

Colles de Physique-Chimie

Chams GHARIB

2024-2025

Table des matières

MPSI	1
Semaine 01 (16/09-20/09)	2
Questions de cours	2
Exercice 1 : Application des lois de Kirchhoff	2
Exercice 2	3
Exercice 3 : Rendement d'un montage potentiométrique	3
Exercice 4 : Adaptation de puissance	3
Semaine 02 (23/09-27/09)	4
Questions de cours	4
Exercice 1 : Résistance de fuite d'un condensateur	4
Exercice 2 : Étude d'un circuit RL	5
Exercice 3 : Rendement énergétique de la charge d'un condensateur	5
Semaine 03 (30/09-04/10)	6
Questions de cours	6
Exercice 1 : Fluoruration du dioxyde d'uranium	6
Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction.	7
Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction.	7
Semaine 04 (07/10-11/10)	9
Questions de cours	9
Exercice 1 : Réfractomètre de Pulrich	9
Exercice 2	9
Exercice 3 : Détection de pluie sur un pare-brise	10
Semaine 05 (14/10-18/10)	11
Questions de cours	11
Exercice 1 : Méthode de Bessel pour la focométrie	11
Exercice 2 : Microscope	11
Exercice 3 : Lunette astronomique	12
Exercice 4 : Stigmatisme d'une lame à faces parallèles	12
Semaine 06 (04/11-08/11)	14

TABLE DES MATIÈRES TABLE DES MATIÈRES

Questions de cours	14
Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse	14
Exercice 2 : Temps de demi-réaction	14
Exercice 3 : Dismutation des ions hypochlorites	15
MPI	17
Semaine 02 (23/09-27/09)	18
Exercice 1	18
Exercice 2	19
Exercice 3	19
Semaine 03 (30/09-04/10)	20
Exercice 1 : Intégration d'un créneau par un filtre passe bande	20
Exercice 2 : Shannon comme au cinéma	20
Semaine 04 (07/10-11/10)	21
Exercice 1 : Système à deux ressorts	21
Exercice 2 : Frottement et facteur de qualité	21
Exercice 3 : Mouvement autour d'une position d'équilibre	22
Semaine 04 (14/10-18/10)	23
Exercice 1 : Force en $1/r^4$	23
Exercice 2 : Satellite géostationnaire	23
Exercice 3 : Chute d'un satellite dans l'atmosphère	23
Exercice 4 : Pendule pesant dans une voiture accélérée	24
Exercice 5 : Limite de Roche	24
Exercice 6 : Usure d'une ligne de TGV	25
Exercice 7 : Impesanteur	25
MP	27
Semaine 01 (16/09-20/09)	28
Exercice 1	28
Exercice 2	29
Exercice 3	29
Semaine 02 (23/09-27/09)	30
Exercice 1	30
Exercice 2	30
Exercice 3	30
Exercice 4	30
Semaine 03 (30/09-04/10)	31
Exercice 1	31
Exercice 2	31
Exercice 3	31
Semaine 04 (07/10-11/10)	32

TABLE DES MATIÈRES TABLE DES MATIÈRES

Exercice 1 : Pendule pesant dans une voiture accélérée	32
Exercice 2 : Limite de Roche	32
Exercice 3 : Usure d'une ligne de TGV	33
Semaine 05 (14/10-18/10)	34
Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion	34
Exercice 2 : Cube sur un plan incliné	34
Exercice 3 : Glissement et liaison avec une corde	34
Semaine 06 (04/11-08/11)	35
Exercice 1 : Condensateur cylindrique	35
Exercice 2 : Condensateur sphérique	35
Exercice 3 : Rayon classique de l'électron	36

TABLE DES MATIÈRES TABLE DES MATIÈRES

MPSI

Semaine 01 (16/09-20/09)

Notions abordées :

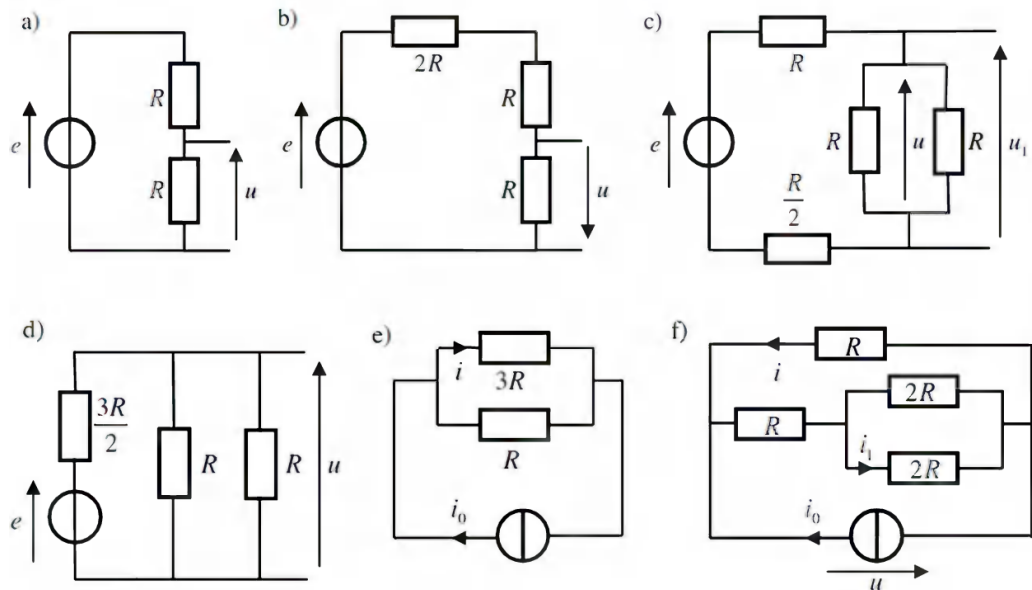
- Analyse dimensionnelle.
- Circuits électriques dans l'ARQS.

