Colles de Physique-Chimie

Chams GHARIB

2024-2025

Table des matières

\mathbf{MPSI}		1
Semaine 0	01 (16/09-20/09)	2
Ques	stions de cours	2
Exer	cice 1 : Application des lois de Kirchoff	2
Exer	cice 2	3
Exer	cice 3 : Rendement d'un montage potentiométrique	3
Exer	cice 4 : Adaptation de puissance	3
Semaine 0	2 (23/09-27/09)	4
	stions de cours	4
Exer	cice 1 : Résistance de fuite d'un condensateur	4
Exer	cice 2 : Étude d'un circuit RL	5
Exer	cice 3 : Rendement énergétique de la charge d'un conden-	
	sateur	5
Semaine 0	$3 \ (30/09 \text{-} 04/10)$	6
Ques	stions de cours	6
Exer	cice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium	6
Exer	cice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction	7
Exer	cice 3 : Utilisation du quotient de réaction	7
Semaine 0	$4 \ (07/10 \text{-} 11/10) \ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	9
	stions de cours	9
Exer	cice 1 : Réfractomètre de Pulrich	9
Exer	cice 2	9
Exer	cice 3 : Détection de pluie sur un pare-brise	10
Semaine 0	$05 \ (14/10-18/10) \ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	11
Ques	stions de cours	11
Exer	cice 1 : Méthode de Bessel pour la focométrie	11
Exer	cice 2 : Microscope	11
	1	12
Exer	cice 4 : Stigmatisme d'une lame à faces parallèles	12
Semaine 0	06 (04/11-08/11)	14

TABLE DES MATIÈRES TABLE DES MATIÈRES

Questions de cours	14
Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse	
Exercice 2 : Temps de demi-réaction	
Exercice 3: Dismutation des ions hypochlorites	
Semaine 07 (11/11-15/11)	
Questions de cours	
Semaine 08 (18/11-22/11)	
Questions de cours	18
Exercice 1 : Exemple de régime critique	
Exercice 2 : Étude d'un circuit à deux bobines	19
Exercice 3 : Réponse à un échelon de tension d'un dipôle RLC	
parallèle	19
MPI	21
Semaine 02 (23/09-27/09)	22
Exercice 1	
Exercice 2	23
Exercice 3	23
Semaine 03 (30/09-04/10)	24
Exercice 1 : Intégration d'un créneau par un filtre passe bande	24
Exercice 2 : Shannon comme au cinéma	24
Semaine 04 $(07/10-11/10)$	25
Exercice 1 : Système à deux ressorts	
Exercice 2 : Frottement et facteur de qualité	25
Exercice 3 : Mouvement autour d'une position d'équilibre	26
Semaine 04 $(14/10-18/10)$	27
Exercice 1 : Force en $1/r^4$	
Exercice 2 : Satellite géostationnaire	27
Exercice 3 : Chute d'un satellite dans l'atmosphère	27
Exercice 4 : Pendule pesant dans une voiture accélérée	28
Exercice 5 : Limite de Roche	28
Exercice 6 : Usure d'une ligne de TGV	29
Exercice 7: Impesanteur	29
Semaine 06 $(04/11-08/11)$	30
Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion	30
Exercice 2 : Cube sur un plan incliné	30
Exercice 3 : Glissement et liaison avec une corde	30
Semaine 07 $(11/11-15/11)$	31
Questions de cours :	31
Exercice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium	31
Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction	31

TABLE DES MATIÈRES TABLE DES MATIÈRES

Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction	32
Semaine 08 (18/11-22/11)	
	33
· ·	33
	34
· · ·	34
MP	37
	31 38
	38
	39
	39
	40
	40
	40
	40
	40
	41
	41
	41
	41
	42
	42
<u> </u>	42
	43
9	44
	44
	44
	44
	45
	45
	45
· · ·	46
	47
Questions de cours :	47
Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse	47
Exercice 2: Temps de demi-réaction	47
Exercice 3: Dismutation des ions hypochlorites	48
Semaine 08 (18/11-22/11)	50
	50
	50

TABLE DES MATIÈRES TABLE DES MATIÈRES							
Exercice	2:						50

MPSI

Semaine 01 (16/09-20/09)

Notions abordées :

- Analyse dimensionnelle.
- Circuits électriques dans l'ARQS.

Questions de cours

- 1. Définir le courant électrique. Définir l'intensité du courant électrique.
- 2. Définir la tension électrique.
- 3. Décrire les conventions d'orientation des dipôles. Que valent la puissance reçues et fournies dans chaque cas?
- 4. Qu'est-ce que l'ARQS? Quelles conséquences?
- 5. Démontrer la formule du pont diviseur de tension.
- 6. Démontrer la formule du pont diviseur de courant.

Exercice 1 : Application des lois de Kirchoff

Pour chaque circuit, donner les tensions u et u_1 en fonction de e ou bien les intensités i et i_1 en fonction de i_0 .



Exercice 2



On donne $R = 10 \,\mathrm{k}\Omega$.

- 1. Tracer la caractéristique du dipôle ci-contre.
- 2. On ajoute une charge de résistance $R' = 3 \,\mathrm{k}\Omega$. Déterminer le point de fonctionnement de deux façons.

Exercice 3: Rendement d'un montage potentiométrique



Le rendement η de ce diviseur de tension est le rapport P_R de la puissance dissipée dans la résistance de charge R à la puissance P_E fournie par la source de tension E. Exprimer η en fonction de r_1 , r_2 et R.

AN : $r_1 = 750 \Omega$, $r_2 = 250 \Omega$, $R = 80 \Omega$. Commentaire.

Exercice 4 : Adaptation de puissance



Un générateur présente une tension à vide E et une résistance interne R_0 . On y branche une charge de résistance R. Pour quelle valeur de R la puissance dissipée dans la résistance R est elle maximale? Que vaut alors cette puissance?

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

— Circuits linéaires du premier ordre.

Questions de cours

- 1. Relation entre la charge d'un condensateur et sa tension aux bornes.
- 2. Relations entre intensité et tension pour un condensateur et une bobine.
- 3. Continuité des grandeurs dans un circuit électrique.
- 4. Établir l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur/une bobine.

Exercice 1 : Résistance de fuite d'un condensateur

Un condensateur réel présente des fuites de courants. Comment le modéliser?

Il est inséré dans un circuit série comportant un générateur de f.é.m E, une résistance r et un interrupteur K. On mesure la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un voltmètre idéal. On ferme K et on attend que l'indication du voltmètre se stabilise. Puis on ouvre K en déclenchant au même instant un chronomètre. On constate que la tension indiquée par le voltmètre baisse de 10% en un temps T.

On donne
$$E = 1 \text{ V}$$
, $r = 10 \text{ k}\Omega$, $T = 1.0 \text{ s}$ et $C = 19 \mu\text{F}$.

- 1. Exprimer la valeur U vers laquelle la tension aux bornes du condensateur tend lorsque K est fermé. En déduire une manière de déterminer R_f (résistance de fuite).
- 2. Montrer que la mesure du temps T permet aussi de déterminer R_f . Commenter en relation avec l'une des hypothèses de l'énoncé.

Exercice 2 : Étude d'un circuit RL



À $t = 0^-$, on ferme l'interrupteur K.

