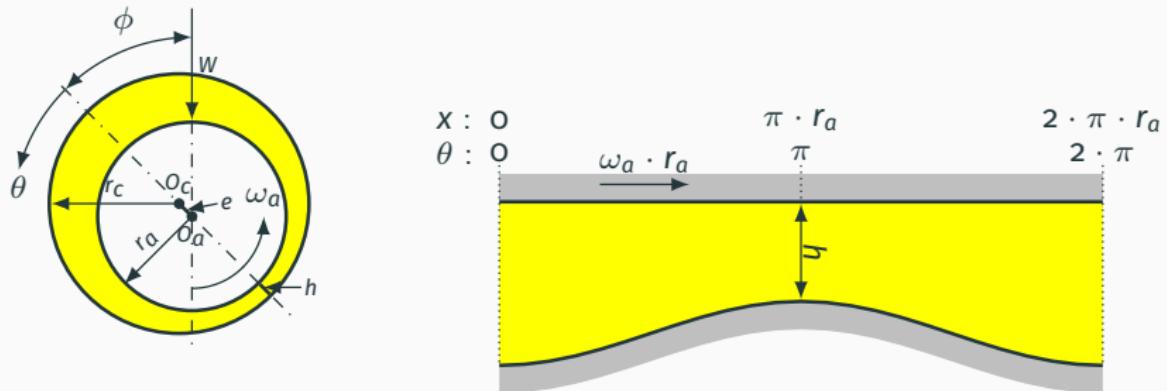


Figura 52: Chumaceira radial planificada.

Equação de Reynolds para um fluido isoviscoso em regime permanente com $V = \omega_a \cdot r_a$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6V\eta \frac{\partial h}{\partial x}$$

Soluções da Equação de Reynolds

Chumaceiras “infinitamente” longas

$$\frac{L}{D} > 4$$

Solução de Sommerfeld, Solução de Gumbel

Chumaceiras “infinitamente” curtas

$$\frac{L}{D} < \frac{1}{6}$$

Solução de DuBois e Ocvirk

Chumaceiras de comprimento finito

Equação de derivadas parciais de 2^a ordem de tipo elíptico: não admite soluções analíticas na grande maioria dos casos.

Solução recorrendo a analogia elétrica; métodos variacionais; métodos numéricos como método das diferenças finitas e método dos elementos finitos

Chumaceira radial infinitamente longa

É considerada uma chumaceira infinitamente longa quando: $\frac{L}{D} > 4$.
Hamrock [4] sugere $\frac{L}{D} > 2$.

Nestas situações, pode-se assumir que não existe gradiente de pressão na direção axial e a equação de Reynolds reduz-se a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6V\eta \frac{\partial h}{\partial x}$$

Em coordenadas polares $r_a d\theta = dx$:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6r_a V\eta \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

Chumaceira radial infinitamente longa: Solução de Sommerfeld

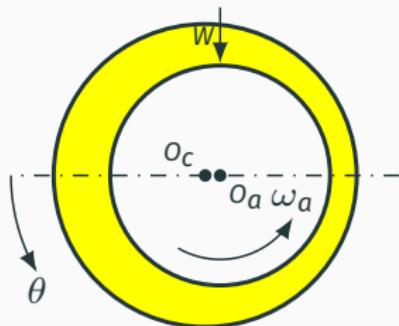


Figura 53: Condições de fronteira de Sommerfeld.

A solução de Sommerfeld (“Full Sommerfeld Solution”) [4] baseia-se nas seguintes condições de fronteira:

$$p(\theta = 0) = 0$$

$$p(\theta = 2\pi) = 0$$

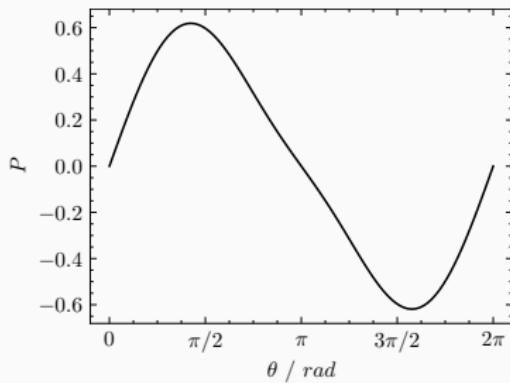


Figura 54: Solução de Sommerfeld.

$$p = p_0 + \frac{6\eta_0 \omega_a (r_a/c)^2 \epsilon \sin \theta (2 + \epsilon \cos \theta)}{(2 + \epsilon^2)(1 + \epsilon \cos \theta)^2}$$

Campo de pressão adimensional:

$$P = \frac{p - p_0}{\eta_0 \omega_a} \left(\frac{c}{r_a} \right)^2$$

Chumaceira radial infinitamente longa: Solução de Gumbel

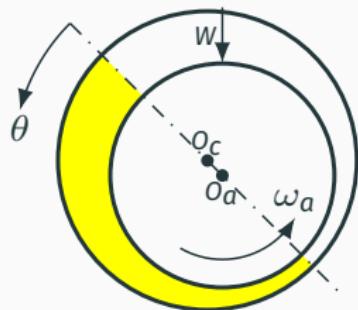


Figura 55: Condições de pressão de Gumbel.

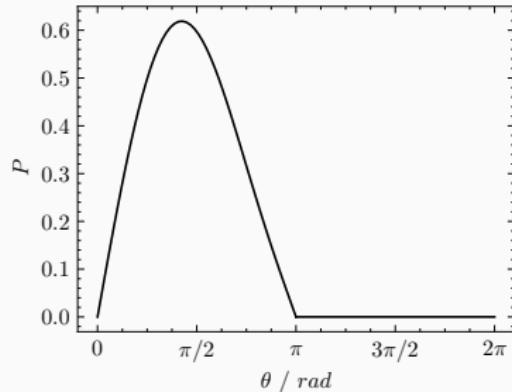


Figura 56: Solução de Gumbel.

A solução de Gumbel (“Half Sommerfeld Solution”) [4] baseia-se nas seguintes condições de fronteira:

$$p(\theta = 0) = 0$$

$$p(\theta = \pi) = 0$$

$$p = p_0 + \frac{6\eta_0\omega_a(r_a/c)^2\epsilon \sin \theta(2+\epsilon \cos \theta)}{(2+\epsilon^2)(1+\epsilon \cos \theta)^2}$$

Campo de pressão adimensional:

$$P = \begin{cases} \frac{p-p_0}{\eta_0\omega_a} \left(\frac{c}{r_a}\right)^2, & \theta \in [0, \pi] \\ 0, & \theta \in [\pi, 2\pi] \end{cases}$$

Chumaceira radial infinitamente longa: Condições de Reynolds

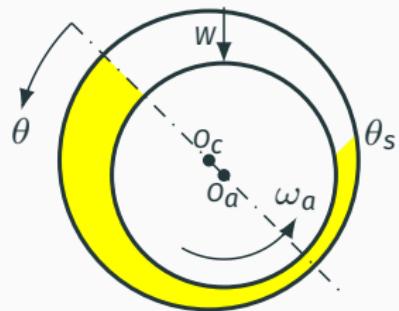


Figura 57: Condições de Reynolds.

A solução de Sommerfeld pressupõe a existência de pressão negativa na chumaceira, não verificável na prática.

A solução de Gumbel viola a

condição de continuidade do caudal mássico no divergente da chumaceira.

As condições de fronteira de Reynolds permitem resolver estes problemas:

$$p(\theta = 0) = 0$$

$$p(\theta = \theta_s) = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial \theta}(\theta = \theta_s) = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}(\theta = \theta_s) = 0$$

$$p(\theta) = 0 \quad \forall \theta \in [\theta_s, 2\pi]$$

Chumaceira radial infinitamente curta

É considerada uma chumaceira infinitamente curta quando: $\frac{L}{D} < \frac{1}{6}$. Hamrock [4] considera que a teoria pode ser aplicada para $\frac{L}{D} < \frac{1}{2}$.

Considerando a existência de gradiente de pressão apenas na direção axial, a equação de Reynolds em coordenadas cartesianas:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6V\eta \frac{\partial h}{\partial x}$$

Em coordenadas polares $r_a d\theta = dx$:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6 \frac{V\eta}{r_a} \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

Muito utilizada na prática, com valores quanto mais corretos quanto menor for a excentricidade e $\frac{L}{D}$. Solução de DuBois e Ocvirk [4]:

$$p = \frac{3\eta_0 \omega_a \epsilon}{c^2} \left(\frac{L^2}{4} - z^2 \right) \frac{\sin \theta}{(1 + \epsilon \cos \theta)^3}$$

Chumaceira radial de comprimento finito

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6V\eta \frac{\partial h}{\partial x}$$

Sem solução analítica, recorre-se a quadros e gráficos (Raimondi and Boyd) que permitem obter as características de funcionamento das chumaceiras radiais lisas.

$\frac{L}{D} > 4$ – considera-se o caso das chumaceiras infinitamente longas.

$\frac{L}{D} < \frac{1}{6}$ – considera-se o caso das chumaceiras infinitamente curtas.