Questions de cours

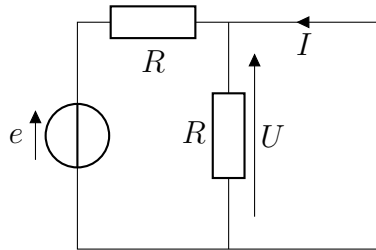
1. Définir le courant électrique. Définir l'intensité du courant électrique.
2. Définir la tension électrique.
3. Décrire les conventions d'orientation des dipôles. Que valent la puissance reçues et fournies dans chaque cas ?
4. Qu'est-ce que l'ARQS ? Quelles conséquences ?
5. Démontrer la formule du pont diviseur de tension.
6. Démontrer la formule du pont diviseur de courant.

Exercice 1 : Application des lois de Kirchoff

Pour chaque circuit, donner les tensions u et u_1 en fonction de e ou bien les intensités i et i_1 en fonction de i_0 .



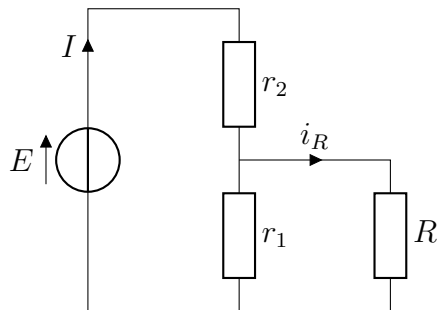
Exercice 2



On donne $R = 10 \text{ k}\Omega$.

1. Tracer la caractéristique du dipôle ci-contre.
2. On ajoute une charge de résistance $R' = 3 \text{ k}\Omega$. Déterminer le point de fonctionnement de deux façons.

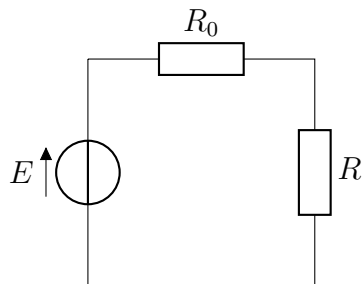
Exercice 3 : Rendement d'un montage potentiométrique



Le rendement η de ce diviseur de tension est le rapport P_R de la puissance dissipée dans la résistance de charge R à la puissance P_E fournie par la source de tension E . Exprimer η en fonction de r_1 , r_2 et R .

AN : $r_1 = 750 \Omega$, $r_2 = 250 \Omega$, $R = 80 \Omega$. Commentaire.

Exercice 4 : Adaptation de puissance



Un générateur présente une tension à vide E et une résistance interne R_0 . On y branche une charge de résistance R . Pour quelle valeur de R la puissance dissipée dans la résistance R est elle maximale ? Que vaut alors cette puissance ?

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

- Circuits linéaires du premier ordre.

Questions de cours

1. Relation entre la charge d'un condensateur et sa tension aux bornes.
2. Relations entre intensité et tension pour un condensateur et une bobine.
3. Continuité des grandeurs dans un circuit électrique.
4. Établir l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur/une bobine.

Exercice 1 : Résistance de fuite d'un condensateur

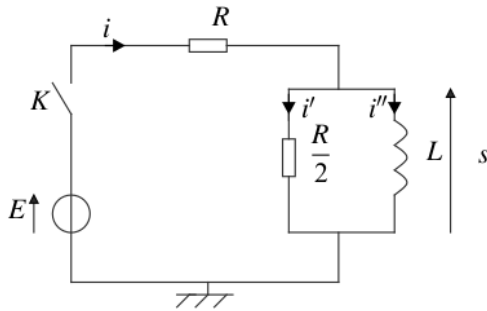
Un condensateur réel présente des fuites de courants. Comment le modéliser ?

Il est inséré dans un circuit série comportant un générateur de f.é.m E , une résistance r et un interrupteur K . On mesure la tension aux bornes du condensateur à l'aide d'un voltmètre idéal. On ferme K et on attend que l'indication du voltmètre se stabilise. Puis on ouvre K en déclenchant au même instant un chronomètre. On constate que la tension indiquée par le voltmètre baisse de 10% en un temps T .