- 1. Donner i, i', i'' et s en $t = 0^+$.
- 2. Que vaut s(t) lorsque t tend vers l'infini.
- 3. Établir l'équation différentielle vérifiée par s(t).
- 4. En déduire s(t). En tracer l'allure.
- 5. Exprimer le temps t_0 au bout duquel s(t) a été divisé par 10.
- 6. On mesure $t_0 = 30 \,\mu\text{s}$ pour $R = 1.0 \,\text{k}\Omega$. En déduire L.

Exercice 3 : Rendement énergétique de la charge d'un condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C en série aux bornes duquel on place un générateur de tension idéal de f.é.m E et un interrupteur K. À l'instant t=0, on ferme l'interrupteur K et la tension u_c aux bornes du condensateur est nulle.

- 1. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c .
- 2. Déterminer $u_c(t)$ et en tracer l'allure.
- 3. Mêmes questions pour l'intensité du courant parcourant le circuit.
- 4. Exprimer en fonction de C et E:
 - L'énergie \mathcal{E}_{elec} emmagasinée par le condensateur quand $t \to +\infty$.
 - L'énergie W_{Joule} dissipée par effet Joule dans la résistance entre t = 0 et $t \to +\infty$.
 - L'énergie W_{gen} fournie par le générateur entre t=0 et $t\to +\infty$.
- 5. Donner une relation liant \mathcal{E}_{elec} , W_{Joule} et W_{gen} et proposer une interprétation physique de cette relation. Comment définir puis exprimer un rendement?

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées:

- Circuits linéaires du premier ordre (cf semaine précédente).
- Équilibre chimique.

Questions de cours

- 1. Une mole de méthane réagit avec une mole de dioxygène selon une réaction de combustion. Déterminer la composition finale du système. (Équilibrer + Tableau d'avancement + Avancement final pour une réaction totale).
- 2. Exprimer l'activité d'une espèce chimique dans un mélange. Préciser les hypothèses nécessaires.
- 3. Exprimer le quotient réactionnel d'une réaction donnée et prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.

Exercice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium

Le dioxyde d'uranium solide réagit avec le fluorure d'hydrogène gazeux pour former du tétrafluorure d'uranium solide et de la vapeur d'eau.

On maintient la température égale à $700\,\mathrm{K}$ et la pression totale à 1 bar. La constante d'équilibre à $700\,\mathrm{K}$ est égale à $K^\circ = 6.8 \times 10^4$.

- 1. Écrire la réaction.
- 2. On part de 1.0 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Quelle sera la composition finale du système?
- 3. Même question en partant de 0.10 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Que remarque-t-on dans ce cas?

Réponses:

- 1. -
- 2. $\xi = 0.24 \,\mathrm{mol}$.
- 3. -

Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction.

Pour préparer industriellement du dihydrogène, on fait réagir en phase gazeuse du méthane avec de l'eau. La réaction produit également du monoxyde de carbone.

La réaction se déroule sous une pression totale constante $p_{tot} = 10$ bar. La constante d'équilibre vaut $K^{\circ} = 15$. Initialement, le système contient 10 mol de méthane, 30 mol d'eau, 5 mol de monoxyde de carbone et 15 mol de dihydrogène.

- 1. Exprimer la constante d'équilibre en fonction des pressions partielles des constituants.
- 2. Exprimer le quotient de réaction Q en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants et de la pression totale. Calculer Q dans l'état initial.
- 3. Le système est-il à l'équilibre thermodynamique? Si non, dans quel sens se produira l'évolution?
- 4. Déterminer la composition du système à l'équilibre.

Réponses:

- 1. -
- 2. Q = 1.56.
- 3. -
- 4. $\xi = 3.6 \,\mathrm{mol}$.

Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction.

Un récipient de volume $V_0 = 2.00 \,\mathrm{L}$ contient initialement $0.500 \,\mathrm{mol}$ de COBr_2 qui se décompose à une température de 346 K selon la réaction :

$$\mathrm{COBr}_{2(g)} = \mathrm{CO}_{(g)} + \mathrm{Br}_{2(g)}$$

.

- 1. Déterminer la composition du système à l'équilibre sachant que la constante d'équilibre à 346 K vaut $K^{\circ} = 5.46$.
- 2. Calculer le pour centage de ${\rm COBr_2}$ décomposé à cette température.
- 3. L'équilibre précédent étant réalisé, on ajoute 2.00 mol de monoxyde de carbone. L'équilibre chimique est-il réalisé? Si non, décrire l'évolution ultérieure du système.

MPSI SEMAINE 03 (30/09-04/10)

Réponses :

- 1. $\xi = 0.285 \,\text{mol}.$
- 2. 57 %.
- 3. $Q = 43.2, \, \xi' = 0.077 \, \text{mol.}$

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :

- Équilibre chimique (cf semaine précédente).
- Bases de l'optique géométrique.

Questions de cours

- 1. Énoncer les lois de Snell-Descartes.
- 2. Définir un rayon lumineux et un MTHI.
- 3. Indice de réfraction? Phénomène de réflexion totale?

Exercice 1 : Réfractomètre de Pulrich



Un réfractomètre de Pulrich est constitué d'un cube de verre d'indice N connu sur lequel on a déposé une goutte d'un liquide d'indice n inconnu. On observe un faisceau de rayons parallèles à la limite réfraction - réflexion totale et on mesure l'angle α correspondant. On donne N=1.626 et $\alpha=60^{\circ}$.

- 1. Que vaut n?
- 2. Quelles sont les valeurs mesurables de n avec ce dispositif?

Réponse : n = 1.376

Exercice 2



Un disque en liège de diamètre $D=5\,\mathrm{cm}$ flotte sur l'eau. Il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre.

Quelle est la longueur h de la partie de la tige qu'un observateur dans l'air ne peut pas voir?

Réponse : $h = 2.1 \,\mathrm{cm}$.

Exercice 3 : Détection de pluie sur un pare-brise



On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e=5\,\mathrm{mm}$, d'indice $n_v=1.5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en I avec un angle d'incidence $i=60^\circ$.

- 1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED.
- 2. Comment ce dispositif permet-il de détecter un dépôt de pluie sur le pare-brise? On supposera une épaisseur d'eau de 1 mm.

Réponses:

- 1. $i_{lim} = 41.8^{\circ}$.
- 2. Distance au détecteur de 0.9 cm.

Semaine 05 (14/10-18/10)

Notions abordées:

- Bases de l'optique géométrique (cf semaine précédente).
- Systèmes optiques.

Questions de cours

Cf exercices

Exercice 1 : Méthode de Bessel pour la focométrie

On considère un objet transverse (AB) et un écran distants de D, ainsi qu'une lentille convergente de focale f'.

- 1. Tracer les rayons dans le cas d'une image réelle.
- 2. À quelle condition peut-on former l'image de l'objet sur l'écran? Démonstration.
- 3. Déterminer les positions de la lentille qui permettent d'obtenir une image sur l'écran. En déduire une méthode pour déterminer f'.

