Colles de Physique-Chimie

Chams GHARIB

2024-2025

Table des matières

MPSI

Semaine 01 (16/09-20/09)

Notions abordées :

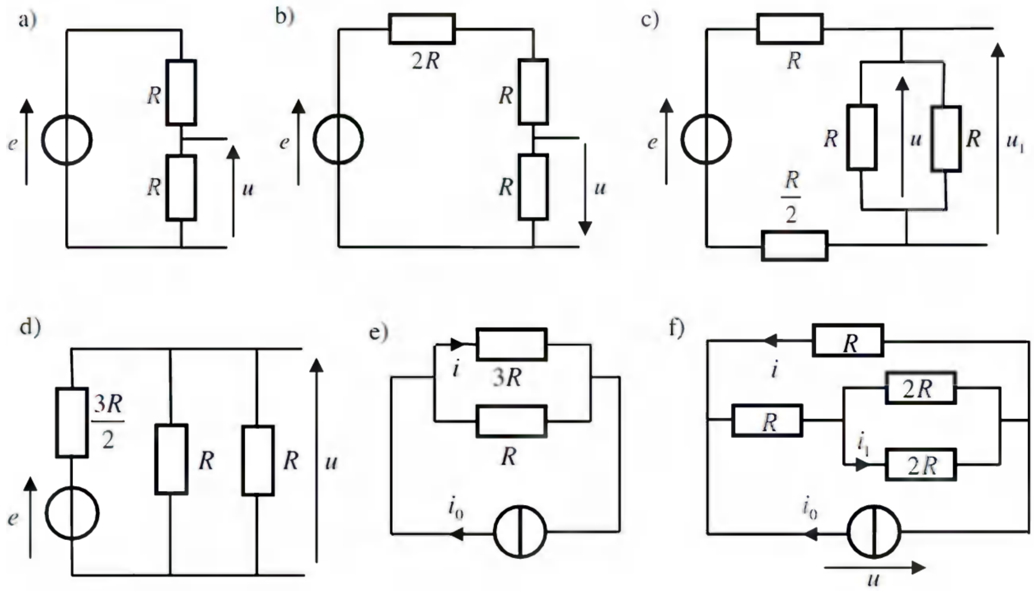
— Analyse dimensionnelle.
— Circuits électriques dans l'ARQS.

Questions de cours

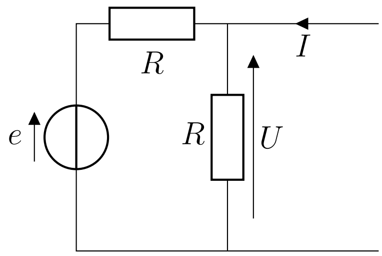
1. Définir le courant électrique. Définir l'intensité du courant électrique.
2. Définir la tension électrique.
3. Décrire les conventions d'orientation des dipôles. Que valent la puissance reçues et fournies dans chaque cas ?
4. Qu'est-ce que l'ARQS ? Quelles conséquences ?
5. Démontrer la formule du pont diviseur de tension.
6. Démontrer la formule du pont diviseur de courant.

Exercice 1 : Application des lois de Kirchoff

Pour chaque circuit, donner les tensions u et u_1 en fonction de e ou bien les intensités i et i_1 en fonction de i_0.



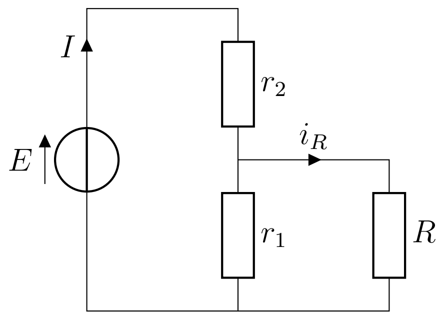
Exercice 2



On donne $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$.

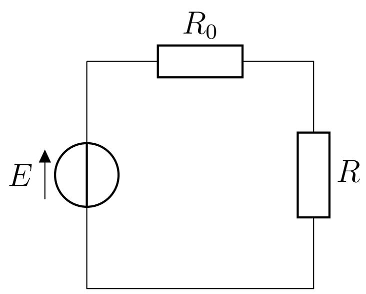
1. Tracer la caractéristique du dipôle ci-contre.
2. On ajoute une charge de résistance $R' = 3\,\mathrm{k}\Omega$. Déterminer le point de fonctionnement de deux façons.

Exercice 3 : Rendement d'un montage potentiométrique



Le rendement η de ce diviseur de tension est le rapport P_R de la puissance dissipée dans la résistance de charge R à la puissance P_E fournie par la source de tension E. Exprimer η en fonction de r_1, r_2 et R.
AN : $r_1 = 750\,\Omega$, $r_2 = 250\,\Omega$, $R = 80\,\Omega$. Commentaire.

Exercice 4 : Adaptation de puissance



Un générateur présente une tension à vide E et une résistance interne R_0. On y branche une charge de résistance R. Pour quelle valeur de R la puissance dissipée dans la résistance R est elle maximale ? Que vaut alors cette puissance ?

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

— Circuits linéaires du premier ordre.

Questions de cours

1. Relation entre la charge d'un condensateur et sa tension aux bornes.
2. Relations entre intensité et tension pour un condensateur et une bobine.
3. Continuité des grandeurs dans un circuit électrique.
4. Établir l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur/une bobine.

Exercice 1 : Résistance de fuite d'un condensateur

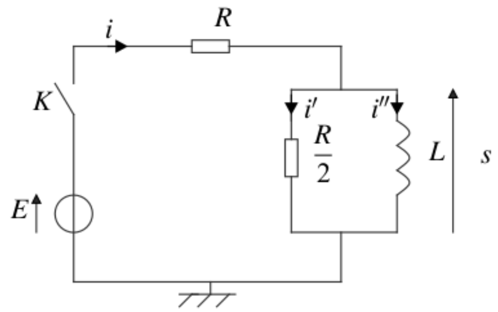
Un condensateur réel présente des fuites de courants. Comment le modéliser ?

Il est inséré dans un circuit série comportant un générateur de f.é.m E, une résistance r et un interrupteur K. On mesure la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un voltmètre idéal. On ferme K et on attend que l'indication du voltmètre se stabilise. Puis on ouvre K en déclenchant au même instant un chronomètre. On constate que la tension indiquée par le voltmètre baisse de 10% en un temps T.

On donne $E = 1\,\mathrm{V}$, $r = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $T = 1.0\,\mathrm{s}$ et $C = 19\,\mu\mathrm{F}$.

1. Exprimer la valeur U vers laquelle la tension aux bornes du condensateur tend lorsque K est fermé. En déduire une manière de déterminer R_f (résistance de fuite).
2. Montrer que la mesure du temps T permet aussi de déterminer R_f. Commenter en relation avec l'une des hypothèses de l'énoncé.

Exercice 2 : Étude d'un circuit RL



À $t = 0^-$, on ferme l'interrupteur K.

1. Donner i, i', i'' et s en $t = 0^+$.
2. Que vaut $s(t)$ lorsque t tend vers l'infini.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
4. En déduire $s(t)$. En tracer l'allure.
5. Exprimer le temps t_0 au bout duquel $s(t)$ a été divisé par 10.
6. On mesure $t_0 = 30\,\mu\text{s}$ pour $R = 1.0\,\text{k}\Omega$. En déduire L.

Exercice 3 : Rendement énergétique de la charge d'un condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C en série aux bornes duquel on place un générateur de tension idéal de f.é.m E et un interrupteur K. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et la tension u_c aux bornes du condensateur est nulle.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c.
2. Déterminer $u_c(t)$ et en tracer l'allure.
3. Mêmes questions pour l'intensité du courant parcourant le circuit.
4. Exprimer en fonction de C et E :
   — L'énergie $\mathcal{E}_{elec}$ emmagasinée par le condensateur quand $t \to +\infty$.
   — L'énergie W_{Joule} dissipée par effet Joule dans la résistance entre $t = 0$ et $t \to +\infty$.
   — L'énergie W_{gen} fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t \to +\infty$.
5. Donner une relation liant $\mathcal{E}_{elec}$, W_{Joule} et W_{gen} et proposer une interprétation physique de cette relation. Comment définir puis exprimer un rendement ?

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées :

— Circuits linéaires du premier ordre (cf semaine précédente).
— Équilibre chimique.

Questions de cours

1. Une mole de méthane réagit avec une mole de dioxygène selon une réaction de combustion. Déterminer la composition finale du système. (Équilibrer + Tableau d'avancement + Avancement final pour une réaction totale).

2. Exprimer l'activité d'une espèce chimique dans un mélange. Préciser les hypothèses nécessaires.

3. Exprimer le quotient réactionnel d'une réaction donnée et prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.

Exercice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium

Le dioxyde d'uranium solide réagit avec le fluorure d'hydrogène gazeux pour former du tétrafluorure d'uranium solide et de la vapeur d'eau.

On maintient la température égale à 700 K et la pression totale à 1 bar. La constante d'équilibre à 700 K est égale à $K^\circ = 6.8 \times 10^4$.

1. Écrire la réaction.

2. On part de 1.0 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Quelle sera la composition finale du système ?

3. Même question en partant de 0.10 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Que remarque-t-on dans ce cas ?

Réponses :

1. -

2. $\xi = 0.24\,\mathrm{mol}$.

3. -

Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction.

Pour préparer industriellement du dihydrogène, on fait réagir en phase gazeuse du méthane avec de l'eau. La réaction produit également du monoxyde de carbone.

La réaction se déroule sous une pression totale constante $p_{tot} = 10\,\mathrm{bar}$. La constante d'équilibre vaut $K^\circ = 15$. Initialement, le système contient 10 mol de méthane, 30 mol d'eau, 5 mol de monoxyde de carbone et 15 mol de dihydrogène.

1. Exprimer la constante d'équilibre en fonction des pressions partielles des constituants.
2. Exprimer le quotient de réaction Q en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants et de la pression totale. Calculer Q dans l'état initial.
3. Le système est-il à l'équilibre thermodynamique ? Si non, dans quel sens se produira l'évolution ?
4. Déterminer la composition du système à l'équilibre.

Réponses :

1. -
2. $Q = 1.56$.
3. -
4. $\xi = 3.6\,\mathrm{mol}$.

Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction.

Un récipient de volume $V_0 = 2.00\,\mathrm{L}$ contient initialement 0.500 mol de $COBr_2$ qui se décompose à une température de 346 K selon la réaction :

$$\mathrm{COBr_{2(g)} = CO_{(g)} + Br_{2(g)}}$$

.

1. Déterminer la composition du système à l'équilibre sachant que la constante d'équilibre à 346 K vaut $K^\circ = 5.46$.
2. Calculer le pourcentage de $COBr_2$ décomposé à cette température.
3. L'équilibre précédent étant réalisé, on ajoute 2.00 mol de monoxyde de carbone. L'équilibre chimique est-il réalisé ? Si non, décrire l'évolution ultérieure du système.

Réponses :

1. $\xi = 0.285\,\mathrm{mol}$.
2. 57 %.
3. $Q = 43.2$, $\xi' = 0.077\,\mathrm{mol}$.

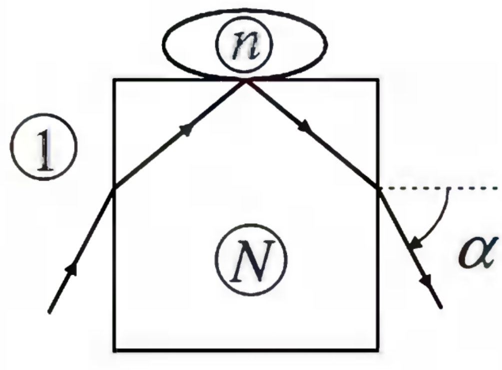
Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :
- Équilibre chimique (cf semaine précédente).
- Bases de l'optique géométrique.

Questions de cours

1. Énoncer les lois de Snell-Descartes.
2. Définir un rayon lumineux et un MTHI.
3. Indice de réfraction ? Phénomène de réflexion totale ?

Exercice 1 : Réfractomètre de Pulrich

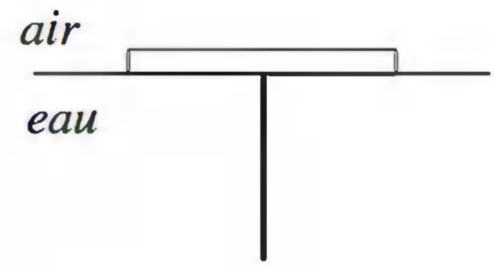


Un réfractomètre de Pulrich est constitué d'un cube de verre d'indice N connu sur lequel on a déposé une goutte d'un liquide d'indice n inconnu. On observe un faisceau de rayons parallèles à la limite réfraction - réflexion totale et on mesure l'angle α correspondant. On donne $N = 1.626$ et $\alpha = 60°$.

1. Que vaut n ?
2. Quelles sont les valeurs mesurables de n avec ce dispositif ?

Réponse : $n = 1.376$

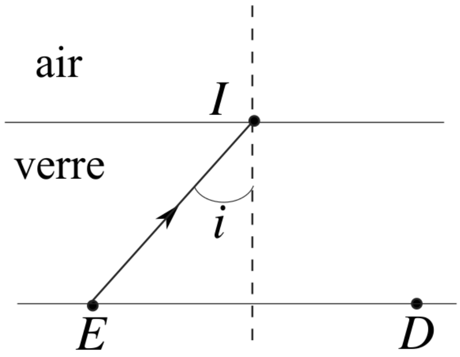
Exercice 2



Un disque en liège de diamètre $D = 5\,\text{cm}$ flotte sur l'eau. Il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre.
Quelle est la longueur h de la partie de la tige qu'un observateur dans l'air ne peut pas voir ?

Réponse : $h = 2.1\,\text{cm}$.

Exercice 3 : Détection de pluie sur un pare-brise



On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5\,\text{mm}$, d'indice $n_v = 1.5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en I avec un angle d'incidence $i = 60°$.

1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED.
2. Comment ce dispositif permet-il de détecter un dépôt de pluie sur le pare-brise ? On supposera une épaisseur d'eau de 1 mm.

Réponses :

1. $i_{lim} = 41.8°$.
2. Distance au détecteur de 0.9 cm.

Semaine 05 (14/10-18/10)

Notions abordées :

— Bases de l'optique géométrique (cf semaine précédente).

— Systèmes optiques.

Questions de cours

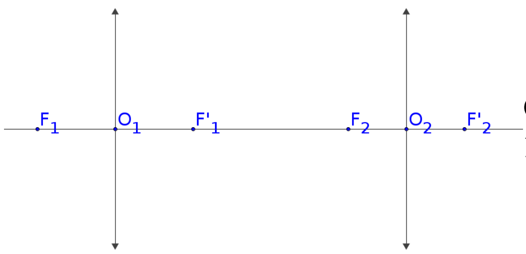
Cf exercices

Exercice 1 : Méthode de Bessel pour la focométrie

On considère un objet transverse (AB) et un écran distants de D, ainsi qu'une lentille convergente de focale f'.

1. Tracer les rayons dans le cas d'une image réelle.
2. À quelle condition peut-on former l'image de l'objet sur l'écran ? Démonstration.
3. Déterminer les positions de la lentille qui permettent d'obtenir une image sur l'écran. En déduire une méthode pour déterminer f'.

Exercice 2 : Microscope



On donne $\overline{O_1O_2} = D_0 = 75\,\mathrm{mm}$, $f'_1 = 10\,\mathrm{mm}$ et $f'_2 = 25\,\mathrm{mm}$.

1. Que sont les conditions de Gauss et à quoi servent elles ?
2. On pose $\Delta = \overline{F'_1F'_2}$. Exprimer Δ en fonction des données du problème. Calcul.
3. On souhaite qu'un œil au repos voie l'image $A'B'$ de AB par le système optique. Où est $A'B'$.
4. Où doit alors être l'image intermédiaire A_1B_1 ?
5. Exprimer la position de l'objet AB en fonction de f'_1 et Δ. Calcul.
6. Étude du grossissement :

(a) Quelle est la taille maximale de l'image que l'on peut avoir sur la rétine sans microscope ?
(b) Quelle est la taille de l'image sur la rétine avec microscope ?
(c) En déduire le "grossissement commercial" du microscope.

Exercice 3 : Lunette astronomique

On souhaite observer Mars. Soit α le diamètre angulaire sous lequel elle est vue à l'œil nu. Pour cela on utilise un système optique composé de deux lentilles convergentes de focales respectives $f_1' = f_{obj}'$ et $f_2' = f_{oc}'$ (l'oculaire est du côté de l'œil, l'objectif est du côté de l'objet Mars).

1. On utilise un système afocal. Définir afocal. En déduire la position relative des deux lentilles.
2. Faire le tracé des rayons. L'image est-elle droite ou renversée ?
3. Soit α' le diamètre angulaire en sortie du système optique. Exprimer le grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Interpréter cette grandeur.
4. On veut augmenter le grossissement et renverser l'image. On interpose entre l'objectif et l'oculaire une troisième lentille convergente de focale f_3'. On déplace l'oculaire pour pouvoir observer l'image au repos. Quel couple de points cette nouvelle lentille doit elle conjuguer ?
5. Faire le tracé des rayons.
6. Soit γ_3 le grandissement de la nouvelle lentille associé au couple de points de la question 4. Exprimer $\overline{O_3F_{obj}'}$ en fonction de γ_3 et f_3'.
7. Quel est le grossissement G' de ce nouveau système optique. Le comparer à G et conclure.

Exercice 4 : Stigmatisme d'une lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e est constituée d'un verre d'indice n. Elle est placée dans l'air.

1. Construire le cheminement d'un rayon arrivant sur le premier dioptre avec l'incidence i. Soit r l'angle de réfraction. Le rayon transmis par la lame est-il dévié par rapport au rayon incident ? Comment appeler la modification subie ?
2. On considère un objet ponctuel A sur le rayon incident. Calculer la distance orthogonale entre le prolongement du rayon incident et le rayon transmis en fonction de e, i et r.

3. Rappeler ce qu'est le stigmatisme. Le système considéré est-il stigmatique ?
4. On se place maintenant dans les conditions de Gauss. Montrer que le système est approximativement stigmatique et déterminer la relation de conjugaison donnant $\overline{AA'}$ en fonction de n et e.
5. Dans un parc animalier, un vivarium a une épaisseur de verre de 60 cm. Situé à 20 cm de la vitre, un visiteur observe un singe sur une branche à 5.0 m devant lui. À quelle distance semble-t-il être pour l'observateur ? En déduire le grandissement angulaire du dispositif.

Réponses :

1. -
2. $d = \frac{e}{\sin i + \frac{\cos i}{\tan i - r}} = e \sin i \left(1 - \frac{\tan r}{\tan i}\right)$
3. -
4. $\overline{AA'} \approx e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$
5. $OA' = 4.80\,\mathrm{m}$ et $\gamma_\alpha = 1.04$

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées :
- Systèmes optiques (cf semaine précédente).
- Cinétique chimique.

Questions de cours

1. Définir la vitesse d'une réaction chimique. Quelle est son unité ?
2. Qu'est ce que l'ordre d'une réaction chimique ? L'ordre partiel ? La constante de vitesse ?
3. Donner la loi d'Arrhenius.

Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse

Dans un récipient de volume fixé V, on introduit à 600 K de l'azométhane $CH_3N_2CH_{3(g)}$. Celui-ci se décompose en éthane et en diazote gazeux.

L'évolution de la réaction est suivie par manométrie et une série de mesures a donné la pression partielle p_A en azométhane :

t (10^3 s)	0	1.00	2.00	3.00	4.00
p_A (10^{-2} mmHg)	$p_0 = 8.21$	5.74	4.00	2.80	1.96

1. Écrire l'équation bilan de la réaction.
2. Vérifier que la réaction est d'ordre 1 par rapport au réactif et calculer sa constante de vitesse.

Réponse : $k = 3.58 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$

Exercice 2 : Temps de demi-réaction

La réaction de décomposition totale du pentaoxyde de diazote N_2O_5 en dioxyde d'azote NO_2 et dioxygène a lieu en phase gazeuse. L'expérience est menée dans un récipient de volume V constant, initialement vide, en amenant du pentaoxyde de diazote de manière à ce que la pression initiale soit p_0.

1. On mesure la pression $p(t)$ au cours du temps. On veut évaluer la constante cinétique en mesurant le temps de demi-réaction. Quelle doit être la lecture de p sur le manomètre pour ce temps ?

2. Le tracé de la courbe $\ln p(N_2O_5)$ en fonction du temps est une droite. En déduire l'ordre de la réaction. Tracer l'allure de la pression en fonction du temps.
3. Une première mesure réalisée à $\theta = 150\,°C$ permet de mesurer un temps de demi réaction $t_{1/2} = 7.5\,s$. Une seconde mesure réalisée à $\theta' = 100\,°C$ permet de mesurer un temps de demi-réaction $t'_{1/2} = 7.0\,min$. Calculer la constante de vitesse pour ces deux températures.
4. Calculer l'énergie d'activation de la réaction.

Réponses :

1. $p_{1/2} = \frac{7}{4} p_0$.
2. -
3. $k = 9.2 \times 10^{-2}\,s^{-1}$ et $k' = 1.7 \times 10^{-3}\,s^{-1}$.
4. $E_a = 1.1 \times 10^2\,kJ\,mol^{-1}$.

Exercice 3 : Dismutation des ions hypochlorites

En solution aqueuse, les ions hypochlorite ClO^- peuvent se dismuter selon la réaction totale

$$ClO^- = \frac{1}{3}\,ClO_3{}^- + \frac{2}{3}Cl^-$$

.

La vitesse de la réaction r, définie comme la vitesse de disparition des ions hypochlorite ClO^- suit une loi cinétique de second ordre, dont la constante de vitesse est notée k.

On provoque cette réaction dans une solution contenant initialement des ions hypochlorite à la concentration $c_0 = 0.10\,mol\,L^{-1}$.

À $T = 343\,K$, la constante de vitesse de la solution est $k = 3.1 \times 10^{-3}\,mol^{-1}\,dm^3\,s^{-1}$.

L'énergie d'activation de cette réaction au voisinage des températures considérées ici est $E_a = 47\,kJ\,mol^{-1}$.

1. Donner l'équation horaire de la concentration en ions hypochlorite.
2. Au bout de combien de temps, noté t_{30}, aura-t-on obtenu la disparition de 30% des ions hypochlorite ?
3. Quel serait à $T' = 363\,K$ le temps t'_{30} nécessaire pour obtenir le même taux d'avancement de 30% à partir de la même solution initiale ?

Réponses :

1. -
2. $t_{30} = 23\,\mathrm{min}$.
3. $t'_{30} = 9\,\mathrm{min}\ 20\,\mathrm{s}$.

Semaine 07 (11/11-15/11)

Notions abordées :

— Cinétique chimique (cf semaine précédente).

— Oscillateurs harmoniques.

Questions de cours

1. Établir et reconnaître l'équation d'un circuit LC. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
2. Résoudre l'équation de l'oscillateur harmonique avec les conditions initiales $u(0) = 3E$ et $\dot{u}(0) = 4\omega E$. Quelle est la phase à l'origine ?
3. Dans le cadre du circuit LC libre montrer la conservation et l'équipartition de l'énergie (conditions initiales arbitraires).

Exercices de chimie cf semaine précédente.

Semaine 08 (18/11-22/11)

Notions abordées :

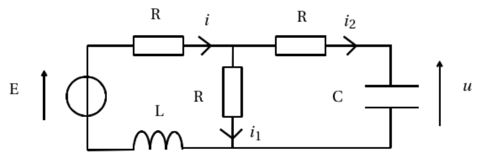
— Oscillateur harmonique (cf semaine précédente).

— Oscillateur amorti.

Questions de cours

1. Établir l'équation d'un circuit RLC série.
2. Donner l'équation de l'oscillateur amorti et ses solutions dans le cas général.
3. Résoudre l'équation de l'oscillateur harmonique avec les conditions initiales $u(0) = 3E$ et $\dot{u}(0) = 4\omega E$. Quelle est la phase à l'origine ?

Exercice 1 : Exemple de régime critique



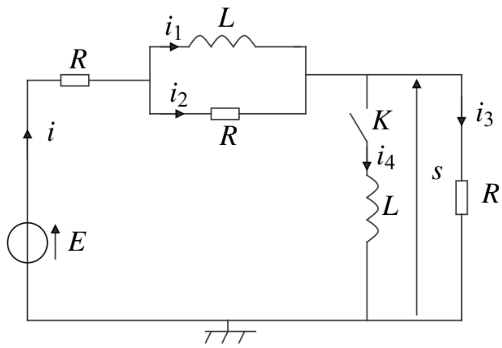
Initialement le condensateur est déchargé et aucun courant ne traverse la bobine.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.
2. Quelle est la relation entre R, L et C pour vérifier la condition de régime critique ? On suppose cette condition vérifiée dans la suite.
3. Quelles sont les conditions initiales ? Déterminer également $u(\infty)$ et $i(\infty)$.
4. Déterminer $u(t)$.

Réponses :

1. $u'' + 1/2(3R/L + 1/RC)u' + u/LC = E/2LC$
2. $L = R^2C$
3. $u = 0$, $u' = 0$.
4. $u(t) = E/2 - E/2(1 + t/RC)e^{-t/RC}$

Exercice 2 : Étude d'un circuit à deux bobines



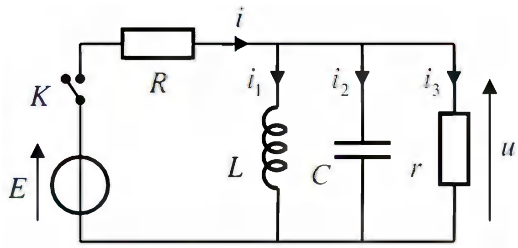
À $t = 0$, on ferme K

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
2. Déterminer les conditions initiales pour i, i_1, i_2, i_3 et i_4. Déterminer également leurs valeurs pour $t \to +\infty$.
3. Déterminer $s(t)$.

Réponses :

1. $3s'' + 4R/Ls' + (R/L)^2 s = 0$
2. En $t = 0^+$, $i_1 = E/2R$, $i_3 = E/2R$, $i = E/R$, $i_2 = 0$, $i_4 = 0$.
3. $s(t) = \frac{E}{4}\left(\exp -\frac{R}{L}t + \exp -\frac{R}{3L}t\right)$

Exercice 3 : Réponse à un échelon de tension d'un dipôle RLC parallèle



Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé et la bobine idéale n'est parcourue par aucun courant. À $t = 0$, on ferme K

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par i_3. La mettre sous forme canonique.
2. Déterminer les conditions initiales. Déterminer également la valeur de i_3 pour $t \to +\infty$.
3. Donner la relation entre R, r, L et C pour que le régime soit de type pseudopériodique et exprimer $i_3(t)$ dans ce cas.

Réponses :

1. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{R+r}{RrC}$.
2. En $t = 0^+$, $u = 0$, $i_1 = 0$, $i_3 = 0$, $i = E/R$, $i_2 = E/R$. En $t \to +\infty$, $u = 0$, $i = i_1 = E/R$, $i_2 = i_3 = 0$
3. $\frac{2rR}{R+r} > \sqrt{\frac{L}{C}}$

Semaine 09 (25/11-29/11)

Notions abordées :

— Oscillateurs.