On donne $E = 1\text{ V}$, $r = 10\text{ k}\Omega$, $T = 1.0\text{ s}$ et $C = 19\text{ }\mu\text{F}$.

1. Exprimer la valeur U vers laquelle la tension aux bornes du condensateur tend lorsque K est fermé. En déduire une manière de déterminer R_f (résistance de fuite).
2. Montrer que la mesure du temps T permet aussi de déterminer R_f . Commenter en relation avec l'une des hypothèses de l'énoncé.

Exercice 2 : Étude d'un circuit RL



À $t = 0^-$, on ferme l'interrupteur K .

1. Donner i , i' , i'' et s en $t = 0^+$.
2. Que vaut $s(t)$ lorsque t tend vers l'infini.
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
4. En déduire $s(t)$. En tracer l'allure.
5. Exprimer le temps t_0 au bout duquel $s(t)$ a été divisé par 10.
6. On mesure $t_0 = 30 \mu\text{s}$ pour $R = 1.0 \text{ k}\Omega$. En déduire L .

Exercice 3 : Rendement énergétique de la charge d'un condensateur

On considère un circuit composé d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C en série aux bornes duquel on place un générateur de tension idéal de f.é.m E et un interrupteur K . À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et la tension u_c aux bornes du condensateur est nulle.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c .
2. Déterminer $u_c(t)$ et en tracer l'allure.
3. Mêmes questions pour l'intensité du courant parcourant le circuit.
4. Exprimer en fonction de C et E :
 - L'énergie \mathcal{E}_{elec} emmagasinée par le condensateur quand $t \rightarrow +\infty$.
 - L'énergie W_{Joule} dissipée par effet Joule dans la résistance entre $t = 0$ et $t \rightarrow +\infty$.
 - L'énergie W_{gen} fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t \rightarrow +\infty$.
5. Donner une relation liant \mathcal{E}_{elec} , W_{Joule} et W_{gen} et proposer une interprétation physique de cette relation. Comment définir puis exprimer un rendement ?

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées :

- Circuits linéaires du premier ordre (cf semaine précédente).
- Équilibre chimique.

Questions de cours

1. Une mole de méthane réagit avec une mole de dioxygène selon une réaction de combustion. Déterminer la composition finale du système. (Équilibrer + Tableau d'avancement + Avancement final pour une réaction totale).
2. Exprimer l'activité d'une espèce chimique dans un mélange. Préciser les hypothèses nécessaires.
3. Exprimer le quotient réactionnel d'une réaction donnée et prévoir le sens d'évolution spontanée d'un système chimique.

Exercice 1 : Fluoration du dioxyde d'uranium

Le dioxyde d'uranium solide réagit avec le fluorure d'hydrogène gazeux pour former du tétrafluorure d'uranium solide et de la vapeur d'eau.

On maintient la température égale à 700 K et la pression totale à 1 bar. La constante d'équilibre à 700 K est égale à $K^\circ = 6.8 \times 10^4$.

1. Écrire la réaction.
2. On part de 1.0 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Quelle sera la composition finale du système ?
3. Même question en partant de 0.10 mol de dioxyde d'uranium et de 1.0 mol de fluorure d'hydrogène. Que remarque-t-on dans ce cas ?

Réponses :

1. -
2. $\xi = 0.24 \text{ mol}$.
3. -

Exercice 2 : Constante d'équilibre et quotient de réaction.

Pour préparer industriellement du dihydrogène, on fait réagir en phase gazeuse du méthane avec de l'eau. La réaction produit également du monoxyde de carbone.

La réaction se déroule sous une pression totale constante $p_{tot} = 10$ bar. La constante d'équilibre vaut $K^\circ = 15$. Initialement, le système contient 10 mol de méthane, 30 mol d'eau, 5 mol de monoxyde de carbone et 15 mol de dihydrogène.

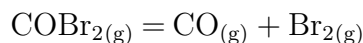
1. Exprimer la constante d'équilibre en fonction des pressions partielles des constituants.
2. Exprimer le quotient de réaction Q en fonction de la quantité de matière de chacun des constituants et de la pression totale. Calculer Q dans l'état initial.
3. Le système est-il à l'équilibre thermodynamique ? Si non, dans quel sens se produira l'évolution ?
4. Déterminer la composition du système à l'équilibre.

Réponses :

1. -
2. $Q = 1.56$.
3. -
4. $\xi = 3.6$ mol.

Exercice 3 : Utilisation du quotient de réaction.

Un récipient de volume $V_0 = 2.00$ L contient initialement 0.500 mol de COBr_2 qui se décompose à une température de 346 K selon la réaction :



.

1. Déterminer la composition du système à l'équilibre sachant que la constante d'équilibre à 346 K vaut $K^\circ = 5.46$.
2. Calculer le pourcentage de COBr_2 décomposé à cette température.
3. L'équilibre précédent étant réalisé, on ajoute 2.00 mol de monoxyde de carbone. L'équilibre chimique est-il réalisé ? Si non, décrire l'évolution ultérieure du système.