Exercice 2: Microscope



- 1. Que sont les conditions de Gauss et à quoi servent elles?
- 2. On pose $\Delta=\overline{F_1'F_2'}.$ Exprimer Δ en fonction des données du problème. Calcul.
- 3. On souhaite qu'un œil au repos voie l'image A'B' de AB par le système optique. Où est A'B'.
- 4. Où doit alors être l'image intermédiaire A_1B_1 ?
- 5. Exprimer la position de l'objet AB en fonction de f'_1 et Δ . Calcul.
- 6. Étude du grossissement :

- (a) Quelle est la taille maximale de l'image que l'on peut avoir sur la rétine sans microscope?
- (b) Quelle est la taille de l'image sur la rétine avec microscope?
- (c) En déduire le "grossissement commercial" du microscope.

Exercice 3: Lunette astronomique

On souhaite observer Mars. Soit α le diamètre angulaire sous lequel elle est vue à l'œil nu. Pour cela on utilise un système optique composé de deux lentilles convergentes de focales respectives $f_1' = f_{obj}'$ et $f_2' = f_{oc}'$ (l'oculaire est du côté de l'œil, l'objectif est du côté de l'objet Mars).

- 1. On utilise un système afocal. Définir afocal. En déduire la position relative des deux lentilles.
- 2. Faire le tracé des rayons. L'image est-elle droite ou renversée?
- 3. Soit α' le diamètre angulaire en sortie du système optique. Exprimer le grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Interpréter cette grandeur.
- 4. On veut augmenter le grossissement et renverser l'image. On interpose entre l'objectif et l'oculaire une troisième lentille convergente de focale f'_3 . On déplace l'oculaire pour pouvoir observer l'image au repos. Quel couple de points cette nouvelle lentille doit elle conjuguer?
- 5. Faire le tracé des rayons.
- 6. Soit γ_3 le grandissement de la nouvelle lentille associé au couple de points de la question 4. Exprimer $\overline{O_3F'_{obj}}$ en fonction de γ_3 et f'_3 .
- 7. Quel est le grossissement G' de ce nouveau système optique. Le comparer à G et conclure.

Exercice 4 : Stigmatisme d'une lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e est constituée d'un verre d'indice n. Elle est placée dans l'air.

- 1. Construire le cheminement d'un rayon arrivant sur le premier dioptre avec l'incidence i. Soit r l'angle de réfraction. Le rayon transmis par la lame est-il dévié par rapport au rayon incident ? Comment appeler la modification subie ?
- 2. On considère un objet ponctuel A sur le rayon incident. Calculer la distance entre le prolongement du rayon incident et le rayon transmis en fonction de e, i et r.

- 3. Rappeler ce qu'est le stigmatisme. Le système considéré est-il stigmatique?
- 4. On se place maintenant dans les conditions de Gauss. Montrer que le système est approximativement stigmatique et déterminer la relation de conjugaison donnant $\overline{AA'}$ en fonction de n et e.
- 5. Dans un parc aquatique, les aquariums ont une épaisseur de verre de 60 cm. Situé à 20 cm de la vitre, un visiteur observe un requin marteau nageant à 1.0 m devant lui. À quelle distance semble-t-il être pour l'observateur?

Réponse : $\overline{R'A} = 75.0 \,\mathrm{cm}$.

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées :

- Systèmes optiques (cf semaine précédente).
- Cinétique chimique.

Questions de cours

- 1. Définir la vitesse d'une réaction chimique. Quelle est son unité?
- 2. Qu'est ce que l'ordre d'une réaction chimique? L'ordre partiel? La constante de vitesse?
- 3. Donner la loi d'Arrhenius.

Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse

Dans un récipient de volume fixé V, on introduit à 600 K de l'azométhane $\mathrm{CH_3N_2CH_{3(g)}}$. Celui-ci se décompose en éthane et en diazote gazeux.

L'évolution de la réaction est suivie par manométrie et une série de mesures a donné la pression partielle p_A en azométhane :

$t (10^3 \text{ s})$		l			4.00
$p_A (10^{-2} \text{ mmHg})$	$p_0 = 8.21$	5.74	4.00	2.80	1.96

- 1. Écrire l'équation bilan de la réaction.
- 2. Vérifier que la réaction est d'ordre 1 par rapport au réactif et calculer sa constante de vitesse.

Réponse : $k = 3.58 \times 10^{-4} \, \mathrm{s}^{-1}$

Exercice 2 : Temps de demi-réaction

La réaction de décomposition totale du pentaoxyde de diazote N_2O_5 en dioxyde d'azote NO_2 et dioxygène a lieu en phase gazeuse. L'expérience est menée dans un récipient de volume V constant, initialement vide, en amenant du pentaoxyde de diazote de manière à ce que la pression initiale soit p_0 .

1. On mesure la pression p(t) au cours du temps. On veut évaluer la constante cinétique en mesurant le temps de demi-réaction. Quelle doit être la lecture de p sur le manomètre pour ce temps?

- 2. Le tracé de la courbe $\ln p(N_2O_5)$ en fonction du temps est une droite. En déduire l'ordre de la réaction. Tracer l'allure de la pression en fonction du temps.
- 3. Une première mesure réalisée à $\theta = 150\,^{\circ}\text{C}$ permet de mesurer un temps de demi réaction $t_{1/2} = 7.5\,\text{s}$. Une seconde mesure réalisée à $\theta' = 100\,^{\circ}\text{C}$ permet de mesurer un temps de demi-réaction $t'_{1/2} = 7.0\,\text{min}$. Calculer la constante de vitesse pour ces deux températures.
- 4. Calculer l'énergie d'activation de la réaction.

Réponses :

- 1. $p_{1/2} = \frac{7}{4}p_0$.
- 2. -
- 3. $k = 9.2 \times 10^{-2} \,\mathrm{s}^{-1}$ et $k' = 1.7 \times 10^{-3} \,\mathrm{s}^{-1}$.
- 4. $E_a = 1.1 \times 10^2 \,\text{kJ mol}^{-1}$.

Exercice 3: Dismutation des ions hypochlorites

En solution aqueuse, les ions hypochlorite ClO⁻ peuvent se dismuter selon la réaction totale

 $ClO^{-} = \frac{1}{3}ClO_{3}^{-} + \frac{2}{3}Cl^{-}$

La vitesse de la réaction r, définie comme la vitesse de disparition des ions hypochlorite ClO^- suit une loi cinétique de second ordre, dont la constante de vitesse est notée k.

On provoque cette réaction dans une solution contenant initialement des ions hypochlorite à la concentration $c_0 = 0.10 \,\mathrm{mol}\,\mathrm{L}^{-1}$.

À $T=343\,\mathrm{K}$, la constante de vitesse de la solution est $k=3.1\times10^{-3}\,\mathrm{mol^{-1}\,dm^3\,s^{-1}}$.

L'énergie d'activation de cette réaction au voisinage des températures considérées ici est $E_a = 47 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$.

- 1. Donner l'équation horaire de la concentration en ions hypochlorite.
- 2. Au bout de combien de temps, noté t_{30} , aura-t-on obtenu la disparition de 30% des ions hypochlorite?
- 3. Quel serait à $T' = 363 \,\mathrm{K}$ le temps t'_{30} nécessaire pour obtenir le même taux d'avancement de 30% à partir de la même solution initiale?

Réponses :

MPSI SEMAINE 06 (04/11-08/11)

- 1. -
- 2. $t_{30} = 23 \,\mathrm{min}$.
- 3. $t'_{30} = 9 \min 20 \text{ s.}$

Semaine 07 (11/11-15/11)

Notions abordées:

- Cinétique chimique (cf semaine précédente).
- Oscillateurs harmoniques.

