Transforms

仿射变换(*affine transform*)可以把线性变换(linear transform)和平移(translation)结合起来，通常存储在一个4 x 4的矩阵中。Affine transform的主要特性是保持线段的平行性，而长度和角度不一定保持不变。一个affine transform也可能是许多单个affine transforms的连结。

正交矩阵的逆矩阵和转置矩阵相同。

4.1 Basic Transforms

本节会描述最最常见的变换，例如：平移(translation)，旋转(rotation)，缩放(scaling)，错切(shearing，台湾译作推移)，变换连接(transform concatenation)，刚体变换(rigid-body transform)，法线变换(normal transform)，逆的计算(computation of inverses)。

4.1.1 Translation

平移表示点的位置从一处谈到另一处，用平移矩阵**T**表示。设$t = (t_x, t_y, t_z)$表示平移向量，即各分量的平移量。则:

$$T(t) = T(t_x, t_y, t_z) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

给定一个点$p = (p_x, p_y, p_z, 1)^T$，对其施加平移矩阵，得到新的点$p' = (p_x + t_x, p_y + t_y, p_z + t_z, 1)^T$，明显是由$p$平移得到的。

而对于一个方向$v = (v_x, v_y, v_z, 0)$其不会受平移矩阵影响，因为方向不会被平移。

平移矩阵的逆矩阵为:

$$T^{-1}(t) = T(-t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -t_x \\ 0 & 1 & 0 & -t_y \\ 0 & 0 & 1 & -t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

注意，此处的简称矩阵使用的列优先(*row-major*)形式，在进行平移运算时要这样: $T(t) \cdot p$；也存在另一种形式的平移矩阵，即把平移向量放在矩阵的最后一行，这种被称为行优先形式(*row-major*)，如在DirectX中，平移运算变成这样: $p^T \cdot T(t)$。(这里p都是列向量，p^T表示p的转置，即行向量)。

4.1.2 Rotation