Réponses :

1. $\xi = 0.285 \text{ mol.}$
2. 57 \% .
3. $Q = 43.2, \xi' = 0.077 \text{ mol.}$

Semaine 04 (07/10-11/10)

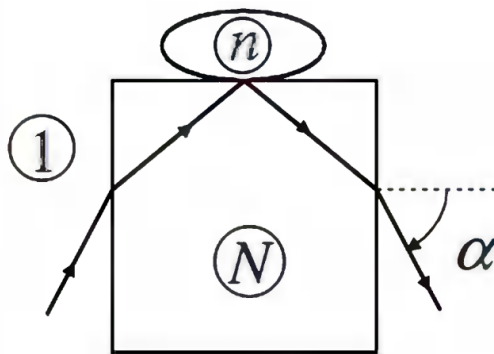
Notions abordées :

- Équilibre chimique (cf semaine précédente).
- Bases de l'optique géométrique.

Questions de cours

1. Énoncer les lois de Snell-Descartes.
2. Définir un rayon lumineux et un MTHI.
3. Indice de réfraction ? Phénomène de réflexion totale ?

Exercice 1 : Réfractomètre de Pulrich

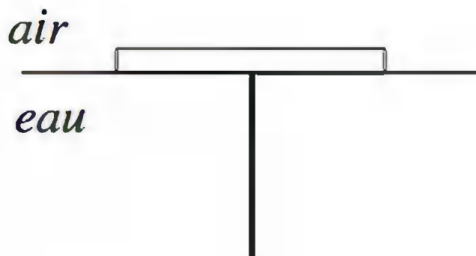


Un réfractomètre de Pulrich est constitué d'un cube de verre d'indice N connu sur lequel on a déposé une goutte d'un liquide d'indice n inconnu. On observe un faisceau de rayons parallèles à la limite réfraction - réflexion totale et on mesure l'angle α correspondant. On donne $N = 1.626$ et $\alpha = 60^\circ$.

1. Que vaut n ?
2. Quelles sont les valeurs mesurables de n avec ce dispositif ?

Réponse : $n = 1.376$

Exercice 2

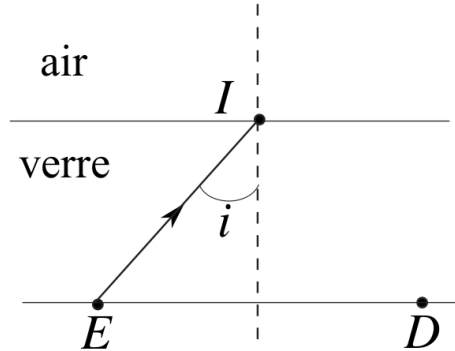


Un disque en liège de diamètre $D = 5 \text{ cm}$ flotte sur l'eau. Il soutient une tige placée perpendiculairement en son centre.

Quelle est la longueur h de la partie de la tige qu'un observateur dans l'air ne peut pas voir ?

Réponse : $h = 2.1 \text{ cm}$.

Exercice 3 : Détection de pluie sur un pare-brise



On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 5 \text{ mm}$, d'indice $n_v = 1.5$. Un fin pinceau lumineux issu d'un émetteur situé en E arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en I avec un angle d'incidence $i = 60^\circ$.

1. Montrer que le flux lumineux revient intégralement sur le détecteur situé en D et déterminer la distance ED .
2. Comment ce dispositif permet-il de détecter un dépôt de pluie sur le pare-brise ? On supposera une épaisseur d'eau de 1 mm .

Réponses :

1. $i_{lim} = 41.8^\circ$.
2. Distance au détecteur de 0.9 cm .

Semaine 05 (14/10-18/10)

Notions abordées :

- Bases de l'optique géométrique (cf semaine précédente).
- Systèmes optiques.

Questions de cours

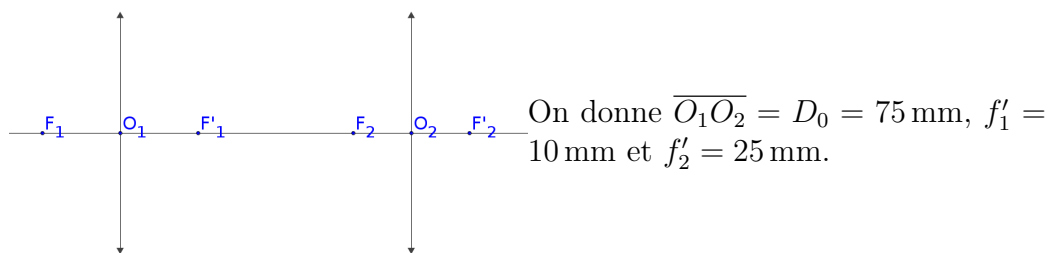
Cf exercices

Exercice 1 : Méthode de Bessel pour la focométrie

On considère un objet transverse (AB) et un écran distants de D , ainsi qu'une lentille convergente de focale f' .