Questions de cours

- 1. Établir et reconnaître l'équation d'un circuit LC. La résoudre compte tenu des conditions initiales.
- 2. Résoudre l'équation de l'oscillateur harmonique avec les conditions initiales u(0) = 3E et $\dot{u}(0) = 4\omega E$. Quelle est la phase à l'origine?
- 3. Dans le cadre du circuit LC libre montrer la conservation et l'équipartition de l'énergie (conditions initiales arbitraires).

Exercices de chimie cf semaine précédente.

Semaine 08 (18/11-22/11)

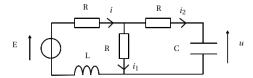
Notions abordées :

- Oscillateur harmonique (cf semaine précédente).
- Oscillateur amorti.

Questions de cours

- 1. Établir l'équation d'un circuit RLC série.
- 2. Donner l'équation de l'oscillateur amorti et ses solutions dans le cas général.
- 3. Résoudre l'équation de l'oscillateur harmonique avec les conditions initiales u(0) = 3E et $\dot{u}(0) = 4\omega E$. Quelle est la phase à l'origine?

Exercice 1 : Exemple de régime critique



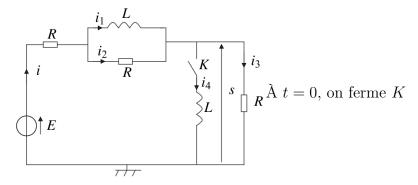
Initialement le condensateur est déchargé et aucun courant ne traverse la bobine.

- 1. Déterminer directement $u(\infty)$ et $i(\infty)$.
- 2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u(t).
- 3. Quelle est la relation entre R, L et C pour vérifier la condition de régime critique? On suppose cette condition vérifiée dans la suite.
- 4. Quelles sont les conditions initiales?
- 5. Déterminer u(t).

Réponses:

- 1. -
- 2. u'' + 1/2(3R/L + 1/RC)u' + u/LC = E/2LC
- 3. $L = R^2C$
- 4. u = 0, u' = 0.
- 5. $u(t) = E/2 E/2(1 + t/RC)e^{-t/RC}$

Exercice 2 : Étude d'un circuit à deux bobines

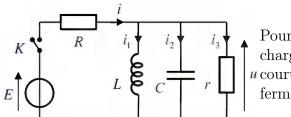


- 1. Déterminer les conditions initiales pour i, i_1 , i_2 , i_3 et i_4 . Déterminer également leurs valeurs pour $t \to +\infty$.
- 2. Établir l'équation différentielle vérifiée par s(t).
- 3. Déterminer s(t).

Réponses:

- 1. En $t = 0^+$, $i_1 = E/2R$, $i_3 = E/2R$, i = E/R, $i_2 = 0$, $i_4 = 0$.
- 2. $3s'' + 4R/Ls' + (R/L)^2s = 0$
- 3. $s(t) = \frac{E}{4} \left(\exp \left(-\frac{R}{L}t + \exp \left(-\frac{R}{3L}t \right) \right) \right)$

Exercice 3 : Réponse à un échelon de tension d'un dipôle RLC parallèle



Pour t<0, le condensateur est déchargé et la bobine idéale n'est paru courue par aucun courant. À t=0, on ferme K

- 1. Déterminer les conditions initiales pour u, i, i_1 , i_2 et i_3 . Déterminer également leurs valeurs pour $t \to +\infty$.
- 2. Établir l'équation différentielle vérifiée par i_3 . La mettre sous forme canonique.
- 3. Donner la relation entre R, r, L et C pour que le régime soit de type pseudopériodique et exprimer $i_3(t)$ dans ce cas.

Réponses :

MPSI SEMAINE 08 (18/11-22/11)

- 1. En $t=0^+,\,u=0,\,i_1=0,\,i_3=0,\,i=E/R,\,i_2=E/R.$ En $t\to +\infty,\,u=0,\,i=i_1=E/R,\,i_2=i_3=0$
- 2. -
- 3. $\frac{2rR}{R+r} > \sqrt{\frac{L}{C}}$

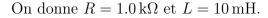
MPI

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

- Révisions de MPSI en électronique.
- Filtrage d'un signal périodique.

Exercice 1



- 1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser?
- 2. Déterminer sa fonction de transfert.
- 3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
- 4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \, \mathrm{Hz}, \, f_2 = 1 \, \mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100 \, \mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s .
- 5. v_e est maintenant un triangle de fréquence 60 Hz. Quelle est la forme de v_s ?



Exercice 2



- 1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser?
- 2. Déterminer sa fonction de transfert.
- 3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
- 4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \,\mathrm{Hz}, \, f_2 = 1 \,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100 \,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s .
- 5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur? Intégrateur?

Exercice 3



On donne $R = 1.0 \,\mathrm{k}\Omega$ et $C = 500 \,\mathrm{nF}$.

- 1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser?
- 2. Déterminer sa fonction de transfert.
- 3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
- 4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \,\mathrm{Hz}, f_2 = 1 \,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100 \,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s .

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées:

- Électronique de MPSI.
- Filtrage d'un signal périodique.
- Numérisation.
- Portes logiques.

Exercice 1 : Intégration d'un créneau par un filtre passe bande

Une tension créneau est injectée dans un filtre passe-bande non inverseur d'ordre 2, de pulsation de résonance ω_0 , de facteur de qualité Q et de gain maximum G_0 . La pulsation ω de la tension créneau est supposée grande devant ω_0 .

- 1. Écrire la fonction de transfert du filtre.
- 2. Montrer que ce filtre se comporte vis-à-vis du créneau d'entrée comme un intégrateur.
- 3. Écrire l'équation différentielle reliant la tension d'entrée $v_e(t)$ et la tension de sortie $v_s(t)$ de l'intégrateur. Qu'obtient-on précisément en sortie du filtre? Comment seraient modifiés les résultats si on ajoutait une tension continue au créneau à l'entrée?

Exercice 2 : Shannon comme au cinéma

Au cinéma, lorsqu'on regarde les roues d'une voiture qui démarre, on les voit d'abord tourner dans le sens réel puis elles semblent tourner à l'envers. Expliquer d'où provient cette illusion. Qu'observe-t-on en visionnant le film lorsque les roues de la voiture tournent à $f_1 = 1200 \, \text{tours/min}$? Et à $f_2 = 1680 \, \text{tours/min}$.

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :

- Électrocinétique.
- Mécanique de MPSI.

Exercice 1 : Système à deux ressorts

On considère une masse m astreinte à se déplacer sur un axe horizontal (Ox) et fixée à une paroi à gauche et une à droite par deux ressorts identiques (k, l_0) . Les parois sont distantes de L.

- 1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la masse m.
- 2. En déduire la position d'équilibre x_e .
- 3. Étudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre.
- 4. On envisage l'existence d'un frottement fluide d'intensité proportionnelle à la vitesse via une constante β . Établir l'équation différentielle du mouvement. Pour quelles valeurs de β la masse m oscille-t-elle?
- 5. Comment choisir β pour un retour le plus rapide à la position d'équilibre. Quel est le temps caractéristique d'amortissement?

Exercice 2 : Frottement et facteur de qualité

On considère un ressort horizontal de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Une extrémité du ressort est fixe et l'autre attachée à un mobile de masse m. Le mobile subit une force de frottement fluide proportionnelle à sa vitesse via une constante β .

