

大气飞行动力学短平快教程

专坑萌新协会

cfrpg

2017 年 12 月 11 日

目 录

第一章 绪论 (大概).....	1
第二章 静操纵性和稳定性.....	2
2.1 纵向	2
2.1.1 俯仰力矩系数	2
2.1.2 握杆中性点	3
2.1.3 纵向操纵	3
2.1.4 铰链力矩	3
2.1.5 杆力	4
2.1.6 机动飞行稳定性	4
2.1.7 重心前后限	5
2.2 航向	5
2.2.1 稳定性	5
2.2.2 操纵	6
2.2.3 操纵力	6
2.3 横向	6
2.3.1 稳定性	6
第三章 线化小扰动方程	7
3.1 轴系	7
3.1.1 坐标转换	7
3.2 6 自由度方程	7
3.3 线性化小扰动	7
第四章 动稳定性	8
4.1 基础	8
4.2 纵向响应	8
4.2.1 短周期	8
4.2.2 长周期	8
4.3 横航向响应	8

第一章 绪论 (大概)

直接印 ppt 吧 orz.

第二章 静操纵性和稳定性

2.1 纵向

俯仰刚度: 受扰动后产生恢复力矩 ($= -C_{m_\alpha}$)

稳定俯仰配平: $C_{m_0} > 0, C_{m_\alpha} < 0$

2.1.1 俯仰力矩系数

[图]

(1) 机翼

$$C_{m,w} = C_{m,\text{mac},w} + C_{L_\alpha,w} \alpha_w (h - h_n)$$

(2) 机身

通常考查翼身组合体

$$C_{m,wb} = M_{\text{mac},wb} + C_{L_\alpha,wb} \alpha_w b (h - h_n wb)$$

(3) 平尾

$$C_{m,t} = -C_{L,t} \frac{q_t S_t l_t}{q S \bar{c}} = -C_{L,t} \bar{V}_t \eta_t = -C_{L_\alpha,t} (\alpha_w - i_w + i_t - \varepsilon) \bar{V}_t \eta_t$$

$$\text{尾容量: } \bar{V}_t = \frac{S_t l_t}{S \bar{c}}$$

$$\text{动压比: } \eta_t = \frac{q_t}{q}$$

下洗角: ε

$$\frac{dC_{m,t}}{dC_L} = -\frac{C_{L_\alpha,t}}{C_{L_\alpha,w}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta \bar{V}_t$$

总俯仰力矩系数:

$$C_m = (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) C_{L,w} + C_{m,\text{mac},w} + C_{m,f} - C_{L,t} \eta_t \bar{V}_t$$

$$C_{m_0} = C_{m,\text{mac},w} + C_{m,f0} - a_t \bar{V}_1 \eta_t (\alpha_{0,w} - i_w + i_t)$$

$$C_{m_{C_L}} = (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) + (C_{m_{C_L}})_f - \frac{C_{L_\alpha,t}}{C_{L_\alpha,w}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta \bar{V}_t$$

2.1.2 握杆中性点

使 $C_{m_{C_L}} = 0$ 的 \bar{x}_{cg}

$$N_0 = \bar{x}_{ac} - (C_{m_{C_L}})_f + \frac{C_{L_{\alpha,t}}}{C_{L_{\alpha,w}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \eta \bar{V}_t$$

中性点是整机的气动中心, 迎角变化引起的升力增量作用于中性点.

稳定裕度: 重心距离中性点的距离

$$H_n = N_0 - \bar{x}_{cg}$$

2.1.3 纵向操纵

升降舵偏转不影响握杆静稳定性.