— Propagation d'un signal

Questions de cours

1. Citer quelques exemples d'ondes. Préciser leurs caractéristiques (polarisation, milieu de propagation, ordre de grandeur de la célérité).
2. Qu'est-ce qu'une onde progressive ?
3. Qu'est ce qu'une onde progressive sinusoïdale ?

Exercices : cf semaine précédente

Semaine 10 (02/12-06/12)

<u>**Notions abordées :**</u>
— Propagation d'un signal (cf. semaine précédente).
— Phénomènes ondulatoires.

Questions de cours

1. Relation donnant la demi-largeur angulaire de la tâche centrale de diffraction par une fente de largeur a, avec une lumière de longueur d'onde λ.
2. Conditions d'interférences constructives et destructives en fonction du déphasage, puis de la différence de marche.
3. Lien entre l'intensité lumineuse et le signal lumineux. Cas d'un signal sinusoïdal. Pourquoi un capteur lumineux n'est il sensible qu'à l'intensité lumineuse ?

Exercice 1 : Interférences acoustiques

Deux haut-parleurs S_1 et S_2 alimentés par le même signal $s(t) = s_0 cos(\omega t)$ de fré- quence $f = 2.0\,\text{kHz}$ sont disposés face à face en $x = 0$ et $x = L$. On place un microphone au point M d'abscisse x_M qui capte l'onde résultant de la superposition des ondes issues des deux émetteurs sachant que les ondes sonores issus de chaque haut parleur se propage à vitesse c et ont une longueur d'onde λ. En déplaçant le microphone, on repère des zones de l'espace où l'amplitude du signal prend des valeurs maximales.

1. Établir les expressions des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ correspondant aux ondes acoustiques émises par S_1 et S_2.
2. En déduire le déphasage $\phi = \phi_2 - \phi_1$ entre les deux ondes au point M d'abscisse x en fonction de x, λ et L.
3. En déduire les positions x_c des points de l'espace où l'on observe des interférences constructives. Déterminer l'interfrange.
4. Retrouver ces valeurs en ne raisonnant qu'en terme de trajet parcouru par les ondes.
5. L'interfrange vaut $8.6\,\text{cm}$. En déduire la vitesse du son c.

Exercice 2 : Corde de Melde

On considère une corde de longueur L, fixée en O à gauche et libre d'osciller en M à droite.

1. Un opérateur fait osciller l'extrêmité M de la corde verticalement, entre $-z_0$ et $+z_0$ à la pulsation ω. Écrire l'onde progressive qui se propage vers la gauche la vitesse c.
2. On rappelle que la corde est fixée en O. Justifier qu'il existe une onde réfléchie et l'écrire.
3. Calculer l'onde totale. Comment appelle-t-on une telle onde ?
4. On rappelle que le mouvement est forcé au point M. En déduire les pulsations possibles d'oscillation. Commenter.

Exercice 3 : La couleur bleue du papillon Morpho

Une source monochromatique ponctuelle S, située dans l'air, de longueur d'onde λ éclaire une couche transparente d'indice n et d'épaisseur e en I avec l'angle d'incidence i. Un rayon noté (1) est alors réfléchi dans l'air d'indice n_0 et un autre rayon (2) est réfracté avec un angle r puis réfléchi en bas de la couche au point J, avant d'être réfracté au point K avec un angle i' dans l'air.

Un observateur reçoit les deux rayons lumineux.

On admettra que la notion (AB) désigne la distance AB multipliée par l'indice du milieu dans lesquels sont A et B : $(AB) = nAB$.

1. Expliquer pourquoi les rayons (1) et (2) ressortent parallèles. En déduire qu'ils interfèrent sur la rétine.
2. La différence de marche est donnée par $\delta = (IJ) + (JK) - (IH) + \lambda/2$ où le dernier terme moins évident est lié à la réflexion en J. Exprimer δ en fonction de e, n, n_0, i et λ.
3. L'aile du papillon morpho est composé de petites lamelles de chitine d'indice $n = 1,7$. On observe une couleur intense dans le bleu pour un angle de vue $i = 30°$. Si toutefois on plonge l'aile dans l'acétone d'indice $n_0 = 1,4$, la couleur est verte. Expliquer ces phénomènes.

Semaine 11 (09/12-13/12)

Notions abordées :

— Phénomènes ondulatoires (cf. semaine précédente).

— Structure des entités chimiques.

Questions de cours

1. Établir de façon détaillée la configuration électronique de l'atome d'azote dans son état fondamental.
2. Établir de façon détaillée la représentation de Lewis de la molécule de dioxyde de carbone.
3. Évolution des propriétés dans le tableau périodique (Masse atomique (déf ?), Électronégativité (déf ?), éventuellement rayon atomique.)

Exercice : Formules de Lewis

1. HNO_2, O_3, ${N_3}^-$, SO_2, SO_3.
2. LiH, BeH_2, BBr_3, AlN, $AlCl_3$.

Semaine 12 (16/12-20/12)

Notions abordées :
- Structure des entités chimiques (cf semaine précédente).
- Cinématique du point matériel.

Questions de cours

1. Expression du vecteur position $\vec{OM}$ en coordonnées cartésiennes, polaires et cylindrique + dessin.
2. Expression du vecteur déplacement infinitésimal $d\vec{OM}$ en coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.
3. Expression de l'accélération en coordonnées cartésiennes, polaires et cylindriques.

Exercice 1 : Fronde

Un jeune garçon s'amuse à faire tourner un caillou accroché au bout d'une corde de longueur $R = 1.2\,\mathrm{m}$ dans un plan horizontal à une hauteur $h = 1.8\,\mathrm{m}$ au-dessus du sol selon un mouvement circulaire. La vitesse devenant trop grande, la corde se casse et le caillou part horizontalement pour tomber à une distance $d = 9.1\,\mathrm{m}$ de son point de décrochage. Il est soumis durant cette phase à la seule accélération de pesanteur g qu'on prendra égale en norme à $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

Quelle était l'accélération centripète radiale au moment de la rupture ? Commentaire.

Réponse : $190\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

Exercice 2 : Balle lancée depuis une montgolfière

Une montgolfière se déplace à l'altitude $h = 100\,\mathrm{m}$ constante avec une vitesse horizontale de $10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Un passager lance une balle vers le haut suivant la verticale mais du fait de l'entraînement horizontal dû au déplacement de la montgolfière, la vitesse initiale résultante de la balle est inclinée d'un angle $\alpha = 40°$ par rapport à l'horizontale pour quelqu'un observant la chute depuis le sol. La balle subit alors une accélération descendante constante $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

1. Quelle est la durée de la chute ?

2. Déterminer le lieu où la balle touche le sol.
3. Déterminer la vitesse avec laquelle la balle arrive au sol.
4. Comparer les déplacements horizontaux de la balle et de la montgolfière. En déduire la nature de la trajectoire de la balle pour le passager de la montgolfière.

Exercice 3 : Cycliste sur piste

On s'intéresse à un cycliste, considéré comme un point matériel M qui s'entraîne sur un vélodrome constitué de deux demi-cercles reliés par deux lignes droites. La longueur des parties rectiligne est $L = 62\,\mathrm{m}$. Le rayon des demi-cercles est $R = 20\,\mathrm{m}$. Le cycliste part du point D, au milieu d'une des parties rectilignes, avec une vitesse nulle.

1. Il exerce un premier effort, ce qui se traduit par une accélération constante a_1 jusqu'à l'entrée E_1 du premier virage. Calculer le temps t_{E1} de passage en E_1 ainsi que la vitesse V_{E1} en fonction de a_1 et L.
2. Dans le premier virage, le cycliste a une accélération tangentielle constante et égale à a_1. Déterminer le temps t_{S1} de passage en S_1 (sortie du virage) ainsi que la vitesse v_{S1} en fonction de a_1, L et R.
3. De même, en considérant l'accélération tangentielle constante tout au long du premier tour et égale à a_1, déterminer les temps t_{E2}, t_{S2} et t_D (après un tour), ainsi que les vitesses correspondantes.
4. La course s'effectue sur quatre tours (1 km) mais on ne s'intéresse qu'au premier effectué en $t_1 = 18.155\,\mathrm{s}$ (Chris Hoy aux championnats du monde de 2007). Déterminer la valeur de l'accélération a_1 ainsi que la vitesse atteinte en D. La vitesse mesurée sur piste est d'environ $60\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Que doit on modifier dans le modèle pour se rapprocher de la réalité ?

Exercice 4 : Mouvement sur une ellipse

Un point M se déplace sur une ellipse d'équation cartésienne $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$. On note θ l'angle que fait $\vec{OM}$ avec l'axe (Ox).

Les coordonnées de $\vec{OM}$ peuvent s'écrire $\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & \alpha \cos \omega t + \phi \\ y(t) & = & \beta \sin \omega t + \psi, \end{array}\right.$, où l'on suppose que ω est une constante.

1. À $t = 0$, le mobile est en M_0, sur l'axe (Ox) et à une distance a de O. Déterminer α, ϕ et ψ.

2. Des autres données, déduire β.
3. Déterminer les composantes de la vitesse et de l'accélération.
4. Montrer que l'accélération est de la forme $\vec{a} = -\omega^2 \vec{OM}$. Commenter.

Semaine 13 (06/01-10/01)

Notions abordées :

— Structure des entités chimiques (cf semaine précédente).
— Cinématique du point matériel (cf semaine précédente).
— Dynamique du point matériel.

Questions de cours

1. Définir un référentiel. Définir un référentiel galiléen. Donner des exemples de référentiels galiléens ou non galiléens.
2. Donner les trois lois de Newton.
3. Déterminer l'équation différentielle des oscillations d'un pendule simple.

Exercice 1 : Descente et chute d'un skieur

Un skieur descend une piste faisant un angle α avec l'horizontale. On suppose une force de frottement de l'air $\vec{F}$ de norme $\lambda||\vec{v}||$. On note $\vec{T}$ et $\vec{N}$ les composantes de la réaction de la neige sur les skis et f le coefficient de frottement. On rappelle que s'il y a glissement, on a $||\vec{T}|| = f||\vec{N}||$.

1. Exprimer T et N en fonction des paramètres du problème.
2. Établir l'équation différentielle en $v(t)$, la vitesse du skieur.
3. Montrer que le skieur atteint une vitesse limite v_L. L'exprimer en fonction de m, λ, f, g et α. A.N. $\lambda = 1.0\,\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$, $f = 0.9$, $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, $m = 80\,\mathrm{kg}$ et $\alpha = 45°$.
4. Calculer la vitesse $v(t)$ et la position $x(t)$ du skieur en fonction de v_L, λ et m.
5. Calculer l'instant où le skieur atteint une vitesse $v_L/2$.
6. Il tombe et à partir de ce moment-là, on néglige la résistance de l'air mais le coefficient de frottement est multiplié par 10. Déterminer la distance parcourue avant de s'arrêter.

Réponses :

1. -
2. -
3. $v_L = 57\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

4. -
5. 55 s
6. 7.3 m

Exercice 2 : Un tour en traîneau

Un traîneau tiré par des chiens se déplaçant sur un sol horizontal est assimilé à un point matériel de masse $M = 5.0 \times 10^2$ kg. La réaction du support est $\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$. $\vec{N}$ est la composante normale à la surface. $\vec{T}$ est la composante tangentielle. On rappelle que

— le traîneau est immobile tant que $||\vec{T}|| < \mu_s||\vec{N}||$,

— s'il y a glissement, $||\vec{T}|| = \mu_d||\vec{N}||$.

avec $\mu_d = 5.0 \times 10^{-2}$ et $\mu_s = 8.0 \times 10^{-2}$.

On note $\vec{F}$ la force de traction exercée par les chiens sur le traîneau et on admet $||\vec{F}|| = F = F_0 - \beta||\vec{v}||$ avec $F_0, \beta > 0$.

1. Exprimer la valeur minimale de F_0 qui permet le démarrage du traîneau. Application numérique. Commentaire.
2. Le traîneau est en mouvement rectiligne. Déterminer l'équation différentielle sur la vitesse. On définira un temps caractéristique τ.
3. Exprimer la vitesse limite v_L atteinte par le traîneau en fonction des paramètres du problème.
4. Déterminer $v(t)$. Tracer son allure. Faire figurer le temps τ.
5. v_L est atteinte à 5% près au bout d'un temps $t_1 = 5.0$ s. Exprimer β en fonction de M et t_1. Application numérique.
6. On donne $v_L = 3.0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. En déduire F_0. Commentaire.
7. Désormais à vitesse constante v_L, le traîneau aborde une courbe assimilée à un virage circulaire de rayon R et de centre O. Soit α l'angle entre $\vec{F}$ et $\vec{v}$ Déterminer la norme F de la force exercée par les chiens, ainsi que $\tan\alpha$ en fonction de v_L, R, μ_d, g et M, afin de maintenir cette trajectoire circulaire.

Réponses :

1. $F_{0,min} = 392$ N
2. -
3. -
4. -
5. $\beta = 300$ kg/s

6. $F_0 = 1.1 \times 10^3\,\mathrm{N}$
7. $\tan\alpha = \frac{v_L^2}{R\mu_d g}$ et $F = M\sqrt{\left(\frac{v_L^2}{R}\right)^2 + (\mu_d g)^2}$

Exercice 3 : Oscillations amorties d'un plateau

Une boule de pâte à modeler de masse $m = 250\,\mathrm{g}$ tombe en chute libre d'une hauteur $h_0 = 40\,\mathrm{cm}$ sur un plateau immobile, de masse négligeable et supporté par un ressort vertical. On considère qu'au moment du contact il n'y a pas de perte d'énergie cinétique, c'est-à-dire que la boule à la même vitesse juste avant le contact, et juste après lorsqu'elle est solidaire du plateau et se met à osciller avec lui.

L'origine des altitudes est prise à la position initiale du plateau.

1. Sachant que le ressort a pour raideur $k = 500\,\mathrm{N/m}$, déterminer la hauteur h_1 dont s'affaisse le plateau. Quelle est la hauteur maximale h_2 atteinte par la boule lors des oscillations ? Commentaire.
2. En réalité, les oscillations sont amorties et le système finit par s'immobiliser. Calculer la hauteur à l'équilibre h_e.
3. On suppose que le frottement peut être modélisée par une force $\vec{F}$ de norme $||\vec{F}|| = \lambda||\vec{v}||$. Le plateau s'immobilise (à 5% près et à altitude h_e) au bout de $t = 10\,\mathrm{s}$. Déterminer l'équation horaire de la trajectoire ainsi que la valeur de λ.

Exercice 4 : Pendule contrarié

Une masse ponctuelle m est accrochée à l'aide d'un fil sans masse de longueur l au point fixe O. On la lâche avec une vitesse nulle et avec un angle θ_0. En dessous de O, à une distance $h < l$, est fixé un clou, de section négligeable. On suppose que m a la même vitesse juste avant et juste après le contact du fil en A.

À quelle condition sur θ_0, la masse fait elle un tour entier autour de A, fil tendu ?

Semaine 14 (13/01-17/01)

Notions abordées :

— Dynamique du point matériel (cf. semaine précédente).

— Travail et énergie.

Questions de cours

1. Démontrer le théorème de la puissance cinétique.
2. Définir une force conservative. Calculer l'énergie potentielle d'un ressort.
3. Comment l'énergie potentielle détermine-t-elle les positions d'équilibre et leur stabilité ?

Exercice 1 : Le sport fait-il maigrir ?

On considère un cycliste assimilé à un point matériel de masse $m = 90\,\mathrm{kg}$ montant une côte modélisée par un segment OA incliné d'un angle α. Le dénivelé entre O et A est noté $h = 50\,\mathrm{m}$ et la distance parcourue par le vélo dans la côte $L = 1000\,\mathrm{m}$.

On note $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ l'accélération de pesanteur.

Les frottements de l'air sont modélisés par une force $\overrightarrow{f_air} = -\lambda||\vec{v}||\vec{v}$ avec $\lambda = 0.21\,\mathrm{SI}$.

Le cycliste subit également une force de frottement solide s'opposant à son mouvement. On note sa composante tangentielle $\vec{T}$, sa composante normale $\vec{N}$. On rappelle que $||\vec{T}|| = f||\vec{N}||$ avec $f = 8.0 \times 10^{-3}$.

On note $\vec{F}$ la force motrice que le cycliste déploie en pédalant pour faire monter le vélo dans la direction de la pente.

Le cycliste monte la côte à vitesse constante.

1. Quelle est l'unité de λ ?
2. Déterminer α.
3. Faire un schéma en faisant figurer les différentes forces.
4. Déterminer la valeur de la force motrice en fonction de la vitesse. Application numérique pour une vitesse $v_1 = 15\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.
5. En déduire la puissance P_{montee} développée par la force motrice dans cette montée. Sachant que le rendement mécanique des muscles du corps humain n'est que de l'ordre de $\eta = 23\%$, déterminer la puissance effectivement fournie par le cycliste.

Dans la suite, on souhaite retrouver ce résultat par une méthode purement énergétique.

6. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur E_p. En déduire la variation d'énergie mécanique ΔE_m entre le début et la fin de la montée effectuée à vitesse constante.
7. Calculer le travail de la force de frottement solide $\vec{T}$. Que vaut le travail de la composante normale ? Exprimer le travail des frottements de l'air.
8. En déduire le travail développé par la force motrice. Application numérique. Quelle est l'énergie dépensée par le cycliste, en prenant compte le rendement musculaire η ? En déduire à nouveau la puissance fournie par le cycliste.
9. Sachant qu'une calorie vaut 4.18 J et que la consommation de 100 g de sucre fournit une énergie de 400 kcal, estimer la masse de sucre à ingérer pour fournir cet effort durant le temps t_1. Sachant que 100 g de lipides fournissent 900 kcal au corps humain, quelle est la masse maximale de graisse brûlée lors de cette montée ?

Réponse : 14 g de sucre ou 6.3 g de graisse.

Exercice 2 : Molécule diatomique

On considère une molécule diatomique formée de deux atomes M_1 et M_2 ponctuels, partiellement ionisés et de charges respectives $q_1 = +\delta e$ et $q_2 = -\delta e$.

On suppose M_1 immobile dans un référentiel galiléen, à l'origine d'un repère cartésien, et l'étude concerne le mouvement de M_2 selon l'axe (Ox).

L'énergie potentielle de M_2 est bien représentée par

$$E_p(x) = -\frac{\delta^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 x} + \frac{A}{x^9},$$

avec A constante positive.

1. Indiquer si chacun des termes de l'énergie potentielle correspond à une force attractive ou répulsive. Donner une signification physique de ces termes.
2. Tracer l'allure de $E_p(x)$.
3. Donner la valeur x_e de la position à l'équilibre. L'équilibre est-il stable ?
4. En s'intéressant aux petites oscillations autour de la position d'équilibre, déterminer la fréquence de vibration de la molécule en fonction de δe, ϵ_0, x_e et m.

Exercice 3 : Bifurcation mécanique

On s'intéresse à une bifurcation, c'est-à-dire une modification du nombre de positions d'équilibre et de leur stabilité, en fonction de la variation d'un paramètre expérimental.

Le système considéré est constitué d'un point matériel M de masse m. Il est astreint à se déplacer selon un axe horizontal (Ox) est est fixé à l'extrémité d'un ressort (k, l_0). L'autre extremité R du ressort est fixée à une altitude l par rapport à l'origine O.

On posera $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

1. Faire un schéma précis du montage.
2. Qualitativement, déterminer le nombre de positions d'équilibre dans les cas $l > l_0$ et $l < l_0$.
3. On se place à l quelconque. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle du système à partir du calcul du travail élémentaire des forces.
4. Retrouver ce résultat en explicitant l'énergie potentielle élastique associée au ressort.
5. Déterminer les expressions des positions d'équilibre en distinguant les cas $l > l_0$ et $l < l_0$.
6. Pour chacune des positions d'équilibre trouvée, étudier sa stabilité.
7. Tracer sur un même graphe les positions d'équilibre en fonction de l en précisant leur stabilité. Justifier le nom de bifurcation fourche donné à cette situation.
8. On dit également qu'il s'agit d'une bifurcation à brisure de symétrie. Justifier cette expression.

Semaine 15 (20/01-24/01)

Notions abordées :
— Travail et énergie (cf. semaine précédente).
— Mouvements de particules dans un champ électrique.

Questions de cours

1. Donner l'expression de la force électrostatique de Coulomb et l'énergie potentielle associée.
2. Montrer qu'un champ magnétique seul ne peut pas modifier l'énergie cinétique d'une particule chargée.
3. Exprimer la variation d'énergie potentielle associée à la force électrique (en fonction de la variation du potentiel électrique).

Exercice 1 : Accélération et déviation d'un électron par différence de potentiel

Soient deux plaques planes horizontales écartées d'une distance d et chargées de charges opposées. La plaque positive est au-dessus.

1. Déterminer, en explicitant les approximations nécessaires, les caractéristiques du champ électrique pour $U = 1000\,\mathrm{V}$ et $d = 10\,\mathrm{cm}$.
2. Un électron de masse $m = 9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ et de charge $-e = -1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ pénètre à une distance $d' = 2.0\,\mathrm{cm}$ de la plaque négative avec une vitesse d'entrée $\vec{v_0}$ parallèle aux plaques et de norme $v_0 = 2.0 \times 10^4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Justifier que le poids est négligeable.
3. Déterminer la longueur l que doivent avoir les plaques pour que l'électron atteigne la plaque positive.
4. Expliciter les caractéristiques (norme et inclinaison) de la vitesse de l'électron quand il arrive sur la plaque positive.

Exercice 2 : Accélération de particules α

Les particules α sont des noyaux d'hélium, de masse $m = 6.6 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$ qui sont émises par radioactivité et qui sont beaucoup utilisées en physique des particules. On considère un faisceau de particules α de vitesse $v_0 = 2000\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ qui pénètrent dans une zone où règne un champ électrostatique uniforme

$\vec{E}$ d'intensité $1000\,\mathrm{V/m}$. Le champ électrostatique et la vitesse initiale sont colinéaires de sens opposé.

On rappelle la valeur de la charge élémentaire $e = 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

1. Quelle est la charge d'une particule α ?
2. Montrer que l'on peut négliger le poids de la particule.
3. Décrire le mouvement d'une particule α. Déterminer le point de demi-tour.
4. Expliciter la durée passée par la particule α dans la zone où règne le champ électrostatique ainsi que les caractéristiques de sa vitesse quand elle ressort.
5. Par une analyse énergétique, retrouver la distance parcourue avant le demi-tour ainsi que la vitesse à la sortie du champ.

Exercice 3 : Principe d'un oscilloscope analogique

Un oscilloscope analogique est constitué d'un canon à électrons et d'une zone de déviation. On rappelle la masse de l'électron $m = 9.1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ et sa charge $-e = -1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

1. Considérons tout d'abord le canon à électrons. Il permet d'accélérer des électrons d'une vitesse négligeable à une vitesse v_0, en leur appliquant une tension $V = 600\,\mathrm{V}$. Déterminer, en justifiant les approximations, la vitesse v_0. La mécanique classique est-elle encore valable ?
2. À la sortie du canon, les électrons pénètrent à la vitesse v_0 entre deux plaques planes horizontales entre lesquelles on applique la tension $U = 2.0\,\mathrm{V}$ prélevée en entrée de l'oscilloscope. On suppose que le faisceau d'électrons arrive à égale distance des deux plaques avec une vitesse horizontale. Les plaques sont de longueur $l = 25\,\mathrm{mm}$ et distantes de $d = 10\,\mathrm{mm}$.
   (a) Sur un schéma, faire figurer les plaques et leurs dimensions, leur potentiel, la tension U, le champ électrique $\vec{E}$ et le faisceau d'électrons.
   (b) Déterminer les équations du mouvement d'un électron.
   (c) En déduire l'ordonnée y_S où se produit la sortie des plaques.
   (d) Déterminer la vitesse de l'électron à la sortie des plaques.
3. Finalement, on place un écran à une distance $D = 10\,\mathrm{cm}$ de l'extrémité des plaques. Quelle est la position y_E du point d'impact de l'électron sur l'écran ? Commenter l'expression en regard de l'utilité d'un oscilloscope. Commenter la valeur numérique.

Réponse : $y_E = \frac{eUl}{mdv_0^2}\left(D + \frac{l}{2}\right) = 0.50\,\mathrm{mm}$

Semaine 16 (27/01-31/01)

Notions abordées :

— Travail et énergie (cf. semaine précédente).

— Mouvements de particules chargées.

Questions de cours

1. Relier la variation d'énergie cinétique d'un point matériel dans un champ électrique à la différence de potentiel.
2. Montrer qu'un champ magnétique seul ne permet pas de faire varier l'énergie cinétique d'un point matériel.
3. Déterminer le rayon de la trajectoire d'une charge q dans un champ magnétique.

Exercice 1 : Spectromètre de masse

Des ions positifs de vitesse initiale nulle, de charge q et de masse m issus d'une chambre d'ionisation sont accélérés par une tension $U = 4.0\,\mathrm{kV}$ appliquée entre la sortie de la chambre d'ionisation et une cathode horizontale percée d'un trou O.

Au-delà du point O, les ions pénètrent dans une zone où règne un champ magnétique $\vec{B}$ perpendiculaire à leur vitesse avec $B = 0.70\,\mathrm{T}$.

Les ions positifs sont des isotopes 24 et 26 des ions $\mathrm{Mg_2}^+$.

1. Sur un schéma, faire figurer les différentes zones ainsi que la trajectoire des deux isotopes.
2. Déterminer la vitesse v_0 avec laquelle les ions passent par le trou O en fonction de U, q et m.
3. Quelle est la trajectoire des ions dans le champ magnétique ? On donnera notamment le rayon R de la trajectoire en fonction de m, q, B et v_0 puis en fonction de m, q, B et U.
4. Calculer la distance d entre le s points d'impact des deux isotopes sur une plaque parallèle au plan du trou O.

Exercice 2 : Cyclotron

On considère un cyclotron. Il s'agit d'un dispositif pour accélérer des particules chargées. On s'intéresse à des protons. Il est constituée de trois zones. La zone 1 occupe l'espace $x < -d/2$. La zone 3 occupe l'espace $x > d/2$. La zone 2 est entre les deux.

Dans les zones 1 et 3 règne un champ magnétique $\vec{B} = B_0\vec{e_z}$. Elles servent à faire faire demi-tour aux protons. Dans la zone 2 règne un champ électrique $\vec{E} = E(t)\vec{e_x}$ avec $E(t)$ qui vaut alternativement $+E_0$ puis $-E_0$ avec une période T_E. La zone 2 sert à accélérer les protons.

La valeur absolue de la tension dans la zone 2 vaut $|U| = 100\,\mathrm{kV}$.

On donne $B_0 = 1.47\,\mathrm{T}$.

1. Dessiner la trajectoire d'un proton émis avec une vitesse nulle depuis l'interface $1-2$. Faire figurer les champs magnétiques et électriques.
2. Montrer que la norme de la vitesse est constante dans la zone 3.
3. Montrer, en le calculant, que le temps de demi-tour dans la zone 3 est indépendant de la vitesse du proton.
4. On néglige le temps de passage dans la zone 2. En déduire la période T_E.
5. Montrer que le rayon de la n-ème trajectoire dans un champ magnétique est donné par $R_n = R_1\sqrt{n}$.
6. Déterminer l'ordonnée y_n du centre de chaque trajectoire circulaire en supposant que le proton est initialement lâché en $y = 0$.