- 1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement. Introduire une pulsation propre et un facteur de qualité.
- 2. Résoudre l'équation différentielle. Simplifier l'expression dans le cas $Q\gg 1$.
- 3. En déduire que Q est une bonne approximation du nombre d'oscillations avant le retour à l'équilibre.
- 4. On considère maintenant l'énergie mécanique relative perdue sur une pseudo-période. L'exprimer en fonction de Q.
- 5. On considère maintenant un opérateur qui impose une force $\vec{F(t)} = mA\cos\omega t\vec{e_x}$. Déterminer la fonction de transfert du système et interpréter Q d'une nouvelle façon.

Exercice 3: Mouvement autour d'une position d'équilibre

Soit un point matériel de masse m astreint à se déplacer selon un axe (Ox) et d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{-a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$ avec a, b > 0.

- 1. Montrer en général qu'une position d'équilibre correspond à un extremum local d'énergie potentiel. À quelle condition une position d'équilibre est-elle stable? instable?
- 2. Tracer le profil d'énergie potentiel.
- 3. Déterminer la ou les position(s) d'équilibre ainsi que leur stabilité.
- 4. Étudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.
- 5. Déterminer, dans le cas d'une énergie potentielle générale, l'expression de la pulsation des petites oscillations.

Semaine 04 (14/10-18/10)

Notions abordées:

- Mécanique de MPSI (forces centrales).
- Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1 : Force en $1/r^4$

On considère un point matériel de masse m soumis à la force $\vec{F} = \frac{-K}{r^4} \vec{e_r}$, avec K > 0.

- 1. Montrer que le mouvement est plan et qu'il vérifie la loi des aires.
- 2. Définir une énergie potentielle effective et la tracer.
- 3. Discuter graphiquement les trajectoires possibles. Justifier. Existe-t-il une trajectoire circulaire?

Exercice 2 : Satellite géostationnaire

- 1. Définir un satellite géostationnaire et déterminer son orbite. Justifier.
- 2. Quel travail faut il fournir pour l'élever en altitude de 50 km?
- 3. L'essence à une énergie spécifique de $13.1\,\mathrm{kWh/kg}$ et une masse volumique de $745\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$. En déduire le volume de carburant nécessaire pour effectuer la manœuvre.

Réponses:

- 1. $42 \times 10^3 \, \text{km}$
- 2. $5.7 \times 10^6 \,\mathrm{J}$
- 3. $0.13 \,\mathrm{kg}$ et $0.16 \,\mathrm{L}$.

Exercice 3 : Chute d'un satellite dans l'atmosphère

- 1. Un satellite est en orbite circulaire autour de la Terre. Montrer qu'il existe une relation simple entre E_c et E_p . Exprimer l'énergie mécanique en fonction de r.
- 2. Comment évolue la vitesse d'un satellite freiné par l'atmosphère?
- 3. Son altitude est $h = 180 \,\mathrm{km}$ et la force de frottement a pour norme $\beta m v^2/h$.
 - (a) Préciser l'unité de β .

(b) Déterminer la variation d'altitude Δh après une révolution. On proposera les hypothèses appropriées.

Réponse : $\Delta h = -28.3 \,\mathrm{m}$.

Exercice 4 : Pendule pesant dans une voiture accélérée

Une tige homogène de longueur l et de masse totale m est accrochée en un point A du plafond d'une voiture. La voiture est en translation rectiligne d'accélération a par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le moment d'inertie de la tige par rapport au point A est $J = \frac{1}{3}ml^2$. On admet que le point d'application de la force d'inertie d'entraînement est le centre d'inertie de la tige.

- 1. Déterminer l'angle d'équilibre du pendule dans le référentiel de la voiture.
- 2. Déterminer la période T des petites oscillations du pendule autour de la position d'équilibre.

Exercice 5: Limite de Roche



On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se sépare en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marée dues à Jupiter.

On modélise la comète par deux sphères identiques de masses m et de rayon r, alignées comme sur le dessin. On suppose que la comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter.

- 1. Montrer que le mouvement du centre d'inertie de la comète est uniforme. Quelle est la nature du mouvement du référentiel de la comète par rapport au référentiel de Jupiter?
- 2. Soit R la réaction de la sphère (1) sur la sphère (2). Dans le référentiel de la comète, appliquer le PFD à une des deux sphères.
- 3. À quelle condition le contact entre les sphères est-il rompu? Déterminer, sachant que $r \ll d$, la distance limite d_{lim} en dessous de laquelle il ne peut exister de comètes.

Données : $M_J=1.9\times 10^{27}\,\mathrm{kg},~R_J=7.1\times 10^4\,\mathrm{km}$ et masse volumique de la comète $\rho_c=1.0\times 10^3\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$.

Réponse : $d_{lim} = 1.8 \times 10^5 \, \text{km}.$

Exercice 6 : Usure d'une ligne de TGV

Un train grande vitesse se dirige vers le sud, depuis Paris (latitude 48.8°). On considère son mouvement dans le référentiel terrestre non galiléen. Montrer qu'apparaît une réaction horizontale de la voie sur le train. La comparer à la réaction verticale.

Exercice 7: Impesanteur

Existe-t-il un endroit où $\vec{q} = \vec{0}$? Commenter la valeur numérique obtenue.

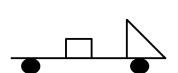
Réponse : $42 \times 10^3 \,\mathrm{km}$

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées:

- Mécanique de MPSI.
- Dynamique en référentiel non galiléen.
- Lois du frottement de Coulomb.

Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion



Le camion accélère avec l'accélération constante a.

- 1. À quelle condition le glissement commence-t-il?
- 2. Au bout de combien de temps la caisse atteint-elle le rebord?
- 3. Quelle distance parcourt-elle après être tombée?
- 4. La caisse glisse-t-elle ou bascule-t-elle lors de l'accélération?

Exercice 2 : Cube sur un plan incliné

Un cube repose sur un plan incliné d'un angle α . On augmente α très lentement.

- 1. À quelle condition le glissement commence-t-il?
- 2. A quelle condition le cube bascule-t-il?
- 3. Qu'est ce qui arrive en premier? On donne le coefficient de frottement bois-bois f=0.4.

Exercice 3: Glissement et liaison avec une corde



Deux caisses sont liées par une corde qui passe par une poulie. On prend en compte le frottement de la grosse caisse sur la surface. En précisant les hypothèses utilisées, déterminer l'altitude de la caisse suspendue en fonction du temps.

Semaine 07 (11/11-15/11)

Notions abordées:

- Transformations chimiques d'un système.
- Acides et bases, réactions acide-base.

Questions de cours :

- 1. Une mole de méthane réagit avec une mole de dioxygène selon une réaction de combustion. Déterminer la composition finale du système.
- 2. Exprimer l'activité d'une espèce chimique pure, en phase condensée ou très diluée en solution aqueuse.
- 3. Exprimer le quotient réactionnel d'une réaction donnée et prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.

Exercice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium

Le dioxyde d'uranium solide réagit avec le fluorure d'hydrogène gazeux pour former du tétrafluorure d'uranium solide et de la vapeur d'eau.