升降舵效率

$$C_{m_{\delta_e}} = -a_t \bar{V}_1 \eta_t \tau$$

配平升力时的升降舵偏角

$$\delta_{e,0} = \frac{C_{mac,w} + C_{m,f,0} - a_t(\alpha_{0,w} - i_w + i_t) \bar{V}_1 \eta_t}{-C_{m_{\delta_e}}}$$

重心前限: 重心前移使 $\delta_e - C_L$ 曲线变陡, 最大升力系数时仍能利用升降舵配平

$$x_{cg,f} = N_0 - (\delta_{e,max} - \delta_{e,0}) \frac{C_{m_{\delta_e}}}{C_{L,max}}$$

2.1.4 铰链力矩

松杆 $C_m - C_L$ 曲线斜率

$$\left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{free}} = \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{fix}} - \frac{C_{m_{\delta_e}}}{a_w} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

松杆中性点 (通常在焦点之前):

$$N'_0 = \bar{x}_{cg} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{free}} = \bar{x}_{ac,w} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_f + \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_1 \eta_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}}\right)$$

2.1.5 杆力

$$F_s = K'V^2(K_2 + C_{h\delta t}\delta_t) + K''$$

$$K' = \frac{1}{2}\rho K_1, \quad K'' = -K_1 \frac{C_{h\delta e}}{C_{m\delta e}} \frac{W}{S} \left(\frac{dC_m}{dC_L} \right)_{\text{free}}$$

$$K_1 = -G_1 S_e \bar{c}_e \eta_t, \quad K_2 = C_{h0} + C_{h\alpha}(\alpha_{0,w} - i_w + i_t) + C_{h\delta e} \delta_{e,0}$$

$$\frac{dF_s}{dV} = 2K'(K_2 + C_{h\delta t}\delta_t)$$

对于稳定的飞机, $\frac{dF_s}{dV} > 0$ 调整片偏角

$$\delta_{t,trim} = -\frac{1}{C_{h\delta t}} \left(\frac{K''}{K'V_{trim}^2} + K_2 \right)$$

2.1.6 机动飞行稳定性

握杆机动点:

$$M_0 = h_n - \frac{C_{m_q}}{2\mu - C_{L_q}} \Rightarrow h_n - \frac{C_{m_q}}{2\mu}$$

其中 $\mu = \frac{W}{\rho g S l_t}$

单位过载舵偏角:

$$\frac{\delta_e}{n-1} = -\frac{C_W C_{L_\alpha} (2\mu - C_{L_q})}{2\mu \det} (h - M_0)$$

其中 $\det = C_{L_\alpha} C_{m_{\delta e}} - C_{L_{\delta e}} C_{m_\alpha}$

松杆机动点:

$$M'_0 = M_0 + \frac{\det}{a'b_2} \left(\frac{C_{h\alpha}}{C_{L_\alpha}} + \frac{C_{hq}}{2\mu - C_{L_q}} \right)$$

单位过载操纵力:

$$\begin{aligned} \frac{dF_s}{dn} &= G_1 \frac{W}{S} \eta_t S_e \bar{c}_e \frac{a'b_2}{2\mu \det} (2\mu - C_{L_q}) (\bar{x}_{cg} - M'_0) \\ &= G_1 \frac{W}{S} \eta_t S_e \bar{c}_e \frac{C_{h\delta e}}{C_{m_{\delta e}}} (\bar{x}_{cg} - N'_m) \end{aligned}$$

2.1.7 重心前后限

(1) 重心后限

1. 握杆中性点: 静稳定性, 平衡舵偏角.

$$N_0 = \bar{x}_{ac} - (C_{m_{C_L}})_f + \frac{C_{L_{\alpha,t}}}{C_{L_{\alpha,w}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \eta \bar{V}_t = \bar{x}_{cg} - C_{m_{C_L}}$$

2. 松杆中性点:

$$N'_0 = \bar{x}_{ac,w} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_f + \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_1 \eta_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}}\right)$$

3. 握杆机动点:

$$N_m = M_0 = \bar{x}_{ac} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_f + \frac{a_t \bar{V}_1 \eta_t}{a_w} \left[\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) + \frac{a_w}{2\mu}\right]$$

4. 松杆机动点:

$$N'_m = M'_0 = \bar{x}_{ac} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_f + \frac{a_t \bar{V}_1 \eta_t}{a_w} \left[\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) + \frac{a_w}{2\mu}\right] \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}}\right)$$

(2) 重心前限

1. 起降时升降舵能平衡俯仰力矩而不超过偏角限制.
2. 地面效应或增加机翼和平尾升力曲线斜率, 减小下洗角, 重心前限后移
3. 增升装置使 $C_m - \alpha$ 曲线上移, 增加下洗角
4. dF_s/dn 限制
5. $dF_s/d\delta_e$ 限制