   Le proton sort du cyclotron lorsqu'il atteint le rayon du cyclotron $\rho = 10.0\,\mathrm{cm}$.
7. En déduire l'énergie cinétique en MeV d'un proton quand il quitte le cyclotron, le nombre de tours effectués et la durée nécessaire.
8. La mécanique classique est-elle toujours valable ?

Réponse : La durée passée dans le cyclotron se situe entre $t_6 = 1.34\times10^{-7}\,\mathrm{s}$ et $t_7 = 1.56\times10^{-7}\,\mathrm{s}$.

Exercice 3 : Effet Zeeman

On considère un électron M de masse m et de charge $-e$ élastiquement lié au noyau O d'un atome par une force de rappel $\vec{F} = -k\overrightarrow{OM}$.

1. Justifier que l'interaction noyau-électron peut effectivement être modélisée par une force de rappel élastique.
2. Déterminer l'expression de la pulsation de rotation ω_0.

3. Des expériences d'absorption d'ondes électromagnétiques montrent que les ondes de longueur d'onde $\lambda = 656.3\,\mathrm{nm}$ sont particulièrement absorbées. En déduire k.

   On plonge maintenant le système dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0\vec{e_z}$. On supposera $\frac{eB_0}{m\omega_0} \ll 1$.

4. Projeter les équations du mouvement selon (Ox) et (Oy).
5. On cherche des solutions $x(t)$ et $y(t)$ sinusoïdales. Montrer qu'il n'y a que deux pulsations possible. Les exprimer.
6. En déduire l'écart $\delta\lambda$ entre les deux nouvelles longueur d'onde des ondes possiblement absorbées par ce système.
7. On suppose que l'on peut mesurer des écarts en longueur d'onde supérieurs à $\delta\lambda_{min} = 0.1\,\mathrm{nm}$. En déduire le champ magnétique minimal que ce dispositif permet de mesurer.

Semaine 17 (03/02-07/02)

Notions abordées :
— Mouvements de particules chargées (cf. semaine précédente).
— Interactions moléculaires.
— Équilibres acido-basiques (exercices élémentaires).

Questions de cours

1. Que sont les interactions de Van der Waals.
2. Donner l'ordre de grandeur des énergies de liaisons pour la liaison covalente (qq 100 kJ/mol), les interactions de Van der Waals (qq kJ/mol) et la liaison hydrogène (qq 10 kJ/mol). Que signifie la notion d'énergie de liaison ?
3. Quelles sont les différentes étapes dans le mécanisme de mise en solution d'une espèce chimique (ionisation, dissociation, solvatation). Que sont que la polarité, la proticité et le pouvoir dispersif d'un solvant ?

Exercice 1 : Dissociation d'un acide faible

L'acide formique de formule HCO_2H est un monoacide de pKa égal à 3.8.

1. S'agit-il d'un acide fort ou faible ? Justifier.
2. Dresser le diagramme de prédominance.
3. Calculer le taux de dissociation α de l'acide d'une solution aqueuse d'acide formique dont la concentration initiale est égale à $c_0 = 1 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.
4. Quelle est la valeur du pH lue sur un pH-mètre trempé dans la solution précédente.

Exercice 2 : 7.3 p441

Exercice 3 : 7.4 p441

7.6

Semaine 18 (10/02-14/02)

Notions abordées :
— Équilibres acido-basiques.
— Titrages.
— Régime sinusoïdal forcé.

Questions de cours

1. Définir la constante d'acidité.
2. Quelles propriétés une réaction de titrage doit-elle vérifier ?
3. Qu'est-ce que l'équivalence ? Montrer qu'à l'équivalence les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques.

Exercice 1 : Le pH sanguin

L'activité métabolique et l'ingestion d'aliments peuvent introduire des espèces acido-basiques dans le sang. Or, la survie des cellules nécessite que le pH varie très peu autour d'une valeur optimale. Ainsi le sang humain constitue un milieu tamponné : le pH reste compris dans l'intervalle $7.36 - 7.44$ en temps normal.

1. Tracer le diagramme de prédominance des espèces H_2CO_3, ${HCO_3}^-$, ${CO_3}^{2-}$, AH et A^- sur un même axe de pH.
2. Le sang est en partie tamponné par le couple $H_2CO_3/{HCO_3}^-$ de concentration totale égale à $0.0280\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$. Sachant que le pH du sang vaut 7.40, calculer les concentrations en H_2CO_3 et ${HCO_3}^-$ avec trois chiffres significatifs.
3. Dans certains cas, après des efforts physiques intenses, des crampes apparaissent. Il se forme alors dans les muscles de l'acide lactique AH qui est transféré dans le sang.
   (a) Écrire l'équation de la réaction qui a lieu dans le sang et déterminer la valeur de sa constante d'équilibre.
   (b) Dans le sang, après l'effort musculaire, dans un volume de $100\,\mathrm{mL}$ apparaît 3.0×10^{-4} mol d'acide lactique. Déterminer la composition du système à l'équilibre et en déduire la valeur du pH local du sang. Conclure.
   (c) Afin d'éviter cette variation du pH sanguin l'hémoglobine et la respiration interviennent pour éliminer l'excès de dioxyde de carbone

dissous, modélisé par H_2CO_3. Expliquer qualitativement comment cela permet de maintenir constant la valeur du pH sanguin.

Données :

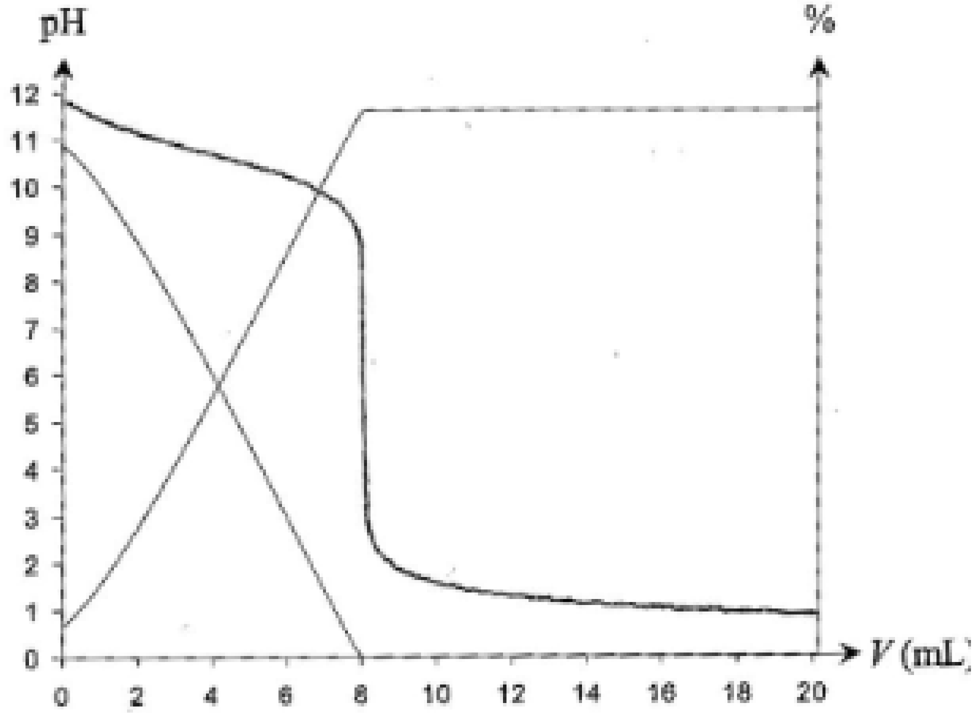
- L'acide l'actique est noté AH, et sa base conjuguée A^-.
- $pKa(H_2CO_3/HCO_3{}^-) = 6.1$.
- $pKa(HCO_3{}^-/CO_3{}^{2-}) = 10.2$.
- $pKa(AH/A^-) = 3.9$.

Réponses :

1. -
2. $[H_2CO_3] = 1.34 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ et $[HCO_3{}^-] = 2.67 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$
3. -
   (a) AH sur $HCO_3{}^-$
   (b) $pH = 6.8$
   (c) -

Exercice 2 : Détermination d'une formule brute

On veut déterminer par titrage la formule brute d'une amine $C_nH_{2n+1}NH_2$. Pour cela, on dissout une masse $m = 0.146\,\mathrm{g}$ dans $100\,\mathrm{mL}$ d'eau et on dose la solution obtenue par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire $c_A = 0.25\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$. On donne ci-contre la courbe de titrage $pH = f(V)$ à laquelle sont superposées en traits fins deux courbes représentant les pourcentages respectifs des espèces considérées.



1. Attribuer les courbes de pourcentage aux espèces correspondantes et déterminer simplement le pKa du couple.
2. Écrire l'équation de la réaction. Calculer sa constante d'équilibre et justifier qu'elle peut servir de support de titrage.
3. Justifier qualitativement l'allure de la courbe de pH.
4. Proposer un indicateur coloré adapté au repérage de l'équivalence.
5. Déterminer la formule de l'amine.

Données :

1. Masses molaires : $M_H = 1.0\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$, $M_C = 12.0\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$, $M_N = 14.0\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$.
2. Zones de virage d'indicateurs colorés : phénolphtaléine 8.2 à 10.2, bleu de bromothymol 6.0 à 7.6, vert malachite 0.2 à 1.8.

Réponses : pKa = 10.7. n = 4.

Exercice 3 : Titrage de l'acide acrylique

On souhaite vérifier la concentration d'une solution d'acide acrylique noté AH un peu ancienne (notée S_0). Il est écrit sur l'étiquette : $C_0 = 6.25 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$. Pour cela, on décide de réaliser un titrage acido-basique. On dispose d'une solution titrante de soude (Na^+, HO^-) de concentration $C_T = 5.00 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.

Avant dosage, la solution d'acide acrylique est diluée exactement vingt fois pour obtenir la solution (S). Une prise d'essai $V_2 = 20.0\,\mathrm{mL}$ de la solution (S) est diluée par ajout d'un volume de 50 mL d'eau distillée, puis titrée par la solution d'hydroxyde de sodium.

On note V_0 le volume total initial de la solution titrée, V_T le volume de solution titrante ajouté et V_E le volume versé à l'équivalence. Le titrage est suivi par pH-métrie. La courbe $pH = f(V_T)$ est donnée ci dessous.

On donne : $pKa(\mathrm{AH/A^-}) = 4.25$.

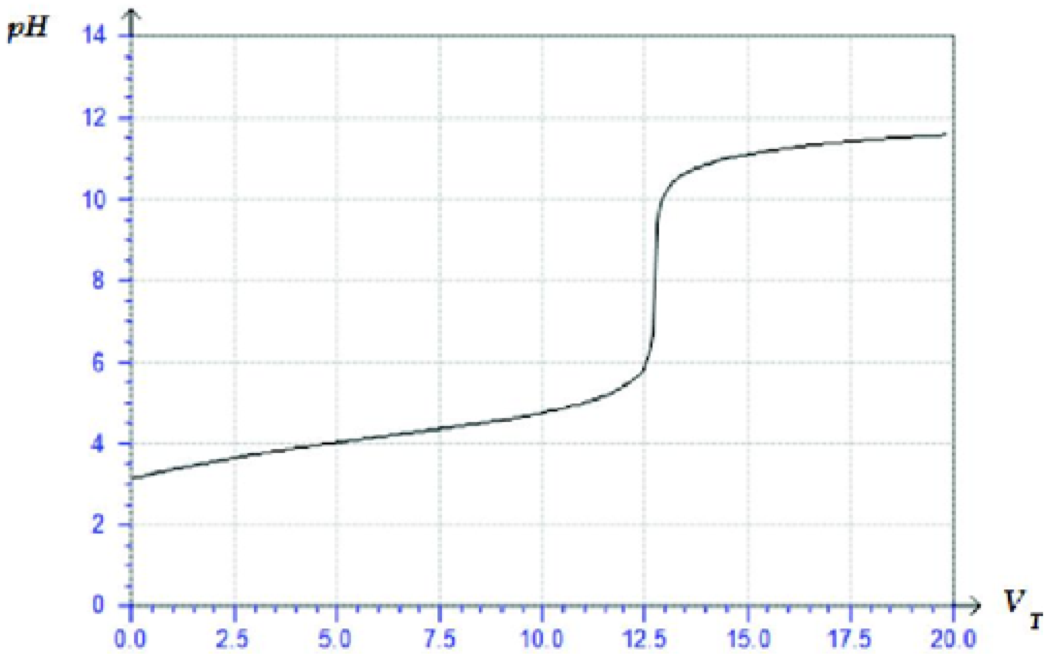


Figure 4 : Courbe de titrage $pH = f(V_T)$

1. Écrire la réaction de dosage ainsi que la relation à l'équivalence.
2. Calculer, en considérant que la concentration marquée sur l'étiquette est bonne, le pH de la solution d'acide acrylique dans le bécher avant le début du titrage. Comparer à la valeur lue sur la courbe.
3. Réciproquement, évaluer la vraie concentration en acide acrylique dans la solution S à partir de la lecture du pH à $V_T = 0$. Pourquoi

n'utilise-t-on pas une seule mesure de pH, à la place d'un titrage, pour déterminer la concentration en acide acrylique dans la solution S ?

4. Déterminer la concentration en acide acrylique dans la solution S.

Semaine 19 (03/03 - 07/03)

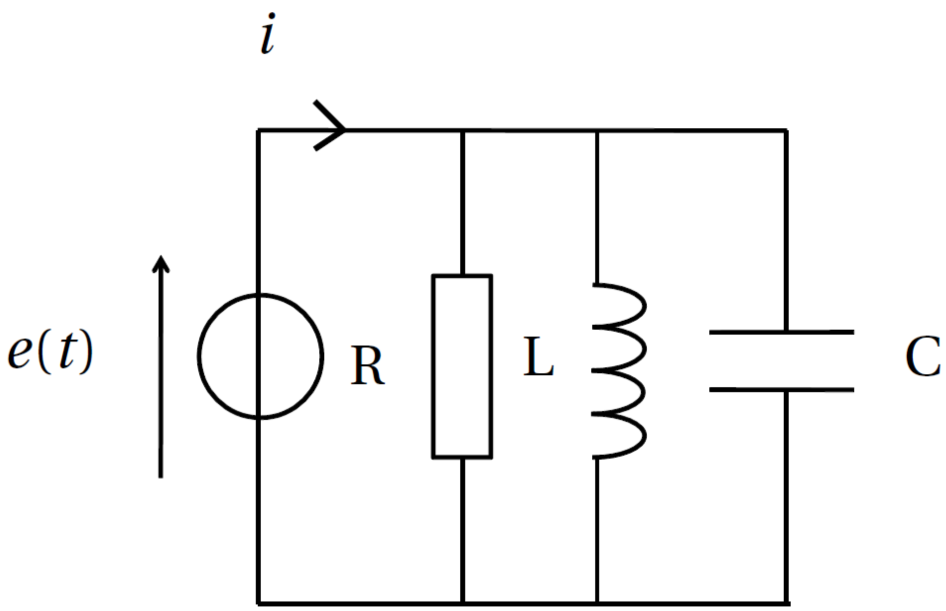
Notions abordées :
— Régime sinusoïdal forcé.
— Filtrage linéaire.

Questions de cours

1. Grandeur complexe associée à un signal sinusoïdal réel.
2. Impédances des dipôles usuels. Démonstration.
3. Exprimer le signal de sortie d'un filtre linéaire en notation réelle en fonction de la fonction de transfert.

Exercice 1 : Circuit RLC parallèle et anti-résonance

On considère le circuit suivant où le générateur délivre une tension sinusoïdale $e(t)$ d'amplitude e_m.

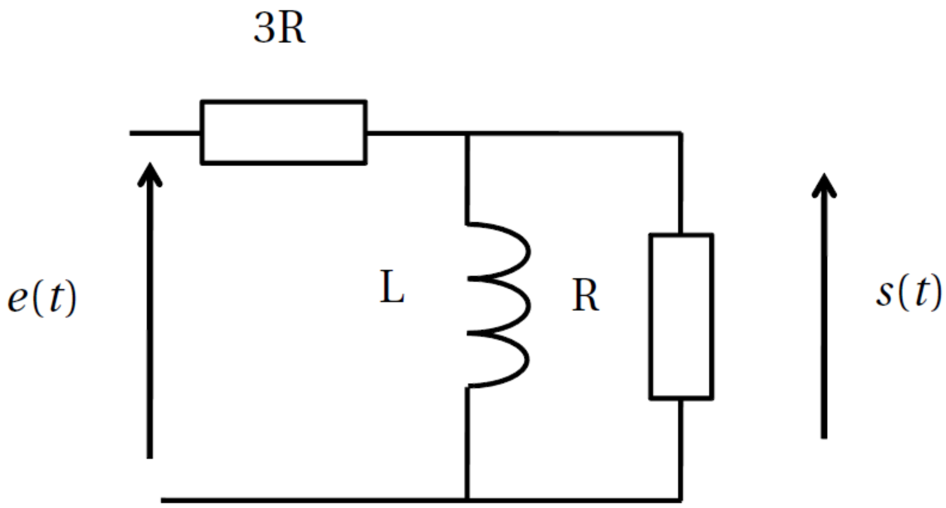


1. Exprimer l'impédance équivalente de l'association des trois dipôles en fonction de C, L, R et ω.

2. Montrer que l'amplitude i_m du courant admet un minimum en fonction de ω pour une certaine pulsation ω_0 à déterminer en fonction de L et C.
3. Quel serait le facteur de qualité Q du circuit ?

Exercice 2 : Caractère dérivateur d'un filtre

On considère le circuit suivant :

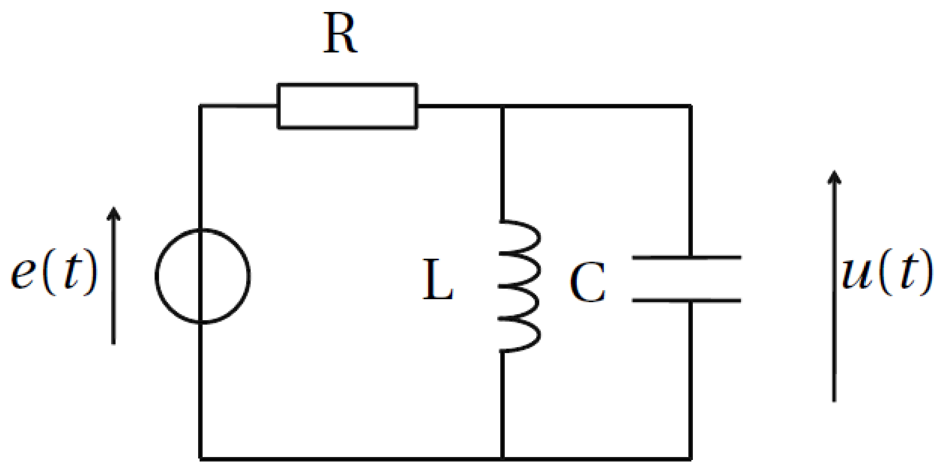


On donne $L = 20\,\mathrm{mH}$ et $R = 5.0\,\mathrm{k}\Omega$.

1. Prédire sans calcul la nature du filtre.
2. Déterminer sa fonction de transfert. La mettre sous forme canonique.
3. Tracer le diagramme de Bode en gain et en phase.
4. Montrer que ce filtre a un caractère dérivateur en basses fréquences.
5. On envoie en entrée un signal $e(t) = 5 + 4\sin(2\pi f_1 t - 2.0)$ avec $f_1 = 80\,\mathrm{kHz}$. Déterminer l'expression de $s(t)$.
6. Indiquer qualitativement l'effet de ce filtre sur un signal d'entrée de type créneau de fréquence $f = 80\,\mathrm{kHz}$ oscillant entre $0.0\,\mathrm{V}$ et $8.0\,\mathrm{V}$.
7. Indiquer qualitativement l'effet de ce filtre sur un signal d'entrée de type triangle de fréquence $f = 80\,\mathrm{kHz}$ oscillant entre $-10\,\mathrm{V}$ et $10\,\mathrm{V}$.

Exercice 3 : Résonance d'un circuit bouchon

On considère le circuit suivant avec $e(t) = e_m \cos \omega t$.



1. Quelle est l'impédance équivalente de l'association en parallèle de la capacité C et de l'inductance L ?
2. Par la formule du pont diviseur de tensions déterminer l'amplitude complexe de u en fonction de R, C, ω, L et e_m. Comment s'appelle l'expression ainsi déterminée ?
3. Montrer qu'il apparaît une résonance.
4. Déterminer le facteur de qualité du système.
5. Calculer numériquement la fréquence de résonance, le facteur de qualité et la largeur de la bande passante pour $R = 1.0\,\mathrm{k\Omega}$, $L = 10\,\mathrm{mH}$ et $C = 0.50\,\mathrm{\mu F}$.
6. Montrer que le déphasage est une fonction décroissante de la fréquence. Calculer sa valeur pour $\omega = 0$, à la résonance et en très hautes fréquences. Tracer l'allure du déphasage en fonction de la fréquence.

Semaine 20 (10/03 - 14/03)

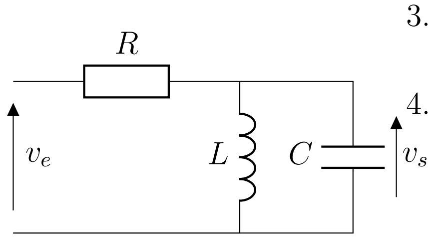
<u>**Notions abordées :**</u>

— Filtrage linéaire.

Questions de cours

1. Grandeur complexe associée à un signal sinusoïdal réel.
2. Impédances des dipôles usuels. Démonstration.
3. Exprimer le signal de sortie d'un filtre linéaire en notation réelle en fonction de la fonction de transfert.

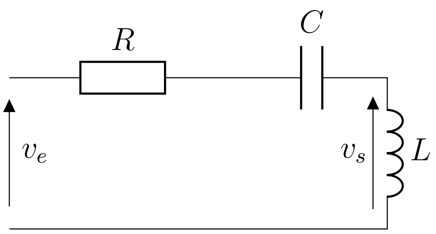
Exercice 1



On donne $R = 1.0\,\mathrm{k}\Omega$ et $L = 10\,\mathrm{mH}$.

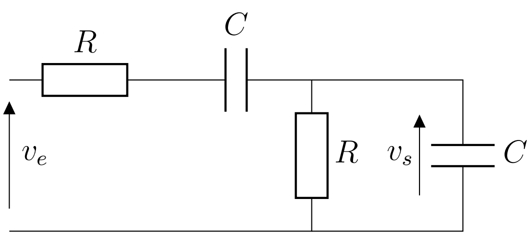
1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 1\,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.
5. v_e est maintenant un triangle de fréquence $60\,\mathrm{Hz}$. Quelle est la forme de v_s ?

Exercice 2



1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 1\,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.
5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? Intégrateur ?

Exercice 3



On donne $R = 1.0\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 500\,\mathrm{nF}$.

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 1\,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.

Semaine 21 (17/03 - 21/03)

Notions abordées :
— Filtrage linéaire (cf semaine précédente).
— Réactions de précipitation.

Questions de cours

1. Définir le produit de solubilité. À quelle condition permet-il effectivement de déterminer la concentration d'espèce dissoute ?
2. Définir la solubilité. La calculer dans le cas de la dissolution de chlorure d'argent ($K_s = 1.8 \times 10^{-10}$).
3. Définir puis tracer le diagramme d'existence du chlorure d'argent en fonction de pCl pour une concentration $[\mathrm{Ag}^+] = 1.0 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ ($K_s = 1.8 \times 10^{-10}$).

Exercice 1 : Précipitation sélective des hydroxydes

1. Lorsque l'on dissout dans l'eau de l'hydroxyde de magnésium(II) jusqu'à saturation, la solution possède un pH égal à 10.5. Que vaut le produit de solubilité de l'hydroxyde de magnésium(II) ?

   On dispose d'une solution contenant initialement des ions cobalt(II) Co^{2+} à la concentration $c_0 = 1 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ et des ions magnésium(II) à la même concentration c_0. L'objectif est de séparer le cobalt du magnésium. On se donne pour cahier des charges de précipiter plus de 99% du cobalt sans précipiter plus de 1% du magnésium.
2. Calculer la concentration en ions cobalt restant en solution si 99% du cobalt précipite sous forme d'hydroxyde de cobalt. En déduire la concentration en ions hydroxyde, puis le pH de la solution, pour que 99% du cobalt précipite.
3. Calculer la concentration en ions magnésium restant en solution si 1% du magnésium précipite sous forme d'hydroxyde de magnésium. En déduire la concentration en ions hydroxyde, puis le pH de la solution, pour que 99% du cobalt précipite.
4. Montrer qu'il existe une zone de pH que l'on précisera qui permet de vérifier le cahier des charges.

Donnée : $pK_s(\mathrm{Co(OH)_2}) = 14.8$

Réponses :

1. $pK_s = 10.8$
2. $pH = 8.6$
3. $pH = 9.6$
4. -

Exercice 2 : Solubilité de l'acide benzoïque

La réaction de dissolution de l'acide benzoïque dans l'eau s'écrit

$$C_6H_5COOH_{(s)} = C_6H_5COOH_{(aq)}.$$

Son pKs vaut 1.5 à 298 K. La constante d'acidité du couple associé à l'acide benzoïque est déterminée par $pKa = 5$.

1. Calculer la solubilité s de l'acide benzoïque en négligeant son caractère acide.
2. Calculer la solubilité s' de l'acide benzoïque en tenant compte de ses propriétés acido-basiques. Comparer s et s'. Expliquer qualitativement.
3. Déterminer le pH d'une solution aqueuse saturée d'acide benzoïque.

   Le benzoate de sodium est un sel ionique soluble dans l'eau. On dispose d'un volume $V = 1\,\mathrm{L}$ d'une solution de ce sel à la concentration $c_0 = 3.52 \times 10^{-1}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.
4. Déterminer le pH de précipitation de l'acide benzoïque lors de l'addition d'une solution concentrée d'acide chlorhydrique à la solution précédente. L'acide chlorhydrique étant fortement concentré, on pourra négliger la variation de volume de la solution.
5. Quelle est la quantité d'acide benzoïque précipité lorsque le pH de la solution vaut 1.0 ? À quelle masse cela correspond-il ?

Réponses :

1. $3.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.
2. $3.3 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.
3. 3.3
4. 6
5. 0.320 mol

Exercice 3 : Solubilité de la sidérite

La solubilité de la sidérite $FeCO_{3(s)}$ dans l'eau joue un rôle important dans la composition des lacs ou des eaux souterraines. Les eaux naturelles riches en fer doivent êtres traitées pour la distribution d'eau potable.

1. Le produit de solubilité de la sidérite est $K_s = 1 \times 10^{-11}$. Que serait la solubilité de la sidérite dans l'eau en négligeant les propriétés acido-basiques des ions carbonate ?