On maintient la température égale à $700\,\mathrm{K}$ et la pression totale à 1 bar. La constante d'équilibre à $700\,\mathrm{K}$ est égale à $K^\circ = 6.8 \times 10^4$.

- 1. Écrire la réaction.
- 2. On part de 1.0 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Quelle sera la composition finale du système?
- 3. Même question en partant de 0.10 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Que remarque-t-on dans ce cas?

Réponses:

- 1. -
- 2. $\xi = 0.24 \,\text{mol}$.
- 3. -

Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction.

Pour préparer industriellement du dihydrogène, on fait réagir en phase gazeuse du méthane avec de l'eau. La réaction produit également du monoxyde de carbone.

La réaction se déroule sous une pression totale constante $p_{tot} = 10$ bar. La constante d'équilibre vaut $K^{\circ} = 15$. Initialement, le système contient 10 mol de méthane, 30 mol d'eau, 5 mol de monoxyde de carbone et 15 mol de dihydrogène.

- 1. Exprimer la constante d'équilibre en fonction des pressions partielles des constituants.
- 2. Exprimer le quotient de réaction Q en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants et de la pression totale. Calculer Q dans l'état initial.
- 3. Le système est-il à l'équilibre thermodynamique? Si non, dans quel sens se produira l'évolution?
- 4. Déterminer la composition du système à l'équilibre.

Réponses:

- 1. -
- 2. Q = 1.56.
- 3. -
- 4. $\xi = 3.6 \,\mathrm{mol}$.

Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction.

Un récipient de volume $V_0=2.00\,\mathrm{L}$ contient initialement $0.500\,\mathrm{mol}$ de $\mathrm{COBr_2}$ qui se décompose à une température de $346\,\mathrm{K}$ en monoxyde de carbone et en dibrome gazeux.

- 1. Déterminer la composition du système à l'équilibre sachant que la constante d'équilibre à 346 K vaut $K^{\circ} = 5.46$.
- 2. Calculer le pourcentage de COBr₂ décomposé à cette température.
- 3. L'équilibre précédent étant réalisé, on ajoute 2.00 mol de monoxyde de carbone. L'équilibre chimique est-il réalisé? Si non, décrire l'évolution ultérieure du système.

Réponses:

- 1. $\xi = 0.285 \,\mathrm{mol}$.
- 2. 57 %.
- 3. $Q = 43.2, \, \xi' = 0.077 \,\text{mol}.$

Semaine 08 (18/11-22/11)

Notions abordées :

- Transformations chimiques d'un système.
- Acides et bases, réactions acide-base.
- Réaction d'oxydoréduction et piles.
- Dosages.

Questions de cours

- 1. Réaliser le schéma d'une pile.
- 2. Écrire une réaction d'oxydoréduction entre l'ion cuivre au degré d'oxydation 2 et l'argent solide.
- 3. Écrire l'équation d'une réaction acide-base et déterminer la valeur de sa constante thermodynamique d'équilibre en fonction des pKa des couples mis en jeu.

Exercice 1: Vitamine C

La vitamine C, aussi appelée acide ascorbique, est un diacide noté $AscH_2$.

- 1. Dresser le diagramme de prédominance des espèces acido-basiques issues de l'acide ascorbique en fonction du pH de la solution.
- 2. On dissout dans l'eau un comprimé contenant $500\,\mathrm{mg}$ d'acide ascorbique dans une fiole jaugée de volume $V=200\,\mathrm{mL}$. Déterminer l'état d'équilibre de la solution obtenue.
- 3. La vitamine C existe aussi en comprimé tamponné, réalisée en mélangeant l'acide ascorbique $AscH_2$ et de l'ascorbate de sodium AscHNa. Un comprimé de vitamine C tamponnée de masse m en principe actif (acide ascorbique sous ses deux formes, diacide et monoacide) est dissous dans $V'=100\,\mathrm{mL}$ d'eau distillée. La solution obtenue a un pH égal à 4.4. Déterminer la masse d'acide ascorbique et la masse d'ascorbate de sodium contenues dans ce cachet. On prendra $m=500\,\mathrm{mg}$ pour les applications numériques.

Données:

- Les deux pKa associés à l'espèce étudiée sont 4.2 et 11.6.
- $-M(AscH_2) = 176 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1}, M(AscHNa) = 198 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1}.$

— S'il y a plusieurs réactions possibles, on se concentrera sur celle dont la constante thermodynamique est la plus élevée (réaction prépondérante).

Réponses:

- 1. -
- 2. $[AscH_2] = 1.4 \times 10^{-2} \,\mathrm{mol}\,\mathrm{L}^{-1}, \, [AscH_-] = [H_3O^+] = 9.4 \times 10^{-4} \,\mathrm{mol}\,\mathrm{L}^{-1}$
- 3. $m_a = 1.9 \times 10^2 \,\mathrm{mg}, m_b = 3.4 \times 10^2 \,\mathrm{mg}.$

Exercice 2 : Titrage du dioxyde de soufre dans le vin

La concentration en masse de dioxyde de soufre dans un vin blanc ne doit pas excéder $210\,\mathrm{mg}\,\mathrm{L}^{-1}$. Pour vérifier la conformité de la concentration en dioxyde de soufre d'un vin blanc, on utilise une solution titrante de concentration $C_1 = 7.80 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}\,\mathrm{L}^{-1}$ en diiode. Dans un erlenmeyer, on verse un volume $V_2 = 25.0\,\mathrm{mL}$ de vin blanc. On ajoute $2\,\mathrm{mL}$ d'acide sulfurique pour acidifier le milieu. Lors du titrage du vin blanc, l'équivalence est obtenue après avoir versé un volume $V_E = 6.1\,\mathrm{mL}$ de solution titrante. La réaction support du titrage s'écrit

$$SO_2(aq) + I_2(aq) + 2H_2O(l) \rightarrow SO_4^{2-}(aq) + 2I^-(aq) + 4H^+(aq)$$

Ce vin est il conforme à la législation?

Donnée: $M(SO_2) = 64.1 \,\mathrm{g/mol}$

Réponse : $120 \,\mathrm{mg/L} < 210 \,\mathrm{mg/L}$.

Exercice 3: Pile à combustible

Dans certaines piles à combustible, on utilise le dihydrogène comme combustible et le dioxygène comme comburant.

- 1. Écrire la réaction de combustion du dihydrogène par le dioxygène.
- 2. Cette réaction est en fait l'association de deux demi-équations d'oxydoréduction mettant en jeu les couples $\mathrm{H^+/H_{2(g)}}$ et $\mathrm{O_{2(g)}/H_2O}$. Écrire les demi-équations d'oxydoréduction.
- 3. Les deux demi-réactions ont lieu sur deux électrodes. Indiquer la réaction cathodique et la réaction anodique.
- 4. Donner l'expression du potentiel d'oxydoréduction pour les deux couples.

5. Exprimer la constante d'équilibre K^o en fonction des potentiels standards des couples. Calculer sa valeur. Commenter.

Données : $E^o(H^+, H_2) = 0.00 \ V, \ E^o(O_2, H_2O) = 1.23 \ V.$

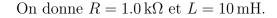
MP

Semaine 01 (16/09-20/09)

Notions abordées:

- Révisions de MPSI en électronique.
- Filtrage d'un signal périodique.
- Traitement numérique du signal.

