

大气飞行动力学短平快教程

专坑萌新协会

cfrpg

2017 年 12 月 10 日

目 录

第一章 绪论 (大概).....	1
第二章 静操纵性和稳定性.....	2
2.1 纵向	2
2.1.1 俯仰力矩系数	2
2.1.2 握杆中性点	3
2.1.3 纵向操纵	3
2.1.4 铰链力矩	3
2.1.5 杆力	3
2.1.6 机动飞行稳定性	4
2.1.7 重心前后限	4
2.2 航向	4
2.2.1 稳定性	4
2.2.2 操纵	5
2.2.3 操纵力	5
2.3 横向	5
2.3.1 稳定性	5
第三章 线化小扰动方程	6
3.1 轴系	6
3.1.1 坐标转换	6
3.2 6 自由度方程	6
3.3 线性化小扰动	6
第四章 动稳定性	8
4.1 基础	8
4.2 纵向响应	8
4.2.1 短周期	8
4.2.2 长周期	9
4.3 横航向响应	9

第一章 绪论 (大概)

直接印 ppt 吧 orz.

第二章 静操纵性和稳定性

2.1 纵向

俯仰刚度: 受扰动后产生恢复力矩 ($= -C_{m_\alpha}$)

稳定俯仰配平: $C_{m_0} > 0, C_{m_\alpha} < 0$

2.1.1 俯仰力矩系数

[图]

(1) 机翼

$$C_{m,w} = C_{m,\text{mac},w} + C_{L_\alpha,w} \alpha_w (h - h_n)$$

(2) 机身

通常考查翼身组合体

$$C_{m,wb} = M_{\text{mac},wb} + C_{L_\alpha,wb} \alpha_w b (h - h_n wb)$$

(3) 平尾

$$C_{m,t} = -C_{L,t} \frac{q_t S_t l_t}{q S \bar{c}} = -C_{L,t} \bar{V}_t \eta_t = -C_{L_\alpha,t} (\alpha_w - i_w + i_t - \varepsilon) \bar{V}_t \eta_t$$

$$\text{尾容量: } \bar{V}_t = \frac{S_t l_t}{S \bar{c}}$$

$$\text{动压比: } \eta_t = \frac{q_t}{q}$$

下洗角: ε

$$\frac{dC_{m,t}}{dC_L} = -\frac{C_{L_\alpha,t}}{C_{L_\alpha,w}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta \bar{V}_t$$

总俯仰力矩系数:

$$C_m = (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) C_{L,w} + C_{m,\text{mac},w} + C_{m,f} - C_{L,t} \eta_t \bar{V}_t$$

$$C_{m_0} = C_{m,\text{mac},w} + C_{m,f0} - a_t \bar{V}_1 \eta_t (\alpha_{0,w} - i_w + i_t)$$

$$C_{m_{C_L}} = (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) + (C_{m_{C_L}})_f - \frac{C_{L_\alpha,t}}{C_{L_\alpha,w}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta \bar{V}_t$$

2.1.2 握杆中性点

使 $C_{m_{C_L}} = 0$ 的 \bar{x}_{cg}

$$N_0 = \bar{x}_{ac} - (C_{m_{C_L}})_f + \frac{C_{L_{\alpha,t}}}{C_{L_{\alpha,w}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \eta \bar{V}_t$$

中性点是整机的气动中心, 迎角变化引起的升力增量作用于中性点.

稳定裕度: 重心距离中性点的距离

$$H_n = N_0 - \bar{x}_{cg}$$

2.1.3 纵向操纵

升降舵偏转不影响握杆静稳定性.