Parâmetros de projeto: $\frac{L}{D}$ e c

Com as condições de operação determina-se o **número de**

Sommerfeld $S = \left(\frac{R}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{\eta LV}{\pi W}\right)$

Resultados: o ângulo de posicionamento ϕ , ϵ , débito e atrito

Solução com recurso a Tabelas

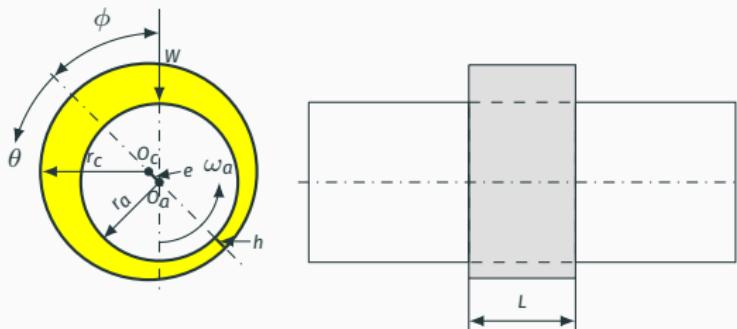


Figura 58: Chumaceira radial.

| | | |
|---------------------------------------|---|---------------|
| R | raio da chumaceira | m |
| D | diâmetro da chumaceira | m |
| N | velocidade de rotação do veio | min |
| L | largura (comprimento) da chumaceira | m |
| $\epsilon = \frac{e}{c}$ | excentricidade relativa (entre 0 e 1) | - |
| ϕ | ângulo de posicionamento | ° |
| $V = \omega a \cdot R$ | velocidade linear | $m\ s^{-1}$ |
| W | carga aplicada | N |
| $f_a = \left(\frac{C_a}{RW} \right)$ | coeficiente de atrito sobre o veio | - |
| $C_a = RWf_a$ | momento das forças de atrito sobre o veio | N m |
| Q | débito axial | $m^3\ s^{-1}$ |

Solução com recurso a Tabelas

Procedimento de cálculo

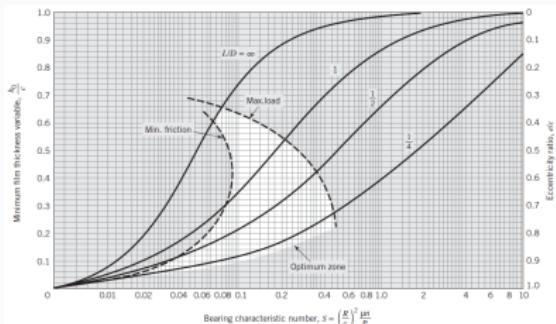
1. Identificar dados da aplicação: viscosidade (μ ou η), carga W , velocidade linear V ;
2. Dimensões da chumaceira $\frac{L}{D}$ e $c = r_c - r_a$;
3. Calcular o número de Sommerfeld $S = \left(\frac{R}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{\eta LV}{\pi W}\right)$;
4. Identificar a Tabela com $\frac{L}{D}$ desejado;
5. Determinar os dados de funcionamento da chumaceira (ϵ , ϕ , $\frac{R}{c} \cdot f_a$, $\frac{Q}{LcV}$ e $\overline{C_a}$) por interpolação linear.

| $\frac{L}{D} = 1$ | | | | | | | | | | |
|-------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|
| S | 1.33 | 0.631 | 0.388 | 0.26 | 0.178 | 0.12 | 0.0776 | 0.0443 | 0.0185 | 0.00831 |
| ϵ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 0.95 |
| ϕ | 79.5 | 74 | 68 | 62.5 | 56.5 | 50.5 | 44 | 36 | 26 | 19 |
| $\frac{R}{c} \cdot f_a$ | 25.36 | 11.87 | 7.35 | 5.07 | 3.67 | 2.7 | 1.99 | 1.4 | 0.859 | 0.563 |
| $\frac{Q}{LcV}$ | 0.0801 | 0.159 | 0.237 | 0.314 | 0.39 | 0.466 | 0.542 | 0.7616 | 0.688 | 0.721 |
| $\overline{C_a}$ | 19.06 | 18.81 | 18.94 | 19.5 | 20.62 | 22.5 | 25.64 | 31.6 | 46.43 | 67.75 |

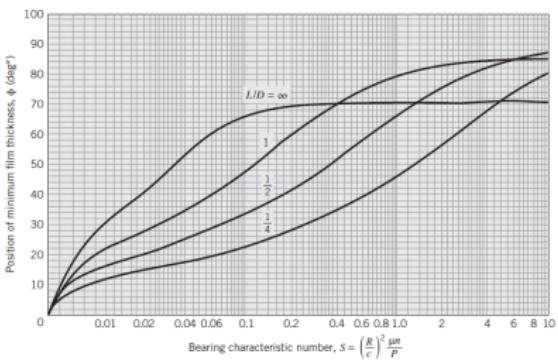
Solução com recurso a Gráficos

Procedimento de cálculo:

1. Identificar dados da aplicação:
viscosidade (μ ou η), carga W , e
velocidade n em s^{-1} ;
2. Dimensões da chumaceira $\frac{L}{D}$ e
 $c = r_c - r_a$;
3. Calcular o número de Sommerfeld como
visto previamente ou $S = \left(\frac{R}{c}\right)^2 \cdot \left(\frac{\mu n}{P}\right)$,
sendo $P = \frac{W}{LD}$.



(a) Espessura de filme mínima

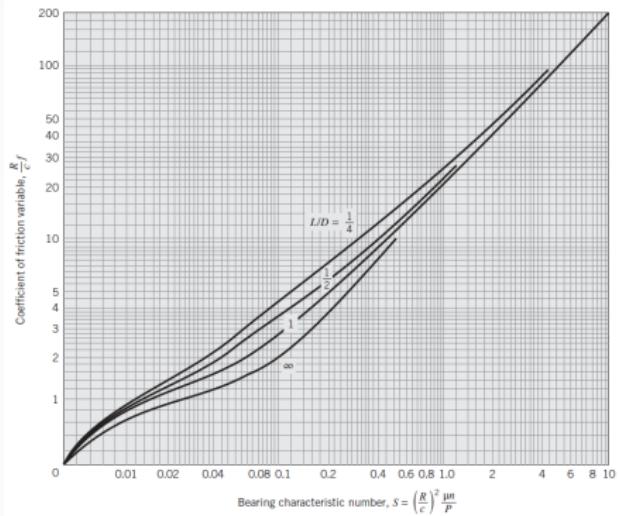


(b) Ângulo de posicionamento

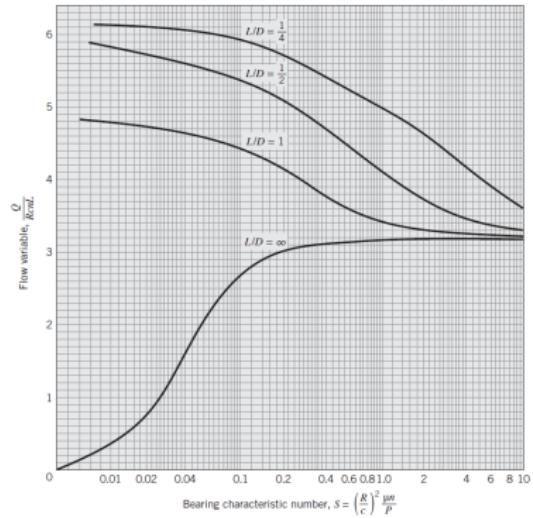
Figura 59: Gráficos para chumaceiras radiais de Raimondi e Boyd (1958) [11].

Em posse do número de Sommerfeld e da razão $\frac{L}{D}$, as características de funcionamento podem ser retiradas dos gráficos.

Solução com recurso a Gráficos



(a) Atrito



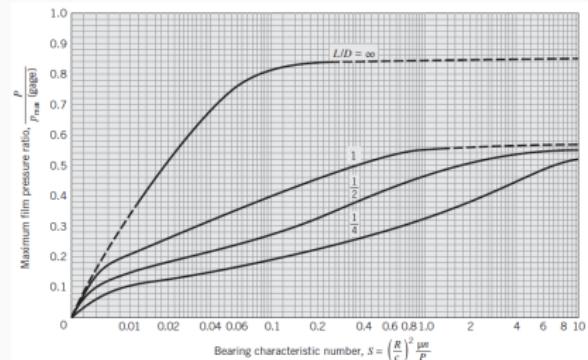
(b) Caudal

Figura 60: Gráficos para chumaceiras radiais de Raimondi e Boyd (1958) [11].

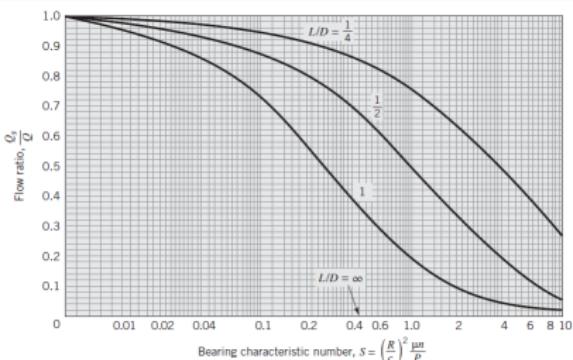
Solução com recurso a Gráficos

A Figura 61a representa a pressão adimensional máxima no filme lubrificante.

A Figura 61b representa a razão entre o débito lateral e o débito circunferencial.



(a) Pressão



(b) Caudal lateral

Figura 61: Gráficos para chumaceiras radiais de Raimondi e Boyd (1958) [11].