   En fait, la réaction de l'eau sur les ions carbonates ne peut être négligée.
2. On cherche maintenant la solubilité de la sidérite en prenant en compte les propriétés acido-basiques des ions carbonate. En supposant que les ions carbonates ne sont quasiment que sous la forme ${HCO_3}^-$, déterminer la solubilité de la sidérite. En calculant le pH ainsi que la concentration en ${HCO_3}^-$, vérifier la cohérence de l'hypothèse ci-dessus.
3. On s'intéresse maintenant à la dissolution du carbonate de fer dans une solution de pH fixé par une solution tampon, ce qui est plus représentatif d'une eau naturelle.
   (a) Exprimer la solubilité s de la sidérite en fonction des concentrations en les trois formes acido-basiques des ions carbonates.
   (b) En déduire s en fonction du pH, des constantes d'acidité K_{a1} et K_{a2} et de K_s. Commenter l'expression.
   (c) Tracer $s(pH)$. On fera aussi figurer trois segments de droites qui représentent $s(pH)$ quand le pH est tel que l'une des formes acido-basiques des carbonates est dominante.

Données : $pK_{a1} = 6.4$ et $pK_{a2} = 10.3$

Réponses :

1. $3.2 \times 10^{-6}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$
2. $1.3 \times 10^{-5}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ et 9.1
3. -
   (a) -
   (b) $s = \sqrt{K_s\left(1 + \frac{h}{K_{a2}} + \frac{h^2}{K_{a1}K_{a2}}\right)})$

Semaine 21 (17/03 - 21/03)

Notions abordées :
— Réactions de précipitation (cf semaine précédente).
— Oxydoréduction.

Questions de cours

1. Définir un oxydant, un réducteur, une réaction d'oxydoréduction.
2. Définir l'électrode standard à hydrogène.
3. Définir le potentiel d'électrode. Équation de Nernst.

Exercice 1 : Pile à combustible

Dans certaines piles à combustible, on utilise le dihydrogène comme combustible et le dioxygène comme comburant.

1. Écrire la réaction de combustion du dihydrogène par le dioxygène.

   Cette réaction est en fait l'association de deux demi-équations d'oxydoréduction mettant en jeu deux couples redox.
2. Rappeler les couples redox de l'eau.
3. Écrire les deux demi-équations redox.

   Les deux demi-réactions ont lieu sur deux électrodes. L'une des électrodes est en contact avec un courant de dihydrogène gazeux à la pression $P^\circ = 1\,\text{bar}$ tandis que l'autre électrode est en contact avec un courant de dihydrogène gazeux à la même pression.
4. Les deux demi-réactions ont lieu sur deux électrodes. Indiquer la réaction cathodique et la réaction anodique.
5. Donner l'expression du potentiel d'oxydoréduction pour les deux couples. En déduire la tension à vide de la pile.
6. Exprimer la constante d'équilibre K° en fonction des potentiels standards des couples considérés. Calculer sa valeur et commenter.

Données : $E^\circ(H^+/H_2) = 0.00\,\text{V}$ et $E^\circ(O_2/H_2O) = 1.23\,\text{V}$.

Réponses :

1. -
2. -

3. -
4. -
5. 1.23 V
6. 10^{41}

Exercice 2 : Étude d'une pile de concentration

Le système réactionnel est une pile électrochimique à 298 K, utilisant le couple Fe^{3+}/Fe^{2+}. Dans le bécher A, on initialement 50 mL d'une solution à $0.10\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ de sulfate ferreux $FeSO_4$ dissout et $0.20\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ de chlorure ferrique $FeCl_3$ dissout. Dans le bécher B, on a le même volume mais les concentrations inverses. On utilise des électrodes de platine et un pont salin au chlorure de potassium. Les deux béchers sont liés par une très grande résistance électrique.

1. Déterminer les concentrations initiales en Fe^{3+} et Fe^{2+} dans les béchers A et B.
2. Faire un schéma du dispositif.
3. Déterminer la différence de potentiel initiale de la pile. Dans quel sens les électrons circulent-ils ? Et le courant électrique.
4. Déterminer l'anode et la cathode.
5. Écrire l'équation bilan traduisant le fonctionnement de la pile. On précisera avec les indices $_A$ et $_B$ le bécher associé à chaque espèce.
6. Quelle est la valeur de la différence de potentiel lorsque le système n'évolue plus ?
7. Déterminer les concentrations finales en ions ferreux et ferriques à l'équilibre.
8. Déterminer la capacité de la pile (charge électrique totale débitée au cours du fonctionnement).

Donnée : Constante de Faraday $\mathcal{F} = \mathcal{N}_A e = 96\,500\,\mathrm{C\,mol^{-1}}$.

Réponses :

1. -
2. -
3. 36 mV
4. -

5. -
6. -
7. $0.15\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$
8. $241\,\mathrm{C}$

Exercice 3 : Éclairage de l'Opéra de Paris

En 1874, pour la représentation inaugurale de l'Opéra de Paris, l'éclairage était assuré par un ensemble de piles zinc-chlore : la première électrode est une électrode de zinc solide, plongée dans une solution de sulfate de zinc ; la seconde est une électrode de graphite plongée dans une solution de chlorure de sodium et dans laquelle on fait buller du dichlore gazeux.

1. Déterminer les couples rédox en présence.
2. Écrire les demi-réactions associées à chaque couple rédox.
3. Écrire la réaction lorsque la pile débite. Préciser la polarité et le nom de chaque électrode. Faire un schéma.
4. Donner l'expression des potentiels d'électrode ainsi que de la f.e.m à vide de la pile. Faire l'application numérique pour $[\mathrm{Zn^{2+}}]_0 = 0.1\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$, $[\mathrm{Cl^-}]_0 = 0.2\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ et $p_{\mathrm{Cl_2}} = 1\,\mathrm{bar}$
5. Quel débit molaire de dichlore faut il entretenir pour une intensité de $50\,000\,\mathrm{A}$ (puissance totale de l'ordre de $100\,\mathrm{kW}$). Quel est alors le débit volumique horaire correspondant à $298\,\mathrm{K}$ à la pression atmosphérique ?
6. Quelle masse de zinc a été consommée lorsque l'installation a débité $50\,000\,\mathrm{A}$ pendant $4\,\mathrm{h}$?
7. Pour toute la batterie de piles, les solutions de sulfate de zinc et de chlorure de sodium occupent $20\,\mathrm{m^3}$ chacune. Quelle est la différence de potentiel aux bornes de chaque pile après $4\,\mathrm{h}$ de fonctionnement (une fois le circuit réouvert) ?

Données :

— Masse molaire du zinc $65.5\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$.
— Constante de Faraday $\mathcal{F} = \mathcal{N}_A e = 96\,500\,\mathrm{C\,mol^{-1}}$.
— Potentiels standards $E°(\mathrm{Cl_2(g)/Cl^-}) = 1.39\,\mathrm{V}$ et $E°(\mathrm{Zn^{2+}/Zn}) = -0.76\,\mathrm{V}$.

Réponses :

1. -
2. -
3. -
4. $2.22\,\mathrm{V}$
5. $0.259\,\mathrm{mol\,s^{-1}}$ et $22.9\,\mathrm{m^3\,h^{-1}}$
6. $3.73\,\mathrm{mol}$ et $244\,\mathrm{kg}$
7. $2.18\,\mathrm{V}$

Semaine 23 (31/03 - 04/04)

Notions abordées :
— Oxydoréduction (cf semaine précédente).
— Théorème du moment cinétique.

Questions de cours

1. Définir l'électrode standard à hydrogène.
2. Définir le potentiel d'électrode. Équation de Nernst.
3. Constante d'une réaction rédox.

Exercice 1 : Mouvement d'une sphère attachée au bout d'un fil

Une sphère de petite taille et de masse $m = 0.10\,\mathrm{kg}$ est attachée à l'extrémité d'un fil sans masse de longueur $l_0 = 1.0\,\mathrm{m}$ dont l'autre extrémité est fixée en O. Elle se déplace sur un cercle horizontal de rayon l_0. Sa vitesse est $v_0 = 1.0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

1. Déterminer son moment cinétique par rapport à O puis par rapport à (Oz).
2. On réduit brutalement la longueur du fil à $l_1 = 0.50\,\mathrm{m}$. Que devient la vitesse de la sphère ?
3. Comparer l'énergie cinétique avant et après la réduction de la longueur du fil.
4. Quelle force provoque l'augmentation de l'énergie cinétique de la sphère ? Commenter.

Exercice 2 : Esquimau glissant du sommet de son igloo

Après avoir construit son igloo, un esquimau de masse $m = 70\,\mathrm{kg}$ s'assoit au sommet de ce dernier. On assimile l'igloo à une demi-sphère de centre O et de rayon $R = 1.5\,\mathrm{m}$. Une rafale de vent polaire le déséquilibre légèrement et il glisse du sommet vers le sol.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.
2. Montrer qu'il n'atteint pas le sol en restant en contact avec l'igloo. On donnera la valeur de l'angle α pour lequel à lieu ce décollage.

Réponses :

1. -
2. $\alpha = 42°$

Exercice 3 : Glissement sur un toboggan

Un enfant, que l'on assimilera à un point matériel M de masse $m = 40\,\mathrm{kg}$ glisse sur un toboggan décrivant une trajectoire circulaire de rayon $r = 2.5\,\mathrm{m}$. On négligera l'influence des frottements.

1. À l'aide du théorème du moment cinétique, déterminer l'équation du mouvement.
2. En déduire la vitesse au bout du toboggan. Application numérique.

Réponses :

1. -
2. $v_f = 6.36\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Semaine 23 (07/04 - 11/04)

Notions abordées :

— Théorème du moment cinétique (cf semaine précédente).
— Mouvements à forces centrales.
— Diagrammes E-pH.

Questions de cours

cf Exercices.

Exercice 1 : Expérience de Rutherford

Dans l'expérience de Rutherford, on bombarde des noyaux d'or ($Z = 79$) de masse $m_{\text{Au}} = 3.3 \times 10^{-25}\,\text{kg}$ avec un faisceau de particules α, c'est-à-dire des noyaux d'hélium de masse $m_\alpha = 6.65 \times 10^{-27}\,\text{kg}$. On schématise l'expérience de la façon suivante : le noyau d'or est situé en O, la particule α, assimilée à un point matériel M, arrive à la vitesse $\vec{v_0}$ parallèle à l'axe (Ox) depuis l'infini avec un paramètre d'impact b (distance entre les droites (Ox) et $(M(t = 0), \vec{v_0})$). On considère que le noyau d'or reste fixe du fait de sa masse bien supérieure à celle des particules α.

Réponses :

1. Quelle force intervient dans cette expérience ? Est-elle répulsive ou attractive ? Donner son expression en fonction de Z, e, ϵ_0 et de la distance r entre le noyau et la particule.
2. En déduire que le mouvement est plan.
3. Faire un schéma d'une trajectoire typique en faisant figurer les données de l'énoncé ainsi qu'un système de coordonnées adapté.
4. Montrer que dans ce problème la constante des aires est conservée. L'exprimer en fonction de b et v_0.
5. Montrer que l'énergie mécanique E_m de la particule est constante. Introduire ensuite une énergie potentielle effective à exprimer en fonction de r, C, m_α, Z, e et ϵ_0.
6. Tracer le graphe de l'énergie potentielle effective. Justifier qu'il n'y a pas d'état lié.
7. Déterminer l'énergie mécanique initiale en fonction de m_α et v_0. En déduire l'ordre de grandeur de la vitesse à laquelle sont envoyées les

particules sachant que leur énergie mécanique vaut $E_m = 5.0\,\mathrm{MeV}$. Un traitement classique est-il cohérent ?

8. Dans l'expérience de Rutherford, les expérimentateurs se sont rendus compte que certaines particules repartaient en sens inverse. Considérons une telle particule. Elle subit un choc frontal avec le noyau et donc on suppose $b \approx 0$. En déduire l'énergie mécanique simplifiée. On note r_{min} la distance minimale d'approche de la particule α. En déduire l'expression de r_{min} en fonction de Z, e, m_α et v_0. En déduire une majoration de la taille du noyau atomique. Commentaire.

1. -
2. -
3. -
4. -
5. -
6. -
7. $v_0 = 1.6 \times 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
8. $r_{\text{min}} = 4.6 \times 10^{-14}\,\mathrm{m}$

Exercice 2 : Force en $1/r^4$

On considère un point matériel de masse m soumis à une force centrale attractive de norme égale à K/r^4 avec K une constante positive.

1. Montrer que le mouvement est plan et vérifie la loi des aires.
2. Définir une énergie potentielle effective. La tracer.
3. Discuter les différentes trajectoires possibles.
4. Peut-il y avoir une trajectoire circulaire ? Justifier précisément.

Exercice 3 : Modèles planétaires de l'atome d'hydrogène

Dans le cadre d'un modèle planétaire de l'atome d'hydrogène, l'électron représenté par un point matériel M tourne autour du noyau. Vu le rapport de masse entre l'électron et le proton, on considère le proton fixe dans un référentiel galiléen et l'électron en mouvement. On suppose le mouvement de l'électron non-relativiste.

1. Exprimer la force électrostatique subie par l'électron. Justifier que l'interaction gravitationnelle est négligeable.

   Dans le cadre du modèle de Bohr, on suppose que la trajectoire de l'électron est circulaire.

2. En déduire que la trajectoire de l'électron est circulaire uniforme. Déterminer la vitesse de l'électron en fonction des données du problème.
3. Exprimer la norme notée L du moment cinétique de M en O en fonction de r, m_e, ϵ_0 et e.

   En 1913, Bohr postule la quantification du moment cinétique, c'est-à-dire que L est un multiple entier de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ avec $h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ la constante de Planck.
4. Dans ce modèle, montrer que les rayons des orbites de l'électron vérifient $r_n = n^2 a_0$ avec $n \in \mathbb{N}^*$ et a_0 le rayon de Bohr que l'on exprimera en fonction de m, ϵ_0 et $\hbar$.
5. Application numérique pour a_0. Commentaire. Valider l'hypothèse non-relativiste.
6. Montrer que l'énergie de l'atome d'hydrogène, i.e. l'énergie mécanique de son électron, s'écrit $E_n = -\frac{E_I}{n^2}$ avec E_I la constante énergétique de Rydberg que l'on exprimera en fonction de m_e, ϵ_0, e et $\hbar$. Application numérique.

   En fait, des mesures de spectres lumineux montre que les énergies de l'atome d'hydrogène ne sont pas exactement prédites par la formule de Bohr. Le modèle peut être complété en considérant des orbites elliptiques. Dans la suite, on admet que la condition de quantification sur le rayon de la trajectoire est toujours valide, à condition de remplacer le rayon par le demi-grand axe de l'ellipse.
7. Écrire l'énergie mécanique du système en faisant apparaître une énergie potentielle effective.
8. Soit r_a (resp. r_p) le rayon le plus éloigné (resp. le plus proche) atteint par l'électron lors de sa trajectoire (analogues à l'aphélie et au périhélie dans le mouvement de Kepler). Montrer, grâce à l'expression de l'énergie mécanique, que r_a et r_p sont racines du même polynôme de degré 2.
9. En déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction du demi-grand axe de l'ellipse a. Conclure sur l'expression quantique de l'énergie prédite par ce modèle.

Semaine 25 (28/04 - 02/05)

Notions abordées :

— Mouvements à forces centrales (cf semaine précédente).
— Diagrammes E-pH.
— Mécanique du solide.

Questions de cours

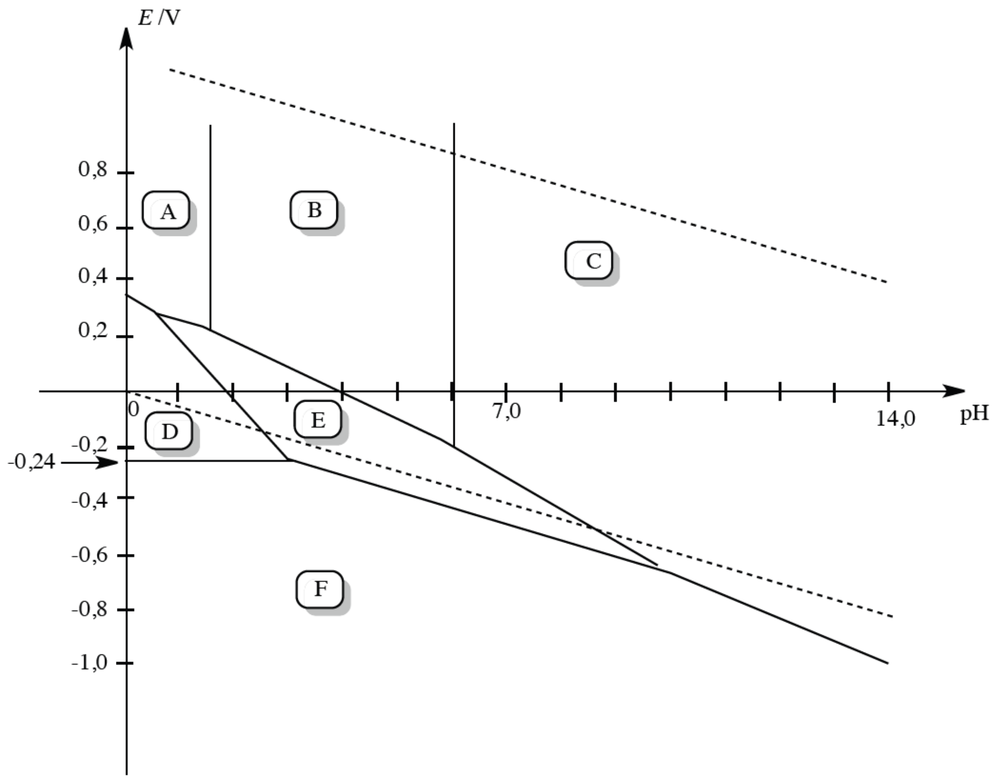
1. Théorème de la résultante dynamique.

2. Définir le moment d'inertie d'un solide par rapport à un axe. Dimension et signification physique.

3. Théorème du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.

Exercice 1 : Diagramme $E - pH$ du molybdène

Le diagramme potentiel-pH du système molybdène-eau est présenté ci-dessous. Il est limité aux espèces les plus stables Mo, Mo^{3+}, MoO_2, MoO_3, $HMoO_4{}^-$ et $MoO_4{}^{2-}$.



Les conventions adoptées pour le tracé de ces diagrammes sont les suivantes :

— La concentration totale en élément molybdène est égale à c_{tot}.

— À la frontière qui sépare les domaines de deux espèces dissoutes, les concentrations en éléments Mo dans chacune des espèces sont les mêmes.

1. Proposer des états de la matière pour chacune des espèces.
2. Placer les espèces dans le diagramme potentiel-pH en précisant le type de domaine à chaque fois (existence ou prédominance).
3. Déduire du diagramme la valeur approchée de la concentration utilisée c_{tot}. Déduire de même la constante d'acidité du couple acido-basique impliquant l'ion $MoO_4{}^{2-}$.
4. Le diagramme potentiel-pH de l'eau est représenté en pointillés. Rappeler les équation des droites qui le composent en utilisant, et rappelant, les conventions habituelles.
5. Que se passe-t-il si on ajoute une base forte à une solution aqueuse désaérée (pas de dioxygène dissout) d'une suspension de dioxyde de molybdène ? Écrire les équations-bilans correspondantes.

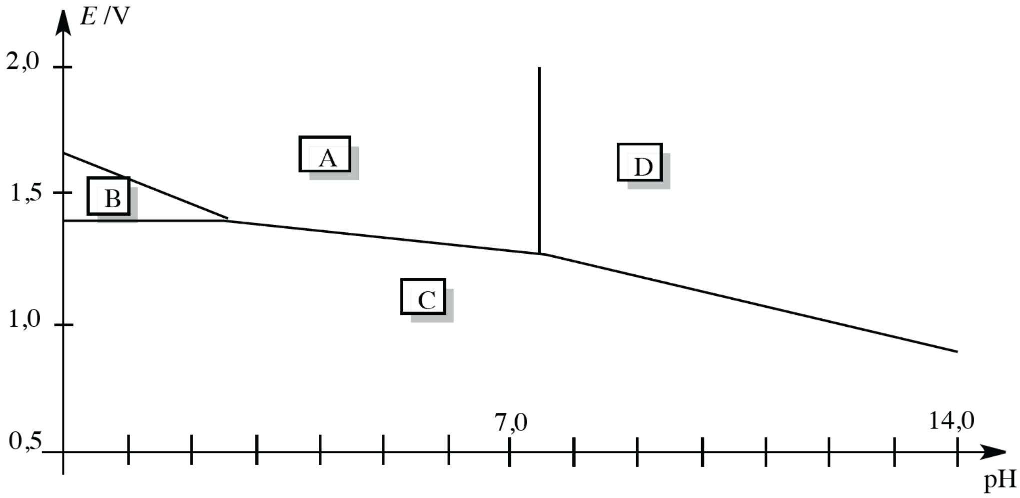
Données : $E°(Mo^{3+}/Mo) = -0.20\,\mathrm{V}$

Réponses :

1. -
2. -
3. $c_{tot} = 1.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ et $pK_A = 6.0$.
4. -
5. -

Exercice 2 : Mélange d'acide chlorhydrique et d'eau de Javel

On dit souvent qu'il ne faut pas mélanger les produits ménagers, c'est en particulier le cas de l'eau de Javel avec tout produit à base d'acide. Essayons de comprendre pourquoi. Le gaz dichlore est un gaz toxique irritant, pouvant entraîner des problèmes pulmonaires graves en cas d'inhalation. L'eau de Javel est une solution aqueuse comportant du chlorure de sodium et de l'hypochlorite de sodium (NaClO dissout) en quantité équimolaire. Le diagramme potentiel-pH simplifié du chlore est représenté ci-dessous, pour les espèces chimiques $HClO_{(aq)}$, $ClO^-_{(aq)}$, $Cl_{2(aq)}$ et $Cl^-_{(aq)}$ et pour une concentration de travail $c_T = 0.1\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ en élément chlore.



1. À l'aide du diagramme potentiel-pH, retrouver la valeur du pK_A du couple acido-basique composé d'espèces à même nombre d'oxydation. Tracer le diagramme de prédominance de ce couple. Quelle est l'espèce prédominante en milieu acide ?

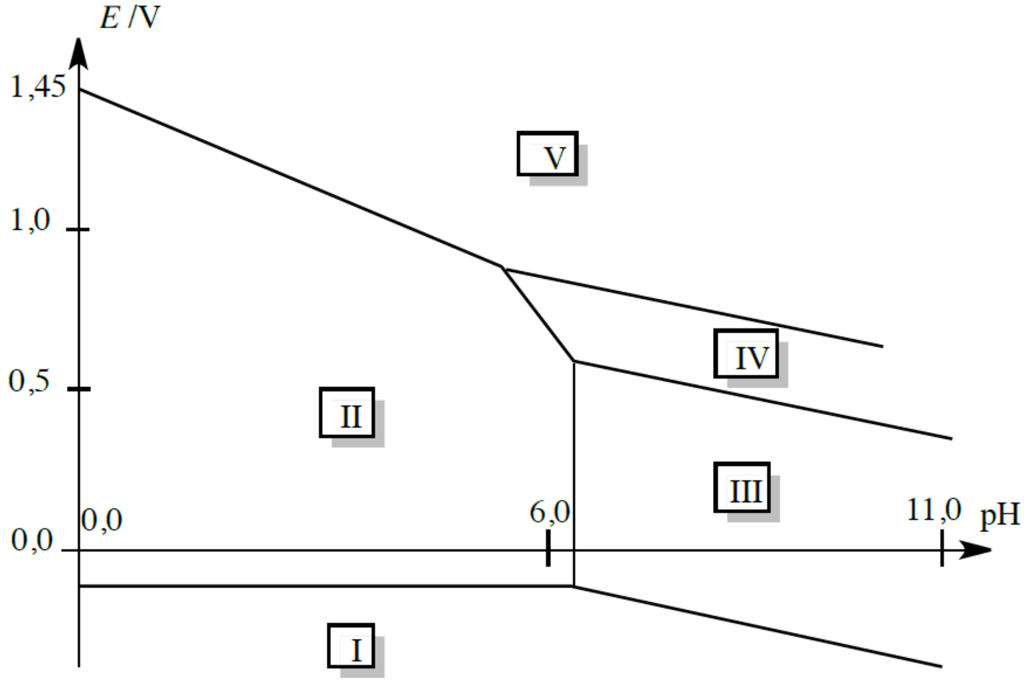
2. Placer les espèces chimiques mentionnées dans le diagramme potentiel-pH.
3. En utilisant le diagramme potentiel-pH, prévoir l'évolution d'un mélange contenant les espèces A et C lors du passage en milieu très acide.
4. En s'aidant des deux demi-équations électroniques relatives aux couples A/B et B/C, écrire l'équation de la réaction entre les espèces A et C en milieu très acide.
5. Comment appelle-t-on la réaction mise en jeu entre les espèces A et C ? Calculer sa constante d'équilibre à 298 K.
6. Conclure quant à la consigne de sécurité figurant sur les flacons d'eau de Javel de ne pas mélanger un acide et de l'eau de Javel.

<u>Données :</u> Pour les deux couples rédox comportant le dichlore, on donne $E_1^\circ = 1.39\,\mathrm{V}$ et $E_2^\circ = 1.60\,\mathrm{V}$.

<u>Réponse :</u> $K^\circ = 10^{3.5}$

Exercice 3 : Diagramme potentiel-pH du plomb

On donne le diagramme potentiel-pH simplifié du plomb, la concentration de tracé étant $c_T = 1.0\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.



1. Indiquer sur ce diagramme les domaines de prédominance ou d'existence des espèces suivantes : $Pb^{2+}_{(aq)}$, $Pb_{(s)}$, $PbO_{(s)}$, $PbO_{2(s)}$ et $Pb_3O_{4(s)}$.
2. Déterminer le potentiel standard du couple $PbO_2 \,/\, Pb^{2+}$ par lecture du diagramme potentiel-pH. Donner l'équation numérique de la frontière entre ces espèces.
3. Reproduire le diagramme puis le superposer au diagramme usuel de l'eau.
4. Que peut-on dire de la stabilité du plomb en solution aqueuse ? Discuter en fonction du pH de la solution.
5. Quelle réaction se produit entre le plomb et le dioxyde de plomb en milieu acide ? Comment nomme-t-on une telle réaction ?

Données : $E^\circ(Pb^{2+}_{(aq)} \,/\, Pb_{(s)}) = -0.13\,\mathrm{V}$

Réponse : $E^\circ = 1.45\,\mathrm{V}$.

Semaine 26 (05/05 - 09/05)

Notions abordées :

— Diagrammes E-pH (cf semaine précédente).

— Mécanique du solide.

Questions de cours

1. Théorème de la résultante dynamique.
2. Théorème du moment cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.
3. Théorème de la puissance cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe.

Exercice 1 : Chute d'une personne sur un poteau

On considère un poteau vertical modélisé par une tige homogène rigide de masse M et de longueur L. En $t = 0$, un coup de vent déséquilibre le poteau et il commence à tomber, son extrémité basse restant en contact avec le sol. Soit $\Delta = (Oy)$ l'axe de rotation du poteau. Le moment d'inertie du poteau par rapport à Δ est $J_\Delta = \frac{1}{3}ML^2$. On repère sa position au cours du temps par l'angle θ par rapport à la verticale.