Exercice 1



- 1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser?
- 2. Déterminer sa fonction de transfert.
- 3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
- 4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \, \mathrm{Hz}, \, f_2 = 1 \, \mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100 \, \mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s .
- 5. v_e est maintenant un triangle de fréquence 60 Hz. Quelle est la forme de v_s ?



Exercice 2



- 1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser?
- 2. Déterminer sa fonction de transfert.
- 3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
- 4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \,\mathrm{Hz}, \, f_2 = 1 \,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100 \,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s .
- 5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur? Intégrateur?

Exercice 3



On donne $R = 1.0 \,\mathrm{k}\Omega$ et $C = 500 \,\mathrm{nF}$.

- 1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser?
- 2. Déterminer sa fonction de transfert.
- 3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
- 4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \,\mathrm{Hz}, f_2 = 1 \,\mathrm{kHz}$ et $f_3 = 100 \,\mathrm{kHz}$. Écrire v_e puis v_s .

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

- Mécanique du point.
- Traitement numérique du signal.

Exercice 1

- 1. Définir un satellite géostationnaire et calculer son altitude.
- 2. Quel travail faut il fournir pour augmenter son altitude de 50 km.

Exercice 2

On considère un point matériel astreint à se déplacer autour d'un anneau en rotation autour d'un diamètre, à ω constante.

Positions d'équilibre? Stabilité?

Exercice 3

On cherche à graver sur un CD une musique. Toutefois, il existe un signal parasite à $f_p=42.1\,\mathrm{kHz}.$

- 1. Échantillonnage sur 16 bits. Quelle est la taille du fichier si la durée vaut 74 minutes.
- 2. Le critère de Shannon est il vérifié? Conséquence?
- 3. Comment résoudre ce problème?

Exercice 4

Décrire le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique statique uniforme.

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées:

- Traitement numérique du signal.
- Mécanique de MPSI.
- Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1

Une tige rigide est en rotation uniforme autour de son axe à la pulsation ω . Un mobile M est lié par un fil au point O situé sur l'axe à l'altitude h.

- 1. Démontrer la loi de composition des accélérations pour un référentiel en rotation uniforme.
- 2. Déterminer l'angle α_0 d'équilibre du mobile.
- 3. Étudier la stabilité de la position d'équilibre.

Exercice 2

Un électron et un proton de même énergie cinétique sont plongés dans un champ magnétique uniforme, orthogonal à leur vitesse initiale.

- 1. Décrire qualitativement les trajectoires.
- 2. Comparer:
 - Leur vitesse.
 - Le rayon de leur trajectoire.
 - Leur période.
- 3. Calculer la force centrifuge subie par l'électron.

Exercice 3

Un mobile M coulisse sans frottement sur un axe horizontal (Ox) dans un train qui accélère avec une accélération $A\vec{u_x}$, le point O étant fixé à l'arrière du wagon. Entre O et M on place un ressort (k, l_0) . À t = 0, $x = l_0$ et la vitesse de M dans le référentiel du train est nulle.

- 1. Démontrer la loi de composition des accélérations dans un référentiel uniformément accéléré.
- 2. Établir x(t).

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées:

- Mécanique de MPSI (forces centrales et dynamique du solide).
- Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1 : Pendule pesant dans une voiture accélérée

Une tige homogène de longueur l et de masse totale m est accrochée en un point A du plafond d'une voiture. La voiture est en translation rectiligne d'accélération a par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le moment d'inertie de la tige par rapport au point A est $J = \frac{1}{3}ml^2$. On admet que le point d'application de la force d'inertie d'entraînement est le centre d'inertie de la tige.

- 1. Déterminer l'angle d'équilibre du pendule dans le référentiel de la voiture.
- 2. Déterminer la période T des petites oscillations du pendule autour de la position d'équilibre.

Exercice 2 : Limite de Roche



On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se sépare en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marée dues à Jupiter.

On modélise la comète par deux sphères identiques de masses m et de rayon r, alignées comme sur le dessin. On suppose que la comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter.

- 1. Montrer que le mouvement du centre d'inertie de la comète est uniforme. Quelle est la nature du mouvement du référentiel de la comète par rapport au référentiel de Jupiter?
- 2. Soit \vec{R} la réaction de la sphère (1) sur la sphère (2). Dans le référentiel de la comète, appliquer le PFD à une des deux sphères.
- 3. À quelle condition le contact entre les sphères est-il rompu? Déterminer, sachant que $r \ll d$, la distance limite d_{lim} en dessous de laquelle il ne peut exister de comètes.

Données : $M_J=1.9\times 10^{27}\,{\rm kg},~R_J=7.1\times 10^4\,{\rm km}$ et masse volumique de la comète $\rho_c=1.0\times 10^3\,{\rm kg\,m^{-3}}.$

Réponse : $d_{lim} = 1.8 \times 10^5 \, \text{km}$.

Exercice 3 : Usure d'une ligne de TGV

Un train grande vitesse se dirige vers le sud, depuis Paris (latitude 48.8°). On considère son mouvement dans le référentiel terrestre non galiléen. Montrer qu'apparaît une réaction horizontale de la voie sur le train. La comparer à la réaction verticale.

Semaine 05 (14/10-18/10)

Notions abordées:

- Mécanique de MPSI (forces centrales et dynamique du solide).
- Dynamique en référentiel non galiléen.
- Lois du frottement solide.

Exercice 1: Glissement d'une caisse dans un camion



Le camion accélère avec l'accélération constante a.

- 1. À quelle condition le glissement commence-t-il?
- 2. Au bout de combien de temps la caisse atteint-elle le rebord?
- 3. Quelle distance parcourt-elle après être tombée?
- 4. La caisse glisse-t-elle ou bascule-t-elle lors de l'accélération?

Exercice 2 : Cube sur un plan incliné

Un cube repose sur un plan incliné d'un angle α . On augmente α très lentement.

- 1. À quelle condition le glissement commence-t-il?
- 2. A quelle condition le cube bascule-t-il?
- 3. Qu'est ce qui arrive en premier? On donne le coefficient de frottement bois-bois f=0.4.

Exercice 3: Glissement et liaison avec une corde



Deux caisses sont liées par une corde qui passe par une poulie. On prend en compte le frottement de la grosse caisse sur la surface. En précisant les hypothèses utilisées, déterminer l'altitude de la caisse suspendue en fonction du temps.

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées:

- Particules dans un \vec{E} , \vec{B} statique (MPSI).
- Électrostatique :
 - Distributions de charges et de courants.
 - Symétries et invariances.
 - Loi de Coulomb.
 - Théorème de Gauss.
 - Analogie gravitationnelle.

Exercice 1 : Condensateur cylindrique

Deux cylindres métalliques C_1 et C_2 de même axe (Oz), de même hauteur h et de rayon R_1 et $R_2 > R_1$ portent des charges réparties uniformément en surface. On note σ_1 la densité surfacique de charge de C_1 .

- 1. Quelle est la charge portée par C_2 ? En déduire sa densité surfacique de charges.
- 2. Déterminer la capacité C de ce condensateur cylindrique.
- 3. Dans quel cas retrouve-t-on la capacité d'un condensateur plan?

Réponse :
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln R_2/R_1}$$

Exercice 2 : Condensateur sphérique

Deux sphères métalliques S_1 et S_2 de même centre O et de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ portent des charges réparties uniformément en surface. On note σ_1 la densité surfacique de charge de S_1 .