升降舵效率

$$C_{m_{\delta_e}} = -a_t \bar{V}_1 \eta_t \tau$$

配平升力时的升降舵偏角

$$\delta_{e,0} = \frac{C_{mac,w} + C_{m,f,0} - a_t(\alpha_{0,w} - i_w + i_t) \bar{V}_1 \eta_t}{-C_{m_{\delta_e}}}$$

重心前限: 重心前移使 $\delta_e - C_L$ 曲线变陡, 最大升力系数时仍能利用升降舵配平

$$x_{cg,f} = N_0 - (\delta_{e,max} - \delta_{e,0}) \frac{C_{m_{\delta_e}}}{C_{L,max}}$$

2.1.4 铰链力矩

松杆 $C_m - C_L$ 曲线斜率

$$\left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{free}} = \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{fix}} - \frac{C_{m_{\delta_e}}}{a_w} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

松杆中性点 (通常在焦点之前):

$$N'_0 = \bar{x}_{cg} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{free}} = \bar{x}_{ac,w} - \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_f + \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_1 \eta_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}}\right)$$

2.1.5 杆力

$$F_s = K' V^2 (K_2 + C_{h\delta t} \delta_t) + K''$$

$$K' = \frac{1}{2} \rho K_1 \quad , \quad K'' = -K_1 \frac{C_{h\delta_e}}{C_{m_{\delta_e}}} \frac{W}{S} \left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{\text{free}}$$

$$K_1 = -G_1 S_e \bar{c}_e \eta_t, \quad K_2 = C_{h0} + C_{h\alpha}(\alpha_{0,w} - i_w + i_t) + C_{h\delta_e} \delta_{e,0}$$

$$\frac{dF_s}{dV} = 2K'(K_2 + C_{h\delta_t} \delta_t)$$

对于稳定的飞机, $\frac{dF_s}{dV} > 0$ 调整片偏角

$$\delta_{t,trim} = -\frac{1}{C_{h\delta_t}} \left(\frac{K''}{K'V_{trim}^2} + K_2 \right)$$

2.1.6 机动飞行稳定性

2.1.7 重心前后限

(1) 重心后限

1. 握杆中性点: 静稳定性, 平衡舵偏角.

$$N_0 = \bar{x}_{ac} - (C_{m_{C_L}})_f + \frac{C_{L_{\alpha,t}}}{C_{L_{\alpha,w}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta \bar{V}_t = \bar{x}_{cg} - C_{m_{C_L}}$$

2. 松杆中性点:

$$N'_0 = \bar{x}_{ac,w} - \left(\frac{dC_m}{dC_L} \right)_f + \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_1 \eta_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}} \right)$$

(2) 重心前限

2.2 航向

侧滑角: $\sin \beta = \frac{v}{V}$

2.2.1 稳定性

航向稳定性导数: $C_{n\beta} > 0$

部件影响:

1. 机翼: 上反增加稳定性, 后掠增加稳定性
2. 机身: 通常不稳定

$$C_{n\beta,wb} = -K_N K_{RI} \frac{S_{B,S} l_f}{S b}$$

3. 垂尾: 增加稳定性

$$C_{n\beta,v} = k a_v \left(1 + \frac{\partial \theta}{\partial \beta} \right) \eta_v \bar{V}_2, \quad \bar{V}_2 = \frac{S_v l_v}{S b}$$

2.2.2 操纵

$$C_{n_{\delta_r}} = -k\eta_v \bar{V}_2 a_v \tau_2$$

$$\delta_r = -\frac{C_{n_\beta} \beta}{C_{n_{\delta_r}}}$$

2.2.3 操纵力

$$F_p = G_2 q \eta_v S_r \bar{c}_r (C_{h_\beta} \beta + C_{h_{\delta_r}} \delta_r + C_{h_{\delta_t}} \delta_t)$$
$$\frac{\partial F_p}{\beta} = G_2 q \eta_v S_r \bar{c}_r \left(C_{h_\beta} - \frac{C_{h_{\delta_r}}}{C_{n_{\delta_r}}} C_{n_\beta} \right)$$

