



## 第六讲 资本资产定价模型

---



# 学习目标

- 基本要求：
  - ✓ 掌握：证券市场线、资本市场线的含义，市场组合、有效组合的构建和风险收益特征
  - ✓ 熟悉： $\beta$ 系数、 $\alpha$ 系数的意义及计算
  - ✓ 了解：市场均衡的含义、资本资产定价模型的假定条件和意义
- 重点难点：证券市场线、资本市场线的模型推导方法和含义



# CAPM基本假定

- 关于投资主体

- ① 马科维茨型投资者（永不满足、风险厌恶）。
- ② 价格接受者。
- ③ 所有投资者都有相同的投资期限。
- ④ 投资者使用预期收益率和标准差来对投资组合进行评价。
- ⑤ 同质期望（homogeneous expectation）。



# CAPM基本假定

- 关于投资对象
  - ① 每一个资产都是无限可分的。
  - ② 仅限于公开金融市场上的交易资产。
- 关于投资环境：
  - ① 信息是免费的并且是立即可得的。
  - ② 税收和交易成本忽略不计。
  - ③ 投资者可以以相同的无风险利率借入或贷出资金。



# CAPM主要结论

1. 所有人选择同样的风险资产组合，其构成和市场组合相同。
2. 市场组合的风险溢价与其方差，以及投资人的平均风险厌恶程度成正比。
3. 单个证券的风险溢价，与市场组合的风险溢价，以及该证券的Beta系数成正比。



# 市场组合

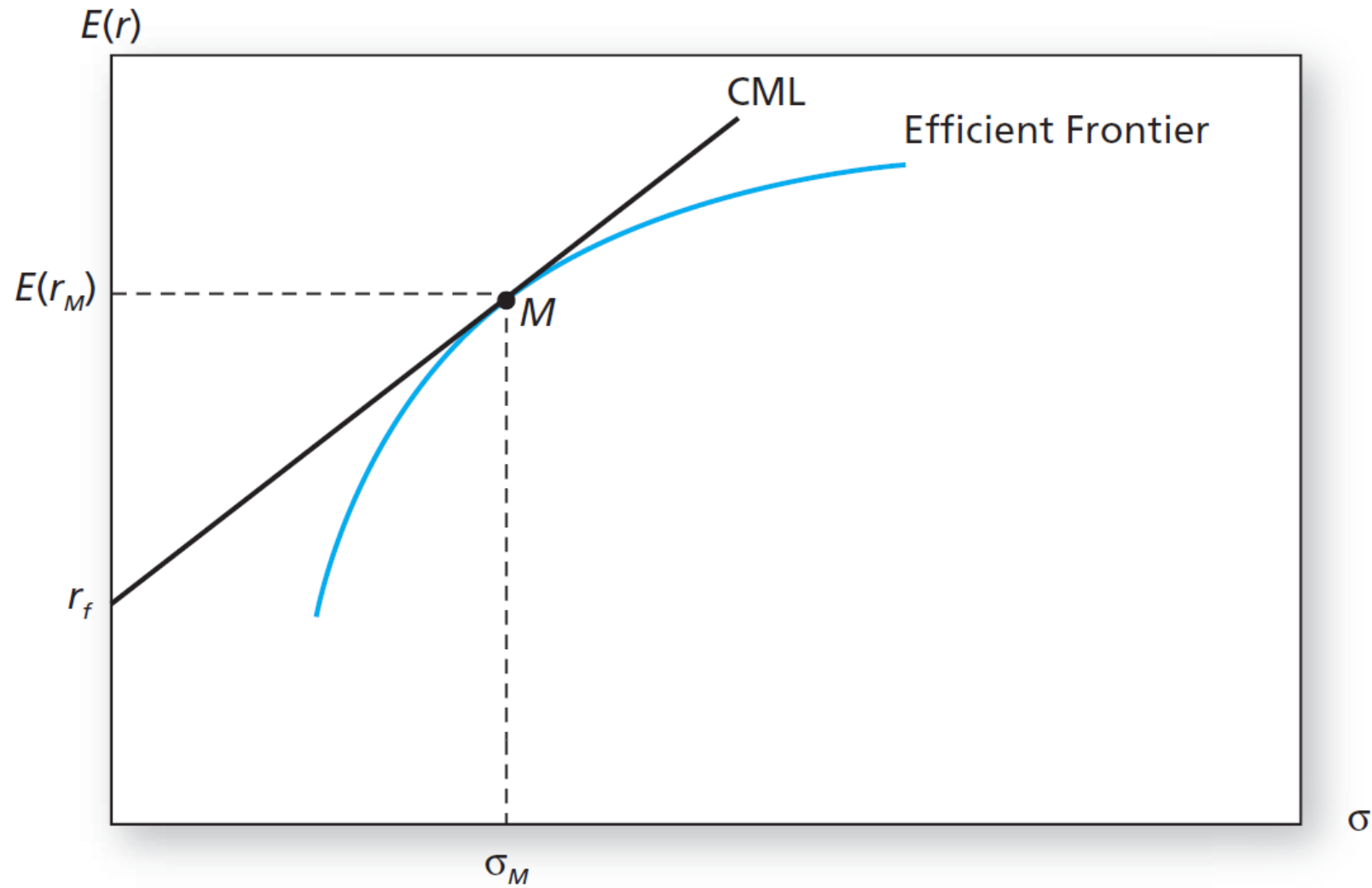
- 所有投资人都将持有相同的风险组合，因为他们：
  1. 有同样的决策时限；
  2. 面临同样的证券品种选择；
  3. 有同样的信息、预期，优化过程有同样的输入数据；
  4. 运用同样的优化方法。



# 市场组合

- 市场组合是经济体中所有资产的组合，每一种资产的权重等于其市场价值占总资产市值的比例。
- 投资人持有的风险组合一定与市场组合的构成相同：
  1. 如果最优组合中某家公司占比1%，那么它在市场组合中一定也占比1%。
  2. 如果最优组合不包含某种证券，那么其价格一定会调整，直到被投资人纳入市场组合。

## B: The Efficient Frontier and the Capital Market Line



**Figure 9.1** Capital allocation line and the capital market line





# 共同基金定理

- CAPM 意味着被动的投资于市场组合的策略是有效的。
- 在 CAPM 的世界里，市场组合就是切点组合。投资人不必做证券分析，搭便车买入市场组合即可。
- 共同基金定理：所有投资人都持有相同的风险组合，风险厌恶程度不同的投资人，投资行为的差别表现在无风险资产配置的比例不同。他们选择的风险资产组合是相同的，都是市场组合。