Problema térmico das chumaceiras radiais

Em funcionamento as chumaceiras sofrem um aumento de temperatura devido às forças de atrito interno, isto é, pelas tensões de corte às quais o fluido lubrificante está sujeito.

Considerações

- condições isotérmicas;
- viscosidade média do filme;
- todo o calor gerado é transportado pelo lubrificante;
- o lubrificante que sai pelos bordos da chumaceira tem uma temperatura média $T_e = T_0 + \frac{\Delta T}{2}$, sendo $\Delta T = T_2 - T_0$

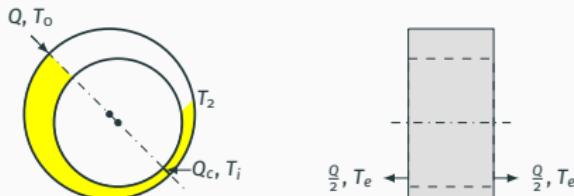


Figura 62: Problema térmico da chumaceira radial.

Problema térmico das chumaceiras radiais

Procedimento de cálculo

1. Escolher a temperatura de alimentação T_0 ;
2. Considerar que a temperatura média do filme é $T_i = T_0$ e determinar as condições de funcionamento da chumaceira para esta temperatura;
3. Calcular T_2 :

$$T_2 = T_0 + \frac{\alpha \cdot P_a \cdot (Q + Q_c)}{\rho \cdot c_p \cdot \left(\frac{Q}{2} + Q_c\right) \cdot Q}$$

Onde Q é o débito axial e $Q_c = h_{min} \times L \times \frac{V}{2}$ é o débito da chumaceira no convergente; $\alpha = 0.8$; $P_a = C_a \cdot \omega$ é a perda de potência devido ao atrito.

4. Determinar a temperatura que sai pelos bordos:

$$T_e = \frac{T_0 \cdot Q + T_2 \cdot Q_c}{Q + Q_c}$$

5. Calcular a temperatura média do filme lubrificante T_i :

$$T_i = \frac{T_e + T_2}{2}$$

6. Calcular as condições de funcionamento da chumaceira à temperatura média do filme T_i calculada e repetir (3), (4) e (5) iterativamente até obter convergência.

Aula 5

Sumário

| | |
|--|-----|
| 1. Lubrificação Hidrostática | 92 |
| 2. Chumaceira hidrostática: formação de filme | 95 |
| 3. Chumaceira hidrostática plana de simples efeito | 98 |
| 4. Tipos de resistências hidráulicas | 101 |

Lubrificação Hidrostática

Em **hidrodinâmica** a pressão é gerada pelo movimento relativo das superfícies e pela existência de um convergente. Em **hidrostática** a carga é suportada por um filme cuja pressão no contacto é gerada por uma bomba exterior.

Se estamos em presença de ambos os tipos de lubrificação dizemos que é **Lubrificação Híbrida**.

Equação fundamental da hidrostática

Equação de Reynolds (devidamente adaptada) - aplica-se apenas na zona em que a espessura do filme lubrificante é muito inferior ao comprimento do contacto.

Na zona do alvéolo, em que $\frac{h_a}{h} > 20$, considera-se a pressão constante.

Características da Lubrificação Hidrostática

Vantagens da Lubrificação Hidrostática

- grande rigidez – posicionamento preciso apesar de variações de carga importantes;
- superfícies permanentemente separadas, mesmo no arranque;
- os defeitos de estado geométrico das superfícies são menos importantes que na Lubrificação Hidrodinâmica;
- os problemas térmicos são pouco importantes devido à existência de um escoamento forçado – regime isotérmico.

Desvantagens da Lubrificação Hidrostática

- Custo – elevado devido à presença de circuito hidráulico;
- Fiabilidade – ao menor incidente dá-se a destruição das superfícies.

Geometria e alimentação de chumaceiras hidrostáticas

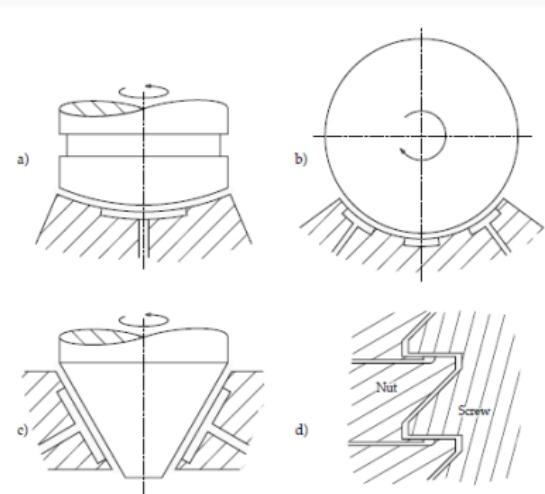


Figura 63: Geometrias típicas de chumaceiras hidrostáticas não planas: a) pegada, b) esférica, c) cónica e d) de rosca.

Modos de alimentação:

Débito constante – grande rigidez, mas solução demasiado cara;

Pressão constante – solução mais utilizada; uma só bomba e uma resistência hidráulica em cada alvéolo que assegura a estabilidade da chumaceira.

Chumaceira hidrostática - formação de filme

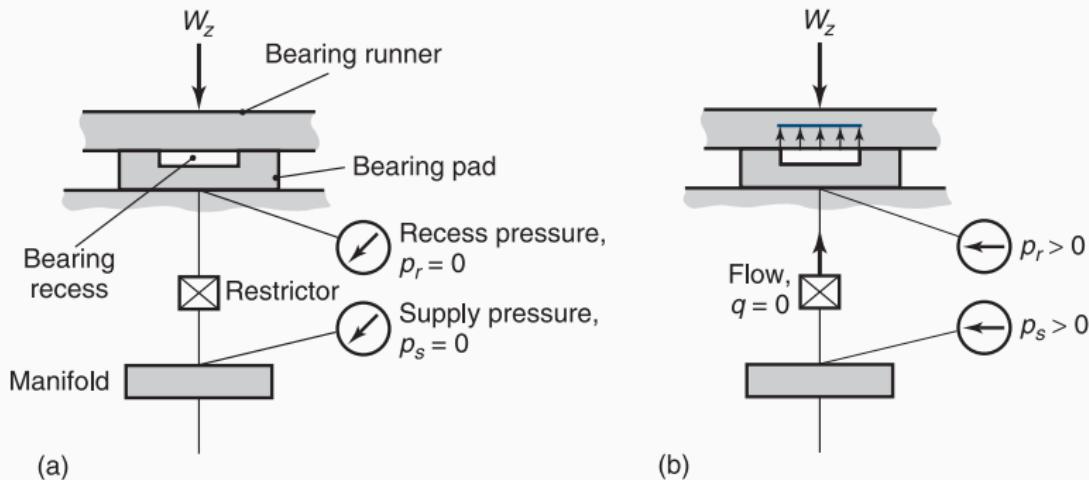


Figura 64: Início da bombagem (a) e pressurização do lubrificante (b).

Chumaceira hidrostática - formação de filme

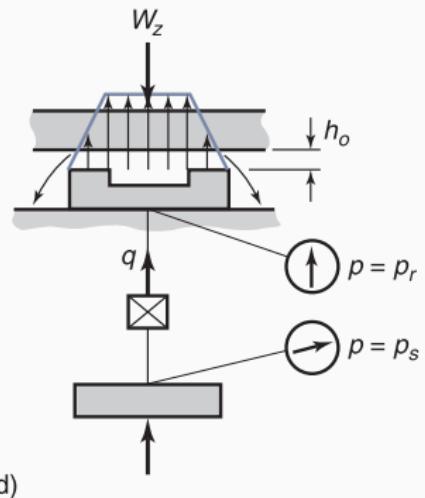
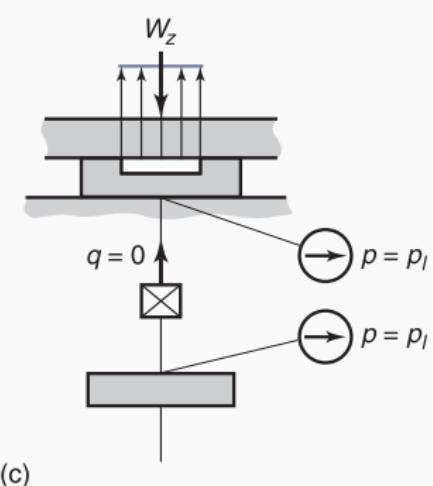


Figura 65: A pressão vezes a área iguala a carga (c) e chumaceira em operação (d).