1. Tracer les rayons dans le cas d'une image réelle.
2. À quelle condition peut-on former l'image de l'objet sur l'écran ? Démonstration.
3. Déterminer les positions de la lentille qui permettent d'obtenir une image sur l'écran. En déduire une méthode pour déterminer f' .

Exercice 2 : Microscope



1. Que sont les conditions de Gauss et à quoi servent elles ?
2. On pose $\Delta = \overline{F_1'F_2'}$. Exprimer Δ en fonction des données du problème. Calcul.
3. On souhaite qu'un œil au repos voie l'image $A'B'$ de AB par le système optique. Où est $A'B'$?
4. Où doit alors être l'image intermédiaire A_1B_1 ?
5. Exprimer la position de l'objet AB en fonction de f_1' et Δ . Calcul.
6. Étude du grossissement :

- (a) Quelle est la taille maximale de l'image que l'on peut avoir sur la rétine sans microscope ?
- (b) Quelle est la taille de l'image sur la rétine avec microscope ?
- (c) En déduire le "grossissement commercial" du microscope.

Exercice 3 : Lunette astronomique

On souhaite observer Mars. Soit α le diamètre angulaire sous lequel elle est vue à l'œil nu. Pour cela on utilise un système optique composé de deux lentilles convergentes de focales respectives $f'_1 = f'_{obj}$ et $f'_2 = f'_{oc}$ (l'oculaire est du côté de l'œil, l'objectif est du côté de l'objet Mars).

1. On utilise un système afocal. Définir afocal. En déduire la position relative des deux lentilles.
2. Faire le tracé des rayons. L'image est-elle droite ou renversée ?
3. Soit α' le diamètre angulaire en sortie du système optique. Exprimer le grossissement $G = \alpha'/\alpha$. Interpréter cette grandeur.
4. On veut augmenter le grossissement et renverser l'image. On interpose entre l'objectif et l'oculaire une troisième lentille convergente de focale f'_3 . On déplace l'oculaire pour pouvoir observer l'image au repos. Quel couple de points cette nouvelle lentille doit elle conjuguer ?
5. Faire le tracé des rayons.
6. Soit γ_3 le grandissement de la nouvelle lentille associé au couple de points de la question 4. Exprimer $\overline{O_3 F'_{obj}}$ en fonction de γ_3 et f'_3 .
7. Quel est le grossissement G' de ce nouveau système optique. Le comparer à G et conclure.

Exercice 4 : Stigmatisme d'une lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles d'épaisseur e est constituée d'un verre d'indice n . Elle est placée dans l'air.

1. Construire le cheminement d'un rayon arrivant sur le premier dioptré avec l'incidence i . Soit r l'angle de réfraction. Le rayon transmis par la lame est-il dévié par rapport au rayon incident ? Comment appeler la modification subie ?
2. On considère un objet ponctuel A sur le rayon incident. Calculer la distance entre le prolongement du rayon incident et le rayon transmis en fonction de e , i et r .

3. Rappeler ce qu'est le stigmatisme. Le système considéré est-il stigmatique ?
4. On se place maintenant dans les conditions de Gauss. Montrer que le système est approximativement stigmatique et déterminer la relation de conjugaison donnant $\overline{AA'}$ en fonction de n et e .
5. Dans un parc aquatique, les aquariums ont une épaisseur de verre de 60 cm. Situé à 20 cm de la vitre, un visiteur observe un requin marteau nageant à 1.0 m devant lui. À quelle distance semble-t-il être pour l'observateur ?

Réponse : $\overline{R'A} = 75.0 \text{ cm}$.

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées :

- Systèmes optiques (cf semaine précédente).
- Cinétique chimique.

Questions de cours

1. Définir la vitesse d'une réaction chimique. Quelle est son unité ?
2. Qu'est ce que l'ordre d'une réaction chimique ? L'ordre partiel ? La constante de vitesse ?
3. Donner la loi d'Arrhenius.

Exercice 1 : Décomposition de l'azométhane en phase gazeuse

Dans un récipient de volume fixé V , on introduit à 600 K de l'azométhane $\text{CH}_3\text{N}_2\text{CH}_3(\text{g})$. Celui-ci se décompose en éthane et en diazote gazeux.

L'évolution de la réaction est suivie par manométrie et une série de mesures a donné la pression partielle p_A en azométhane :

t (10^3 s)	0	1.00	2.00	3.00	4.00
p_A (10^{-2} mmHg)	$p_0 = 8.21$	5.74	4.00	2.80	1.96

1. Écrire l'équation bilan de la réaction.
2. Vérifier que la réaction est d'ordre 1 par rapport au réactif et calculer sa constante de vitesse.

Réponse : $k = 3.58 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

Exercice 2 : Temps de demi-réaction

La réaction de décomposition totale du pentaoxyde de diazote N_2O_5 en dioxyde d'azote NO_2 et dioxygène a lieu en phase gazeuse. L'expérience est menée dans un récipient de volume V constant, initialement vide, en amenant du pentaoxyde de diazote de manière à ce que la pression initiale soit p_0 .