# 市场组合的风险溢价

- 假设投资人追求最高的预期收益率和最小的风险，其效用函数与以前的设定相同，那么市场风险组合的风险溢价和其方差成正比，和投资人平均的风险厌恶程度成反比：

$$E(r_M) - r_f = \bar{A}\sigma_M^2$$

# 市场组合的风险溢价

- 假设每位投资者投资于市场组合**M**的资金比例是**y**，则：

$$y = \frac{E(r_M) - r_f}{A\sigma_M^2} \quad (1)$$

- 在**CAPM**所简化的经济中，无风险投资包括所有投资人的借入和贷出，任何借入的头寸必须同时有债权人的贷出头寸来平衡，即所有投资者之间的净借入与净贷出的总和为**0**，此时反应的风险厌恶系数为  $\bar{A}$
- 此时，风险投资组合的平均比例为**1**，即  $\bar{y} = 1$
- 将  $\bar{A}$ 、 $\bar{y} = 1$  代入式（**1**），可得：

$$E(r_M) - r_f = \bar{A} \sigma_M^2$$




# 单个证券的预期收益率

- 单个证券的风险溢价取决于它对投资人整体组合风险的贡献。
- 从组合方差的计算过程可以看出，单个证券对整体组合方差的贡献，等于它与组合的协方差乘以权重；
- 在市场均衡条件下，单个证券的回报/风险比率，一定和最优组合的回报/风险比率相同，由此得到：

$$E(r_i) - r_f = \beta_i \times [E(r_M) - r_f]$$



Portfolio Weights	$w_1$	$w_2$	...	$w_{GE}$	...	$w_n$
$w_1$	$\text{Cov}(R_1, R_1)$	$\text{Cov}(R_1, R_2)$	...	$\text{Cov}(R_1, R_{GE})$	...	$\text{Cov}(R_1, R_n)$
$w_2$	$\text{Cov}(R_2, R_1)$	$\text{Cov}(R_2, R_2)$	...	$\text{Cov}(R_2, R_{GE})$	...	$\text{Cov}(R_2, R_n)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$w_{GE}$	$\text{Cov}(R_{GE}, R_1)$	$\text{Cov}(R_{GE}, R_2)$	...	$\text{Cov}(R_{GE}, R_{GE})$	...	$\text{Cov}(R_{GE}, R_n)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$w_n$	$\text{Cov}(R_n, R_1)$	$\text{Cov}(R_n, R_2)$	...	$\text{Cov}(R_n, R_{GE})$	...	$\text{Cov}(R_n, R_n)$



Thus, the contribution of GE's stock to the variance of the market portfolio is

$$w_{\text{GE}}[w_1\text{Cov}(R_1, R_{\text{GE}}) + w_2\text{Cov}(R_2, R_{\text{GE}}) + \dots + w_{\text{GE}}\text{Cov}(R_{\text{GE}}, R_{\text{GE}}) + \dots + w_n\text{Cov}(R_n, R_{\text{GE}})] \quad (9.3)$$

Notice that every term in the square brackets can be slightly rearranged as follows:  $w_i\text{Cov}(R_i, R_{\text{GE}}) = \text{Cov}(w_i R_i, R_{\text{GE}})$ . Moreover, because covariance is additive, the sum of the terms in the square brackets is

$$\sum_{i=1}^n w_i \text{Cov}(R_i, R_{\text{GE}}) = \sum_{i=1}^n \text{Cov}(w_i R_i, R_{\text{GE}}) = \text{Cov}\left(\sum_{i=1}^n w_i R_i, R_{\text{GE}}\right) \quad (9.4)$$

But because  $\sum_{i=1}^n w_i R_i = R_M$ , Equation 9.4 implies that

$$\sum_{i=1}^n w_i \text{Cov}(R_i, R_{\text{GE}}) = \text{Cov}(R_M, R_{\text{GE}})$$

We also observe that the contribution of GE to the risk premium of the market portfolio is  $w_{\text{GE}}E(R_{\text{GE}})$ . Therefore, the reward-to-risk ratio for investments in GE can be expressed as

$$\frac{\text{GE's contribution to risk premium}}{\text{GE's contribution to variance}} = \frac{w_{\text{GE}}E(R_{\text{GE}})}{w_{\text{GE}}\text{Cov}(R_{\text{GE}}, R_M)} = \frac{E(R_{\text{GE}})}{\text{Cov}(R_{\text{GE}}, R_M)}$$

The market portfolio is the tangency (efficient mean-variance) portfolio. The reward-to-risk ratio for investment in the market portfolio is

$$\frac{\text{Market risk premium}}{\text{Market variance}} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2} \tag{9.5}$$



were equalized. Therefore we conclude that the reward-to-risk ratios of GE and the market portfolio should be equal:

$$\frac{E(R_{GE})}{\text{Cov}(R_{GE}, R_M)} = \frac{E(R_M)}{\sigma_M^2} \quad (9.6)$$

To determine the fair risk premium of GE stock, we rearrange Equation 9.6 slightly to obtain