Chumaceira hidrostática - formação de filme

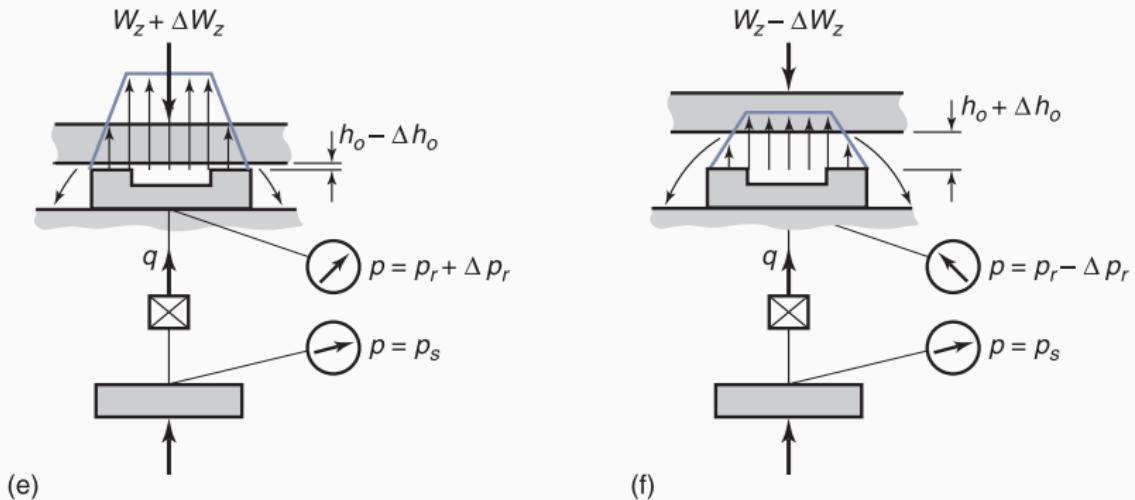


Figura 66: Aumento da carga (e) e redução da carga (f).

Chumaceira plana de simples efeito

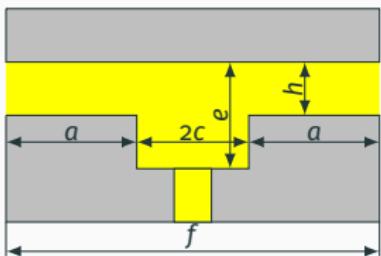
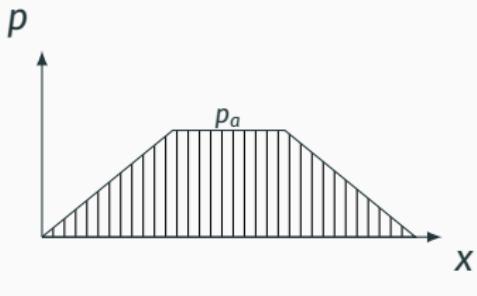


Figura 67: Chumaceira plana de simples efeito com um alvéolo.

Condições de funcionamento:

Pressão no alvéolo: $p = p_a$

Velocidades das superfícies:

$U_1 = U_2 = V_2 = W_1 = W_2 = 0$

$\rho = \text{constante}$

$\eta = \text{constante}$

Hipóteses de cálculo:

- infinitamente longa;
- alvéolo central
- fluido incompressível;
- regime isotérmico;
- forças de inércia desprezáveis.

Chumaceira plana de simples efeito

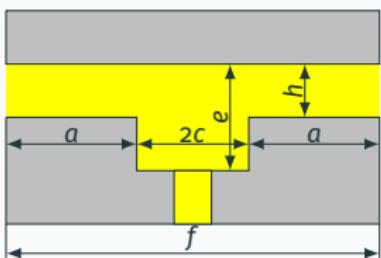
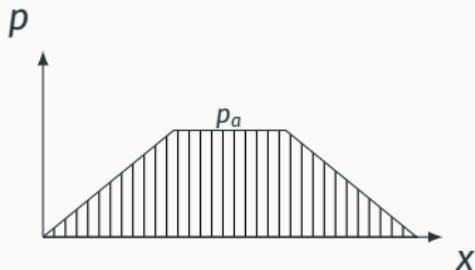


Figura 67: Chumaceira plana de simples efeito.

Superfície da chumaceira: $S = f \cdot L$

A carga suportada será dada, de forma aproximada, por:

$$W = p_a \cdot L \cdot (a + 2c) = p_a \cdot f \cdot L \cdot \left(1 - \frac{a}{f}\right)$$

$$W = p_a \cdot S \cdot k_w = \beta \cdot p_s \cdot S \cdot k_w$$

Coeficiente de carga [0, 1]:

$$k_w = 1 - \frac{a}{f}$$

Razão de pressões:

$$\beta = \frac{p_a}{p_s} = \frac{\text{pressão no alvéolo}}{\text{pressão na bomba}}$$

Caudal de débito:

$$Q = \frac{L \cdot p_a \cdot h^3}{6 \cdot \eta \cdot a}$$

Estabilidade da chumaceira

Para que o sistema seja estável, torna-se necessário que:

- para um aumento da carga W corresponda um aumento da pressão p_a ;
- a força adicional tenderá a levar a chumaceira à sua posição inicial.

O uso de uma **resistência hidráulica controla a pressão p_a**
Igualando o caudal na resistência ao caudal no interior da chumaceira relaciona-se a espessura do filme lubrificante h à pressão p_a .

$$Q_r = f(p_a - p_s)$$

Tipos de resistências hidráulicas

A rigidez de uma chumaceira hidrostática é dado por:

$$\lambda = -\frac{dW}{dh} = -\frac{dW}{dp_a} \frac{dp_a}{dh}$$

$$\frac{dW}{dp_a} = -\frac{W}{p_a}$$

Recorde que: $W = p_a \cdot S \cdot k_w$

$$\lambda = -\frac{3W}{h} \frac{1}{1 - \frac{p_a}{Q} \frac{dQ_r}{dp_a}}$$

A rigidez é função da resistência hidráulica utilizada. Pode ser:

Fixa

| Tipo | λ | β |
|-----------|---|---------|
| Capilar | $\frac{3W}{h} (1 - \beta)$ | 0.5 |
| Orifício | $\frac{3W}{h} \left(1 - \frac{\beta}{2-\beta}\right)$ | 0.586 |
| "Gicleur" | $\frac{3W}{h}$ | - |

Regulável (servomecanismos)

Ver influência da velocidade de deslocamento da face superior em [5].

Aula 6

Sumário

| | |
|--|-----|
| 1. Lubrificação Elasto-hidrodinâmica | 103 |
| 2. Fórmulas de Cheng | 111 |
| 3. Rugosidade Composta de Rolamentos e Engrenagens | 117 |
| 4. Parâmetro lubrificante para graus de viscosidade ISO VG | 118 |

Lubrificação Elasto-hidrodinâmica

Teoria Hidrodinâmica

- pressões de contacto baixas
- áreas de contacto relativamente grandes

Teoria Elasto-hidrodinâmica

- pressões de contacto muito elevadas
- áreas de contacto pequenas

Implicações:

- aumento da rigidez do lubrificante
- deformação dos corpos em contacto:
 - se a deformação for elástica: Contacto Hertziano / Lubrificação Elasto-hidrodinâmica

Teoria de Hertz

Permite obter:

- campo de pressão de contacto
- comprimento da zona de contacto
- a deformação elástica das superfícies

Pode ser usada para:

- superfícies em movimento sem atrito ($\tau = 0$);
- $\tau = 0$, se $U_1 - U_2$ é muito pequeno;
- $U_1 + U_2$ é pequeno;
- superfícies perfeitamente lisas;
- quando existe um filme lubrificante muito pequeno.

Características de um contacto Hertziano lubrificado

| | |
|--|---------------------------|
| Pressão de contacto | 1 a 3 GPa |
| Comprimento do contacto | 0.1 a 1 mm |
| Soma das velocidades $U_1 + U_2$ | 1 a 10 m s^{-1} |
| Velocidade de escorregamento $U_1 - U_2$ | 0.1 a 2 m s^{-1} |
| Tempo de passagem do lubrificante | 10^{-6} a 10^{-4} s |
| Espessura de filme | 0.1 a 1 μm |

Consequências:

- influência do estado das superfícies;
- deformação elástica dos maciços;
- comportamento não-newtoniano do lubrificante;
- variação da viscosidade com a pressão e temperatura;
- compressibilidade do lubrificante;
- comportamento térmico das superfícies.

Regimes de lubrificação EHD

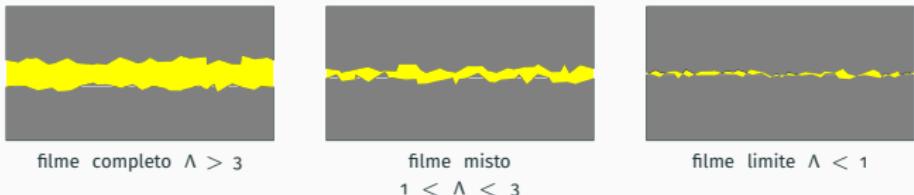


Figura 68: Regimes de Lubrificação EHD.