- 1. Quelle est la charge portée par S_2 ? En déduire sa densité surfacique de charges.
- 2. Déterminer la capacité C de ce condensateur sphérique.
- 3. Dans quel cas retrouve-t-on la capacité d'un condensateur plan?

Réponse :
$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$
.

Exercice 3 : Rayon classique de l'électron

L'électron de charge -e est modélisé par une sphère $\mathcal S$ de centre O et de rayon R uniformément chargée dans son volume.

- 1. Déterminer le champ électrique généré par l'électron.
- 2. Évaluer l'énergie électrique U_e d'un électron isolé liée à la seule présence du champ électrostatique qu'il crée.
- 3. En assimilant cette énergie à l'énergie de repos $E=mc^2$ prévue par la relativité, déterminer le rayon R_e de l'électron. Commentaire.

Réponse :
$$R_e = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 1.7 \times 10^{-15} \,\mathrm{m}$$

Semaine 07 (11/11-15/11)

Notions abordées:

- Particules chargées dans un champ statique (MPSI).
- Chimie : Architecture de la matière (Atomistique, cristallographie).
- Chimie : Cinétique chimique (MPSI).
- Magnétostatique (Cours seulement).

Questions de cours :

- 1. Champ créé par un fil infini parcouru par un courant I.
- 2. Champ magnétique créé par un conducteur cylindrique infini parcouru par un courant uniforme.
- 3. Champ créé par un solénoïde infini.

Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse

Dans un récipient de volume fixé V, on introduit à 600 K de l'azométhane $\mathrm{CH_3N_2CH_{3(g)}}$. Celui-ci se décompose en éthane et en diazote gazeux.

L'évolution de la réaction est suivie par manométrie et une série de mesures a donné la pression partielle p_A en azométhane :

$t (10^3 \text{ s})$			1		4.00
$p_A (10^{-2} \text{ mmHg})$	$p_0 = 8.21$	5.74	4.00	2.80	1.96

- 1. Écrire l'équation bilan de la réaction.
- 2. Vérifier que la réaction est d'ordre 1 par rapport au réactif et calculer sa constante de vitesse.

Réponse : $k = 3.58 \times 10^{-4} \, \mathrm{s}^{-1}$

Exercice 2 : Temps de demi-réaction

La réaction de décomposition totale du pentaoxyde de diazote N_2O_5 en dioxyde d'azote NO_2 et dioxygène a lieu en phase gazeuse. L'expérience est menée dans un récipient de volume V constant, initialement vide, en amenant du pentaoxyde de diazote de manière à ce que la pression initiale soit p_0 .

- 1. On mesure la pression p(t) au cours du temps. On veut évaluer la constante cinétique en mesurant le temps de demi-réaction. Quelle doit être la lecture de p sur le manomètre pour ce temps?
- 2. Le tracé de la courbe $\ln p(N_2O_5)$ en fonction du temps est une droite. En déduire l'ordre de la réaction. Tracer l'allure de la pression en fonction du temps.
- 3. Une première mesure réalisée à $\theta = 150\,^{\circ}\text{C}$ permet de mesurer un temps de demi réaction $t_{1/2} = 7.5\,\text{s}$. Une seconde mesure réalisée à $\theta' = 100\,^{\circ}\text{C}$ permet de mesurer un temps de demi-réaction $t'_{1/2} = 7.0\,\text{min}$. Calculer la constante de vitesse pour ces deux températures.
- 4. Calculer l'énergie d'activation de la réaction.

Réponses:

- 1. $p_{1/2} = \frac{7}{4}p_0$.
- 2.
- 3. $k = 9.2 \times 10^{-2} \,\mathrm{s}^{-1}$ et $k' = 1.7 \times 10^{-3} \,\mathrm{s}^{-1}$.
- 4. $E_a = 1.1 \times 10^2 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$.

Exercice 3: Dismutation des ions hypochlorites

En solution aqueuse, les ions hypochlorite ClO⁻ peuvent se dismuter selon la réaction totale

$$ClO^{-} = \frac{1}{3}ClO_{3}^{-} + \frac{2}{3}Cl^{-}$$

La vitesse de la réaction r, définie comme la vitesse de disparition des ions hypochlorite ClO^- suit une loi cinétique de second ordre, dont la constante de vitesse est notée k.

On provoque cette réaction dans une solution contenant initialement des ions hypochlorite à la concentration $c_0 = 0.10 \,\mathrm{mol}\,\mathrm{L}^{-1}$.

À $T=343\,\mathrm{K}$, la constante de vitesse de la solution est $k=3.1\times10^{-3}\,\mathrm{mol^{-1}\,dm^3\,s^{-1}}$.

L'énergie d'activation de cette réaction au voisinage des températures considérées ici est $E_a = 47 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$.

- 1. Donner l'équation horaire de la concentration en ions hypochlorite.
- 2. Au bout de combien de temps, noté t_{30} , aura-t-on obtenu la disparition de 30% des ions hypochlorite?

3. Quel serait à $T'=363\,\mathrm{K}$ le temps t'_{30} nécessaire pour obtenir le même taux d'avancement de 30% à partir de la même solution initiale?

Réponses :

- 1. -
- 2. $t_{30} = 23 \,\mathrm{min}$.
- 3. $t'_{30} = 9 \min 20 \text{ s.}$

Semaine 08 (18/11-22/11)

Notions abordées:

- Magnétostatique.
- Dipôle magnétostatique (cours seulement).

Exercice 1 : Bobine torique

On considère une bobine torique de rayon moyen R, comportant N spires, de section carrée de côté a et parcourue par un courant I. Déterminer le champ magnétique produit en tout point de l'espace. Comparer avec le champ magnétique du solénoïde infini.

Exercice 2 : Caractéristiques d'un câble coaxial

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres conducteurs de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ sur lesquels circulent, en surface, des courants d'intensité I et de sens opposés.

- 1. Déterminer le champ magnétique.
- 2. La densité volumique d'énergie magnétique est donnée par $U_m = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$. En déduire l'inductance linéique du câble coaxial.
- 3. Les deux cylindres portent également des charges opposées. Reprendre les calculs pour le champ électrique. En déduire la capacité par unité de longueur.
- 4. Quelle relation simple trouve-t-on entre l'inductance et la capacité?

Exercice 3 : Équilibre d'une tige dans un champ non uniforme

Une tige [OA] de masse m et de longueur L est en rotation autour de l'axe (Ox) horizontal. Son moment d'inertie est $J=\frac{1}{3}mL^2$. Elle est parcourue par un courant d'intensité i dirigée de O vers A. Son inclinaison par rapport à la verticale est mesurée par l'angle θ . Un fil rectiligne d'axe vertical (Oz) est parcouru par un courant de même intensité i dirigée vers le haut. À l'équilibre de la tige, donner l'expression de i en fonction de θ , L, m et g.

Exercice 4 : Action mécanique d'un fil sur un autre fil parallèle

Deux fils rectilignes infinis parallèles sont distants de $d=1.0\,\mathrm{m}$. Ils sont parcourus par des courants de même intensité I et de même sens. La force subie par un tronçon de longueur $L=1.0\,\mathrm{m}$ d'un des fils est égale $2.0\times10^{-7}\,\mathrm{N}$. Déterminer la valeur de I.