$$E(R_{GE}) = \frac{\text{Cov}(R_{GE}, R_M)}{\sigma_M^2} E(R_M) \quad (9.7)$$

$$E(r_{GE}) = r_f + \beta_{GE}[E(r_M) - r_f] \quad (9.8)$$



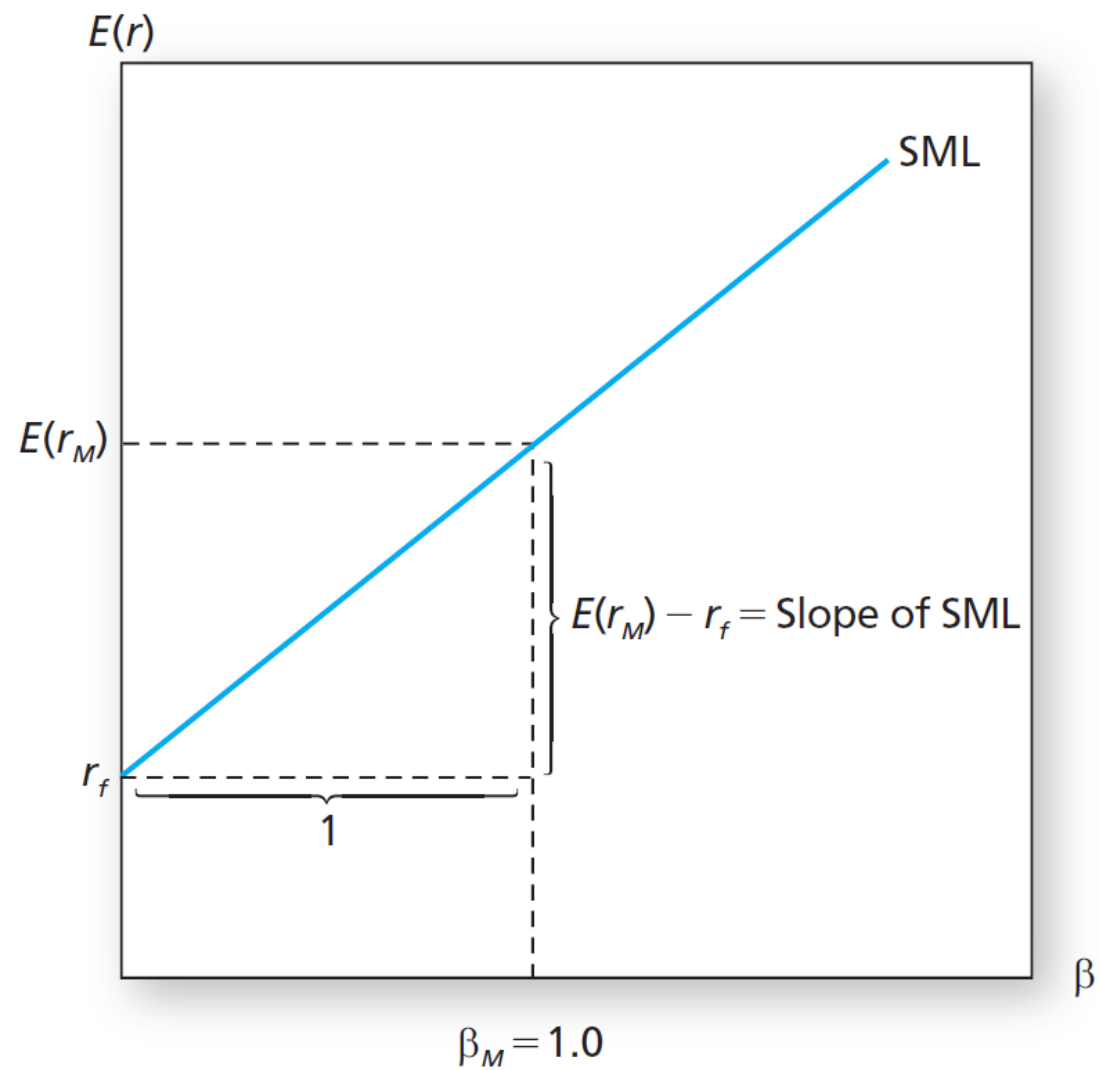


# 证券市场线

- CAPM 的主要结论在  $\beta - E(r)$  平面上称为证券市场线 SML:

$$E(r_i) - r_f = \beta_i \times [E(r_M) - r_f]$$

- 注意：区分 CML 和 SML。
- 注意：区别企业投资项目的超额收益和证券的预期收益。证券的市场价格总是会调整到上式成立。
- 合理定价的证券都位于 SML 上。
- SML 为投资绩效评估提供了一个标准。



**Figure 9.2** The security market line

# 资本市场线与证券市场线

**CML**描述的是有效资产组合的风险溢价是资产组合标准差的函数。

$$E(r_P) - r_f = \frac{[E(r_M) - r_f]}{\sigma_M} \sigma_P$$

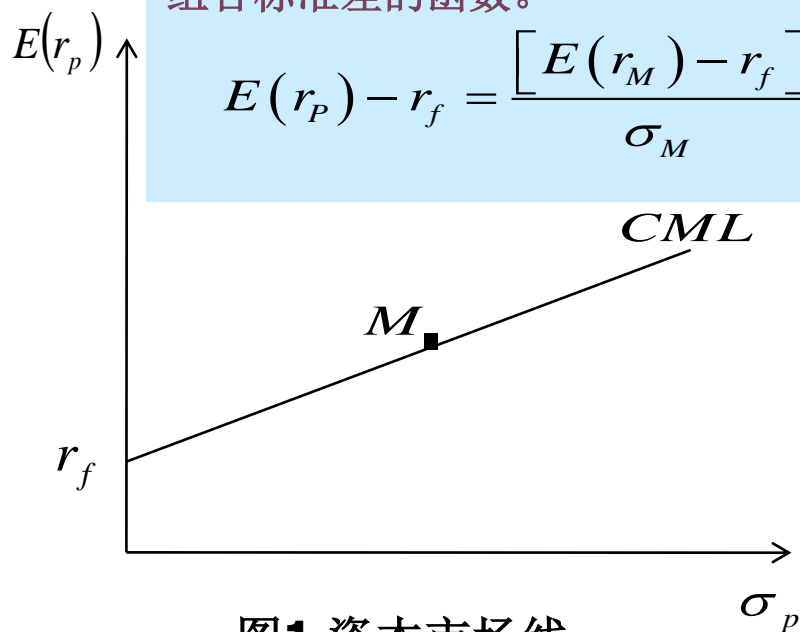


图1 资本市场线

**SML**描述单个资产风险溢价是该资产风险的函数。

$$E(r_i) - r_f = [E(r_M) - r_f] \beta_{iM}$$

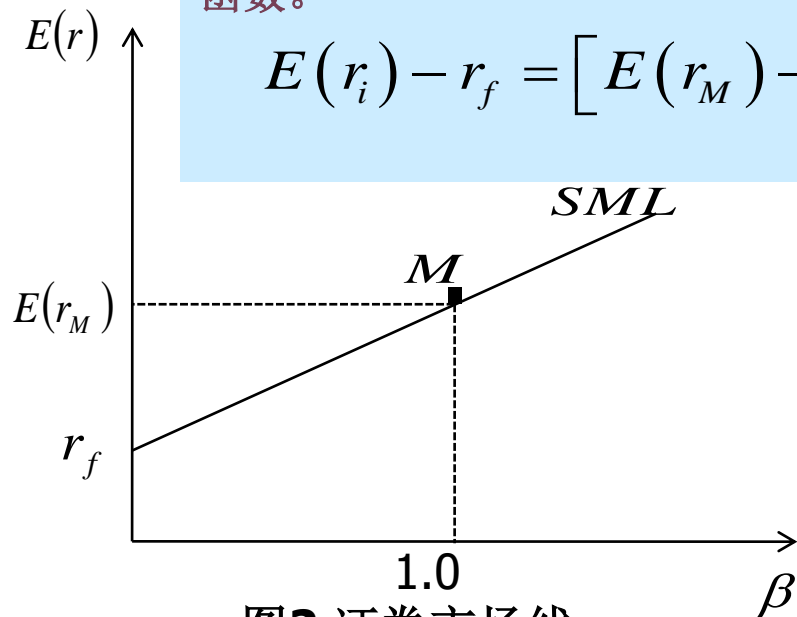




图2 证券市场线

相同:都描述资产的风险溢价

不同: (1)度量风险的标准不同。证券市场线中是以 $\beta$ 系数来描绘, 资本市场线则以方差或标准差来描绘。

(2)资本市场线只描绘了有效投资组合如何定价, 而证券市场线则说明所有风险资产(包括有效组合和无效组合)如何均衡地定价, 即有效投资组合既位于证券市场线上, 也位于资本市场线上, 但个别证券和无效组合却只能位于证券市场线上。