Parâmetro de Tallian [9]: $\Lambda = \frac{h}{\sigma}$

$$\sigma = \sqrt{{R_{q_1}}^2 + {R_{q_2}}^2}$$

| | | |
|-----------|-------------------------------|---------------|
| Λ | espessura específica de filme | - |
| h | espessura de filme | μm |
| σ | rugosidade composta | μm |

Aplicações Típicas:

Engrenagens – ver valor crítico $\Lambda_{5\%} = \left(\frac{2.68863}{V} + 0.47767 \right)^{-1}$

Rolamentos – $\Lambda > 1.5$

Cames – $\Lambda < 1$

Contacto linear

As engrenagens, rolamentos de rolos cilíndricos e as cames são exemplos de um contacto linear

Solução numérica de Dowson e Higginson

$$\frac{h_{min}}{R} = 2.65 \frac{G^{0.54} U^{0.7}}{W^{0.13}}$$

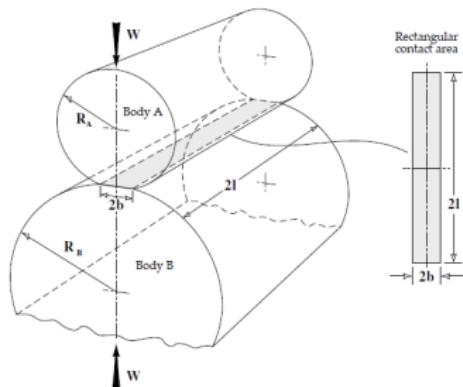


Figura 69: Contacto linear [3].

$$h \approx \frac{h_{min}}{0.7}$$

Material:

$$G = \alpha E$$

Velocidade:

$$U = \frac{\eta u}{ER}$$

Carga:

$$W = \frac{w}{ERL}$$

Raio de curvatura equivalente:

$$R = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B}$$

Módulo de Young equivalente:

$$E = 2 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}$$

Contacto elíptico (ou pontual)

Os rolamentos de esferas ou de rolos esféricos bem como as engrenagens com “crowning” são um caso típico de contacto elíptico.

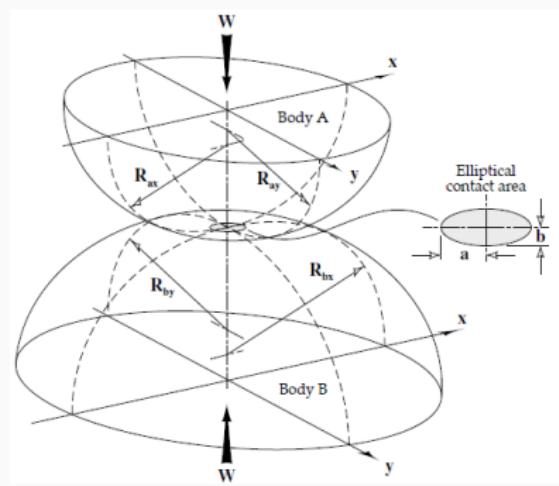


Figura 70: Contacto elíptico (ou pontual) [3].

Solução numérica de Hamrock e Dowson

$$\frac{h_{min}}{R_x} = 3.63 \frac{G^{0.49} U^{0.68}}{W^{-0.073}} (1 - e^{-0.68k})$$

$$\frac{h}{R_x} = 2.69 \frac{G^{0.53} U^{0.67}}{W^{-0.067}} (1 - 0.61e^{-0.73k})$$

$$G = \alpha E \quad U = \frac{\eta U}{ER} \quad W = \frac{W}{ER^2}$$

$$R_x = \frac{R_{ax} R_{bx}}{R_{ax} + R_{bx}} \quad R_y = \frac{R_{ay} R_{by}}{R_{ay} + R_{by}}$$

$$E = 2 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}$$

$$k = 1.03 \left(\frac{R_y}{R_x} \right)^{0.64}$$

Análise das soluções EHD apresentadas

- Para W e $U_1 + U_2$ dados, a espessura pela teoria EHD é muito maior que a dada pela teoria hidrodinâmica
- a espessura de filme é pouco dependente do módulo de Young
- Se a deformação elástica é importante, h depende pouco da carga W
- Parâmetros relevantes: velocidade $U_1 + U_2$, viscosidade à entrada do contacto η_0 e coeficiente de piezo-viscosidade α

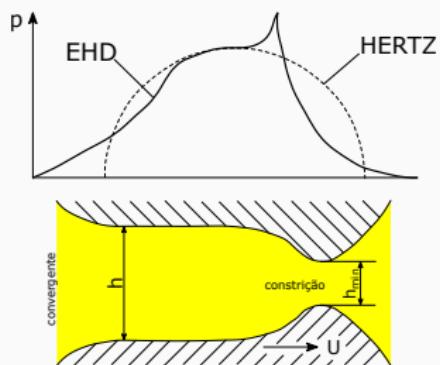


Figura 71: Campo de pressão num contacto EHD [3].

Validade dos resultados:

$$0.001 < \frac{p}{E} < 0.01$$

$$\alpha p > 1 \text{ e } \alpha E > 200$$

$\Lambda > 4$ – não há contacto entre os maciços

Hipóteses:

- fluído incompressível
- escoamento isotérmico

Medição de espessura de filme

- Sistema bola/disco – interferometria
- Sistema disco/disco – raio X, relutância magnética, capacidade elétrica

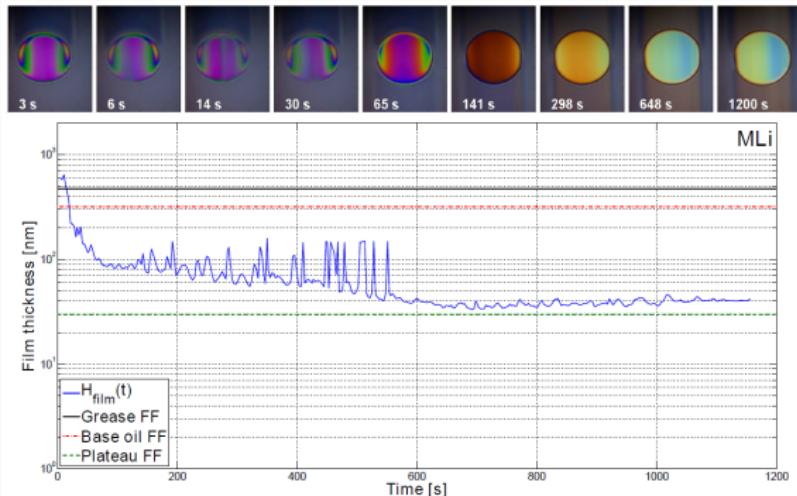


Figura 72: Medição de espessura de filme por interferometria num contacto pontual lubrificado com massa [12].

Teoria de Cheng

Cheng [13] sugeriu uma abordagem prática para aplicações onde a lubrificação elasto-hidrodinâmica predomina, nomeadamente:

- Rolamentos
- Cames
- Engrenagens

Cheng definiu o parâmetro do lubrificante como sendo o produto da viscosidade dinâmica e a piezo-viscosidade, ambos importantes para a capacidade de gerar um filme lubrificante.

$$LP = \alpha \cdot \eta$$

| | | |
|----------|---------------------------------------|------------------|
| α | coeficiente de piezo-viscosidade | Pa^{-1} |
| η | viscosidade dinâmica (ver Formulário) | Pas |

Valores de viscosidade dinâmica e LP podem ser encontrados no formulário de tribologia.

Rolamentos

Os rolamentos operam normalmente em regime de lubrificação mista ou completa EHD, com $\Lambda > 1.5$.

$$h = C \cdot D \cdot (LP \cdot N)^{0.74} \quad \Lambda = \frac{h}{\sigma}$$



Figura 73: Rolamento de esferas.

| | | |
|----------|--|---------------|
| C | parâmetro geométrico (ver Formulário) | - |
| D | diâmetro externo do rolamento | m |
| LP | parâmetro do lubrificante (ver Formulário) | s |
| N | diferença de velocidades dos anéis interior e exterior | rpm |
| h | espessura de filme | μm |
| σ | rugosidade composta (Tabela 2) | μm |

Podemos escolher um Λ desejado, bem como os parâmetros do rolamento C e D e assim podemos determinar o LP requerido para a aplicação. Em posse do LP é possível escolher o lubrificante.

Cames

As cames operam frequentemente em regime de lubrificação limite EHD, com $\Lambda < 1$. Nestas condições os aditivos dos lubrificantes são muito importantes.

$$h = 4.35 \times 10^{-3} \cdot (f_N \cdot LP \cdot N)^{0.74} \cdot R^{0.26}$$

$$\Lambda = \frac{h}{\sigma}$$

$$f_N = \begin{cases} |2 \cdot r_n - l| & \text{com escorregamento} \\ 2l & \text{sem escorregamento} \end{cases}$$

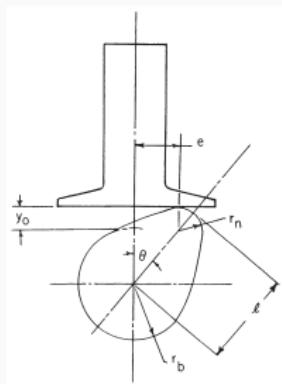


Figura 74: Geometria do contacto came-impulsor.

| | | |
|----------|----------------------------|---------------|
| LP | parâmetro do lubrificante | s |
| N | velocidade angular da came | rpm |
| f_N | fator de distância | m |
| h | espessura de filme | μm |
| σ | rugosidade composta | μm |

Engrenagens

As engrenagens operam frequentemente em regime de lubrificação mista EHD, com $1 < \Lambda < 3$.

$$h = \left[G \cdot LP \cdot N \cdot \left(\frac{W_t}{l} \right)^{-0.148} \right]^{0.74} \quad \Lambda = \frac{h}{\sigma}$$

| | | |
|-----------|---|------------|
| G | parâmetro geométrico (Tabela 1 ou Formulário) | - |
| LP | parâmetro do lubrificante (Figura 76 ou Formulário) | s |
| N | velocidade angular (Tabela 1 ou Formulário) | rpm |
| W_t/l | carga por unidade de comprimento (Tabela 1 ou Formulário) | $N m^{-1}$ |
| h | espessura de filme | μm |
| Λ | espessura específica de filme | - |
| σ | rugosidade composta (Tabela 3 ou Formulário) | μm |

Seguindo o procedimento de Cheng [13], podemos verificar o valor crítico de Λ que garante uma probabilidade de avaria inferior a 5% (página 116). Conhecendo também os fatores da engrenagem/aplicação G e W_t/l podemos determinar o LP requerido para a aplicação. Em posse do LP é possível escolher o lubrificante.