2.3 横向

2.3.1 稳定性

航向稳定性导数: $C_{l_\beta} < 0$

部件影响

1. 忽略机身直接影响
2. 上单翼增加稳定性, 下单翼降低稳定性
3. 后掠增加稳定性
4. 垂尾通常增加稳定性

第三章 线化小扰动方程

3.1 轴系

1. Inertial Axes System $Ox_i y_i z_i$, 位于地心, 不随地球旋转
2. Earth-Fixed Axes System $Ox_E y_E z_E$, 位于地心, 随地球旋转
3. Navigational System $Ox_e y_e z_e$, 俗称地轴系, NED 坐标系
4. Body Axes System $Ox_b y_b z_b$, 任意一种固连与机身的坐标系, 通常取体轴系

Stability axes system $Ox_s y_s z_s$, 稳定性轴系, 体轴系 + 迎角, 重心 - 速度在对称面内方向 - 垂直对称面向右 - 向下

Wind axes system $Ox_w y_w z_w$, 风轴系, 体轴系 + 迎角 + 侧滑角, 重心 - 速度方向 - 垂直铅垂面向右 - 向下

3.1.1 坐标转换

$$L_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} L_y(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix} L_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

地轴系 -> 体轴系: $L_{BE} = L_x(\varphi)L_y(\theta)L_z(\psi)$, $L_{BE}v_E = v_B$

风轴系 -> 体轴系: $L_{BW} = L_y(\alpha)L_z(\beta)$, $L_{BW}v_W = v_B$

3.2 6 自由度方程

见 SUATP

3.3 线性化小扰动

见高浩

Longitudinal Equations

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_u}{m} & \frac{X_w}{m} & 0 & -g \cos \theta_0 \\ \frac{Z_u}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{Z_w}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{Z_q + mu_0}{m - Z_{\dot{w}}} & \frac{-mg \sin \theta_0}{m - Z_{\dot{w}}} \\ \frac{1}{I_y} \left[M_u + \frac{M_{\dot{w}} Z_u}{(m - Z_{\dot{w}})} \right] & \frac{1}{I_y} \left[M_w + \frac{M_{\dot{w}} Z_w}{(m - Z_{\dot{w}})} \right] & \frac{1}{I_y} \left[M_q + \frac{M_{\dot{w}} (Z_q + mu_0)}{(m - Z_{\dot{w}})} \right] & -\frac{M_{\dot{w}} mg \sin \theta_0}{I_y (m - Z_{\dot{w}})} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ w \\ q \\ \Delta \theta \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_c}{m} \\ \frac{\Delta Z_c}{m - Z_{\dot{w}}} \\ \frac{\Delta M_c}{I_y} + \frac{M_{\dot{w}} \Delta Z_c}{I_y (m - Z_{\dot{w}})} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_E &= \Delta u \cos \theta_0 + w \sin \theta_0 - u_0 \Delta \theta \sin \theta_0 \\ \Delta \dot{z}_E &= -\Delta u \sin \theta_0 + w \cos \theta_0 - u_0 \Delta \theta \cos \theta_0 \end{aligned}$$

Lateral Equations

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m} & \frac{Y_p}{m} & \left(\frac{Y_r}{m} - u_0 \right) & g \cos \theta_0 \\ \left(\frac{L_v}{I_x} + I'_{zx} N_v \right) & \left(\frac{L_p}{I_x} + I'_{zx} N_p \right) & \left(\frac{L_r}{I_x} + I'_{zx} N_r \right) & 0 \\ \left(I'_{zx} L_v + \frac{N_v}{I_x} \right) & \left(I'_{zx} L_p + \frac{N_p}{I_z} \right) & \left(I'_{zx} N_v + \frac{N_r}{I_z} \right) & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta Y_c}{m} \\ \frac{L_c}{I_x} + I'_{zx} N_c \\ I'_{zx} L_c + \frac{N_c}{I_z} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\psi} = r \sec \theta_0$$

$$\Delta \dot{y}_E = u_0 \psi \cos \theta_0 + v$$

$$I'_x = (I_x I_z - I_{zx}^2) / I_z$$

$$I'_z = (I_x I_z - I_{zx}^2) / I_x$$

$$I'_{zx} = I_{zx} / (I_x I_z - I_{zx}^2)$$

第四章 动稳定性

4.1 基础

特征根: $\lambda = -r \pm js = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

$$\zeta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + s^2}}, \quad \omega_n = \sqrt{r^2 + s^2}, \quad T_2 = T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{|r|}$$