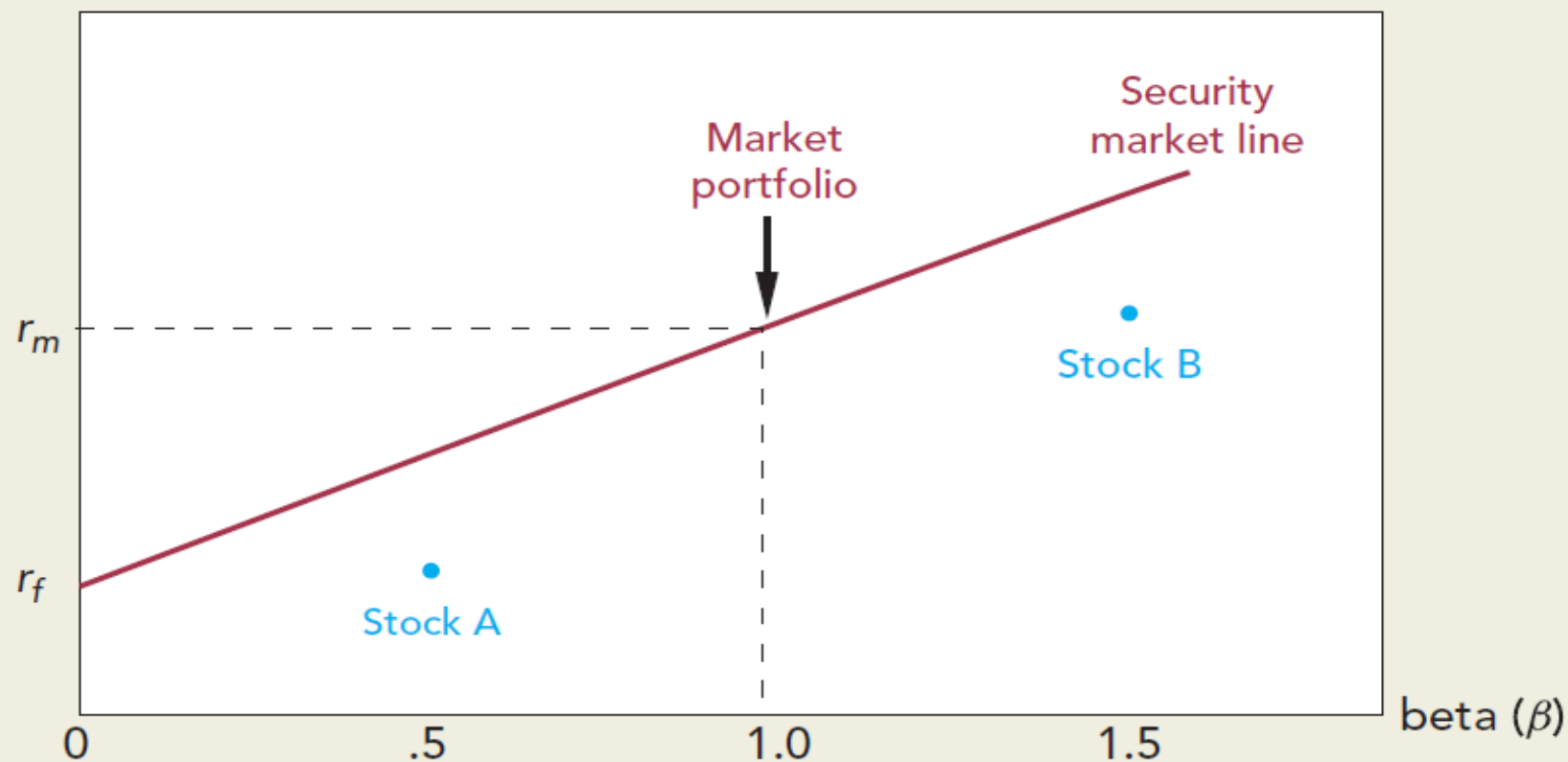
- 
- 标准差和贝塔值都是用来测度风险的，它们的区别在于（ **B** ）。
    - A. 贝塔值既测度系统风险，又测度非系统风险
    - B. 贝塔值只测度系统风险，标准差是整体风险的测度
    - C. 贝塔值只测度非系统风险，标准差是整体风险的测度
    - D. 贝塔值既测度系统风险，又测度非系统风险，而标准差只测度系统风险
  
  - 就资本市场线与证券市场线的关系说法错误的是（ **AC** ）。
    - A. 资本市场线以协方差或贝它系数度量风险
    - B. 资本市场线描绘有效组合如何定价
    - C. 证券市场线以方差或标准差度量风险
    - D. 有效组合既位于资本市场线上，也位于证券市场线上

- 
- 关于资本市场线，哪种说法是正确的？（**ABD**）
    - A. 资本市场线通过无风险利率和市场资产组合两个点
    - B. 资本市场线是可达到的最好的市场配置线
    - C. 资本市场线也叫做证券市场线
    - D. 资本市场线斜率总为正
  
  - 证券市场线（**ACD**）。
    - A. 用作描述期望收益率-贝塔的关系
    - B. 用作描述期望收益率-市场收益率标准差的关系
    - C. 为评估投资业绩提供了一个基准
    - D. 产生在市场均衡状态下

**FIGURE 8.7**

In equilibrium no stock can lie below the security market line. For example, instead of buying stock A, investors would prefer to lend part of their money and put the balance in the market portfolio. And instead of buying stock B, they would prefer to borrow and invest in the market portfolio.

Expected return



- 风险与收益率的关系
- 股价偏离均衡时的调节过程：如果一只股票不在证券市场线上，交易各方会做出怎样的调整？



# 偏离均衡时的调节过程

- 股票A位于SML以下，投资人不会愿意持有它，因为如果他们有一半的资金投资于国债，一半的资金投资于市场组合，则可以得到一个系统风险与股票A相同，预期收益率更高的投资组合。A被抛售，价格将下跌，直到收益率上升使它回到SML上来。
- 同理，市场的力量也会使得股票B回到SML上来。



# Beta 值的估计

- 在实际操作中，为了估计股票的 **Beta** 值，可将其收益率对市场组合的收益率做回归，拟合直线的斜率是 **Beta** 的一个估计值。
- 回归的**R-squared** 度量了该股票总方差中可以用市场波动解释的部分。
- 如果多家公司有相似的 **Beta** 值，那么将它们的股票构造一个投资组合，然后估计该投资组合的 **Beta** 值，得到的结果更精确。所以财务经理往往用行业的 **Beta** 值来代替公司的 **Beta** 值。