Equações para diferentes tipos de engrenagens

Tabela 1: Equações de Cheng para engrenagens

| | Tipo de engrenagem | N | G | $\frac{W_t}{l}$ | V |
|-------------|---|---------------|---|--|--|
| Eixos fixos | Paralelos externos ¹ | n_2 | $\frac{3.4 \times 10^{-4} \cdot (u \cdot a \cdot \sin \alpha)^{1.5} \cdot E^{0.148}}{(u+1)^2}$ | $\frac{T_2 \cdot (u+1)}{u \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}$ | $\frac{2 \cdot \pi \cdot u \cdot a \cdot n_2}{60 \cdot (u+1)}$ |
| | Paralelos internos ¹ | n_a | $\frac{3.4 \times 10^{-4} \cdot (u \cdot a \cdot \sin \alpha)^{1.5} \cdot E^{0.148}}{(u-1)^2}$ | $\frac{T_a \cdot (u-1)}{u \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}$ | $\frac{2 \cdot \pi \cdot u \cdot a \cdot n_a}{60 \cdot (u-1)}$ |
| | Cônicas ² $\Sigma = 90^\circ$ | n_2 | $\frac{3.4 \times 10^{-4} \cdot (r_{m2} \cdot \sin \alpha)^{1.5} \cdot E^{0.148}}{(u^2+1)^{0.25}}$ | $\frac{T_2}{r_{m2} \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta_m}$ | $\frac{2 \cdot \pi \cdot r_{m2} \cdot n_2}{60}$ |
| | Cônicas ² $\Sigma \neq 90^\circ$ | n_2 | $\frac{3.4 \times 10^{-4} \cdot (r_{m2} \cdot \sin \alpha)^{1.5} \cdot E^{0.148}}{(\cos \gamma_2 + u \cdot \cos \gamma_1)^{0.5}}$ | $\frac{T_2}{r_{m2} \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta_m}$ | $\frac{2 \cdot \pi \cdot r_{m2} \cdot n_2}{60}$ |
| | Sol-Planeta ¹ | $ n_s - n_c $ | $\frac{(r_s \cdot \sin \alpha)^{1.5} \cdot E^{0.148}}{3.4 \times 10^4} \cdot \left(\frac{r_o - r_s}{r_o + r_s} \right)^{0.5}$ | $\frac{T_s}{n_p \cdot r_s \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}$ | $\frac{2 \cdot \pi \cdot r_s \cdot n_s - n_c }{60}$ |
| | Anel-Planeta ¹ | $ n_a - n_c $ | $\frac{(r_a \cdot \sin \alpha)^{1.5} \cdot E^{0.148}}{3.4 \times 10^4} \cdot \left(\frac{r_o - r_s}{r_o + r_s} \right)^{0.5}$ | $\frac{T_a}{n_p \cdot r_a \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}$ | $\frac{2 \cdot \pi \cdot r_a \cdot n_a - n_c }{60}$ |

¹ Dentado reto $\beta = 0$

² Direitas "zerol" $\beta_m = 0$

Curva de 5% probabilidade de avaria

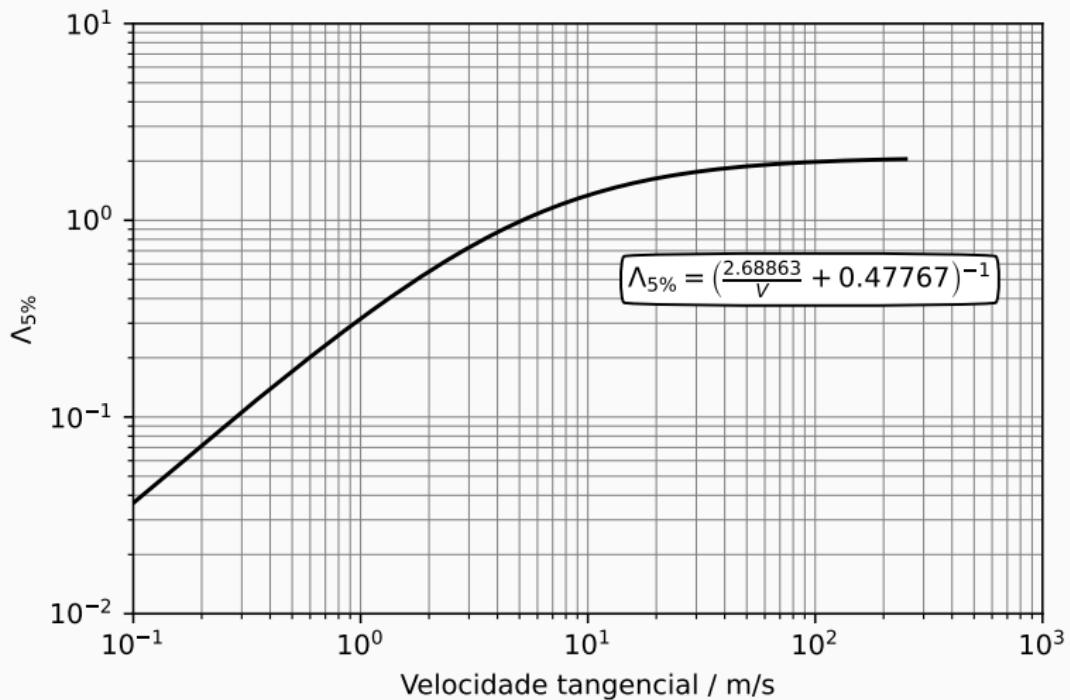


Figura 75: Valor crítico de Λ em função da velocidade tangencial para uma probabilidade de avaria de 5%

Rugosidade Composta de Rolamentos e Engrenagens

Tabela 2: Valores típicos de rugosidade composta para rolamentos

| Tipo de rolamento | $\sigma / \mu\text{m}$ |
|--------------------|------------------------|
| Esferas | 0.178 |
| Rolos ou esféricos | 0.356 |
| Cônicos ou agulhas | 0.229 |

Tabela 3: Valores típicos de rugosidade composta para engrenagens

| Acabamento | Valor inicial / μm | Após rodagem / μm |
|---------------------|-------------------------------|------------------------------|
| Fresadas | 1.78 | 1.02 |
| “Shaved” | 1.27 | 1.02 |
| Retificadas (suave) | 0.89 | - |
| Retificadas (forte) | 0.51 | - |
| Polidas | 0.18 | - |

Parâmetro lubrificante para graus de viscosidade ISO VG

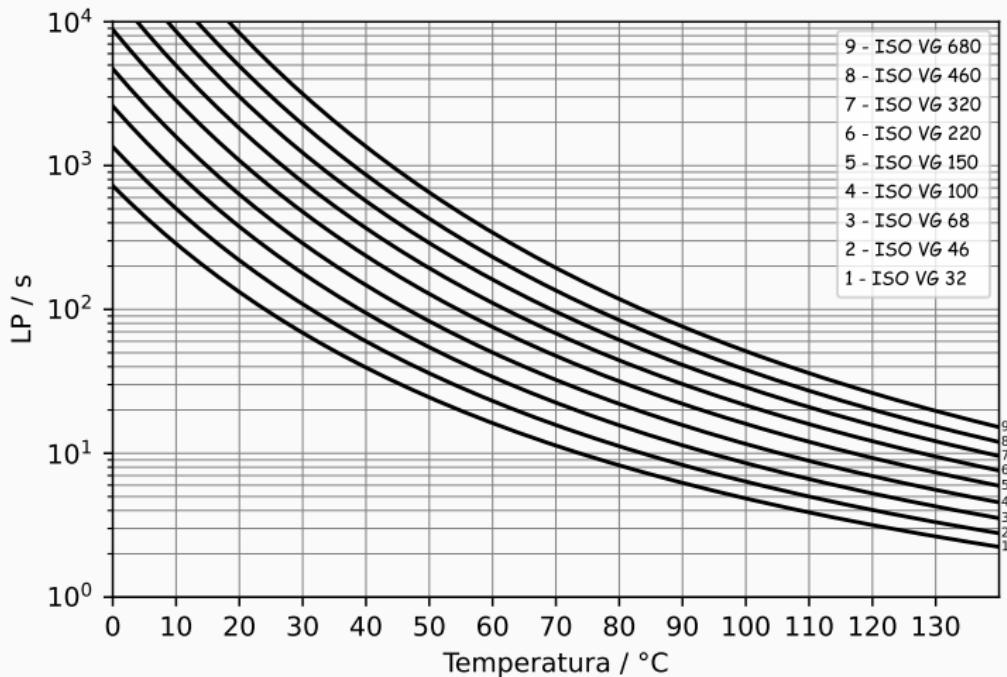


Figura 76: Parâmetro do lubrificante para lubrificantes com grau de viscosidade ISO VG.