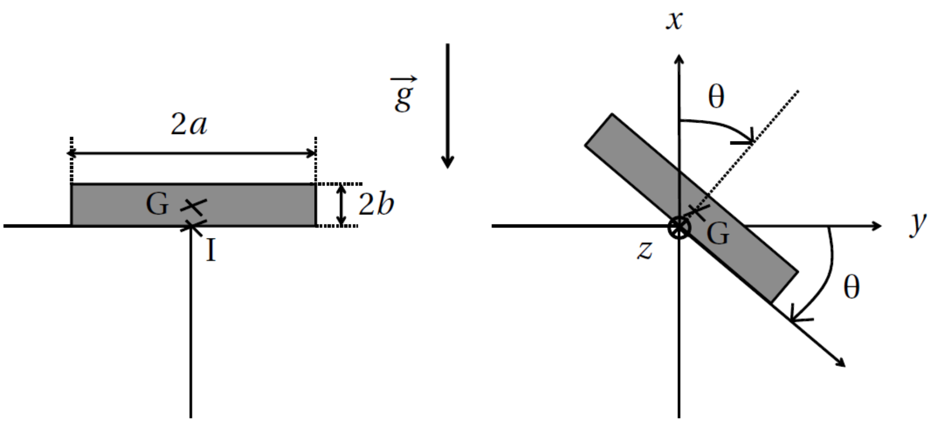
Sur le poteau, une personne de masse m est debout. On considère $m \ll M$ et on néglige donc le moment de la réaction de la personne sur le poteau dans l'étude du mouvement de ce dernier.

1. Déterminer l'équation du mouvement du poteau au cours de la chute.
2. Intégrer cette équation et utiliser les conditions initiales pour déterminer $\dot{\theta}^2$ en fonction des données du problème et de θ.
3. À quelle condition la personne décolle-t-elle du poteau ?
4. Exprimer la réaction normale du poteau sur la personne en fonction des données du problème, de $\dot{\theta}$ et de θ.
5. Déterminer l'angle auquel a lieu le décollage.

Réponse : $\theta_{dec} = \arccos \frac{3}{4}$.

Exercice 2 : Chute d'une tartine beurrée

On modélise une tartine beurrée de masse m par un parallélépipède rectangle de centre de gravité G. La tartine étant initialement posée au bord d'une table, elle se met à pivoter autour de l'axe fixe du bord de la table, axe que l'on note (Iz). Soit $J = J_{(Iz)}$ le moment d'inertie de la tartine par rapport à cet axe. On repère le mouvement de la tartine par l'angle θ qu'elle fait par rapport à l'horizontale.



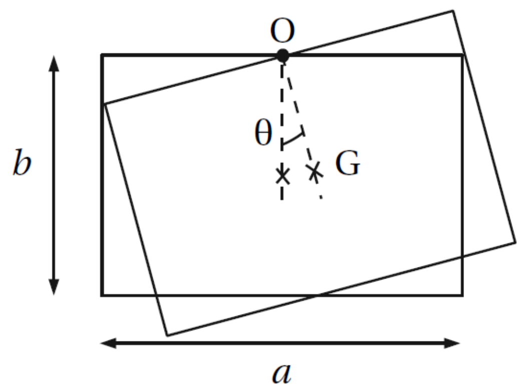
1. Déterminer l'équation différentielle en θ qui régit le mouvement de rotation de la tartine.
2. Par intégration, déduire l'expression de $\dot{\theta}$ en fonction des données du problème et de θ.
3. Quand $\theta = \pi/4$, la tartine commence à glisser et tombe de la table. Elle se retrouve alors en chute libre et on peut montrer qu'elle conserve la vitesse de rotation ω_0 qu'elle avait en quittant la table. En déduire l'expression de ω_0 et celle de $\theta(t)$ en fonction de ω_0. On négligera le temps de glissement en considérant que le mouvement de chute libre commence avec $\theta(0) = \pi/4$, en prenant comme nouvelle origine des temps cet instant.
4. En considérant approximativement que le temps de chute t_c de la tartine est donné par le temps mis par G pour atteindre le sol après une chute libre d'une hauteur h et une vitesse initiale négligeable, exprimer t_c en fonction de g et h.
5. On donne $J = \frac{1}{3}ma^2 + \frac{4}{3}mb^2$. On prend $g = 9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$, $b = 0.50\,\mathrm{cm}$, $a = 8.0\,\mathrm{cm}$ et $h = 0.80\,\mathrm{m}$. Déterminer numériquement ω_0 et t_c. On pourra au préalable simplifier l'expression de J au vu des valeurs de a et b.
6. En déduire numériquement $\theta(t_c)$. Commenter.

Réponses :

1. -
2. $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2mgb(1-\cos\theta)}{J}}$
3. $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgb(2-\sqrt{2})}{J}}$
4. -
5. $\omega_0 = 3.7\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ et $t_c = 0.40\,\mathrm{s}$.
6. $\theta(t_c) = 132°$

Exercice 3 : Suspension d'un tableau

On suspend un tableau de masse M de forme rectangulaire (largeur a et hauteur b) au milieu O d'un de ses côtés. Il peut osciller autour de l'axe Δ perpendiculaire au mur et passant par O. Le moment d'inertie du tableau par rapport à Δ est $J = \frac{M(a^2+4b^2)}{12}$. En notant G le centre de gravité, on repère la position du tableau par l'angle θ entre $\overrightarrow{OG}$ et la verticale passant par O.



1. Établir l'équation du mouvement des oscillations du tableau autour de O.
2. On se place dans le cas des petites oscillations. Donner l'expression de la période de ces oscillations en fonction de a, b, et g.
3. En supposant que la surface du tableau ne varie pas, comment varie la période des oscillations si on augmente la valeur de a ?
4. Même question si on augmente b.

Semaine 27 (12/05 - 16/05)

Notions abordées :
— Mécanique du solide (cf semaine précédente).
— Introduction à la physique quantique.

Questions de cours

1. Relations de Planck-Einstein.
2. Longueur d'onde de De Broglie. Interprétation.
3. Formule de Rydberg pour les longueurs d'ondes d'émission et d'absorption.

Exercice 1 : Longueurs d'onde associées à des électrons

1. On considère un électron accéléré par une tension de $40\,\mathrm{V}$.
   (a) Quelle est son énergie en électron-volts. Est-il classique ou relativiste ?
   (b) Quelle est sa longueur d'onde de De Broglie ? Pour quel type d'applications peut-on l'utiliser ?
2. On considère maintenant un électron accéléré par un accélérateur de particules puissant. Il possède une grande énergie $E = 1\,\mathrm{GeV}$.
   (a) Cet électron est il classique ou relativiste ?
   (b) Que vaut sa quantité de mouvement (on utilisera la formule relativiste $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$) ?
   (c) Calculer la longueur d'onde λ associée à cet électron. Pour quel type d'applications peut-on l'utiliser ?

Exercice 2 : Flux de photons dans un faisceau laser

Un laser Hélium-Néon émet une lumière rouge quasi monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 633\,\mathrm{nm}$. La puissance P du faisceau est de $1.0\,\mathrm{mW}$ (comme en salle de TP), la section circulaire du faisceau a un diamètre $d = 2.0\,\mathrm{mm}$.

1. Déterminer en J et en eV l'énergie E d'un photon du faisceau.
2. Calculer la puissance surfacique ϕ qui traverse la section.
3. Quel est le flux N_t de photons, c'est-à-dire le nombre de photons par seconde dans le faisceau ?

Exercice 3 : Télémétrie Terre-Lune

La mesure de la distance Terre-Lune s'effectue à l'aide d'un laser à impulsions. Le but est de mesurer le temps que met une impulsion pour parcourir un aller-retour entre les deux astres.

Le faisceau laser a une largeur $a = 3.0\,\mathrm{cm}$, avant d'être envoyé en direction de la Lune. Sur la Lune est disposé un miroir ramené par la mission Apollo XV de 1971, de surface $S = 0.34\,\mathrm{m}^2$.

Le laser à impulsions émet une puissance $P = 1\,\mathrm{MW}$ pendant un intervalle de temps $\Delta t = 0.3\,\mathrm{\mu s}$. Sa longueur d'onde est $\lambda = 532\,\mathrm{nm}$.

La distance Terre-Lune (surface à surface) vaut $D = 376\,300\,\mathrm{km}$.

Sur Terre, un détecteur capte les photons réfléchis par le miroir sur la Lune. Il s'agit d'un disque de rayon $r_D = 0.77\,\mathrm{m}$.

1. Calculer l'énergie E d'un photon du faisceau.
2. Soit N_0 le nombre de photons émis par impulsion laser. Exprimer N_0 en fonction de P, Δt et E. Application numérique.
3. Montrer, en utilisant une relation d'indétermination de Heisenberg, que la largeur du faisceau ne peut qu'augmenter au cours de sa propagation. Comment s'appelle ce phénomène ? Rappeler l'équation qui en donne le demi-angle θ en fonction de la longueur d'onde λ et de la largeur initiale du faisceau a.
4. En déduire la largeur b du faisceau laser lorsqu'il arrive sur la Lune.
5. Exprimer le nombre N_1 de photons qui atteignent le miroir en fonction de N_0, S et b. Application numérique.
6. Exprimer la largeur c du faisceau laser lorsqu'il revient sur Terre et en déduire le nombre de photons N_2 captés par le détecteur. Commentaire.

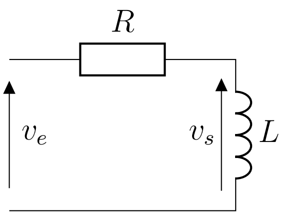
MPI

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

— Révisions de MPSI en électronique.
— Filtrage d'un signal périodique.

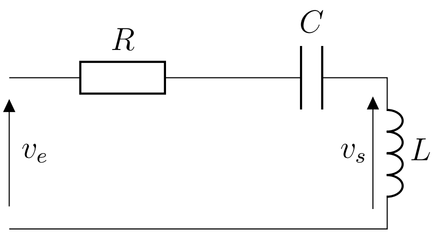
Exercice 1



On donne $R = 1.0\,\mathrm{k\Omega}$, $L = 10\,\mathrm{mH}$ et $C = 0.50\,\mathrm{\mu F}$.

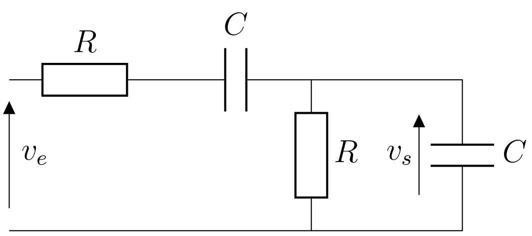
1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
4. Tracer le diagramme de Bode.
5. Déterminer la largeur de la bande passante et le facteur de qualité.
6. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 1\,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.
7. v_e est maintenant un triangle de fréquence $60\,\mathrm{Hz}$. Quelle est la forme de v_s ?

Exercice 2



1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\text{Hz}$, $f_2 = 1\,\text{kHz}$ et $f_3 = 100\,\text{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.
5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? Intégrateur ?

Exercice 3



On donne $R = 1.0\,\text{k}\Omega$ et $C = 500\,\text{nF}$.

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\text{Hz}$, $f_2 = 1\,\text{kHz}$ et $f_3 = 100\,\text{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées :

- Électronique de MPSI.
- Filtrage d'un signal périodique.
- Numérisation.
- Portes logiques.

Exercice 1 : Intégration d'un créneau par un filtre passe bande

Une tension créneau est injectée dans un filtre passe-bande non inverseur d'ordre 2, de pulsation de résonance ω_0, de facteur de qualité Q et de gain maximum G_0. La pulsation ω de la tension créneau est supposée grande devant ω_0.

1. Écrire la fonction de transfert du filtre.
2. Montrer que ce filtre se comporte vis-à-vis du créneau d'entrée comme un intégrateur.
3. Écrire l'équation différentielle reliant la tension d'entrée $v_e(t)$ et la tension de sortie $v_s(t)$ de l'intégrateur. Qu'obtient-on précisément en sortie du filtre ? Comment seraient modifiés les résultats si on ajoutait une tension continue au créneau à l'entrée ?

Exercice 2 : Shannon comme au cinéma

Au cinéma, lorsqu'on regarde les roues d'une voiture qui démarre, on les voit d'abord tourner dans le sens réel puis elles semblent tourner à l'envers. Expliquer d'où provient cette illusion. Qu'observe-t-on en visionnant le film lorsque les roues de la voiture tournent à $f_1 = 1200\,\text{tours/min}$? Et à $f_2 = 1680\,\text{tours/min}$.

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :
- Électrocinétique.
- Mécanique de MPSI.

Exercice 1 : Système à deux ressorts

On considère une masse m astreinte à se déplacer sur un axe horizontal (Ox) et fixée à une paroi à gauche et une à droite par deux ressorts identiques (k, l_0). Les parois sont distantes de L.

1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la masse m.
2. En déduire la position d'équilibre x_e.
3. Étudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre.
4. On envisage l'existence d'un frottement fluide d'intensité proportionnelle à la vitesse via une constante β. Établir l'équation différentielle du mouvement. Pour quelles valeurs de β la masse m oscille-t-elle ?
5. Comment choisir β pour un retour le plus rapide à la position d'équilibre. Quel est le temps caractéristique d'amortissement ?

Exercice 2 : Frottement et facteur de qualité

On considère un ressort horizontal de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. Une extrémité du ressort est fixe et l'autre attachée à un mobile de masse m. Le mobile subit une force de frottement fluide proportionnelle à sa vitesse via une constante β.

1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement. Introduire une pulsation propre et un facteur de qualité.
2. Résoudre l'équation différentielle. Simplifier l'expression dans le cas $Q \gg 1$.
3. En déduire que Q est une bonne approximation du nombre d'oscillations avant le retour à l'équilibre.
4. On considère maintenant l'énergie mécanique relative perdue sur une pseudo-période. L'exprimer en fonction de Q.
5. On considère maintenant un opérateur qui impose une force $\vec{F(t)} = mA \cos \omega t \vec{e_x}$. Déterminer la fonction de transfert du système et interpréter Q d'une nouvelle façon.

Exercice 3 : Mouvement autour d'une position d'équilibre

Soit un point matériel de masse m astreint à se déplacer selon un axe (Ox) et d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{-a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$ avec $a, b > 0$.

1. Montrer en général qu'une position d'équilibre correspond à un extremum local d'énergie potentiel. À quelle condition une position d'équilibre est-elle stable ? instable ?
2. Tracer le profil d'énergie potentiel.
3. Déterminer la ou les position(s) d'équilibre ainsi que leur stabilité.
4. Étudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.
5. Déterminer, dans le cas d'une énergie potentielle générale, l'expression de la pulsation des petites oscillations.

Semaine 04 (14/10-18/10)

Notions abordées :

— Mécanique de MPSI (forces centrales).
— Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1 : Force en $1/r^4$

On considère un point matériel de masse m soumis à la force $\vec{F} = \frac{-K}{r^4}\vec{e}_r$, avec $K > 0$.

1. Montrer que le mouvement est plan et qu'il vérifie la loi des aires.
2. Définir une énergie potentielle effective et la tracer.
3. Discuter graphiquement les trajectoires possibles. Justifier. Existe-t-il une trajectoire circulaire ?

Exercice 2 : Satellite géostationnaire

1. Définir un satellite géostationnaire et déterminer son orbite. Justifier.
2. Quel travail faut il fournir pour l'élever en altitude de $50\,\mathrm{km}$?
3. L'essence à une énergie spécifique de $13.1\,\mathrm{kWh/kg}$ et une masse volumique de $745\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. En déduire le volume de carburant nécessaire pour effectuer la manœuvre.

Réponses :

1. $42 \times 10^3\,\mathrm{km}$
2. $5.7 \times 10^6\,\mathrm{J}$
3. $0.13\,\mathrm{kg}$ et $0.16\,\mathrm{L}$.

Exercice 3 : Chute d'un satellite dans l'atmosphère

1. Un satellite est en orbite circulaire autour de la Terre. Montrer qu'il existe une relation simple entre E_c et E_p. Exprimer l'énergie mécanique en fonction de r.
2. Comment évolue la vitesse d'un satellite freiné par l'atmosphère ?
3. Son altitude est $h = 180\,\mathrm{km}$ et la force de frottement a pour norme $\beta m v^2/h$.
   (a) Préciser l'unité de β.

(b) Déterminer la variation d'altitude Δh après une révolution. On proposera les hypothèses appropriées.

Réponse : $\Delta h = -28.3\,\mathrm{m}$.

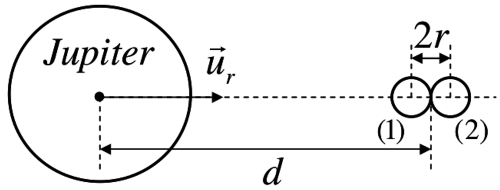
Exercice 4 : Pendule pesant dans une voiture accélérée

Une tige homogène de longueur l et de masse totale m est accrochée en un point A du plafond d'une voiture. La voiture est en translation rectiligne d'accélération a par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le moment d'inertie de la tige par rapport au point A est $J = \frac{1}{3}ml^2$. On admet que le point d'application de la force d'inertie d'entraînement est le centre d'inertie de la tige.

1. Déterminer l'angle d'équilibre du pendule dans le référentiel de la voiture.
2. Déterminer la période T des petites oscillations du pendule autour de la position d'équilibre.

Exercice 5 : Limite de Roche



On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se sépare en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marée dues à Jupiter.
On modélise la comète par deux sphères identiques de masses m et de rayon r, alignées comme sur le dessin. On suppose que la comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter.

1. Montrer que le mouvement du centre d'inertie de la comète est uniforme. Quelle est la nature du mouvement du référentiel de la comète par rapport au référentiel de Jupiter ?
2. Soit $\vec{R}$ la réaction de la sphère (1) sur la sphère (2). Dans le référentiel de la comète, appliquer le PFD à une des deux sphères.
3. À quelle condition le contact entre les sphères est-il rompu ? Déterminer, sachant que $r \ll d$, la distance limite d_{lim} en dessous de laquelle il ne peut exister de comètes.

Données : $M_J = 1.9 \times 10^{27}\,\mathrm{kg}$, $R_J = 7.1 \times 10^4\,\mathrm{km}$ et masse volumique de la comète $\rho_c = 1.0 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

Réponse : $d_{lim} = 1.8 \times 10^5\,\mathrm{km}$.

Exercice 6 : Usure d'une ligne de TGV

Un train grande vitesse se dirige vers le sud, depuis Paris (latitude 48.8°). On considère son mouvement dans le référentiel terrestre non galiléen. Montrer qu'apparaît une réaction horizontale de la voie sur le train. La comparer à la réaction verticale.

Exercice 7 : Impesanteur

Existe-t-il un endroit où $\vec{g} = \vec{0}$? Commenter la valeur numérique obtenue.

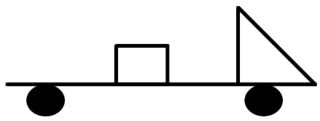
Réponse : $42 \times 10^3\,\mathrm{km}$

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées :

— Mécanique de MPSI.
— Dynamique en référentiel non galiléen.
— Lois du frottement de Coulomb.

Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion



Le camion accélère avec l'accélération constante a.

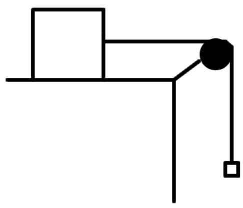
1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. Au bout de combien de temps la caisse atteint-elle le rebord ?
3. Quelle distance parcourt-elle après être tombée ?
4. La caisse glisse-t-elle ou bascule-t-elle lors de l'accélération ?

Exercice 2 : Cube sur un plan incliné

Un cube repose sur un plan incliné d'un angle α. On augmente α très lentement.

1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. À quelle condition le cube bascule-t-il ?
3. Qu'est ce qui arrive en premier ? On donne le coefficient de frottement bois-bois $f = 0.4$.

Exercice 3 : Glissement et liaison avec une corde



Deux caisses sont liées par une corde qui passe par une poulie. On prend en compte le frottement de la grosse caisse sur la surface. En précisant les hypothèses utilisées, déterminer l'altitude de la caisse suspendue en fonction du temps.

Semaine 07 (11/11-15/11)

Notions abordées :

— Transformations chimiques d'un système.
— Acides et bases, réactions acide-base.

Questions de cours :

1. Une mole de méthane réagit avec une mole de dioxygène selon une réaction de combustion. Déterminer la composition finale du système.
2. Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure, en phase condensée ou très diluée en solution aqueuse.
3. Exprimer le quotient réactionnel d'une réaction donnée et prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.

Exercice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium

Le dioxyde d'uranium solide réagit avec le fluorure d'hydrogène gazeux pour former du tétrafluorure d'uranium solide et de la vapeur d'eau.

On maintient la température égale à 700 K et la pression totale à 1 bar. La constante d'équilibre à 700 K est égale à $K° = 6.8 \times 10^4$.

1. Écrire la réaction.
2. On part de 1.0 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Quelle sera la composition finale du système ?
3. Même question en partant de 0.10 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Que remarque-t-on dans ce cas ?

Réponses :

1. -
2. $\xi = 0.24\,\mathrm{mol}$.
3. -

Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction.

Pour préparer industriellement du dihydrogène, on fait réagir en phase gazeuse du méthane avec de l'eau. La réaction produit également du monoxyde de carbone.

La réaction se déroule sous une pression totale constante $p_{tot} = 10\,\text{bar}$. La constante d'équilibre vaut $K^\circ = 15$. Initialement, le système contient 10 mol de méthane, 30 mol d'eau, 5 mol de monoxyde de carbone et 15 mol de dihydrogène.

1. Exprimer la constante d'équilibre en fonction des pressions partielles des constituants.
2. Exprimer le quotient de réaction Q en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants et de la pression totale. Calculer Q dans l'état initial.
3. Le système est-il à l'équilibre thermodynamique ? Si non, dans quel sens se produira l'évolution ?
4. Déterminer la composition du système à l'équilibre.

Réponses :

1. -
2. $Q = 1.56$.
3. -
4. $\xi = 3.6\,\text{mol}$.

Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction.

Un récipient de volume $V_0 = 2.00\,\text{L}$ contient initialement 0.500 mol de $COBr_2$ qui se décompose à une température de 346 K en monoxyde de carbone et en dibrome gazeux.

1. Déterminer la composition du système à l'équilibre sachant que la constante d'équilibre à 346 K vaut $K^\circ = 5.46$.
2. Calculer le pourcentage de $COBr_2$ décomposé à cette température.
3. L'équilibre précédent étant réalisé, on ajoute 2.00 mol de monoxyde de carbone. L'équilibre chimique est-il réalisé ? Si non, décrire l'évolution ultérieure du système.

Réponses :

1. $\xi = 0.285\,\text{mol}$.
2. 57 %.
3. $Q = 43.2$, $\xi' = 0.077\,\text{mol}$.

Semaine 08 (18/11-22/11)

Notions abordées :

— Transformations chimiques d'un système.
— Acides et bases, réactions acide-base.
— Réaction d'oxydoréduction et piles.
— Dosages.

Questions de cours

1. Réaliser le schéma d'une pile.
2. Écrire une réaction d'oxydoréduction entre l'ion cuivre au degré d'oxydation 2 et l'argent solide.
3. Écrire l'équation d'une réaction acide-base et déterminer la valeur de sa constante thermodynamique d'équilibre en fonction des pKa des couples mis en jeu.

Exercice 1 : Vitamine C

La vitamine C, aussi appelée acide ascorbique, est un diacide noté $AscH_2$.

1. Dresser le diagramme de prédominance des espèces acido-basiques issues de l'acide ascorbique en fonction du pH de la solution.
2. On dissout dans l'eau un comprimé contenant 500 mg d'acide ascorbique dans une fiole jaugée de volume $V = 200\,\text{mL}$. Déterminer l'état d'équilibre de la solution obtenue.
3. La vitamine C existe aussi en comprimé tamponné, réalisée en mélangeant l'acide ascorbique $AscH_2$ et de l'ascorbate de sodium $AscHNa$. Un comprimé de vitamine C tamponnée de masse m en principe actif (acide ascorbique sous ses deux formes, diacide et monoacide) est dissous dans $V' = 100\,\text{mL}$ d'eau distillée. La solution obtenue a un pH égal à 4.4. Déterminer la masse d'acide ascorbique et la masse d'ascorbate de sodium contenues dans ce cachet. On prendra $m = 500\,\text{mg}$ pour les applications numériques.

Données :

— Les deux pKa associés à l'espèce étudiée sont 4.2 et 11.6.
— $M(AscH_2) = 176\,\text{g}\,\text{mol}^{-1}$, $M(AscHNa) = 198\,\text{g}\,\text{mol}^{-1}$.

— S'il y a plusieurs réactions possibles, on se concentrera sur celle dont la constante thermodynamique est la plus élevée (réaction prépondérante).

Réponses :

1. -
2. $[AscH_2] = 1.4\times10^{-2}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$, $[AscH_-] = [H_3O^+] = 9.4\times10^{-4}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$
3. $m_a = 1.9 \times 10^2\,\mathrm{mg}$, $m_b = 3.4 \times 10^2\,\mathrm{mg}$.

Exercice 2 : Titrage du dioxyde de soufre dans le vin

La concentration en masse de dioxyde de soufre dans un vin blanc ne doit pas excéder $210\,\mathrm{mg\,L^{-1}}$. Pour vérifier la conformité de la concentration en dioxyde de soufre d'un vin blanc, on utilise une solution titrante de concentration $C_1 = 7.80 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ en diiode. Dans un erlenmeyer, on verse un volume $V_2 = 25.0\,\mathrm{mL}$ de vin blanc. On ajoute $2\,\mathrm{mL}$ d'acide sulfurique pour acidifier le milieu. Lors du titrage du vin blanc, l'équivalence est obtenue après avoir versé un volume $V_E = 6.1\,\mathrm{mL}$ de solution titrante. La réaction support du titrage s'écrit

$$\mathrm{SO_2(aq) + I_2(aq) + 2\,H_2O(l) \rightarrow {SO_4}^{2-}(aq) + 2\,I^-(aq) + 4\,H^+(aq)}$$

Ce vin est il conforme à la législation ?

Donnée : $M(SO_2) = 64.1\,\mathrm{g/mol}$

Réponse : $120\,\mathrm{mg/L} < 210\,\mathrm{mg/L}$.

Exercice 3 : Pile à combustible

Dans certaines piles à combustible, on utilise le dihydrogène comme combustible et le dioxygène comme comburant.

1. Écrire la réaction de combustion du dihydrogène par le dioxygène.
2. Cette réaction est en fait l'association de deux demi-équations d'oxydoréduction mettant en jeu les couples $\mathrm{H^+/H_{2(g)}}$ et $\mathrm{O_{2(g)}/H_2O}$. Écrire les demi-équations d'oxydoréduction.
3. Les deux demi-réactions ont lieu sur deux électrodes. Indiquer la réaction cathodique et la réaction anodique.
4. Donner l'expression du potentiel d'oxydoréduction pour les deux couples.

5. Exprimer la constante d'équilibre K^o en fonction des potentiels standards des couples. Calculer sa valeur. Commenter.

<u>Données :</u> $E^o(H^+, H_2) = 0.00\ V$, $E^o(O_2, H_2O) = 1.23\ V$.

Semaine 09 (25/11-29/11)

Notions abordées :

— Transformations chimiques d'un système.
— Acides et bases, réactions acide-base.
— Réaction d'oxydoréduction et piles.
— Dosages.