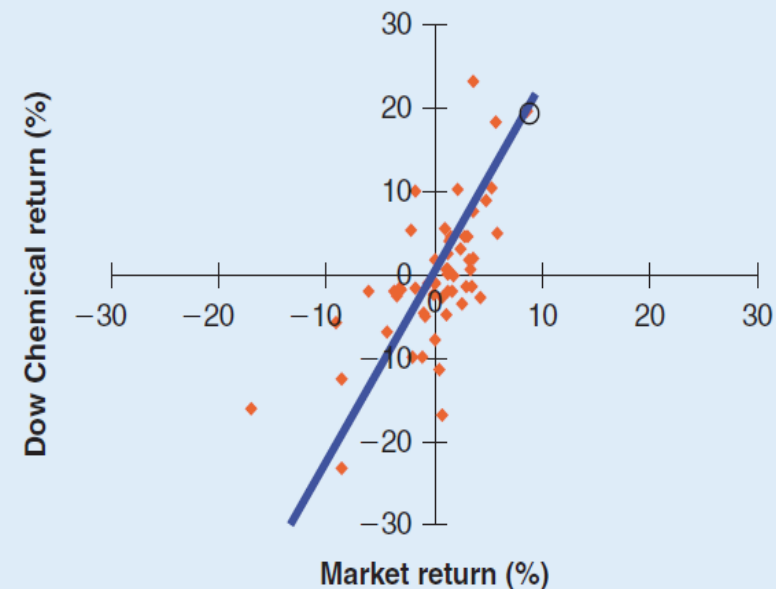


# Beta值的估计

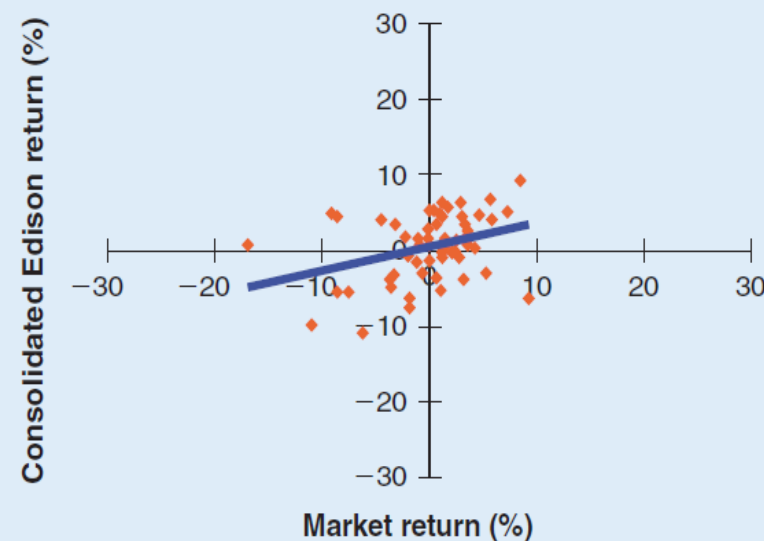
- 例：道氏化学和爱迪生联合电器的Beta值
- 用2005年6月到2010年5月60个月的月度收益率的数据，估计道氏化学和爱迪生联合电器的Beta值。

**FIGURE 12.2** (a) Each point in this figure shows the returns on Dow Chemical common stock and the overall market in a particular month between June 2005 and May 2010. Dow's beta is the slope of the line fitted to these points. Dow has a very high beta of 2.28. (b) In this plot of 60 months' returns for Con Ed and the overall market, the slope of the fitted line is much less than Dow's beta in (a). Con Ed has a relatively low beta of .32.

(a)



(b)



Ford Motor	77.4%
Dow Chemical	55.5
Amazon.com	49.0
Newmont	38.5
Starbucks	35.8
Dell	35.7
Boeing	30.0
Microsoft	25.5
Disney	23.7
Pfizer	22.0
IBM	20.5
McDonald's	17.7
ExxonMobil	17.6
Campbell Soup	16.9
Walmart	16.6
S&P	16.3
Consolidated Edison	15.9

	Beta
Ford	2.53
Dow Chemical	2.28
Starbucks	1.36
Dell	1.33
Boeing	1.28
Disney	1.16
Microsoft	.97
IBM	.76
Pfizer	.68
McDonald's	.62
Heinz	.61
Newmont Mining	.59
Johnson & Johnson	.57
ExxonMobil	.42
Campbell Soup	.37
Consolidated Edison	.32
Walmart	.24

*Note:* Betas are calculated from 5 years of monthly data.

- 总风险（左）与系统风险（右）的估计值。



# 投资组合的Beta值

- 投资组合的BETA值等于各成分股票BETA值的加权平均，权重是每只股票在组合中所占的份额。

$$\beta_P = \sum \beta_k w_k$$

- 例：DOW和EDISON各50%组成的投资组合，其BETA值等于：

$$1/2 \times 2.28 + 1/2 \times 0.32 = 1.30。$$

- 例：大量BETA值为1.8的股票构成一个投资组合，BETA值仍然是1.80。

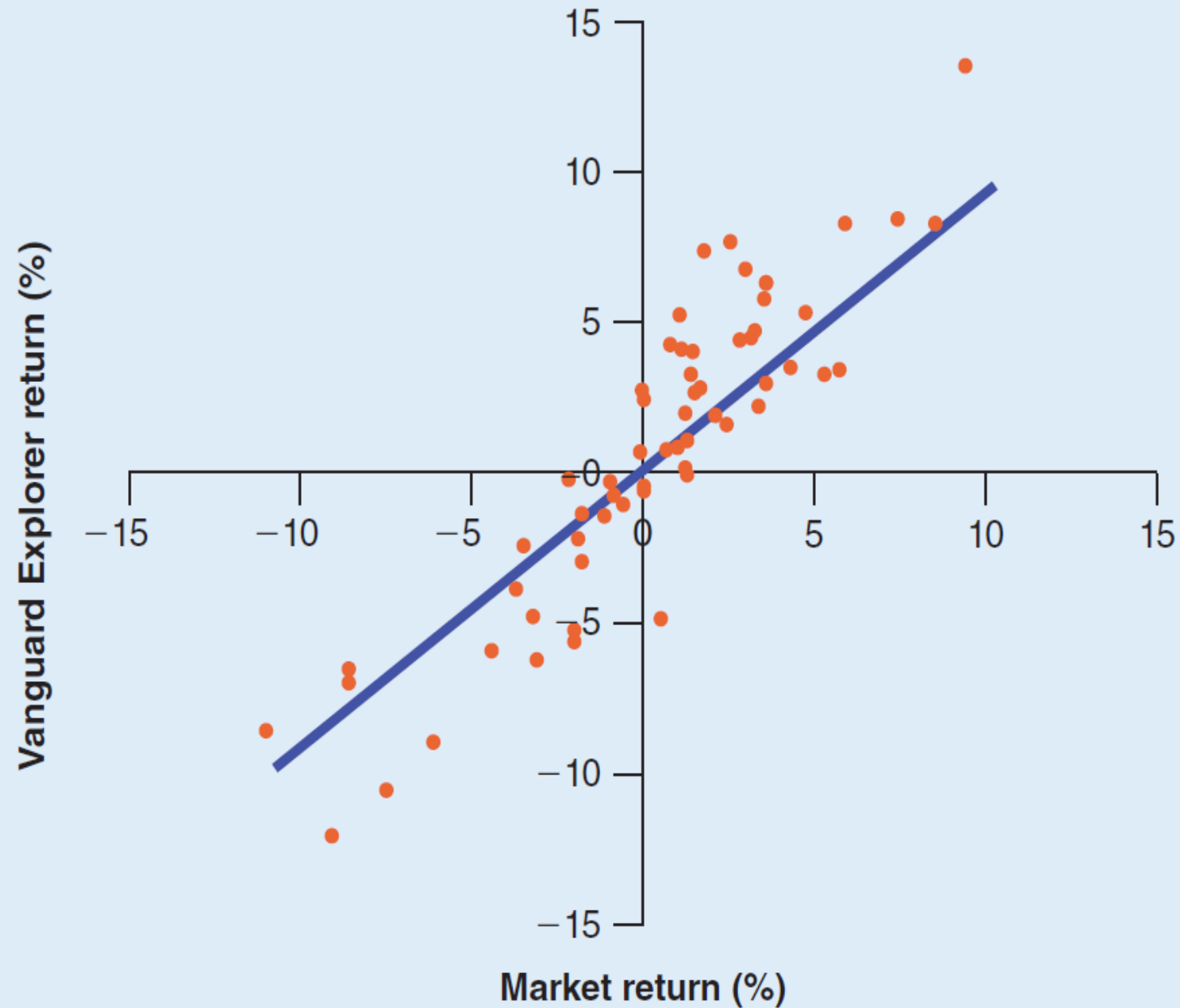


## 例：基金的Beta值

- 积极管理型基金（**Actively Managed Fund**）通过调研、分析选择投资对象，试图获得超过平均水平的收益率。
- 指数型基金（**Index Fund**）只是简单模仿股票指数的构成。
- 两类基金的收益率与Beta值示意如下图：