Aula 7

Sumário

| | |
|---------------------------------|-----|
| 1. Chumaceiras não lubrificadas | 120 |
| 2. Seleção de chumaceiras | 122 |
| 3. Seleção de lubrificantes | 134 |

Chumaceiras não lubrificadas

Vantagens em relação à lubrificação a óleo:

- Montagem mais simples e barata.
- Não necessitam de lubrificação.

Desvantagens:

- Características de atrito e desgaste dos materiais.

Na prática **utilizam-se sempre que o uso de óleo ou massa seja indesejável:**

- Cargas muito elevadas, combinadas com movimentos oscilatórios de baixa frequência;
- Condições ambientais que tornem impossível a utilização de lubrificantes viscosos (altas temperaturas, vácuo, etc.);
- Possível contaminação ambiental pelos lubrificantes (indústrias alimentares, por exemplo);
- Baixo custo.

Chumaceiras não lubrificadas

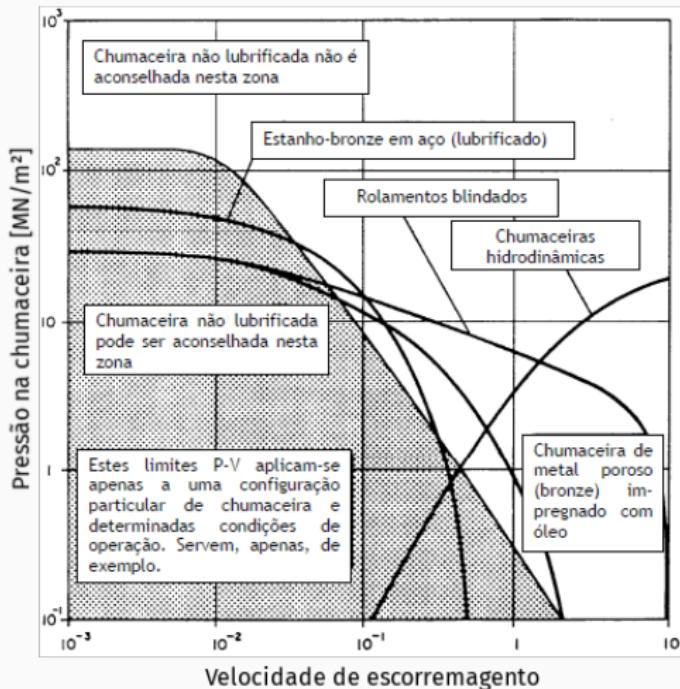


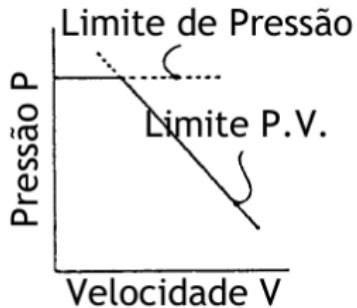
Figura 77: Valores limite de pressão e velocidade para chumaceiras radiais (Neale, 1975) [5].

Seleção de chumaceiras

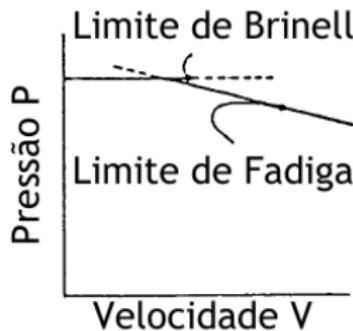
A função de base de uma chumaceira é permitir o movimento relativo entre a superfície sujeitas a cargas.

| | | |
|-----------------------------|---|--|
| Chumaceiras de deslizamento | Chumaceiras de atrito | Superfície em contacto |
| | Chumaceiras hidrodinâmicas ou hidrostáticas | Superfícies separadas por um filme lubrificante |
| | Chumaceiras magnéticas ou electrostáticas | Superfícies separadas por repulsão mútua |
| Chumaceiras de rolamentos | Rolamentos | Superfícies separadas por elementos rolantes e um filme lubrificante |
| | Chumaceiras de superfícies inclinadas | O ponto de pivot move-se quando o rolagamento se inclina |
| Flexíveis | Chumaceiras de borracha | Movimento transmitido pela flexão da borracha |
| | Cabos ou fios de torsão | |

Desempenho das chumaceiras



(a) Chumaceiras de atrito

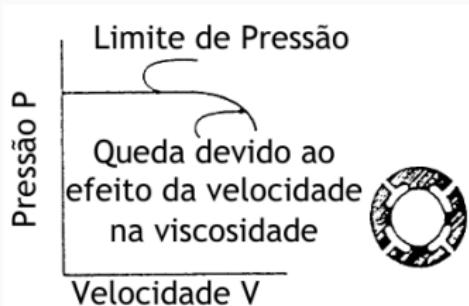


(b) Rolamentos

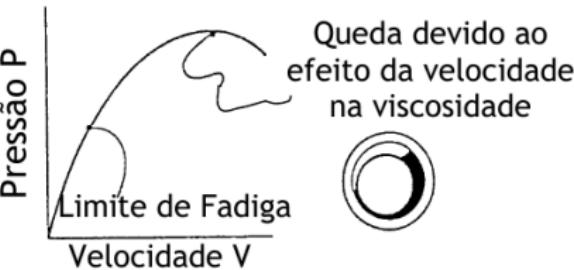
Figura 78: Desempenho de diferentes tipos de chumaceira (eixos em escala logarítmica).

- (a) Com o aumento de velocidade há o risco de sobreaquecimento e desgaste excessivo;
- (b) Devido à existência de um contacto Hertziano poderá haver limitações de vida por fadiga.

Desempenho das chumaceiras



(a) Chumaceiras hidrostáticas

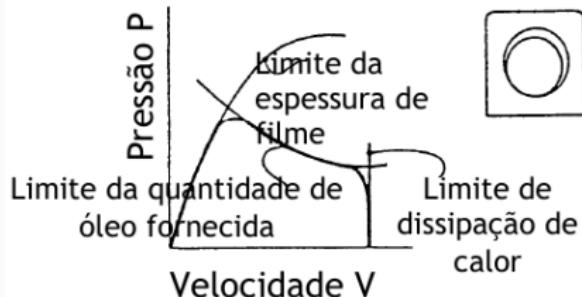


(b) Chumaceiras hidrodinâmicas

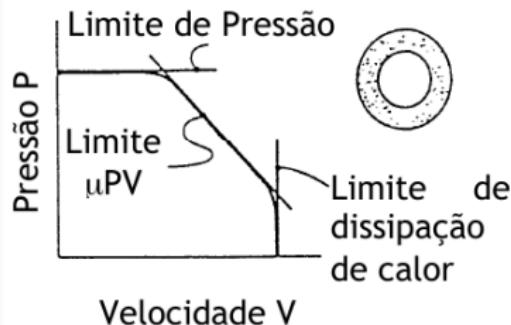
Figura 79: Desempenho de diferentes tipos de chumaceira (eixos em escala logarítmica).

- (a) Capacidade de carga depende essencialmente do sistema de alimentação;
- (b) Para velocidades elevadas, o aquecimento promove redução da viscosidade do lubrificante.

Desempenho das chumaceiras



(a) Chumaceiras fechadas



(b) Metal poroso

Figura 8o: Desempenho de diferentes tipos de chumaceira (eixos em escala logarítmica).

- (a) Capacidade de carga reduz para velocidades baixas porque a alimentação de lubrificante também diminui;
- (b) O lubrificante é armazenado nos espaços vazios da chumaceira. Há limitações térmicas pela não recirculação de lubrificante.

Chumaceiras de atrito

Limitações no funcionamento:

- sobreaquecimento das superfícies é proporcional a:

$$\frac{f \cdot W \cdot V}{A} \approx f \cdot P \cdot V$$

A – área projectada da chumaceira
f – coeficiente de atrito

- desgaste excessivo – a profundidade de desgaste é proporcional a :

$$\frac{W \cdot x}{A \cdot t} \quad \text{ou} \quad P \cdot V$$

- pressão máxima admitida na chumaceira



Figura 81: Chumaceiras de atrito auto lubrificadas.

Rolamentos

Limites de funcionamento:

- fadiga
- carga estática máxima
- carga dinâmica máxima

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p$$

P – carga equivalente

C – classificação de carga
dinâmica básica

L_{10} – vida básica do rolamento
em número de ciclos

Rolamentos de esferas: $p = 3$

Rolamentos de rolos $p = 10/3$

Vantagens:

- gama de produtos
abrangente



Figura 82: Diferentes tipos de
rolamentos.

Chumaceiras de filme fluido

Podem ser:

- Hidrodinâmicas
- Hidrostáticas
- Híbridas

Limitações no funcionamento:

Hidrodinâmicas:

- capacidade de carga depende da velocidade
- aquecimento do óleo para altas velocidades

Hidrostáticas:

- efeito da velocidade na viscosidade do óleo

Existem sistemas de alimentação que podem ter custos elevados.