Questions de cours

1. Réaliser le schéma d'une pile.
2. Écrire une réaction d'oxydoréduction entre l'ion cuivre au degré d'oxydation 2 et l'argent solide.
3. Écrire l'équation d'une réaction acide-base et déterminer la valeur de sa constante thermodynamique d'équilibre en fonction des pKa des couples mis en jeu.

Exercices : Cf semaine précédente

Semaine 10 (02/12-06/12)

Notions abordées :

— Révisions d'optique géométrique (cf MPSI).

— Phénomènes ondulatoires (cf MPSI).

Semaine 11 (09/12-13/12)

Notions abordées :
— Interférences lumineuses.
— Sources élargies spatialement et spectralement.
— (Pas de Michelson).

Exercice 1 : Cohérence spatiale des fentes d'Young

Quelle est la largeur d'une source étendue qui provoque un brouillage de la figure d'interférence dans le cas des fentes d'Young ?

Exercice 2 : Interférences sur une goutte

On considère une goutte liquide d'indice $n = 1.4$ sur un solide réfléchissant, éclairée en incidence normale par une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 546\,\text{nm}$. La goutte est assimilable à une portion de sphère de centre C. Son diamètre dans le plan de contact est $d = 0.5\,\text{mm}$ et l'angle de contact à son bord est $\theta = 5°$.

1. Justifier que l'on peut négliger la réfraction à la surface de la goutte.
2. Justifier que des interférences lumineuses apparaissent. Où sont elles localisées ?
3. Calculer la différence de marche à la surface de la goutte, à une distance r de l'axe de révolution.
4. Déterminer les rayons des anneaux brillants successifs.
5. Déterminer l'ordre d'interférence au centre, et au bord. En déduire le nombre d'anneaux visibles.

Réponse : Au premier ordre en θ, $N = 1 + \lfloor \frac{nd\theta}{2\lambda} \rfloor = 52\,\text{anneaux}$. (à vérifier)

Exercice 3 : Mesure de l'indice d'un verre

On considère le dispositif des fentes d'Young avec lentille éclairé par une source ponctuelle monochromatique au foyer objet d'une lentille convergente. Devant l'une des deux fentes, on place une lame de verre d'épaisseur e connue et d'indice n inconnu.

1. Décrire la figure d'interférences. Peut-on déterminer l'indice du verre ?

2. Montrer qualitativement que l'on peut déterminer l'indice du verre en passant en lumière blanche.
3. Le montrer quantitativement en considérant une source lumineuse de distribution spectrale d'intensité $\frac{dI}{d\nu}$ homogène, de fréquence centrale ν_0 et de largeur $\Delta\nu$.

Semaine 12 (16/12-20/12)

Notions abordées :
— Interférences lumineuses (cf semaine précédente).
— Interféromètre de Michelson en lame d'air.

Exercice 1 : Interférences sur une goutte

On considère une goutte liquide d'indice $n = 1.4$ sur un solide réfléchissant, éclairée en incidence normale par une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 546\,\text{nm}$. La goutte est assimilable à une portion de sphère de centre C. Son diamètre dans le plan de contact est $d = 0.5\,\text{mm}$ et l'angle de contact à son bord est $\theta = 5°$.

1. Justifier que l'on peut considérer les rayons non déviés à la surface de la goutte.
2. Justifier que des interférences lumineuses apparaissent. Où sont elles localisées ?
3. Calculer la différence de marche à la surface de la goutte, à une distance r de l'axe de révolution.
4. Déterminer les rayons des anneaux brillants successifs.
5. Déterminer l'ordre d'interférence au centre, et au bord. En déduire le nombre d'anneaux visibles.

Réponse : Au premier ordre en θ, $N = 1 + \lfloor \frac{nd\theta}{2\lambda} \rfloor = 52$ anneaux. (à vérifier)

Exercice 2 : Mesure de l'épaisseur d'une lame

On considère un Michelon en lame d'air éclairé en incidence normale et en lumière blanche, réglé à la teinte plate. En sortie de l'interféromètre, on place un spectromètre connecté à un ordinateur au foyer image d'une lentille convergente.

Dans l'un des bras de l'interféromètre, on place une lame de verre d'indice $n = 1.50$ et d'épaisseur e.

Sur l'ordinateur, on observe le spectre de la lumière reçue. On remarque que les longueurs d'onde 500.0, 502.5, 505.1, 507.6, 510.2 et 512.8 nm correspondent à des maxima d'intensité.

Expliquer le phénomène observé et en déduire l'épaisseur de la lame.

Réponse : $e = 0.1\,\text{mm}$.

Exercice 3 : Mesure de l'indice de l'air

Un Michelson est réglé en lame d'air d'épaisseur e et éclairé par une source de lumière quasi-monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 632\,\text{nm}$. Deux cuves identiques, à faces parallèles et transparentes, de longueur $L = 3.00\,\text{cm}$ sont placées entre la séparatrice et chacun des miroirs. L'écran est placé au foyer image d'une lentille convergente.

Dans la situation initiale, les deux cuves sont pleines d'air à pression atmosphérique. On fait progressivement le vide dans l'une des deux cuves et on voit défiler 26 franges au centre de l'écran. En déduire l'indice de l'air.

Réponse : $n_{air} - n_{vide} = 2.7 \times 10^{-4}$

Semaine 13 (06/01-10/01)

Notions abordées :

— Interférences lumineuses.
— Interféromètre de Michelson.

Questions de cours :

1. Déterminer l'expression de la différence de marche pour l'interféromètre de Michelson en lame d'air et décrire la figure d'interférences.
2. Pour l'interféromètre de Michelson en coin d'air, préciser la localisation des interférences. Expliquer comment les observer. Déterminer l'expression de la différence de marche.
3. Peut on utiliser une source étendue avec le dispositif des trous d'Young ? Et pour le Michelson en configuration lame d'air ? coin d'air ? Conclusion sur l'intérêt de l'interféromètre de Michelson ?

Exercices

cf semaine précédente

Semaine 14 (13/01-17/01)

Notions abordées :

— Électrostatique (Gauss et Maxwell-Gauss).
— Interféromètre de Michelson.

Questions de cours :

1. Calculer le champ électrique créé par une plaque infinie de densité de charge σ uniforme.
2. Calculer le champ électrique créé par un cylindre infini de densité de charge σ uniforme.
3. Calculer le champ électrique créé par une boule de densité de charge ρ uniforme.

Questions sur le Michelson :

1. Déterminer l'expression de la différence de marche pour l'interféromètre de Michelson en lame d'air et décrire la figure d'interférences.
2. Pour l'interféromètre de Michelson en coin d'air, préciser la localisation des interférences. Expliquer comment les observer. Déterminer l'expression de la différence de marche.
3. Peut on utiliser une source étendue avec le dispositif des trous d'Young ? Et pour le Michelson en configuration lame d'air ? coin d'air ? Conclusion sur l'intérêt de l'interféromètre de Michelson ?

Exercices

cf semaine précédente

Semaine 15 (20/01-24/01)

Notions abordées :

— Électrostatique.

Questions de cours

1. Démontrer, à partir du théorème de Gauss, l'équation de Maxwell-Gauss.
2. Exprimer, à partir du théorème de Gauss, le champ électrique généré par une charge ponctuelle q.
3. Exprimer la capacité d'un condensateur plan.

Exercice 1 : Condensateur cylindrique

On considère deux électrodes cylindriques infinies, de même axe, de rayons R_1 et $R_2 = R_1 + e$. Le cylindre central porte la charge surfacique $+\sigma$.

1. Quelle est la charge surfacique portée par le cylindre extérieur ?
2. Sur un schéma, faire figurer les électrodes, leurs dimensions et le champ électrique.
3. Déterminer l'expression de la capacité d'un tronçon de longueur H du condensateur en fonction des paramètres géométriques et de ϵ_0.
4. Commenter le cas $e \ll R_1$.

Exercice 2 : Plaque épaisse chargée

On considère une plaque épaisse de largeur et longueur L occupant l'espace entre $z = -a/2$ et $z = +a/2$. Elle porte une charge Q répartie uniformément.

On réalise l'étude au voisinage de $x = 0$ et $y = 0$, ce qui permet de négliger les effets de bords.

1. Déterminer le champ électrique qu'elle génère.
2. Dans la limite $a \longrightarrow 0$:
   (a) Déterminer la charge surfacique σ.
   (b) Déterminer la relation de passage entre $\overrightarrow{E(z=0^+)}$ et $\overrightarrow{E(z=0^-)}$.

Exercice 3 : Condensateur à cylindres parallèles

On considère deux cylindres infinis identiques, de rayon a. Les axes des deux cylindres sont parallèles et distants de $2D$. Le cylindre 1 porte la charge surfacique $+\sigma$.

1. Quelle est la charge surfacique portée par le deuxième cylindre ?
2. Sur un schéma, faire figurer les cylindres, leurs dimensions, les charges et le champ électrique.
3. À l'aide du théorème de superposition, déterminer l'expression de la capacité d'un tronçon de longueur H du condensateur en fonction des paramètres géométriques et de ϵ_0.

Semaine 16 (27/01-31/01)

Notions abordées :
- Électrostatique (cf. semaine précédente).
- Dipôle électrostatique.
- Magnétostatique.

Questions de cours

1. Montrer que le champ magnétique est à flux conservatif.
2. Démontrer l'équation de Maxwell-Ampère à partir du théorème d'Ampère.
3. Déterminer le champ magnétique généré par un fil rectiligne infini et infiniment fin.

Exercice 1 : Bobine torique

On considère une bobine torique de rayon moyen R, comportant N spires, de section carrée de côté a et parcourue par un courant I. Déterminer le champ magnétique produit en tout point de l'espace. Comparer avec le champ magnétique du solénoïde infini.

Exercice 2 : Caractéristiques d'un câble coaxial

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres conducteurs de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ sur lesquels circulent, en surface, des courants d'intensité I et de sens opposés.

1. Déterminer le champ magnétique.
2. La densité volumique d'énergie magnétique est donnée par $U_m = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$. En déduire l'inductance linéique du câble coaxial.
3. Les deux cylindres portent également des charges opposées. Reprendre les calculs pour le champ électrique. En déduire la capacité par unité de longueur.
4. Quelle relation simple trouve-t-on entre l'inductance et la capacité ?

Exercice 3 : Équilibre d'une tige dans un champ non uniforme

Une tige $[OA]$ de masse m et de longueur L est en rotation autour de l'axe (Ox) horizontal. Son moment d'inertie est $J = \frac{1}{3}mL^2$. Elle est parcourue par un courant d'intensité i dirigée de O vers A. Son inclinaison par rapport à la verticale est mesurée par l'angle θ. Un fil rectiligne d'axe vertical (Oz) est parcouru par un courant de même intensité i dirigée vers le haut. À l'équilibre de la tige, donner l'expression de i en fonction de θ, L, m et g.

Exercice 4 : Action mécanique d'un fil sur un autre fil parallèle

Deux fils rectilignes infinis parallèles sont distants de $d = 1.0\,\text{m}$. Ils sont parcourus par des courants de même intensité I et de même sens. La force subie par un tronçon de longueur $L = 1.0\,\text{m}$ d'un des fils est égale $2.0\times10^{-7}\,\text{N}$.

Déterminer la valeur de I.

Semaine 17 (03/02-07/02)

Notions abordées :

- Magnétostatique.
- Dipôle magnétique.
- Équations de Maxwell.
- Révisions d'induction.

Questions de cours

1. Montrer que le champ magnétique est à flux conservatif.
2. Démontrer l'équation de Maxwell-Ampère à partir du théorème d'Ampère.
3. Donner les équations de Maxwell.

Exercice 1 : Un exo d'induction

Exercice 2 : Inductances propres et mutuelles

1. Rappeler la définitions des inductances propres et mutuelles. À quoi ces grandeurs nous servent-elles ?
2. Calculer l'inductance propre d'un solénoïde de longueur l, de section S, comportant N spires, et supposé suffisamment long pour négliger les effets de bords. Application numérique pour une bobine de TP.
3. Exprimer l'énergie magnétique stockée dans la bobine. Retrouver l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique.
4. On considère un petit solénoïde à l'intérieur d'un gros solénoïde, les deux partageant le même axe. Déterminer l'inductance mutuelle.

Réponses :

1. -
2. $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$
3. -
4. $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_1} S_1$

Exercice 3 : Induction par un aimant mobile

Une spire circulaire d'axe (Oz), de rayon a et de résistance R est immobile. Sur son axe, on rapproche à vitesse $\vec{V} = V\vec{e_z}$ constante un petit aimant assimilé à un dipôle magnétique de moment $\vec{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\vec{e_z}$.

1. Prévoir le sens du courant i induit dans la spire.
2. Calculer le courant i dans la spire.
3. Quelle est la force exercée par l'aimant sur la spire ? Commenter.

Semaine 18 (10/02-14/02)

Notions abordées :
— Équations de Maxwell.
— Ondes électromagnétiques dans le vide.
— Réflexion sur un conducteur parfait.

Questions de cours

1. Déterminer l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.
2. Déterminer l'équation de dispersion des OPPH électromagnétiques dans le vide. Définir vitesse de phase et vitesse de groupe, les calculer.
3. Démontrer la relation de structure pour une OPPH électromagnétique. Cas du vide.

Exercice 1 : Propagation guidée entre deux plans

Deux plans infinis conducteurs parfaits délimitent une cavité vide entre $z = 0$ et $z = b$.

1. Rappeler l'équation de propagation du champ électromagnétique dans la cavité.
2. Justifier que, contrairement à ce qu'on fait d'habitude, on ne peut pas chercher une solution polarisée suivant $\vec{u_y}$ sous la forme d'une OPPH.

   On cherche une solution de l'équation sous la forme
   $$\vec{E}(x, z, t) = \beta(z)\vec{u_y}\cos(\omega t - kx)$$
   .
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par β. En donner la solution générale.
4. Montrer que l'onde ne peut exister que si $\omega > kc$. Commenter en relation avec la relation de dispersion habituelle.
5. Déterminer complètement $\beta(z)$.
6. Déterminer la relation de dispersion.
7. En déduire qu'il existe une pulsation minimale pour qu'une onde électromagnétique se propage dans le guide.

Réponse : $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}$

Exercice 2 : Lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction

L'objectif de cet exercice est de redémontrer les lois de Descartes à l'interface entre deux diélectriques.

On rappelle que dans un diélectrique, tout se passe comme dans le vide, à condition de remplacer ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$.

On considère donc deux diélectriques accolés. Le milieu 1 de permittivité $epsilon_1$ occupe le demi-espace $z < 0$. Le milieu 2 de permittivité $epsilon_2$ occupe le demi-espace $z > 0$.

On considère également une OPPH électromagnétique incidente $(\vec{E_i}, \vec{B_i}, \omega_i, \vec{k_i} = k_{i,x}\vec{e_x} + k_{i,z}\vec{e_z})$ provenant du milieu 1 vers l'interface avec un angle α par rapport à la normale. Pour simplifier, on suppose le champ électrique incident polarisé rectilignement selon la perpendiculaire au plan d'incidence.

On rappelle qu'à une interface, la composante tangentielle du champ électrique est continue.

1. Rappeler les trois lois de Descartes.
2. Justifier qu'il doit exister une onde transmise et/ou une onde réflechie.

   On appellera $(\vec{E_t}, \vec{B_t}, \omega_t, \vec{k_t})$ l'onde transmise et $(\vec{E_r}, \vec{B_r}, \omega_r, \vec{k_r})$ l'onde réfléchie.
3. Justifier qualitativement que, si ils existent, les champ électrique transmis et réfléchi ont la même polarisation que le champ électrique incident.
4. Sur un schéma, faire figurer l'interface, les trois ondes ainsi que les angles respectifs.
5. Montrer que les ondes ont toute la même pulsation.
6. Montrer que les ondes ont toute le même k_x.
7. Montrer que $\frac{\vec{k_t}^2}{\epsilon_{r2}} = \frac{\vec{k_r}^2}{\epsilon_{r1}} = \frac{\vec{k_i}^2}{\epsilon_{r1}}$.
8. En déduire les lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction.

Exercice 3 : Équation de Klein-Gordon et masse du photon

1. Rappeler l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.

   Dans le cadre de la théorie électromagnétique étendue au cas d'un photon de masse non nulle, l'équation de propagation du champ électrique devient

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \eta^2\vec{E}$$

2. Quelle est l'unité de η ?
3. Déterminer la relation de dispersion.
4. Exprimer les vitesses de phase et de groupe en fonction de c, ω et η. Les tracer. Commentaires ?
5. Rappeler les expressions de l'énergie E et de la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un photon.
6. Sachant que pour une particule relativiste de masse m, on a $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, exprimer la masse du photon en fonction de η, $\hbar$ et c.

   Deux photons de longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 sont émis au même instant par une source ponctuelle située à une distance L. On supposera $\eta^2\lambda_{1,2}^2 \ll 1$.
7. Exprimer la différence δt des temps de réception des deux signaux.
8. L'observation de certaines étoiles doubles donne $\delta t < 1 \times 10^{-3}$ s pour $\lambda_1 = 0.4\,\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0.8\,\mu\text{m}$ et $L = 1 \times 10^3$ années lumières. En déduire une limite supérieure pour la masse du photon. Commentaire.

Semaine 21 (17/03-21/03)

Notions abordées :
- Rayonnement thermique.
- Conduction thermique.

Questions de cours

1. Définir le vecteur densité de courant de chaleur. Donner la loi de Fourier.
2. Définir la résistance thermique.
3. Donner la loi de Newton sur le transfert conducto-convectif.

Exercice 1 : Résolution de l'équation de la chaleur en régime permanent dans un barreau cylindrique

Un barreau solide indéformable de conductivité thermique λ a la forme d'un cylindre de longueur L et de section S. Il est calorifugé sur sa paroi latérale et au contact d'un thermostat à la température T_0 en $x = 0$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $T(x, t)$.

   Dans la suite, on se place en régime permanent.
2. En déduire l'expression de la température en fonction de deux constantes A et B.
3. En $x = L$, on impose successivement plusieurs contraintes thermiques. Déterminer dans chaque cas les constantes A et B. En déduire le flux thermique traversant le barreau.
   (a) Le bout du barreau est au contact d'un thermostat à la température T_1.
   (b) Le bout du barreau est au contact d'un fluide à la température T_1.
   (c) Le bout du barreau est dans le vide spatial.

Données :
- $L = 1.0\,\mathrm{m}$ et $S = 1.0\,\mathrm{m}^2$.
- $\lambda = 0.567\,\mathrm{W}^{-1}\,\mathrm{K}^{-1}\,\mathrm{m}^{-1}$ et $h = 15\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-1}}$
- $T_0 = 300\,\mathrm{K}$ et $T_1 = 2.0\,°\mathrm{C}$
- $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$

Exercice 2 : Ondes thermiques

Un barreau solide indéformable de conductivité thermique λ a la forme d'un cylindre de longueur L et de section S. Il est calorifugé sur sa paroi latérale et au contact d'un thermostat à la température $T_0 = \Theta_0 \cos(\omega t)$ en $x = 0$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $T(x,t)$.

   Vu la condition initiale, on cherche une solution de l'équation sous la forme d'une onde plane.
2. Écrire la forme de la solution recherchée en prenant en compte la condition au bord.
3. Déterminer la relation de dispersion.
4. En écrivant la solution en onde plane, déterminer une distance caractéristique d'atténuation δ.
5. Application numérique. On donne $\rho = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, $c = 4200\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$ et $\lambda = 0.500\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$.
   (a) L'excitation thermique journalière pendant l'été a pour valeur moyenne $25\,°\mathrm{C}$ et une amplitude de $10\,°\mathrm{C}$. Donner la profondeur à partir de laquelle on peut considérer la variation de température comme négligeable.
   (b) L'excitation thermique annuelle a pour valeur moyenne $15\,°\mathrm{C}$ et une amplitude de $10\,°\mathrm{C}$. Donner la profondeur à partir de laquelle on peut considérer la variation de température comme négligeable. Pourquoi parle-t-on dans ce cas de "théorie des caves" ?

Réponses :

1. -
2. -
3. -
4. -
5. -
   (a) $\delta = 5.7\,\mathrm{cm}$
   (b) $\delta = 1.1\,\mathrm{m}$

Exercice 3 : Isolation extérieure ou intérieure

Un mur de surface $S = 1.0\,\mathrm{m}^2$, d'épaisseur $E = 30\,\mathrm{cm}$, de conductivité thermique $\Lambda = 1\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, de capacité thermique massique $C =$

$500\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$ et de masse volumique $\mu = 2000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ est isolé avec un isolant thermique de même surface S, d'épaisseur $e = E/3$, de conductivité thermique $\lambda = \Lambda/10$, de capacité thermique massique $c = C/2$ et de masse volumique $\rho = M/10$. La température intérieure à la maison est $T_i = 20\,°\mathrm{C}$, la température extérieure est $T_e = 10\,°\mathrm{C}$.

1. Établir l'équation vérifiée par $T(x, t)$.
2. Calculer les résistances thermiques R du mur et r de l'isolant. Commentaire.
3. Justifier qu'en régime permanent la position de l'isolant (sur la face intérieure ou extérieure du mur) ne change pas la valeur du flux thermique allant de l'intérieur vers l'extérieur.
4. Déterminer la puissance que doit fournir un radiateur pour maintenir la température intérieure à $20\,°\mathrm{C}$ sans et avec isolant. Commentaire.
5. Calculer la température T_I au point d'interface entre le mur et l'isolant dans chaque cas.

   À $t = 0$, la température du mur et de l'isolant est uniforme et égale à T_e.
6. Déterminer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
7. Déterminer l'énergie thermique reçue par le mur et l'isolant entre l'état initial et le régime permanent dans les deux cas, en effectuant un bilan. Commentaire.

Exercice 4 : Température d'équilibre de la Terre

On cherche à déterminer la température moyenne de la Terre.

1. On néglige d'abord la présence de l'atmosphère. Grâce à un bilan radiatif, déterminer la température de surface de la Terre en fonction de la distance terre-soleil $d = 149 \times 10^9\,\mathrm{m}$, de la puissance totale émise par le soleil $P_{sol} = 3.8 \times 10^{26}\,\mathrm{W}$ et de la constante de Stefan $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$. Application numérique. Commentaire.
2. On considère maintenant l'influence de l'atmosphère. Qualitativement, quelle propriété de l'atmosphère explique l'effet de serre ?
3. En réalisant un bilan sur le système terrre et le système terre+atmosphere, déterminer la température de surface de la Terre. Commentaire.
4. En fait, l'atmosphère n'est pas totalement transparente au rayonnement solaire. Elle en absorbe une partie $\alpha = 0.33$. En déduire la température de surface de la Terre. Commentaire.

Réponses :

1. $-18\,°\mathrm{C}$
2. $30\,°\mathrm{C}$
3. $17\,°\mathrm{C}$

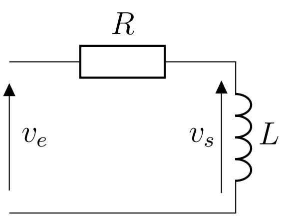
MP

Semaine 01 (16/09-20/09)

Notions abordées :

— Révisions de MPSI en électronique.
— Filtrage d'un signal périodique.
— Traitement numérique du signal.

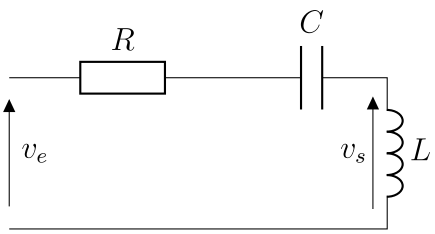
Exercice 1



On donne $R = 1.0\,\mathrm{k\Omega}$ et $L = 10\,\mathrm{mH}$.

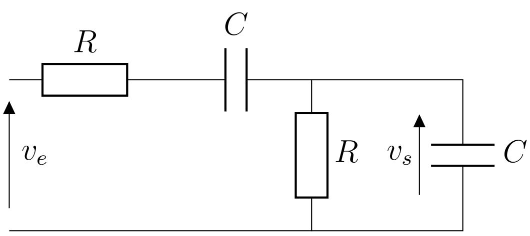
1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\mathrm{Hz}$, $f_2 = 1\,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100\,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.
5. v_e est maintenant un triangle de fréquence $60\,\mathrm{Hz}$. Quelle est la forme de v_s ?

Exercice 2



1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\text{Hz}$, $f_2 = 1\,\text{kHz}$ et $f_3 = 100\,\text{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.
5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? Intégrateur ?

Exercice 3



On donne $R = 1.0\,\text{k}\Omega$ et $C = 500\,\text{nF}$.

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100\,\text{Hz}$, $f_2 = 1\,\text{kHz}$ et $f_3 = 100\,\text{kHz}$. Écrire v_e puis v_s.

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

— Mécanique du point.

— Traitement numérique du signal.

Exercice 1

1. Définir un satellite géostationnaire et calculer son altitude.
2. Quel travail faut il fournir pour augmenter son altitude de 50 km.

Exercice 2

On considère un point matériel astreint à se déplacer autour d'un anneau en rotation autour d'un diamètre, à ω constante.

Positions d'équilibre ? Stabilité ?

Exercice 3

On cherche à graver sur un CD une musique. Toutefois, il existe un signal parasite à $f_p = 42.1\,\text{kHz}$.

1. Échantillonnage sur 16 bits. Quelle est la taille du fichier si la durée vaut 74 minutes.
2. Le critère de Shannon est il vérifié ? Conséquence ?
3. Comment résoudre ce problème ?

Exercice 4

Décrire le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique statique uniforme.

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées :
— Traitement numérique du signal.
— Mécanique de MPSI.
— Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1

Une tige rigide est en rotation uniforme autour de son axe à la pulsation ω. Un mobile M est lié par un fil au point O situé sur l'axe à l'altitude h.

1. Démontrer la loi de composition des accélérations pour un référentiel en rotation uniforme.
2. Déterminer l'angle α_0 d'équilibre du mobile.
3. Étudier la stabilité de la position d'équilibre.

Exercice 2

Un électron et un proton de même énergie cinétique sont plongés dans un champ magnétique uniforme, orthogonal à leur vitesse initiale.

1. Décrire qualitativement les trajectoires.
2. Comparer :
   — Leur vitesse.
   — Le rayon de leur trajectoire.
   — Leur période.
3. Calculer la force centrifuge subie par l'électron.

Exercice 3

Un mobile M coulisse sans frottement sur un axe horizontal (Ox) dans un train qui accélère avec une accélération $A\vec{u_x}$, le point O étant fixé à l'arrière du wagon. Entre O et M on place un ressort (k, l_0). À $t = 0$, $x = l_0$ et la vitesse de M dans le référentiel du train est nulle.

1. Démontrer la loi de composition des accélérations dans un référentiel uniformément accéléré.
2. Établir $x(t)$.

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :

— Mécanique de MPSI (forces centrales et dynamique du solide).
— Dynamique en référentiel non galiléen.

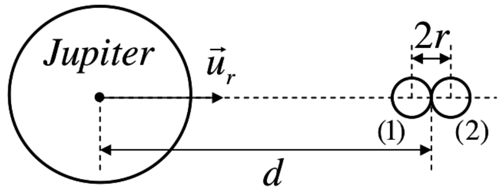
Exercice 1 : Pendule pesant dans une voiture accélérée

Une tige homogène de longueur l et de masse totale m est accrochée en un point A du plafond d'une voiture. La voiture est en translation rectiligne d'accélération a par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le moment d'inertie de la tige par rapport au point A est $J = \frac{1}{3}ml^2$. On admet que le point d'application de la force d'inertie d'entraînement est le centre d'inertie de la tige.