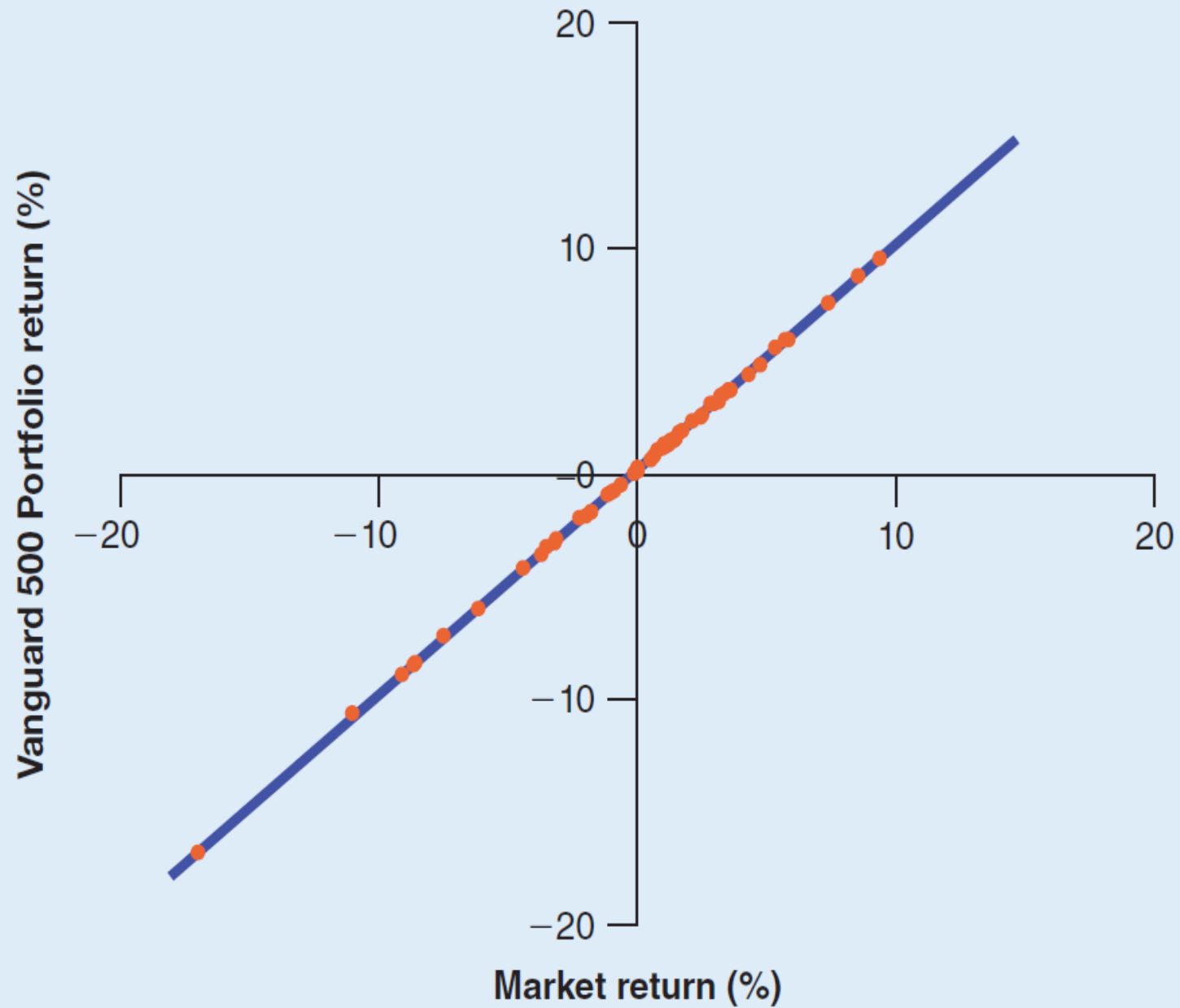
**FIGURE 12.3a** The slope of the fitted line shows that investors in the Vanguard Explorer mutual fund bore market risk greater than that of the S&P 500 portfolio. Explorer's beta was 1.15. This was the average beta of the individual common stocks held by the fund. Investors also bore some specific risk, however; note the scatter of Explorer's returns above and below the fitted line.

(a)



**FIGURE 12.3b** The Vanguard 500 Portfolio is a fully diversified index fund designed to track the performance of the market. Note the fund's beta (1.0) and the absence of specific risk. The fund's returns lie almost precisely on the fitted line relating its returns to those of the S&P 500 portfolio.

(b)