Routh 判据

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

Routh's array:

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	\dots		
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	\dots	$A_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$B_1 = \frac{A_1 a_{n-3} - a_{n-1} A_2}{A_1}$
s^{n-2}	A_1	A_2	A_3	A_4	\dots		
s^{n-3}	B_1	B_2	B_3	B_4	\dots	$A_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$	$B_2 = \frac{A_1 a_{n-5} - a_{n-1} A_3}{A_1}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots		
s^2	D_1	D_2				$A_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}}$	$B_3 = \frac{A_1 a_{n-7} - a_{n-1} A_4}{A_1}$
s^1	E_1						
s^0	F_1					$\dots\dots\dots$	$\dots\dots\dots$

Routh-Hurwitz 判据

$$\Delta(\lambda) = a_0 \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0$$

稳定的充要条件:

$$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 > 0$$

$$R = \Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2 > 0$$

4.2 纵向响应

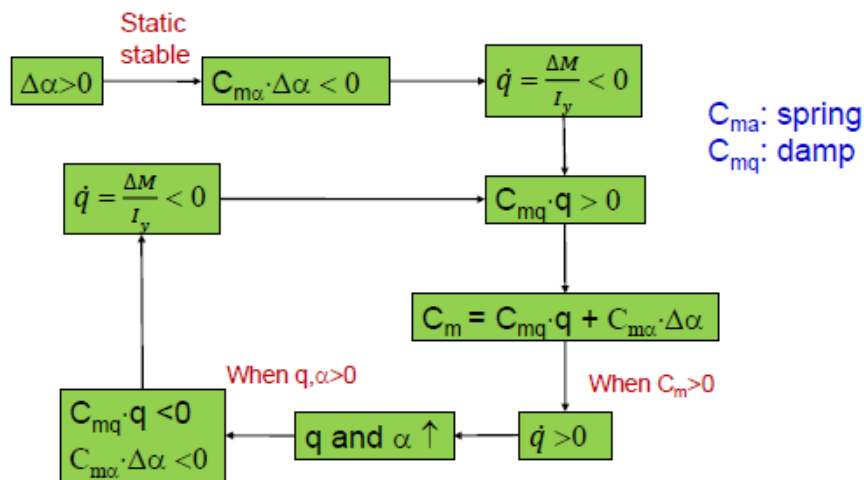
两对复根, 大根对应短周期, 小根对应长周期.

近似求解时取方程前三个高阶项求解短周期, 三个低阶项求解长周期.

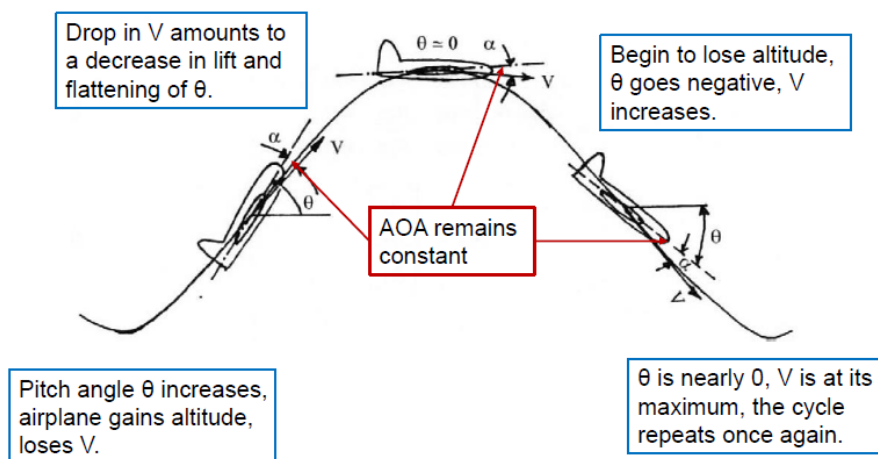
4.2.1 短周期

频率主要由 C_{m_α} 决定, $|C_{m_\alpha}|$ 增加, 频率增加.