1. Déterminer l'angle d'équilibre du pendule dans le référentiel de la voiture.
2. Déterminer la période T des petites oscillations du pendule autour de la position d'équilibre.

Exercice 2 : Limite de Roche



On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se sépare en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marée dues à Jupiter.
On modélise la comète par deux sphères identiques de masses m et de rayon r, alignées comme sur le dessin.
On suppose que la comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter.

1. Montrer que le mouvement du centre d'inertie de la comète est uniforme. Quelle est la nature du mouvement du référentiel de la comète par rapport au référentiel de Jupiter ?
2. Soit $\vec{R}$ la réaction de la sphère (1) sur la sphère (2). Dans le référentiel de la comète, appliquer le PFD à une des deux sphères.
3. À quelle condition le contact entre les sphères est-il rompu ? Déterminer, sachant que $r \ll d$, la distance limite d_{lim} en dessous de laquelle il ne peut exister de comètes.

Données : $M_J = 1.9 \times 10^{27}\,\mathrm{kg}$, $R_J = 7.1 \times 10^{4}\,\mathrm{km}$ et masse volumique de la comète $\rho_c = 1.0 \times 10^{3}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

Réponse : $d_{lim} = 1.8 \times 10^{5}\,\mathrm{km}$.

Exercice 3 : Usure d'une ligne de TGV

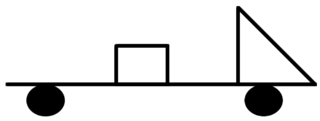
Un train grande vitesse se dirige vers le sud, depuis Paris (latitude 48.8°). On considère son mouvement dans le référentiel terrestre non galiléen. Montrer qu'apparaît une réaction horizontale de la voie sur le train. La comparer à la réaction verticale.

Semaine 05 (14/10-18/10)

Notions abordées :

— Mécanique de MPSI (forces centrales et dynamique du solide).
— Dynamique en référentiel non galiléen.
— Lois du frottement solide.

Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion



Le camion accélère avec l'accélération constante a.

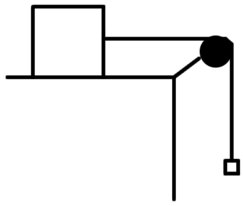
1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. Au bout de combien de temps la caisse atteint-elle le rebord ?
3. Quelle distance parcourt-elle après être tombée ?
4. La caisse glisse-t-elle ou bascule-t-elle lors de l'accélération ?

Exercice 2 : Cube sur un plan incliné

Un cube repose sur un plan incliné d'un angle α. On augmente α très lentement.

1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. À quelle condition le cube bascule-t-il ?
3. Qu'est ce qui arrive en premier ? On donne le coefficient de frottement bois-bois $f = 0.4$.

Exercice 3 : Glissement et liaison avec une corde



Deux caisses sont liées par une corde qui passe par une poulie. On prend en compte le frottement de la grosse caisse sur la surface. En précisant les hypothèses utilisées, déterminer l'altitude de la caisse suspendue en fonction du temps.

Semaine 06 (04/11-08/11)

<u>**Notions abordées :**</u>

- Particules dans un $\vec{E}, \vec{B}$ statique (MPSI).
- Électrostatique :
  - Distributions de charges et de courants.
  - Symétries et invariances.
  - Loi de Coulomb.
  - Théorème de Gauss.
  - Analogie gravitationnelle.

Exercice 1 : Condensateur cylindrique

Deux cylindres métalliques $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de même axe (Oz), de même hauteur h et de rayon R_1 et $R_2 > R_1$ portent des charges réparties uniformément en surface. On note σ_1 la densité surfacique de charge de $\mathcal{C}_1$.

1. Quelle est la charge portée par $\mathcal{C}_2$? En déduire sa densité surfacique de charges.
2. Déterminer la capacité C de ce condensateur cylindrique.
3. Dans quel cas retrouve-t-on la capacité d'un condensateur plan ?

<u>**Réponse :**</u> $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln R_2/R_1}$

Exercice 2 : Condensateur sphérique

Deux sphères métalliques $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ de même centre O et de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ portent des charges réparties uniformément en surface. On note σ_1 la densité surfacique de charge de $\mathcal{S}_1$.

1. Quelle est la charge portée par $\mathcal{S}_2$? En déduire sa densité surfacique de charges.
2. Déterminer la capacité C de ce condensateur sphérique.
3. Dans quel cas retrouve-t-on la capacité d'un condensateur plan ?

<u>**Réponse :**</u> $C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$.

Exercice 3 : Rayon classique de l'électron

L'électron de charge $-e$ est modélisé par une sphère $\mathcal{S}$ de centre O et de rayon R uniformément chargée dans son volume.

1. Déterminer le champ électrique généré par l'électron.
2. Évaluer l'énergie électrique U_e d'un électron isolé liée à la seule présence du champ électrostatique qu'il crée.
3. En assimilant cette énergie à l'énergie de repos $E = mc^2$ prévue par la relativité, déterminer le rayon R_e de l'électron. Commentaire.

Réponse : $R_e = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 1.7 \times 10^{-15}\,\mathrm{m}$

Semaine 07 (11/11-15/11)

Notions abordées :
- Particules chargées dans un champ statique (MPSI).
- Chimie : Architecture de la matière (Atomistique, cristallographie).
- Chimie : Cinétique chimique (MPSI).
- Magnétostatique (Cours seulement).

Questions de cours :

1. Champ créé par un fil infini parcouru par un courant I.
2. Champ magnétique créé par un conducteur cylindrique infini parcouru par un courant uniforme.
3. Champ créé par un solénoïde infini.

Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse

Dans un récipient de volume fixé V, on introduit à 600 K de l'azométhane $CH_3N_2CH_{3(g)}$. Celui-ci se décompose en éthane et en diazote gazeux.

L'évolution de la réaction est suivie par manométrie et une série de mesures a donné la pression partielle p_A en azométhane :

t (10^3 s)	0	1.00	2.00	3.00	4.00
p_A (10^{-2} mmHg)	$p_0 = 8.21$	5.74	4.00	2.80	1.96

1. Écrire l'équation bilan de la réaction.
2. Vérifier que la réaction est d'ordre 1 par rapport au réactif et calculer sa constante de vitesse.

Réponse : $k = 3.58 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$

Exercice 2 : Temps de demi-réaction

La réaction de décomposition totale du pentaoxyde de diazote N_2O_5 en dioxyde d'azote NO_2 et dioxygène a lieu en phase gazeuse. L'expérience est menée dans un récipient de volume V constant, initialement vide, en amenant du pentaoxyde de diazote de manière à ce que la pression initiale soit p_0.

1. On mesure la pression $p(t)$ au cours du temps. On veut évaluer la constante cinétique en mesurant le temps de demi-réaction. Quelle doit être la lecture de p sur le manomètre pour ce temps ?
2. Le tracé de la courbe $\ln p(\mathrm{N_2O_5})$ en fonction du temps est une droite. En déduire l'ordre de la réaction. Tracer l'allure de la pression en fonction du temps.
3. Une première mesure réalisée à $\theta = 150\,°\mathrm{C}$ permet de mesurer un temps de demi réaction $t_{1/2} = 7.5\,\mathrm{s}$. Une seconde mesure réalisée à $\theta' = 100\,°\mathrm{C}$ permet de mesurer un temps de demi-réaction $t'_{1/2} = 7.0\,\mathrm{min}$. Calculer la constante de vitesse pour ces deux températures.
4. Calculer l'énergie d'activation de la réaction.

Réponses :

1. $p_{1/2} = \frac{7}{4}p_0$.
2. -
3. $k = 9.2 \times 10^{-2}\,\mathrm{s^{-1}}$ et $k' = 1.7 \times 10^{-3}\,\mathrm{s^{-1}}$.
4. $E_a = 1.1 \times 10^2\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$.

Exercice 3 : Dismutation des ions hypochlorites

En solution aqueuse, les ions hypochlorite $\mathrm{ClO^-}$ peuvent se dismuter selon la réaction totale

$$\mathrm{ClO^-} = \frac{1}{3}\,\mathrm{ClO_3{}^-} + \frac{2}{3}\mathrm{Cl^-}$$

.

La vitesse de la réaction r, définie comme la vitesse de disparition des ions hypochlorite $\mathrm{ClO^-}$ suit une loi cinétique de second ordre, dont la constante de vitesse est notée k.

On provoque cette réaction dans une solution contenant initialement des ions hypochlorite à la concentration $c_0 = 0.10\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$.

À $T = 343\,\mathrm{K}$, la constante de vitesse de la solution est $k = 3.1 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol^{-1}\,dm^3\,s^{-1}}$.

L'énergie d'activation de cette réaction au voisinage des températures considérées ici est $E_a = 47\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$.

1. Donner l'équation horaire de la concentration en ions hypochlorite.
2. Au bout de combien de temps, noté t_{30}, aura-t-on obtenu la disparition de 30% des ions hypochlorite ?

3. Quel serait à $T' = 363\,\mathrm{K}$ le temps t'_{30} nécessaire pour obtenir le même taux d'avancement de 30% à partir de la même solution initiale ?

Réponses :

1. -
2. $t_{30} = 23\,\mathrm{min}$.
3. $t'_{30} = 9\,\mathrm{min}\ 20\,\mathrm{s}$.

Semaine 08 (18/11-22/11)

Notions abordées :

— Magnétostatique.

— Dipôle magnétostatique (cours seulement).

Exercice 1 : Bobine torique

On considère une bobine torique de rayon moyen R, comportant N spires, de section carrée de côté a et parcourue par un courant I. Déterminer le champ magnétique produit en tout point de l'espace. Comparer avec le champ magnétique du solénoïde infini.

Exercice 2 : Caractéristiques d'un câble coaxial

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres conducteurs de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ sur lesquels circulent, en surface, des courants d'intensité I et de sens opposés.

1. Déterminer le champ magnétique.
2. La densité volumique d'énergie magnétique est donnée par $U_m = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$. En déduire l'inductance linéique du câble coaxial.
3. Les deux cylindres portent également des charges opposées. Reprendre les calculs pour le champ électrique. En déduire la capacité par unité de longueur.
4. Quelle relation simple trouve-t-on entre l'inductance et la capacité ?

Exercice 3 : Équilibre d'une tige dans un champ non uniforme

Une tige $[OA]$ de masse m et de longueur L est en rotation autour de l'axe (Ox) horizontal. Son moment d'inertie est $J = \frac{1}{3}mL^2$. Elle est parcourue par un courant d'intensité i dirigée de O vers A. Son inclinaison par rapport à la verticale est mesurée par l'angle θ. Un fil rectiligne d'axe vertical (Oz) est parcouru par un courant de même intensité i dirigée vers le haut. À l'équilibre de la tige, donner l'expression de i en fonction de θ, L, m et g.

Exercice 4 : Action mécanique d'un fil sur un autre fil parallèle

Deux fils rectilignes infinis parallèles sont distants de $d = 1.0\,\mathrm{m}$. Ils sont parcourus par des courants de même intensité I et de même sens. La force subie par un tronçon de longueur $L = 1.0\,\mathrm{m}$ d'un des fils est égale $2.0\times10^{-7}\,\mathrm{N}$.

Déterminer la valeur de I.

Semaine 09 (25/11-29/11)

Notions abordées :

— Induction (révisions de MPSI) (priorité).
— Magnétostatique.
— Dipôles électro- et magnétostatiques.

Exercice 1 : Double rails de Laplace

Deux barres parallèles conductrices, de résistance R, sont posées à l'horizontale sur deux rails parallèles et conducteurs, séparés d'une distance l. L'une des barres est animée d'une vitesse $\vec{V}$. L'ensemble baigne dans un champ magnétique vertical homogène et stationnaire $\vec{B}$.

1. On suppose la vitesse $\vec{V}$ constante. Déterminer le mouvement de l'autre barre, d'abord qualitativement, puis quantitativement.
2. Étudier le cas du régime sinusoïdal forcé.

Exercice 2 : Inductances propres et mutuelles

1. Rappeler la définitions des inductances propres et mutuelles. À quoi ces grandeurs nous servent-elles ?
2. Calculer l'inductance propre d'un solénoïde de longueur l, de section S, comportant N spires, et supposé suffisamment long pour négliger les effets de bords. Application numérique pour une bobine de TP.
3. Exprimer l'énergie magnétique stockée dans la bobine. Retrouver l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique.
4. On considère un petit solénoïde à l'intérieur d'un gros solénoïde, les deux partageant le même axe. Déterminer l'inductance mutuelle.

Réponses :

1. -
2. $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$
3. -
4. $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l_1} S_1$

Exercice 3 : Induction par un aimant mobile

Une spire circulaire d'axe (Oz), de rayon a et de résistance R est immobile. Sur son axe, on rapproche à vitesse $\vec{V} = V\vec{e_z}$ constante un petit aimant assimilé à un dipôle magnétique de moment $\vec{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\vec{e_z}$.

1. Prévoir le sens du courant i induit dans la spire.
2. Calculer le courant i dans la spire.
3. Quelle est la force exercée par l'aimant sur la spire ? Commenter.

Exercice 4 : Mesure d'une inductance mutuelle par battements

On considère deux circuits LC identiques et couplés par une inductance mutuelle M. On suppose qu'initialement le condensateur 1 porte la charge Q, que le condensateur 2 est déchargé et qu'aucun courant ne circule.

1. Déterminer les équations sur les charges portées par les condensateurs.
2. Découpler le système d'équations et résoudre chacune des deux équations différentielles.
3. Déterminer le courant dans le circuit 1 en fonction du temps. En déduire une méthode pour mesurer M.

Semaine 10 (02/12-06/12)

Notions abordées :
— Équations de Maxwell.
— Application du premier principe à la transformation chimique.

Questions de cours

1. Énoncer les équations locales de Maxwell. Démontrer l'équivalent global pour l'équation de Maxwell-Gauss et l'équation de Maxwell-Ampère.
2. Déterminer l'équation de propagation du champ électromagnétique dans un milieu vide de charges et de courants.
3. Démontrer, par un bilan de charge électrique, l'équation locale de conservation de la charge.

Exercice 1 : Combustion de l'éthyne

On considère la réaction de combustion de l'éthyne ($C_2H_{2(g)}$). On donne $\Delta_R H°(298\,\mathrm{K}) = -402\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ ainsi que les capacités thermiques à pression constante :

	$CO_{2(g)}$	$H_2O_{(g)}$	$H_2O_{(l)}$
C_p ($\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$)	37.1	33.6	75.5

On donne également l'enthalpie de vaporisation de l'eau $\Delta_{vap}H° = 40.7\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$.
Les réactifs sont introduits dans les proportions stoechiométriques à $T_i = 298\,\mathrm{K}$ et $P = P°$ maintenue constante. Déterminer la température finale T_f.

Réponse : $T_f = 3620\,\mathrm{K}$

Exercice 2 : Mesure de l'enthalpie d'autoprotolyse de l'eau

Une solution contenant $n_0 = 4.55 \times 10^{-4}$ mol d'ions hydronium est ajoutée à une solution de soude concentrée placée dans un calorimètre. La réaction inverse de l'autoprotolyse de l'eau se produit et consomme tous les ions hydronium introduits. Une élévation de température de $\Delta T_a = 0.1028\,°\mathrm{C}$ est mesurée. Ensuite, un courant $I = 0.1$ A passant pendant $\delta t = 10.75$ s à travers une résistance $R = 252.7\,\Omega$ complètement immergée cause une augmentation de température $\Delta T_b = 0.1087\,°\mathrm{C}$.

Déterminer l'enthalpie standard de la réaction d'autoprotolyse de l'eau.

Réponse : $51.9\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

Exercice 3 : Combustion du monoxyde de carbone

Calculer la température maximale de la combustion totale isobare du monoxyde de carbone

1. Avec de l'oxygène en proportions stoechiométriques.
2. Avec de l'air (1 volume de dioxygène pour 3.8 volumes de diazote, l'oxygène étant toujours en proportions stoechiométriques).

Données :

	CO_2	CO	O_2	N_2
$\Delta_f H°(298\,\mathrm{K})$ $(\mathrm{kJ\,mol^{-1}})$	-395.5	-110.4		
c_p° $(\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}})$	30.5	26.9	27.2	27.2

Semaine 11 (09/12-13/12)

Notions abordées :

— Application du premier principe à la transformation chimique. (cf. semaine précédente)

— Application du second principe à la transformation chimique.

Questions de cours

1. Montrer, en précisant les conditions expérimentales, que l'enthalpie libre est un potentiel thermodynamique. En déduire le critère d'évolution des transformations chimiques.
2. Quel est le lien entre la constante de réaction et l'enthalpie standard de réaction ? Démontrer, dans le cadre de l'approximation d'Ellingham, la loi de Van't Hoff sur l'évolution de K° en fonction de la température.
3. Définir le potentiel chimique d'un constituant dans un mélange. Quel est l'intérêt de cette quantité pour déterminer l'équilibre chimique ? Donner son expression dans des cas usuels.

Exercice 1 : Interprétation des enthalpies et entropies de réaction

Dans une réaction de grillage, le sulfure du plomb réagit avec le dioxygène pour former de l'oxyde de plomb et du dioxyde de soufre.

1. Calculer l'enthalpie standard de réaction à 298 K. Commentaire ?
2. Calculer l'enthalpie standard de réaction à 1223 K. Commentaire ?
3. Calculer l'entropie standard de réaction à 298 K. Commentaire ?
4. Calculer la constante de réaction à 298 K. Commentaire ?

Données :

	$PbS_{(s)}$	$PbO_{(s)}$	$O_{2(g)}$	$SO_{2(g)}$
$\Delta_f H^\circ(298\,\mathrm{K})$ $(\mathrm{kJ\,mol^{-1}})$	-100.4	-217.4		-296.8
c_p° $(\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}})$	49.5	45.8	29.4	39.9
S_{mol}° $(\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$	91.2	68.7	205.1	248.2

Réponses :

1. $-413.8\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
2. $-406.5\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
3. $-82.0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
4. 1.5×10^{68}

Exercice 2 : Étude du produit ionique

On relève le pH de l'eau à différentes températures.

T (°C)	0	18	25	50	100
pH	7.47	7.12	7.00	6.63	6.12

1. Quel est l'équilibre à considérer, et qui est responsable de la variation du pH en fonction de la température ?
2. Déterminer son enthalpie et son entropie de réaction. Commenter.
3. En déduire l'expression du produit ionique de l'eau en fonction de la température.

Réponses : Enthalpie : $51.9\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$, entropie : $94.5\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$

Exercice 3 : Existence du diamant

1. Rappeler l'expression du potentiel chimique pour une phase condensée.
2. Montrer qu'à 298 K, il ne peut exister de carbone diamant en équilibre avec le carbone graphite. Comment expliquer alors l'existence du diamant dans la vie "quotidienne" ?
3. Rappeler la différentielle de l'enthalpie libre d'un corps pur ainsi que l'expression de l'enthalpie libre d'un corps pur en fonction de la quantité de matière et du potentiel chimique.
4. En déduire la différentielle du potentiel chimique d'un corps pur, puis une expression du potentiel chimique d'un corps pur à pression P en fonction du potentiel chimique à $P°$ et du volume molaire.
5. Pour une phase condensée idéale, que peut on dire du volume molaire ? En déduire une expression simplifiée du potentiel chimique.
6. En déduire l'expression de l'enthalpie libre de réaction en fonction de l'enthalpie libre standard, des volumes molaire et de la pression.

7. Déterminer la pression minimale pour obtenir du diamant.

Réponses :

1.
2. $\Delta_R G^0 = 2.8\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$.
3.
4.
5.
6.
7. $1.5\,\mathrm{GPa}$

Semaine 14 (13/01-17/01)

Notions abordées :

— Thermochimie.

— Ondes électromagnétiques dans le vide.

Questions de cours

1. Établir l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.
2. Établir l'équation de dispersion pour une OPPH électromagnétique dans le vide.
3. Démontrer la relation de structure pour des OPPH électromagnétiques.

Exercice 1 : Déplacement d'équilibre par ajout d'un composé inerte

On considère la réaction de dismutation

$$2\,NaHCO_3(s) = Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O\,(g).$$

La réaction a lieu dans une enceinte de volume $V = 50\,\mathrm{L}$ qui contient initialement $n = 2.0\,\mathrm{mol}$ de $NaHCO_3(s)$ (la pression initiale est donc nulle).

1. À 47 °C, la pression d'équilibre vaut 0.033 bar. Calculer $K°(47\,°\mathrm{C})$.
2. À 77 °C, la pression d'équilibre vaut 0.265 bar. Calculer $\Delta_r H°$ et $\Delta_r S°$.
3. Donner l'état final à 107 °C.
4. L'équilibre étant atteint, on ajoute du diazote dans l'enceinte. Que se passe-t-il si l'ajout se fait à volume constant ? À pression constante ?

Réponses :

1. $K° = 2.722 \times 10^{-4}$
2. $\Delta_r H° = 129.3\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ et $\Delta_r S° = 335.9\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
3. $\xi_f = 1.22\,\mathrm{mol}$
4. -

Exercice 2 : Déchloration du pentachlorure de phosphore

On étudie la réaction

$$PCl_5(g) = PCl_3(g) + Cl_2(g).$$

1. Calculer $K°(500\,\mathrm{K})$.
2. Sous $P = 3.0\,\mathrm{bar}$, on mélange $0.15\,\mathrm{mol}$ de $PCl_5(g)$, $0.40\,\mathrm{mol}$ de $PCl_3(g)$ et $0.10\,\mathrm{mol}$ de $Cl_2(g)$.
   (a) Dans quel sens évolue le système ?
   (b) Déterminer la composition à l'équilibre.
3. À partir d'un équilibre, comment évolue le système si :
   (a) on augmente T à P constante ?
   (b) on augmente P à T constante ?
   (c) on augmente T à V constant ?
   (d) on introduit du dichlore à T et P constantes ?

Données :

	$PCl_{5(g)}$	$PCl_{3(g)}$	$Cl_{2(g)}$
$\Delta_f H°(298\,\mathrm{K})$ $(\mathrm{kJ\,mol^{-1}})$	-374.9	-287.0	
$S°_{mol}$ $(\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}})$	364.5	311	223

Réponses :

1. $K°(500\,\mathrm{K}) = 0.4687$.
2. -
   (a) $Q_r = 1.231$
   (b) $\xi_f = -0.0473\,\mathrm{mol}$
3. -
   (a) Endothermique.
   (b) Rétrograde.
   (c) Direct.
   (d) Rétrograde.

Exercice 3 : Combustion du méthane

On considère la combustion d'un volume $V_0 = 1.00\,\mathrm{m^3}$ de méthane à la pression $P°$ et à la température $T_0 = 298\,\mathrm{K}$.

1. Écrire la réaction de combustion du méthane dans le dioxygène.
2. Montrer que l'on peut considérer la réaction comme totale.
3. Calculer la quantité de matière n_0 de méthane contenue dans l'enceinte.
4. Calculer l'énergie libérée par la combustion isotherme isobare de cette quantité de méthane.
5. On ne suppose plus la réaction totale. Comment évolue l'équilibre si on augmente, toutes choses égales par ailleurs, la pression.
6. Comment évolue l'équilibre si on augmente la pression, dans le cas de la combustion de l'éthane ?

Données :

	$CH_{4(g)}$	$O_{2(g)}$	$CO_{2(g)}$	$H_2O_{(l)}$
$\Delta_f H°(298\,\mathrm{K})$ $(\mathrm{kJ\,mol^{-1}})$	-74.4		-393.5	-285.8
S°_{mol} $(\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}})$	186.2	205.0	213.6	69.9

Réponses :

1. -
2. $K° =$
3. $n_0 = 40.4\,\mathrm{mol}$
4. $Q = 3.6 \times 10^4\,\mathrm{kJ}$
5. Aucun effet.
6. Rétrograde.

Semaine 15 (20/01-24/01)

Notions abordées :
— Ondes électromagnétiques dans le vide.
— Ondes électromagnétiques dans les milieux.
— Effet de peau.

Exercice 1 : Chauffage d'un métal par le soleil

Un métal, modélisé par un conducteur ohmique non chargé, de conductivité $\gamma = 38\,\mathrm{MS/m}$ occupe le demi-espace $z \geq 0$.

1. Écrire les équations de Maxwell dans le métal.
2. On s'intéresse à des ondes électromagnétiques de fréquences inférieures ou égales à celles du visible. Par une analyse d'ordres de grandeur, montrer que l'on peut négliger le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère.
3. En déduire l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans un conducteur.
4. Établir l'équation de dispersion. En déduire l'épaisseur de peau δ en fonction de ω.
5. Écrire, en notation complexe, le champ électrique dans le conducteur pour une onde polarisée selon $\vec{e_x}$, se propageant selon e_z d'amplitude E_0 et de pulsation ω.
6. Exprimer le champ magnétique associé à cette onde.
7. Déterminer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans le conducteur. Calculer sa valeur moyenne.
8. En déduire la puissance totale dissipée dans une portion $\mathcal{V} = [0, a] \times [0, a] \times [0, +\infty[$ de conducteur.
9. Pourquoi dit-on que ce sont les infrarouges qui font chauffer une carrosserie de voiture exposée au soleil ?

Exercice 2 : Ondes électromagnétiques dans un diélectrique

Dans un milieu diélectrique, les équations de Maxwell sont identiques à celles dans le vide, à condition de remplacer ϵ_0 par $\epsilon_0\epsilon_r$ avec $\epsilon_r > 1$ la permittivité diélectrique relative du milieu.

1. Écrire les équations de Maxwell dans un diélectrique non chargé.
2. Déterminer l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique.
3. Déterminer l'équation de dispersion.
4. Exprimer les vitesses de phase et de groupe.
5. En déduire l'expression de l'indice de réfraction en fonction de ϵ_r.

   En fait, un modèle microscopique (électron élastiquement lié) donne une permittivité relative complexe

$$\epsilon_r = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\Gamma\omega}$$

6. Exprimer l'indice complexe $\underline{n}$ dans le cas $\epsilon_r - 1 \ll 1$. On définira sa partie réelle n' (indice dispersif) et sa partie imaginaire n'' (indice d'absorption). Tracer n' et n'' en fonction de ω.
7. En écrivant le champ électrique pour une onde électromagnétique plane et harmonique, montrer qu'il y a absorption et dispersion et justifier les noms des parties réelle et imaginaire de l'indice.

Exercice 3 : Équation de Klein-Gordon et masse du photon

1. Rappeler l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide.

   Dans le cadre de la théorie électromagnétique étendue au cas d'un photon de masse non nulle, l'équation de propagation du champ électrique devient

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \eta^2\vec{E}$$

2. Quelle est l'unité de η ?
3. Déterminer la relation de dispersion.
4. Exprimer les vitesses de phase et de groupe en fonction de c, ω et η. Les tracer. Commentaires ?
5. Rappeler les expressions de l'énergie E et de la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un photon.
6. Sachant que pour une particule relativiste de masse m, on a $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, exprimer la masse du photon en fonction de η, $\hbar$ et c.

   Deux photons de longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 sont émis au même instant par une source ponctuelle située à une distance L. On supposera $\eta^2\lambda_{1,2}^2 \ll 1$.