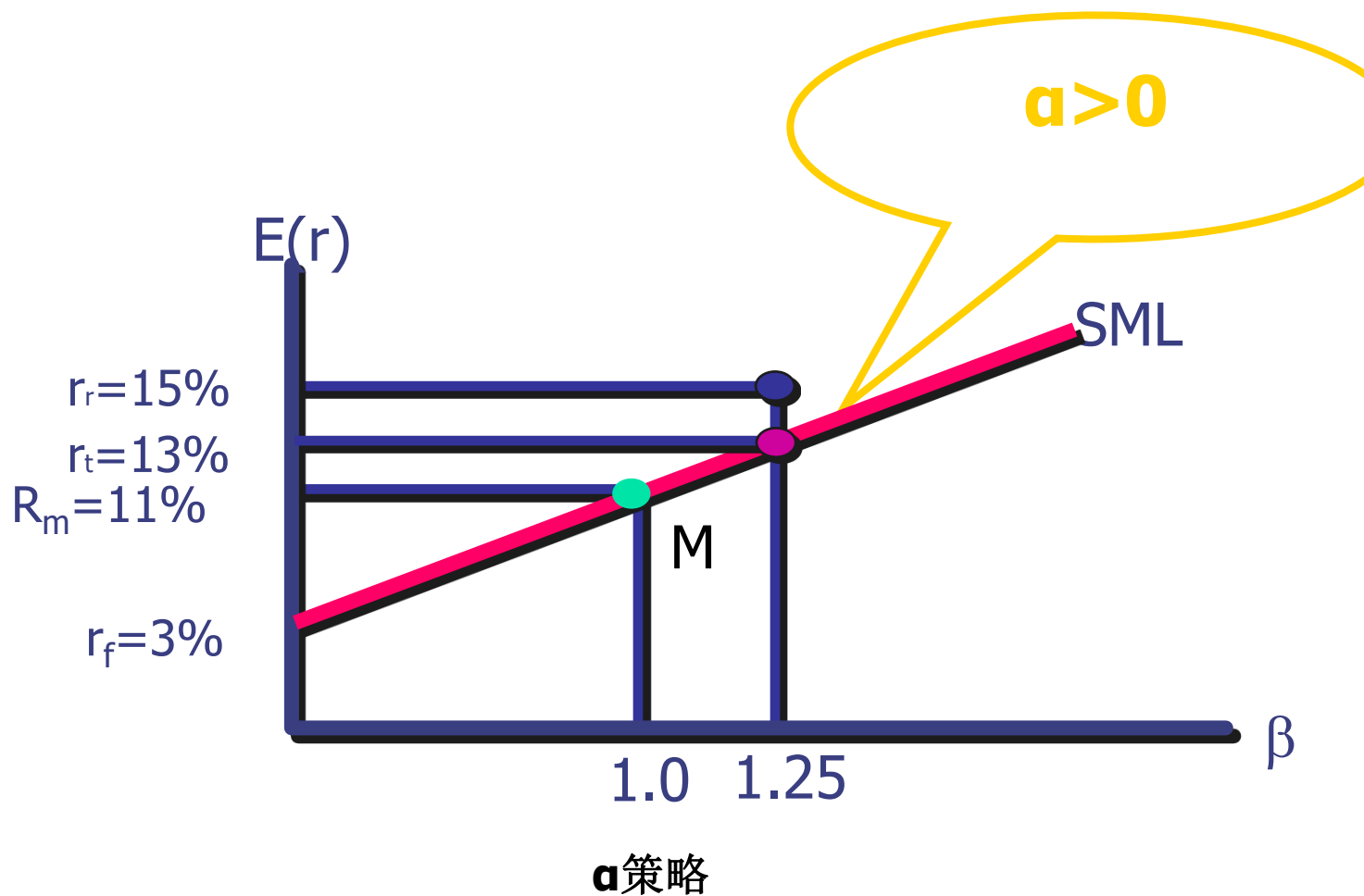


# 证券市场线的应用


- 每个证券分析师都可以有自己的数据和分析方法，由此得到的预期收益率，和 **SML** 预测的收益率之间的差额，称为  $\alpha$  值。
- 证券投资的一种策略是，从市场组合开始，增加  $\alpha > 0$  的证券的权重，降低  $\alpha < 0$  的证券的权重。
- **SML** 的用途：为公用事业公司产品定价。
- **SML** 的用途：为扩张产能的投资项目估值。

# $\alpha$ 策略

$\alpha > 0$ , 股票价格低估  
 $\alpha < 0$ , 股票价格高估  
经理买入  $\alpha > 0$  证券, 剔除  
 $\alpha < 0$  证券







➤ 根据阿尔法的性质，下列说法正确的是（**D**）。


- A. 阿尔法为正则证券价格被高估      B. 阿尔法为零应买入  
C. 阿尔法为负应买入      D. 阿尔法为正则证券价格被低估

➤ 证券 A 期望收益率为0.10，贝塔值为1.1。无风险收益率为0.05，市场期望收益率为0.08。这个证券的阿尔法是（**A**）。

- A. 1.7%      B. -1.7%  
C. 8.3%      D. 5.5%

➤ 零贝塔值证券的期望收益率为（**D**）。

- A. 市场收益率      B. 零收益率  
C. 负收益率      D. 无风险收益率



例：股票XYZ的期望收益率为12%， $\beta=1$ 。股票ABC的期望收益率为13%， $\beta=1.5$ 。

市场组合的期望收益率为11%，市场无风险收益率为5%。

- (1) 根据CAPM模型，投资者将会购买哪一只股票？
- (2) 请计算每只股票的 $\alpha$ ，并尝试描绘SML曲线，在图形上寻找 $\alpha$ 。



# 应用CAPM估计资本成本

- 假设市场上短期国债利率3%，市场组合的风险溢价等于7%，DELL公司的BETA值1.33，则DELL公司股票预期收益率估计：

$$r = r_f + \beta \times (r_M - r_f) = 3\% + 1.33 \times 7\% = 12.3\%$$




## 资本成本的估计

- 如果Dell公司某个投资项目预计IRR为11%，系统风险相当于Dell公司资产的平均水平。我们假设Dell公司只有股票融资，因此其资本成本等于股票的预期收益率12.3%，那么应该拒绝该项目。

	Beta	Expected Return
Ford	2.53	20.7%
Dow Chemical	2.28	19.0
Starbucks	1.36	12.5
Dell	1.33	12.3
Boeing	1.28	12.0
Disney	1.16	11.1
Microsoft	.97	9.8
IBM	.76	8.3
Pfizer	.68	7.8
McDonald's	.62	7.3
Heinz	.61	7.3
Newmont Mining	.59	7.1
Johnson & Johnson	.57	7.0
ExxonMobil	.42	5.9
Campbell Soup	.37	5.6
Consolidated Edison	.32	5.2
Walmart	.24	4.7

Note: Expected return =  $r = r_f + \beta(r_m - r_f) = 3\% + \beta \times 7\%$ .