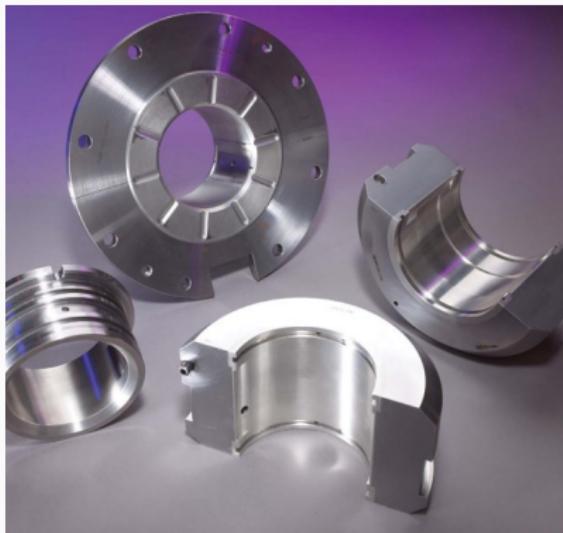


Figura 83: Chumaceira radial.

Chumaceiras flexíveis

Para movimentos oscilatórios

Limites de funcionamento:

- Resistência à fadiga dos materiais
- Capacidade dos materiais em aderir aos componentes adjacentes

Utilização de materiais

elastómeros

Características de carga – flexão

admissível é a mais importante



Figura 84: Chumaceiras flexíveis.

Seleção da chumaceira adequada

| Tipo de carga | Tipo de movimento | | Exemplos |
|-----------------|--------------------------|----------|--|
| Unidirecional | Constante | Contínuo | Chumaceiras radiais das turbinas |
| | Aumenta com a velocidade | Contínuo | Chumaceiras das árvores de caixas de velocidades |
| | Diminui com a velocidade | Contínuo | Chumaceiras dos motores hidráulicos |
| Unidirecional | Oscilatório | | Mesas das máquinas retificadoras |
| Multidirecional | Contínuo | | Chumaceiras das cambotas |
| Multidirecional | Oscilatório | | Chumaceiras de ligação |

A escolha da chumaceira é essencialmente feita em função das condições de carga e velocidade. No entanto existem outros fatores importantes, como: **temperatura, humidade, contaminação, requisitos de funcionamento como ruído e precisão de posicionamento.**

Aplicações com movimento oscilatório

Chumaceiras de atrito:

- não é necessário formar um filme de óleo sempre que o movimento é iniciado;
- para pequenos ângulos de oscilação não estão sujeitas aos problemas de corrosão de contacto como pode acontecer nos rolamentos.

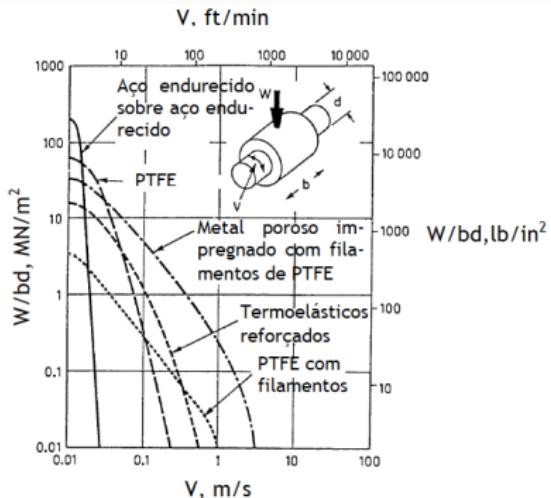


Figura 85: Indicação de desempenho de chumaceiras de atrito.

Aplicações com movimento oscilatório

Chumaceiras flexíveis:

- carga é apresentada em termos da pressão máxima admissível no diâmetro exterior dos tampões de borracha e de forma equivalente nos ligamentos flexíveis;
- chumaceiras com ligamentos flexíveis.

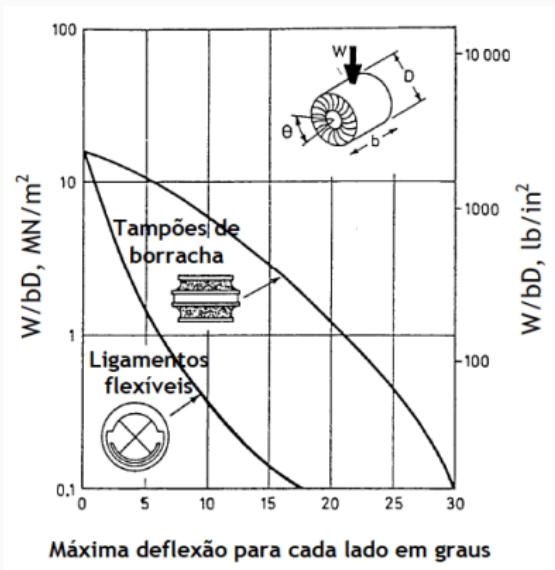


Figura 86: Indicação de desempenho de membros flexíveis com movimento oscilatório.

Aplicações com carga multidirecional e movimento contínuo

Nestes casos, vulgarmente as pressões existentes são bastante superiores às aplicadas nas chumaceiras submetidas a cargas unidireccionais.

- carga aplicada muda de direção e de amplitude;
- não havendo tempo suficiente para quebrar o filme lubrificante, não ocorre contacto metal-metal;
- condições térmicas locais são menos severas que as que ocorrem nas chumaceiras com carga unidirecional;
- é admissível espessuras de filme inferiores às chumaceiras com carga unidirecional, para uma dada velocidade e diâmetro de veio desde que o acabamento superficial seja adequado.

Seleção de lubrificantes

- Óleos
- Massas
- Sólidos
- Gases



Figura 87: Escolha de lubrificantes.

Seleção de lubrificantes

| Característica | Óleo | Massa | Sólido | Gás |
|---------------------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| Hidrodinâmica | Excelente | Razoável | Nula | Boa |
| Limite | Fraca a excelente | Boa a excelente | Boa | Fraca |
| Arrefecimento | Muito bom | Muito fraco | Nula | Razoável |
| Atrito | Fraco e bom | Razoável | Fraco | Excelente |
| Facilidade de Alimentação | Bom | Razoável | Fraco | Bom |
| Capacidade de se manter no contacto | Razoável | Bom | Bom | Muito bom |
| Vedação de contaminantes | Muito fraco | Muito bom | Fraco e bom | Muito fraco |
| Proteção corrosão atmosférica | Fraco a excelente | Bom a excelente | Fraco | Muito fraco |
| Gama de temperaturas | Fraco a excelente | Bom | Muito bom | Excelente |
| Volatilidade | Muito alta a muito baixa | Baixa | Baixa | Muito alta |
| Inflamação | Muito alta a muito baixa | Baixa | Baixa | Depende do gás |
| Compatibilidade | Muito má a razoável | Razoável | Excelente | Boa |
| Custo | Baixo a alto | Elevado | Elevado | Baixo |
| Complexidade do projeto da chumaceira | Baixa | Baixa | Baixo a elevado | Muito Elevada |
| Vida definida por | Deterioração e contaminação | Deterioração | Desgaste | Capacidade de alimentação |

Referências

Referências i

- [1] Halling, J.: *Principles of Tribology.*
Macmillan, 1975, ISBN 9780333154960.
- [2] Royal Academy of Engineering.
[https://www.raeng.org.uk/about-us/the-fellowship/
new-fellows-2016/honorary-fellows/peter-jost.](https://www.raeng.org.uk/about-us/the-fellowship/new-fellows-2016/honorary-fellows/peter-jost)
- [3] Stachowiak, Gwidon W. e Andrew W. Batchelor: *Engineering Tribology.*
ISBN 9780123970473.
- [4] Hamrock, Bernard J., Steven R. Schmid e Bo O. Jacobson:
Fundamentals of Fluid Film Lubrication.
CRC Press, 2nd edição, 2004.

Referências ii

- [5] Ferreira, Luís Andrade: *Tibologia: Notas de Curso*.
Publindústria, Edições técnicas, 2000, ISBN 9789728953799.
- [6] Hutchings, Ian: *Giovanni Canestrini's models of Leonardo da Vinci's friction experiments*.
Science Museum Group Journal, 6(6), 2016.
- [7] Karastoyanov, Mara Kandeva Ivanova, Aleksandar Vencl e Dimitar Karastoyanov: *Advanced Tribological Coatings For Heavy-Duty Applications: Case Studies*.
Prof. Marin Drinov Publishing House, 2016,
ISBN 978-954-322-858-4.

Referências iii

- [8] Viswanath, Dabir S., Tushar K. Ghosh, Dasika H. L. Prasad, Nidamarty V.K. Dutt e Kalipatnapu Y. Rani: *Viscosity of Liquids - Theory, Estimation, Experiment, and Data.*
Springer Netherlands, 2007.
- [9] Tallian, T. E.: *On Competing Failure Modes in Rolling Contact.*
A S L E Transactions, 10(4):418–439, 1967.
- [10] Woydt, Mathias e Rolf Wäsche: *The history of the Stribeck curve and ball bearing steels: The role of Adolf Martens.*
Wear, 268(11-12):1542–1546, 2010.
- [11] Juvinal, Robert C. e Kurt M. Marshek: *Fundamentals of Machine Component Design.*
Wiley, 2017.

Referências iv

- [12] Gonçalves, David E.P., Armando V. Campos e Jorge H.O. Seabra: *An experimental study on starved grease lubricated contacts.* **Lubricants**, 6(3):1–18, 2018.
- [13] Cheng, Herbert S.: *Elastohydrodynamic Lubrication.* **Handbook of Lubrication - Theory and Practice of Tribology,** II:139–162, 1983.