1. On mesure la pression $p(t)$ au cours du temps. On veut évaluer la constante cinétique en mesurant le temps de demi-réaction. Quelle doit être la lecture de p sur le manomètre pour ce temps ?

2. Le tracé de la courbe $\ln p(\text{N}_2\text{O}_5)$ en fonction du temps est une droite. En déduire l'ordre de la réaction. Tracer l'allure de la pression en fonction du temps.
3. Une première mesure réalisée à $\theta = 150^\circ\text{C}$ permet de mesurer un temps de demi réaction $t_{1/2} = 7.5\text{s}$. Une seconde mesure réalisée à $\theta' = 100^\circ\text{C}$ permet de mesurer un temps de demi-réaction $t'_{1/2} = 7.0\text{min}$. Calculer la constante de vitesse pour ces deux températures.
4. Calculer l'énergie d'activation de la réaction.

Réponses :

1. $p_{1/2} = \frac{7}{4}p_0$.
2. -
3. $k = 9.2 \times 10^{-2}\text{s}^{-1}$ et $k' = 1.7 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$.
4. $E_a = 1.1 \times 10^2\text{kJ mol}^{-1}$.

Exercice 3 : Dismutation des ions hypochlorites

En solution aqueuse, les ions hypochlorite ClO^- peuvent se dismuter selon la réaction totale



La vitesse de la réaction r , définie comme la vitesse de disparition des ions hypochlorite ClO^- suit une loi cinétique de second ordre, dont la constante de vitesse est notée k .

On provoque cette réaction dans une solution contenant initialement des ions hypochlorite à la concentration $c_0 = 0.10\text{mol L}^{-1}$.

À $T = 343\text{K}$, la constante de vitesse de la solution est $k = 3.1 \times 10^{-3}\text{mol}^{-1}\text{dm}^3\text{s}^{-1}$.

L'énergie d'activation de cette réaction au voisinage des températures considérées ici est $E_a = 47\text{kJ mol}^{-1}$.

1. Donner l'équation horaire de la concentration en ions hypochlorite.
2. Au bout de combien de temps, noté t_{30} , aura-t-on obtenu la disparition de 30% des ions hypochlorite ?
3. Quel serait à $T' = 363\text{K}$ le temps t'_{30} nécessaire pour obtenir le même taux d'avancement de 30% à partir de la même solution initiale ?

Réponses :

1. -
2. $t_{30} = 23 \text{ min.}$
3. $t'_{30} = 9 \text{ min } 20 \text{ s.}$

MPI

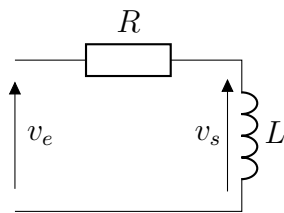
Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

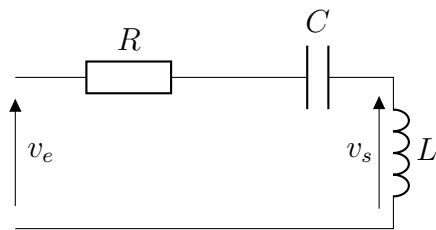
- Révisions de MPSI en électronique.
- Filtrage d'un signal périodique.

Exercice 1

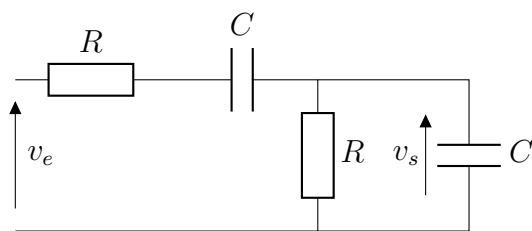
On donne $R = 1.0 \text{ k}\Omega$ et $L = 10 \text{ mH}$.



1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \text{ Hz}$, $f_2 = 1 \text{ kHz}$ et $f_3 = 100 \text{ kHz}$. Écrire v_e puis v_s .
5. v_e est maintenant un triangle de fréquence 60 Hz . Quelle est la forme de v_s ?

Exercice 2

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100$ Hz, $f_2 = 1$ kHz et $f_3 = 100$ kHz. Écrire v_e puis v_s .
5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? Intégrateur ?

Exercice 3

On donne $R = 1.0 \text{ k}\Omega$ et $C = 500 \text{ nF}$.

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100$ Hz, $f_2 = 1$ kHz et $f_3 = 100$ kHz. Écrire v_e puis v_s .

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées :

- Électronique de MPSI.
- Filtrage d'un signal périodique.
- Numérisation.
- Portes logiques.

Exercice 1 : Intégration d'un créneau par un filtre passe bande

Une tension créneau est injectée dans un filtre passe-bande non inverseur d'ordre 2, de pulsation de résonance ω_0 , de facteur de qualité Q et de gain maximum G_0 . La pulsation ω de la tension créneau est supposée grande devant ω_0 .