例：若无风险利率变为**8%**，市场组合的期望收益率上升至**16%**，有一家公司在评估一项 $\beta=1.3$ 的项目，

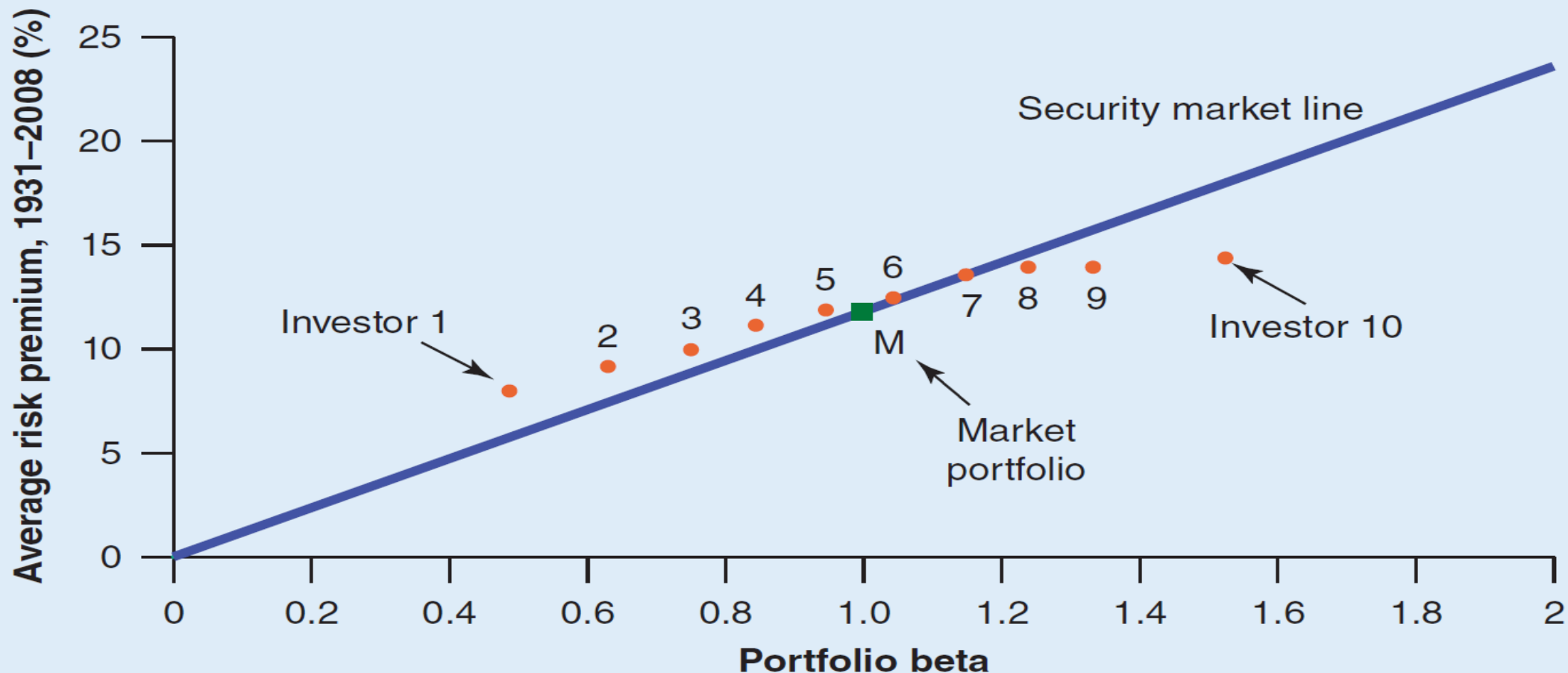
(1) 请问该项目的必要收益率是多少？

(2) 如果该项目预期的内部收益率**IRR=19%**，是否应该投资该项目？



# CAPM 可检验吗？

- 检验 CAPM 的主要结论：
  1. 市场组合是否是有效的切点组合。
  2. 单个证券的风险溢价和市场组合的风险溢价成正比。
- 以上结论是关于随机变量的期望值的，而我们只能观测到随机变量的实现值。



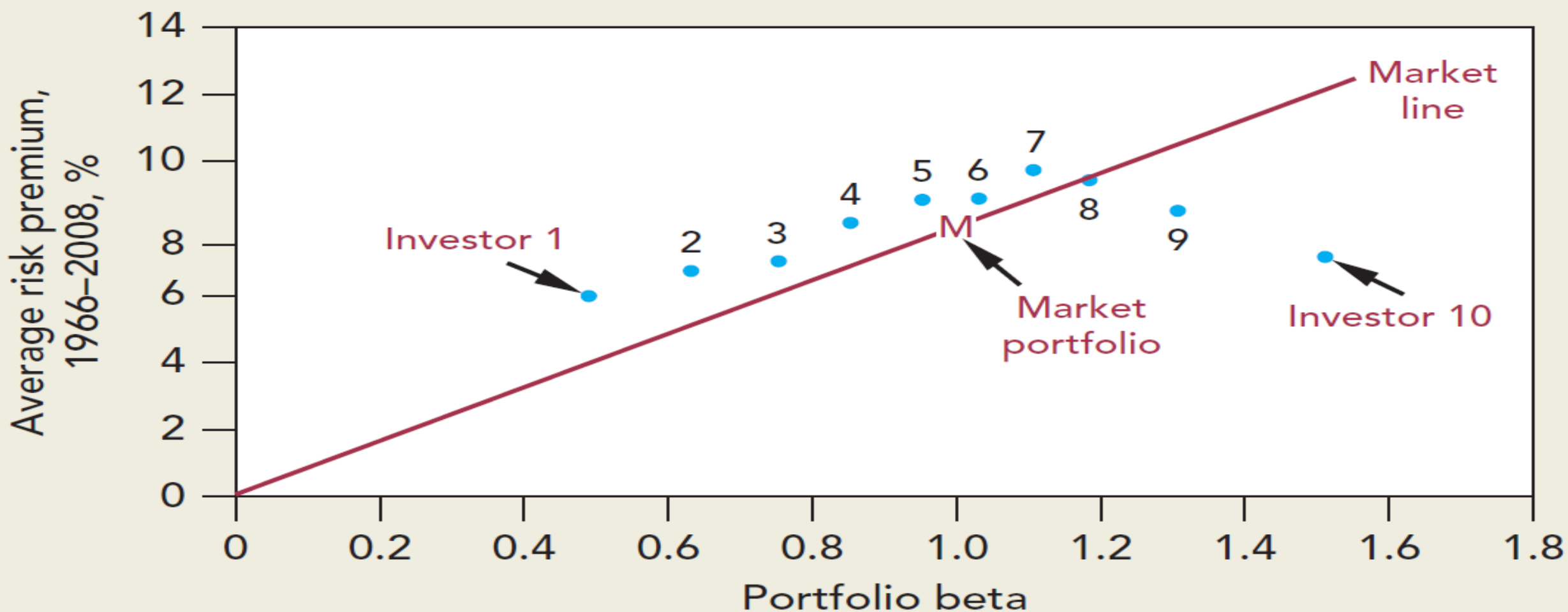
- CAPM的实证检验（一）
- 一项研究：假设从**1931**年开始，到**2006**年结束，每年按照系统风险程度高低将纽约证券交易所的所有股票分为**10**类，它们的风险溢价呈现出图示的特征



# CAPM的实证检验

- 这些数据部分支持**CAPM**：整体上看系统风险高的投资组合实现的收益率也比较高，但是没有**CAPM**预测的幅度大。尤其是系统风险最大的那个组合，其收益率远低于理论的预测值。
- 此外，如果从**1966**年开始做类似的实验，结果就与**CAPM**的预测偏离很大，**10**个投资组合的收益率与**Beta**值没有显著的关系。





- CAPM的实证检验
- 如果从1966年开始做类似的实验，结果就与CAPM的预测偏离很大，10个投资组合的收益率与Beta值没有显著的关系



# CAPM的实证检验

- CAPM的有效性存在很大的争议，但是它仍然是目前最流行的理论，因为它抓住了资产定价的两个特点：
  1. 投资人承担风险需要额外回报；
  2. 只有系统风险需要额外回报，非系统风险可以通过分散化投资策略来消除。

$$r = r_f + \beta \times (r_M - r_f)$$



# 本章小结

- CAPM的基本假定
- CAPM的基本结论
- CAPM的应用
- CAPM的检验



# 课堂练习

1. 请简述证券市场线（SML）和资本市场线（CML）的区别。
2. 在2014年，短期国库券（被认为是无风险的）的收益率约为5%。假定某贝塔值为1的资产组合市场要求的期望收益率是12%，根据资本资产定价模型（证券市场线）：
  - ① 市场资产组合的预期收益率是多少？
  - ② 贝塔值为0的股票的预期收益率是多少？
  - ③ 假定投资者正考虑买入一股股票，价格为40美元。该股票预计来年派发红利3美元。投资者预期可以以41美元卖出。股票风险的  $\beta = -0.5$ ，该股票是高估还是低估了？