阻尼主要由 C_{m_q} 和 $C_{m\dot{\alpha}}$ 决定, 尾容越大阻尼越大.



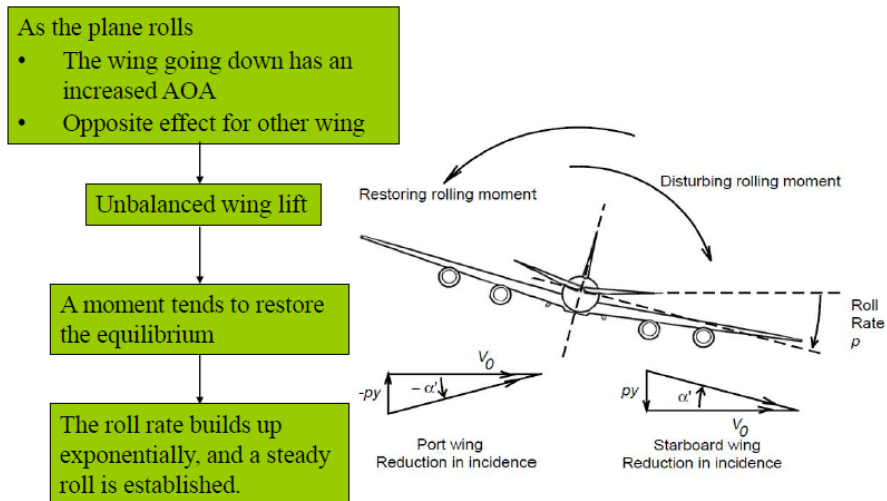
4.2.2 长周期



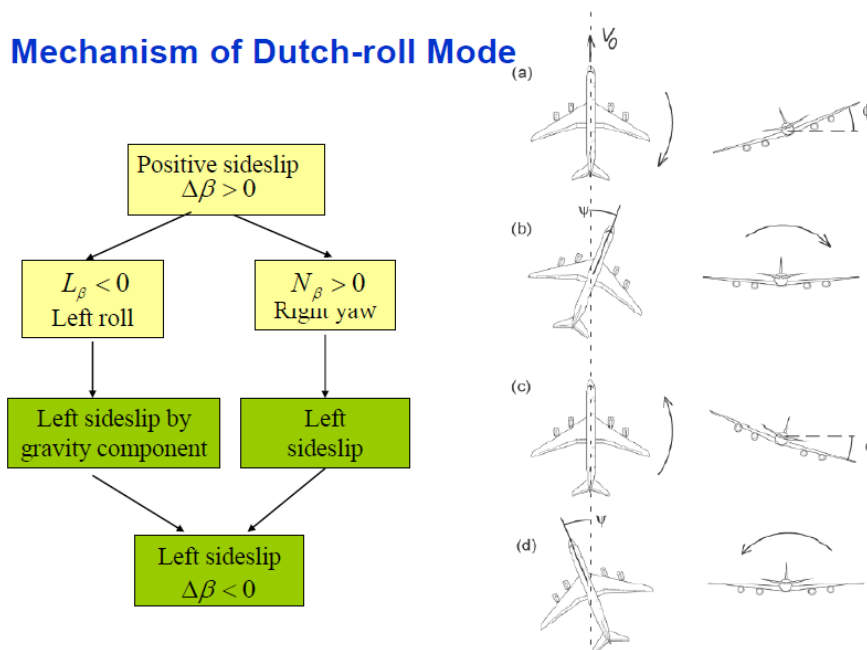
4.3 横航向响应

一个零根, 两个实根, 小根对应尾旋模态, 大根对应滚转收敛模态, 一对复根对应荷兰滚模态.

Mechanism of Roll-subsidence Mode



Mechanism of Dutch-roll Mode



Mechanism of Spiral Mode