1. Écrire la fonction de transfert du filtre.
2. Montrer que ce filtre se comporte vis-à-vis du créneau d'entrée comme un intégrateur.
3. Écrire l'équation différentielle reliant la tension d'entrée $v_e(t)$ et la tension de sortie $v_s(t)$ de l'intégrateur. Qu'obtient-on précisément en sortie du filtre ? Comment seraient modifiés les résultats si on ajoutait une tension continue au créneau à l'entrée ?

Exercice 2 : Shannon comme au cinéma

Au cinéma, lorsqu'on regarde les roues d'une voiture qui démarre, on les voit d'abord tourner dans le sens réel puis elles semblent tourner à l'envers. Expliquer d'où provient cette illusion. Qu'observe-t-on en visionnant le film lorsque les roues de la voiture tournent à $f_1 = 1200$ tours/min ? Et à $f_2 = 1680$ tours/min.

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :

- Électrocinétique.
- Mécanique de MPSI.

Exercice 1 : Système à deux ressorts

On considère une masse m astreinte à se déplacer sur un axe horizontal (Ox) et fixée à une paroi à gauche et une à droite par deux ressorts identiques (k, l_0) . Les parois sont distantes de L .

1. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la masse m .
2. En déduire la position d'équilibre x_e .
3. Étudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre.
4. On envisage l'existence d'un frottement fluide d'intensité proportionnelle à la vitesse via une constante β . Établir l'équation différentielle du mouvement. Pour quelles valeurs de β la masse m oscille-t-elle ?
5. Comment choisir β pour un retour le plus rapide à la position d'équilibre. Quel est le temps caractéristique d'amortissement ?

Exercice 2 : Frottement et facteur de qualité

On considère un ressort horizontal de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 . Une extrémité du ressort est fixe et l'autre attachée à un mobile de masse m . Le mobile subit une force de frottement fluide proportionnelle à sa vitesse via une constante β .

1. Déterminer l'équation différentielle du mouvement. Introduire une pulsation propre et un facteur de qualité.
2. Résoudre l'équation différentielle. Simplifier l'expression dans le cas $Q \gg 1$.
3. En déduire que Q est une bonne approximation du nombre d'oscillations avant le retour à l'équilibre.
4. On considère maintenant l'énergie mécanique relative perdue sur une pseudo-période. L'exprimer en fonction de Q .
5. On considère maintenant un opérateur qui impose une force $F(t) = mA \cos \omega t \vec{e}_x$. Déterminer la fonction de transfert du système et interpréter Q d'une nouvelle façon.

Exercice 3 : Mouvement autour d'une position d'équilibre

Soit un point matériel de masse m astreint à se déplacer selon un axe (Ox) et d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{-a}{x^2} + \frac{b}{x^3}$ avec $a, b > 0$.

1. Montrer en général qu'une position d'équilibre correspond à un extremum local d'énergie potentiel. À quelle condition une position d'équilibre est-elle stable ? instable ?
2. Tracer le profil d'énergie potentiel.
3. Déterminer la ou les position(s) d'équilibre ainsi que leur stabilité.
4. Étudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.
5. Déterminer, dans le cas d'une énergie potentielle générale, l'expression de la pulsation des petites oscillations.

Semaine 04 (14/10-18/10)

Notions abordées :

- Mécanique de MPSI (forces centrales).
- Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1 : Force en $1/r^4$

On considère un point matériel de masse m soumis à la force $\vec{F} = \frac{-K}{r^4} \vec{e}_r$, avec $K > 0$.

1. Montrer que le mouvement est plan et qu'il vérifie la loi des aires.
2. Définir une énergie potentielle effective et la tracer.
3. Discuter graphiquement les trajectoires possibles. Justifier. Existe-t-il une trajectoire circulaire ?

Exercice 2 : Satellite géostationnaire

1. Définir un satellite géostationnaire et déterminer son orbite. Justifier.
2. Quel travail faut-il fournir pour l'élever en altitude de 50 km ?
3. L'essence à une énergie spécifique de 13.1 kWh/kg et une masse volumique de 745 kg m^{-3} . En déduire le volume de carburant nécessaire pour effectuer la manœuvre.

Réponses :

1. $42 \times 10^3 \text{ km}$
2. $5.7 \times 10^6 \text{ J}$
3. 0.13 kg et 0.16 L.

Exercice 3 : Chute d'un satellite dans l'atmosphère

1. Un satellite est en orbite circulaire autour de la Terre. Montrer qu'il existe une relation simple entre E_c et E_p . Exprimer l'énergie mécanique en fonction de r .
2. Comment évolue la vitesse d'un satellite freiné par l'atmosphère ?
3. Son altitude est $h = 180 \text{ km}$ et la force de frottement a pour norme $\beta m v^2 / h$.
(a) Préciser l'unité de β .

- (b) Déterminer la variation d'altitude Δh après une révolution. On proposera les hypothèses appropriées.

Réponse : $\Delta h = -28.3 \text{ m}$.