2.2 航向

侧滑角: $\sin \beta = \frac{v}{V}$

2.2.1 稳定性

航向稳定性导数: $C_{n_\beta} > 0$

部件影响:

1. 机翼: 上反增加稳定性, 后掠增加稳定性
2. 机身: 通常不稳定

$$C_{n\beta,wb} = -K_N K_{RI} \frac{S_{B,S} l_f}{S b}$$

3. 垂尾: 增加稳定性

$$C_{n\beta,v} = k a_v \left(1 + \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right) \eta_v \bar{V}_2, \quad \bar{V}_2 = \frac{S_v l_v}{S b}$$

2.2.2 操纵

$$C_{n\delta_r} = -k \eta_v \bar{V}_2 a_v \tau_2$$

$$\delta_r = -\frac{C_{n\beta} \beta}{C_{n\delta_r}}$$

2.2.3 操纵力

$$F_p = G_2 q \eta_v S_r \bar{c}_r (C_{h\beta} \beta + C_{h\delta_r} \delta_r + C_{h\delta_t} \delta_t)$$

$$\frac{\partial F_p}{\partial \beta} = G_2 q \eta_v S_r \bar{c}_r \left(C_{h\beta} - \frac{C_{h\delta_r}}{C_{n\delta_r}} C_{n\beta} \right)$$

2.3 横向

2.3.1 稳定性

航向稳定性导数: $C_{l_\beta} < 0$

部件影响

1. 忽略机身直接影响
2. 上单翼增加稳定性, 下单翼降低稳定性
3. 后掠增加稳定性
4. 垂尾通常增加稳定性

第三章 线化小扰动方程

3.1 轴系

1. Inertial Axes System $Ox_iy_iz_i$, 位于地心, 不随地球旋转
2. Earth-Fixed Axes System $Ox_Ey_Ez_E$, 位于地心, 随地球旋转
3. Navigational System $Ox_ey_ez_e$, 俗称地轴系, NED 坐标系
4. Body Axes System $Ox_by_bz_b$, 任意一种固连与机身的坐标系, 通常取体轴系

Stability axes system $Ox_sy_sz_s$, 稳定性轴系, 体轴系 + 迎角, 重心 - 速度在对称面内方向 - 垂直对称面向右 - 向下

Wind axes system $Ox_wy_wz_w$, 风轴系, 体轴系 + 迎角 + 侧滑角, 重心 - 速度方向 - 垂直铅垂面向右 - 向下

3.1.1 坐标转换

$$L_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} L_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} L_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

地轴系 -> 体轴系: $L_{BE} = L_x(\varphi)L_y(\theta)L_z(\psi)$, $L_{BE}v_E = v_B$

风轴系 -> 体轴系: $L_{BW} = L_y(\alpha)L_z(\beta)$, $L_{BW}v_W = v_B$

3.2 6 自由度方程

见 SUATP

3.3 线性化小扰动

见高浩

第四章 动稳定性

4.1 基础

特征根: $\lambda = -r \pm js = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

$$\zeta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + s^2}}, \quad \omega_n = \sqrt{r^2 + s^2}, \quad T_2 = T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{|r|}$$

Routh 判据

Routh-Hurwitz 判据

$$\Delta(\lambda) = a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$$

稳定的充要条件:

$$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 > 0$$

$$R = \Delta_3 = a_1a_2a_3 - a_1^2a_4 - a_0a_3^2 > 0$$

4.2 纵向响应

两对复根, 大根对应短周期, 小根对应长周期.

近似求解时取方程前三个高阶项求解短周期, 三个低阶项求解长周期.

4.2.1 短周期

频率主要由 C_{m_α} 决定, $|C_{m_\alpha}|$ 增加, 频率增加.

阻尼主要由 C_{m_q} 和 $C_{m\dot{\alpha}}$ 决定, 尾容越大阻尼越大.

4.2.2 长周期

.

4.3 横航向响应

一个零根, 两个实根, 小根对应尾旋模态, 大根对应滚转收敛模态, 一对复根对应荷兰滚模态.