7. Exprimer la différence δt des temps de réception des deux signaux.
8. L'observation de certaines étoiles doubles donne $\delta t < 1 \times 10^{-3}$ s pour $\lambda_1 = 0.4\,\mu\text{m}$, $\lambda_2 = 0.8\,\mu\text{m}$ et $L = 1 \times 10^3$ années lumières. En déduire une limite supérieure pour la masse du photon. Commentaire.

Semaine 16 (27/01-31/01)

Notions abordées :

— Ondes électromagnétiques dans les milieux matériels.
— Effet de peau.
— Réflexion sur un conducteur parfait.

Exercice 1 : Chauffage d'un métal par le soleil

Un métal, modélisé par un conducteur ohmique non chargé, de conductivité $\gamma = 38\,\mathrm{MS/m}$ occupe le demi-espace $z \geq 0$.

1. Écrire les équations de Maxwell dans le métal.
2. On s'intéresse à des ondes électromagnétiques de fréquences inférieures ou égales à celles du visible. Par une analyse d'ordres de grandeur, montrer que l'on peut négliger le courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère.
3. En déduire l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans un conducteur.
4. Établir l'équation de dispersion. En déduire l'épaisseur de peau δ en fonction de ω.
5. Écrire, en notation complexe, le champ électrique dans le conducteur pour une onde polarisée selon $\vec{e_x}$, se propageant selon e_z d'amplitude E_0 et de pulsation ω.
6. Exprimer le champ magnétique associé à cette onde.
7. Déterminer la puissance volumique dissipée par effet Joule dans le conducteur. Calculer sa valeur moyenne.
8. En déduire la puissance totale dissipée dans une portion $\mathcal{V} = [0, a] \times [0, a] \times [0, +\infty[$ de conducteur.
9. Pourquoi dit-on que ce sont les infrarouges qui font chauffer une carrosserie de voiture exposée au soleil ?

Exercice 2 : Propagation guidée entre deux plans

Deux plans infinis conducteurs parfaits délimitent une cavité vide entre $z = 0$ et $z = b$.

1. Rappeler l'équation de propagation du champ électromagnétique dans la cavité.

2. Justifier que, contrairement à ce qu'on fait d'habitude, on ne peut pas chercher une solution sous la forme d'une OPPH.

   On cherche une solution de l'équation sous la forme

$$\vec{E}(x,z,t) = \beta(z)\vec{u_y}\cos(\omega t - kx)$$

   .

3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par β. En donner la solution générale.
4. Montrer que l'onde ne peut exister que si $\omega > kc$. Commenter en relation avec la relation de dispersion habituelle.
5. Déterminer complètement $\beta(z)$.
6. Déterminer la relation de dispersion.
7. En déduire qu'il existe une pulsation minimale pour qu'une onde électromagnétique se propage dans le guide.

Réponse : $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}$

Exercice 3 : Lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction

L'objectif de cet exercice est de redémontrer les lois de Descartes à l'interface entre deux diélectriques.

On rappelle que dans un diélectrique, tout se passe comme dans le vide, à condition de remplacer ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$.

On considère donc deux diélectriques accolés. Le milieu 1 de permittivité $epsilon_1$ occupe le demi-espace $z < 0$. Le milieu 2 de permittivité $epsilon_2$ occupe le demi-espace $z > 0$.

On considère également une OPPH électromagnétique incidente $(\vec{E_i}, \vec{B_i}, \omega_i, \vec{k_i} = k_{i,x}\vec{e_x} + k_{i,z}\vec{e_z})$ provenant du milieu 1 vers l'interface avec un angle α par rapport à la normale. Pour simplifier, on suppose le champ électrique incident polarisé rectilignement selon la perpendiculaire au plan d'incidence.

On rappelle qu'à une interface, la composante tangentielle du champ électrique est continue.

1. Rappeler les trois lois de Descartes.
2. Justifier qu'il doit exister une onde transmise et/ou une onde réflechie.

   On appellera $(\vec{E_t}, \vec{B_t}, \omega_t, \vec{k_t})$ l'onde transmise et $(\vec{E_r}, \vec{B_r}, \omega_r, \vec{k_r})$ l'onde réfléchie.

3. Justifier qualitativement que, si ils existent, les champ électrique transmis et réfléchi ont la même polarisation que le champ électrique incident.
4. Sur un schéma, faire figurer l'interface, les trois ondes ainsi que les angles respectifs.
5. Montrer que les ondes ont toute la même pulsation.
6. Montrer que les ondes ont toute le même k_x.
7. Montrer que $\frac{\vec{k_t}^2}{\epsilon_{r2}} = \frac{\vec{k_r}^2}{\epsilon_{r1}} = \frac{\vec{k_i}^2}{\epsilon_{r1}}$.
8. En déduire les lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction.

Semaine 17 (03/02-07/02)

Notions abordées :
— Réflexion sur un conducteur parfait (cf. semaine précédente).
— Rayonnement dipolaire électrique.
— Thermodynamique de MPSI.
— Systèmes thermodynamiques en écoulement.

Exercice 1 : Modèle planétaire de l'atome

On considère un électron en mouvement circulaire uniforme de rayon $r_0 = 1 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$ à la vitesse angulaire ω autour d'un proton immobile. Soit ω la pulsation de ce mouvement de rotation.

1. Exprimer ω en fonction de e, ϵ_0, m_e et r_0.
2. Déterminer le dipôle électrique formé par ce système. Montrer qu'il s'agit d'une superposition de deux dipôles oscillants perpendiculaires. Déterminer leur amplitude P_0. Application numérique.
3. Exprimer l'énergie mécanique du système en fonction de r, ϵ_0 et r.
4. Rappeler, ou retrouver en partie, les expressions du champ électromagnétique rayonné par un dipôle oscillant.
5. En déduire l'expression du vecteur de Poynting. Calculer sa valeur moyenne en fonction de P_0, μ_0, θ, ω, r et c.
6. En déduire l'énergie rayonnée par unit é de temps par l'électron.
7. Justifier qualitativement que l'électron doit s'écraser sur le noyau.
8. Soit $r(t)$ le rayon de la trajectoire de l'électron Par un bilan d'énergie, déterminer l'équation différentielle sur $r(t)$.
9. En déduire la durée de vie de l'atome d'hydrogène dans ce modèle. Application numérique. Commentaire.

Exercice 2 : Propagation guidée entre deux plans

Deux plans infinis conducteurs parfaits délimitent une cavité vide entre $z = 0$ et $z = b$.

1. Rappeler l'équation de propagation du champ électromagnétique dans la cavité.

2. Justifier que, contrairement à ce qu'on fait d'habitude, on ne peut pas chercher une solution sous la forme d'une OPPH.

   On cherche une solution de l'équation sous la forme

$$\vec{E}(x,z,t) = \beta(z)\vec{u_y}\cos(\omega t - kx)$$

   .

3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par β. En donner la solution générale.
4. Montrer que l'onde ne peut exister que si $\omega > kc$. Commenter en relation avec la relation de dispersion habituelle.
5. Déterminer complètement $\beta(z)$.
6. Déterminer la relation de dispersion.
7. En déduire qu'il existe une pulsation minimale pour qu'une onde électromagnétique se propage dans le guide.

Réponse : $\vec{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}$

Exercice 3 : Lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction

L'objectif de cet exercice est de redémontrer les lois de Descartes à l'interface entre deux diélectriques.

On rappelle que dans un diélectrique, tout se passe comme dans le vide, à condition de remplacer ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$.

On considère donc deux diélectriques accolés. Le milieu 1 de permittivité $epsilon_1$ occupe le demi-espace $z < 0$. Le milieu 2 de permittivité $epsilon_2$ occupe le demi-espace $z > 0$.

On considère également une OPPH électromagnétique incidente $(\vec{E_i}, \vec{B_i}, \omega_i, \vec{k_i} = k_{i,x}\vec{e_x} + k_{i,z}\vec{e_z})$ provenant du milieu 1 vers l'interface avec un angle α par rapport à la normale. Pour simplifier, on suppose le champ électrique incident polarisé rectilignement selon la perpendiculaire au plan d'incidence.

On rappelle qu'à une interface, la composante tangentielle du champ électrique est continue.

1. Rappeler les trois lois de Descartes.
2. Justifier qu'il doit exister une onde transmise et/ou une onde réflechie.

   On appellera $(\vec{E_t}, \vec{B_t}, \omega_t, \vec{k_t})$ l'onde transmise et $(\vec{E_r}, \vec{B_r}, \omega_r, \vec{k_r})$ l'onde réfléchie.

3. Justifier qualitativement que, si ils existent, les champ électrique transmis et réfléchi ont la même polarisation que le champ électrique incident.
4. Sur un schéma, faire figurer l'interface, les trois ondes ainsi que les angles respectifs.
5. Montrer que les ondes ont toute la même pulsation.
6. Montrer que les ondes ont toute le même k_x.
7. Montrer que $\frac{\vec{k_t}^2}{\epsilon_{r2}} = \frac{\vec{k_r}^2}{\epsilon_{r1}} = \frac{\vec{k_i}^2}{\epsilon_{r1}}$.
8. En déduire les lois de Descartes sur la réflexion et la réfraction.

Semaine 17 (03/02-07/02)

Notions abordées :

— Thermodynamique de MPSI.

— Systèmes thermodynamiques en écoulement.

Questions de cours :

1. Énoncer la loi de Laplace ainsi que ses conditions de validité. La démontrer.
2. Énoncer le premier principe pour un système ouvert. Quelle hypothèse importante a-t-elle été utilisée ?
3. Dessiner l'allure typique du diagramme $(\ln P, h)$ pour un équilibre diphasique. Dessiner l'allure d'une isotherme.

Exercice 1 : Machine frigorifique à fluide idéal

Un fluide est utilisé dans une machine frigorifique de type pompe à chaleur, chargée de prélever de l'énergie thermique à l'eau d'un lac formant un thermostat et d'en restituer à l'air d'une pièce ou à l'eau d'une piscine.

Le fluide caloporteur est supposé idéal, en ce sens qu'il est un corps pur, se comporte comme un gaz parfait à l'état de vapeur, de rapport de capacités thermiques γ et qu'il est non visqueux, incompressible et indilatable à l'état liquide, de capacité thermique massique c_l. On note M sa masse molaire et $\Delta_{vap}h$ l'enthalpie molaire de vaporisation supposée indépendante de la température.

Le fluide au point de rosée en A (P_A, T_A) subit une compression adiabatique réversible jusqu'au point B (P_B, T_B) à l'état de vapeur sèche. Il subit alors un refroidissement puis une liquéfaction isobares jusqu'au point d'ébullition C (P_C, T_C). Il subit une détente isenthalpique jusqu'au point D diphasé (P_D, T_D) et revient au point A par une vaporisation isobare.

On suppose les variations d'énergies potentielle et cinétique négligeables devant les variations d'enthalpie.

1. Tracer l'allure du cycle dans un diagramme $(\ln P, h)$.
2. Donner la valeur de la température T_D et calculer T_B.
3. Donner les valeurs des titres massiques en vapeur x_A et x_C. Calculer x_D en décomposant judicieusement la transformation (CD).
4. Définir l'énergie coûteuse et l'énergie utile.

5. Déterminer l'énergie utile en décomposant judicieusement la transformation (BC).
6. Déterminer l'énergie coûteuse.
7. En déduire l'efficacité de la pompe à chaleur. Commenter.

Données :

— $\gamma = 1.40$, $M = 50.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}$, $c_l = 2.00 \times 10^3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$.
— $P_B = 3P_A$.
— $T_A = 280\,\mathrm{K}$, $T_C = 320\,\mathrm{K}$.
— $\Delta_{vap}h(320\,\mathrm{K}) = 1.43 \times 10^5\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$.

Réponses :

1. -
2. $T_D = 280\,\mathrm{K}$. $T_B = 383\,\mathrm{K}$.
3. $x_A = 1$, $x_C = 0$, $x_D = 0.40$.
4. -
5. $1.80 \times 10^5\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$
6. $0.60 \times 10^5\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$
7. 3.0 ;

Exercice 2 : Turbine à vapeur

Le circuit secondaire d'une centrale nucélaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation. Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine ci-dessous :

— A→B : Compression du liquide saturant adiabatique et réversible dans la pompe d'alimentation, de la pression $P_1 = 0.056\,\mathrm{bar}$ à la pression $P_2 = 69.2\,\mathrm{bar}$, du liquide staturant sortant du condensateur à la pression P_1.
— B→C : Échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur, pour l'amener à l'état de liquide saturant sous la pression P_2.
— C→D : Vaporisation totale dans le générateur de vapeur, sous la pression $P_2 = 69.2\,\mathrm{bar}$. Dans l'état D, le fluide se trouve à l'état de vapeur saturante.
— D→E : Détente adiabatique réversible dans la turbine, de P_2 à P_1. Dans l'état E, le fluide se trouve à l'état de fluide diphasé.

— E→A : Liquéfaction totale du fluide dans le condenseur, sous la pression P_1.

Capacité thermique massique de l'eau liquide $c_\ell = 4,2\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

		Liquide saturant			Vapeur saturante		
θ °C	P_S bar	v_ℓ m³.kg⁻¹	h_ℓ kJ.kg⁻¹	s_ℓ kJ.K⁻¹.kg⁻¹	v_g m³.kg⁻¹	h_g kJ.kg⁻¹	s_g kJ.K⁻¹.kg⁻¹
35	0,056	$1,00.10^{-3}$	151	0,502	25,2	2565	–
285	69,1	$1,35.10^{-3}$	1260	3,12	0,028	2770	5,82

1. Représenter avec son sens le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (P, v) et dans le diagramme des frigoristes $(\ln P, h)$. Qualifier chacune des cinq transformations par un ou plusieurs des qualificatifs suivants : isochore, isentropique, isobare, isotherme, adiabatique.
2. Donner la valeur numérique des enthalpies massiques h_A, h_C, h_D puis déterminer les entropies massiques s_A, s_B, s_C, s_D et s_E.
3. Calculer le titre en vapeur x_E et l'enthalpie massique h_E.
4. Calculer le transfert thermique massique reçu par le fluide dans le condenseur.
5. On étudie la compression dans la pompe. On considère que le travail fourni par la pompe est négligeable devant les autres échanges énergétiques du cycle. En déduire $h_A = h_B$.
6. Calculer le transfert thermique massique q_{BD} fourni par le générateur de vapeur.
7. Calculer le travail massique utile w_u reçu par l'eau au cours du cycle.
8. Sachant que la centrale développe une puissance de 900 MW, calculer le débit massique du fluide dans le circuit.
9. Quel est le rendement thermodynamique du cycle ? Le comparer au rendement de Carnot et commenter.

Réponses :

1. -
2. hA = 151, hC = 1260, hD = 2770, sA = 0.502 = sB, sC = 3.12, sD = 5.82 = sE.
3. xE = 0.68, hE = 1790.
4. qEA = -1640

5. qBD = 2620
6. wu = -981
7. Dm = 917 kg/s
8. η=0.37 et carnot = 0.45

Exercice 3 : Installation frigorifique

On modélise le comportement thermodynamique du fluide dans une machine frigorifique à fluide diphasé par la succession de transformations suivantes :

— Compression adiabatique réversible en phase gazeuse du point d'équilibre A au point d'équilibre B. En A, le fluide est à l'état de vapeur saturante.

— Refroidissement isobare de la vapeur de B en C. En C, le fluide est à l'état de vapeur saturante.

— Liquéfaction isobare et totale du fluide du point d'équilibre C au point d'équilibre D. Au point D, le fluide est à l'état de liquide saturant.

— Détente adiabatique irréversible du fluide que l'on peut ici modéliser par une détente isenthalpique entre D et E.

— Vaporisation totale isobare du fluide de E vers A.

On donne les enthalpies massiques du fluide aux points A, B et D :

$$h_A = 1167\,\mathrm{kJ/kg},\ h_B = 1355\,\mathrm{kJ/kg},\ h_D = 30\,\mathrm{kJ/kg}$$

1. Représenter le cycle sur un diagramme de Clapeyron et un diagramme des frigoristes. Calculer les transferts thermiques q_c et q_f reçus par le fluide.
2. Estimer le coefficient d'efficacité de la machine frigorifique.
3. La phase gazeuse, de capacité thermique massique à pression constante c_P, peut être assimilée à un gaz parfait. Exprimer littéralement l'enthalpie massique de vaporisation $l_v(T_C)$ du fluide à la température au point C T_C en fonction de T_C, c_P, T_B.
4. Calculer numériquement le titre massique en vapeur x_E sachant que l'enthalpie de vaporisation du fluide à la température T_A est $l_v(T_A) = 1293\,\mathrm{kJ/kg}$.
5. On utilise cette installation frigorifique pour maintenir constante la température d'une chambre froide à laquelle il faut enlever $5000\,\mathrm{kJ}$ par heure. Calculer le débit massique D_m du fluide frigorifique.

Réponses :

1. qc = -1325, qf = 1137
2. eta = 6. Cela signifie qu'avec 1 J électrique fourni la machine peut ôter 6 J aux aliments à réfrigérer et donc évacuer 7 J dans l'air de la cuisine.
3. hD-hB = -lv + cp(Tc-Tb)
4. x = 0.12
5. 1.22 g/s

Semaine 19 (03/03-07/03)

Notions abordées :

— Thermodynamique statistique.

Exercice 1 : Atmosphère adiabatique

Pour l'air atmosphérique de la troposphère (partie de l'atmosphère la plus proche du sol terrestre), le modèle de l'atmosphère adiabatique est plus réaliste que le modèle de l'atmosphère isotherme.

1. Rappeler les hypothèses du modèle de l'atmosphère isotherme.

   On ne suppose donc plus que la température de l'atmosphère est uniforme. Par contre, on suppose que les particules de fluide ne subissent que des transformations adiabatiques.
2. Montrer que pour un système thermodynamique fermé, composé d'un gaz parfait et qui subit une transformation adiabatique réversible, on a $PV^\gamma = \text{cst}$, où l'on donnera la définition de γ.
3. Soit $\rho(z)$ la masse volumique de l'atmosphère à l'altitude z. Déduire que $P(z)\rho(z)^{-\gamma} = \text{cst}$.
4. Par application du théorème d'équipartition, que vaut C_v pour un gaz parfait diatomique ? En déduire γ.
5. On note $T(z)$ la température à l'altitude z. Montrer que $P(z)^{1-\gamma}T(z)^\gamma = \text{cst}$.
6. Déduire de cette équation et de l'équation fondamentale de l'hydrostatique que $\frac{dT}{dz} = -\Gamma$ où Γ est une constante que l'on exprimera en fonction de g, γ ; R et $M = 29.0\,\text{g}\,\text{mol}^{-1}$ la masse molaire de l'air. Application numérique pour Γ.
7. Exprimer la pression et la température en fonction de z, des conditions initiales $P(0)$ et $T(0)$, de Γ et de γ.
8. Calculer la pression et la température en haut du Mont-Blanc (4800 m). Commentaire.
9. L'atmosphère a une épaisseur de l'ordre de 100 km. En déduire que ce modèle ne peut pas s'appliquer sur toute la hauteur de l'atmosphère.

Exercice 2 : Système à trois niveaux d'énergie

Un système physique, en contact avec un thermostat à la température T est constitué de N atomes indépendants pouvant se trouver dans des états non dégénérés d'énergies respectives $-\epsilon$, 0 et $+\epsilon$. Déterminer les expressions de l'énergie interne molaire U_m, de l'écart quadratique en énergie molaire ΔU_m et de la capacité thermique molaire C_m de ce système. Représenter le graphe des variations de C_m en fonction de la variable $x = \frac{k_B T}{\epsilon}$. Commenter.

Exercice 3 : Capacité thermique d'un gaz, contribution électronique

1. Déterminer la capacité thermique d'un gaz parfait diatomique.

   En fait, la capacité thermique d'un gaz est la somme des contributions provenant des énergies de translation, de rotation et de vibration, mais aussi de l'énergie des électrons dans les atomes. On peut donc écrire $C = C_{ext} + C_{int}$ avec C la capacité thermique totale, C_{ext} la capacité thermique calculée à la question précédente, et C_{int} celle associée à l'énergie des électrons dans les atomes.
2. Démontrer la relation précédente à partir de la définition de la capacité thermique en physique statistique.
3. Les niveaux d'énergie électroniques de l'atome d'hydrogène sont $E_n = -\frac{13.6\,\text{eV}}{n^2}$ avec n entier supérieur ou égal à 1.
   (a) Quelle est la différence d'énergie Δ entre l'état fondamental et le premier niveau excité ? Application numérique.
   (b) Le niveau d'énergie E_n comporte $2n^2$ états quantiques différents : sa dégénérescence est $g_n = 2n^2$. Calculer le rapport du nombre d'atomes d'hydrogène dans le premier niveau excité sur le nombre d'atomes dans le niveau fondamental, à l'équilibre, à la température $T = 298\,\text{K}$, en fonction de Δ, k_B et T.
   (c) Quelle est l'influence des niveaux d'énergie électroniques sur la capacité thermique d'un gaz d'hydrogène atomique à température ordinaire ?
4. La plupart des atomes ont, comme l'atome d'hydrogène, des niveaux d'énergie électroniques trop élevés pour qu'ils soient peuplés par l'agitation thermique aux températures ordinaires, mais les atomes halogènes font exception. L'atome de chlore possède un niveau excité de dégénérescence $g_2 = 2$ dont la différence d'énergie est $\Delta = 0.109\,\text{eV}$ seulement. On ne tient compte dans la suite que de ces deux niveaux d'énergie.
   (a) Calculer le rapport du nombre d'atomes de chlore dans le premier niveau excité sur le nombre d'atomes de chlore dans l'état fondamental, à l'équilibre, à la température $T = 298\,\text{K}$.

(b) Exprimer en fonction de Δ et k_bT l'énergie électronique moyenne $< E_{el} >$ d'un atome de chlore en équilibre avec un thermostat à la température T. On prendra l'énergie du fondamental nulle.

(c) En déduire la contribution $C_{m,el}$ à la capacité thermique molaire du gaz atomique Cl de l'énergie électronique, en fonction de R, T et $\Theta_{el} = \Delta/k_B$.

(d) Tracer l'allure le courbe donnant $C_{m,el}/R$ en fonction de T/Θ_{el}. Commenter.

(e) Déterminer graphiquement la valeur de la température telle que la capacité thermique molaire électronique est maximale. En déduire numériquement la capacité thermique molaire électrique à cette température. S'agit-il d'une contribution significative à la capacité thermique molaire totale ?

Semaine 20 (10/03-14/03)

<u>**Notions abordées :**</u>

— Optique géométrique.
— Notions d'optique ondulatoire.

Questions de cours

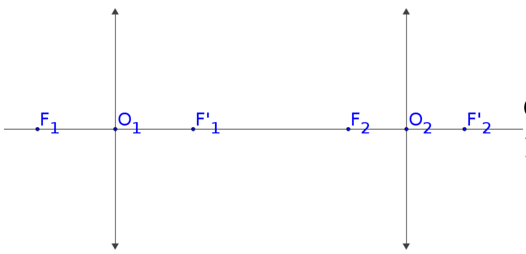
1. Quelles sont les conditions pour obtenir des interférences lumineuses. Qu'est-ce que la longueur de cohérence.
2. Énoncer le théorème de Malus.
3. Énoncer la formule de Fresnel.

Exercice 1 : Méthode de Bessel pour la focométrie

On considère un objet transverse (AB) et un écran distants de D, ainsi qu'une lentille convergente de focale f'.

1. Tracer les rayons dans le cas d'une image réelle.
2. À quelle condition peut-on former l'image de l'objet sur l'écran ? Démonstration.
3. Déterminer les positions de la lentille qui permettent d'obtenir une image sur l'écran. En déduire une méthode pour déterminer f'.

Exercice 2 : Microscope



On donne $\overline{O_1O_2} = D_0 = 75\,\text{mm}$, $f_1' = 10\,\text{mm}$ et $f_2' = 25\,\text{mm}$.

1. Que sont les conditions de Gauss et à quoi servent elles ?
2. On pose $\Delta = \overline{F_1'F_2}$. Exprimer Δ en fonction des données du problème. Calcul.
3. On souhaite qu'un œil au repos voie l'image $A'B'$ de AB par le système optique. Où est $A'B'$.

4. Où doit alors être l'image intermédiaire A_1B_1 ?
5. Exprimer la position de l'objet AB en fonction de f'_1 et Δ. Calcul.
6. Étude du grossissement :
   (a) Quelle est la taille maximale de l'image que l'on peut avoir sur la rétine sans microscope ?
   (b) Quelle est la taille de l'image sur la rétine avec microscope ?
   (c) En déduire le "grossissement commercial" du microscope.

Exercice 3 : Lunette astronomique

On souhaite observer Mars. Soit α le diamètre angulaire sous lequel elle est vue à l'œil nu. Pour cela on utilise un système optique composé de deux lentilles convergentes de focales respectives $f'_1 = f'_{obj}$ et $f'_2 = f'_{oc}$ (l'oculaire est du côté de l'œil, l'objectif est du côté de l'objet Mars).

1. On utilise un système afocal. Définir afocal. En déduire la position relative des deux lentilles.
2. Faire le tracé des rayons. L'image est-elle droite ou renversée ?
3. Soit α' le diamètre angulaire en sortie du système optique. Exprimer le grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Interpréter cette grandeur.
4. On veut augmenter le grossissement et renverser l'image. On interpose entre l'objectif et l'oculaire une troisième lentille convergente de focale f'_3. On déplace l'oculaire pour pouvoir observer l'image au repos. Quel couple de points cette nouvelle lentille doit elle conjuguer ?
5. Faire le tracé des rayons.
6. Soit γ_3 le grandissement de la nouvelle lentille associé au couple de points de la question 4. Exprimer $\overline{O_3F'_{obj}}$ en fonction de γ_3 et f'_3.
7. Quel est le grossissement G' de ce nouveau système optique. Le comparer à G et conclure.

Exercice 4 : Stigmatisme d'une lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e est constituée d'un verre d'indice n. Elle est placée dans l'air.

1. Construire le cheminement d'un rayon arrivant sur le premier dioptre avec l'incidence i. Soit r l'angle de réfraction. Le rayon transmis par la lame est-il dévié par rapport au rayon incident ? Comment appeler la modification subie ?

2. On considère un objet ponctuel A sur le rayon incident. Calculer la distance orthogonale entre le prolongement du rayon incident et le rayon transmis en fonction de e, i et r.
3. Rappeler ce qu'est le stigmatisme. Le système considéré est-il stigmatique ?
4. On se place maintenant dans les conditions de Gauss. Montrer que le système est approximativement stigmatique et déterminer la relation de conjugaison donnant $\overline{AA'}$ en fonction de n et e.
5. Dans un parc animalier, un vivarium a une épaisseur de verre de 60 cm. Situé à 20 cm de la vitre, un visiteur observe un singe sur une branche à 5.0 m devant lui. À quelle distance semble-t-il être pour l'observateur ? En déduire le grandissement angulaire du dispositif.

Réponses :

1. -
2. $d = \frac{e}{\sin i + \frac{\cos i}{\tan i - r}} = e \sin i \left(1 - \frac{\tan r}{\tan i}\right)$
3. -
4. $\overline{AA'} \approx e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$
5. $OA' = 4.80\,\mathrm{m}$ et $\gamma_\alpha = 1.04$