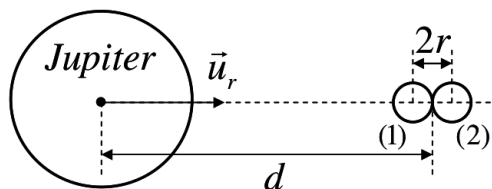
Exercice 4 : Pendule pesant dans une voiture accélérée

Une tige homogène de longueur l et de masse totale m est accrochée en un point A du plafond d'une voiture. La voiture est en translation rectiligne d'accélération a par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le moment d'inertie de la tige par rapport au point A est $J = \frac{1}{3}ml^2$. On admet que le point d'application de la force d'inertie d'entraînement est le centre d'inertie de la tige.

1. Déterminer l'angle d'équilibre du pendule dans le référentiel de la voiture.
2. Déterminer la période T des petites oscillations du pendule autour de la position d'équilibre.

Exercice 5 : Limite de Roche



On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se sépare en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marée dues à Jupiter.

On modélise la comète par deux sphères identiques de masses m et de rayon r , alignées comme sur le dessin. On suppose que la comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter.

1. Montrer que le mouvement du centre d'inertie de la comète est uniforme. Quelle est la nature du mouvement du référentiel barycentrique de la comète par rapport au référentiel de Jupiter ?
2. Soit \vec{R} la réaction de la sphère (1) sur la sphère (2). Dans le référentiel de la comète, appliquer le PFD à une des deux sphères.
3. À quelle condition le contact entre les sphères est-il rompu ? Déterminer, sachant que $r \ll d$, la distance limite d_{lim} en dessous de laquelle il ne peut exister de comètes.

Données : $M_J = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$, $R_J = 7.1 \times 10^4 \text{ km}$ et masse volumique de la comète $\rho_c = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

Réponse : $d_{lim} = 1.8 \times 10^5 \text{ km}$.

Exercice 6 : Usure d'une ligne de TGV

Un train grande vitesse se dirige vers le sud, depuis Paris (latitude 48.8°). On considère son mouvement dans le référentiel terrestre non galiléen. Montrer qu'apparaît une réaction horizontale de la voie sur le train. La comparer à la réaction verticale.

Exercice 7 : Impesanteur

Existe-t-il un endroit où $\vec{g} = \vec{0}$? Commenter la valeur numérique obtenue.

Réponse : $42 \times 10^3 \text{ km}$

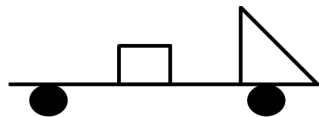
Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées :

- Mécanique de MPSI.
- Dynamique en référentiel non galiléen.
- Lois du frottement de Coulomb.

Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion

Le camion accélère avec l'accélération constante a .



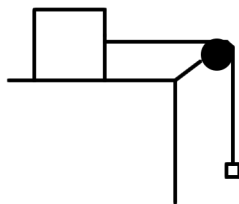
1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. Au bout de combien de temps la caisse atteint-elle le rebord ?
3. Quelle distance parcourt-elle après être tombée ?
4. La caisse glisse-t-elle ou bascule-t-elle lors de l'accélération ?

Exercice 2 : Cube sur un plan incliné

Un cube repose sur un plan incliné d'un angle α . On augmente α très lentement.

1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. À quelle condition le cube bascule-t-il ?
3. Qu'est ce qui arrive en premier ? On donne le coefficient de frottement bois-bois $f = 0.4$.

Exercice 3 : Glissement et liaison avec une corde



Deux caisses sont liées par une corde qui passe par une poulie. On prend en compte le frottement de la grosse caisse sur la surface. En précisant les hypothèses utilisées, déterminer l'altitude de la caisse suspendue en fonction du temps.

MP

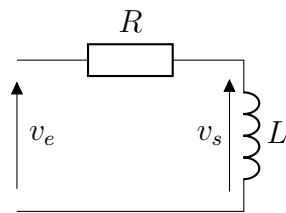
Semaine 01 (16/09-20/09)

Notions abordées :

- Révisions de MPSI en électronique.
- Filtrage d'un signal périodique.
- Traitement numérique du signal.

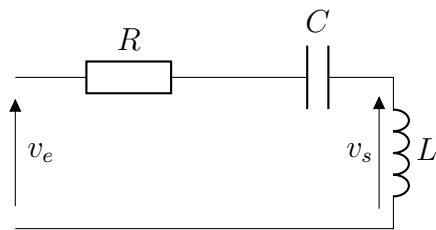
Exercice 1

On donne $R = 1.0 \text{ k}\Omega$ et $L = 10 \text{ mH}$.



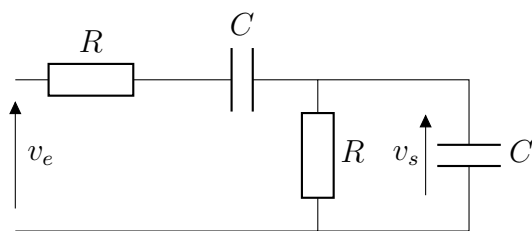
1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100 \text{ Hz}$, $f_2 = 1 \text{ kHz}$ et $f_3 = 100 \text{ kHz}$. Écrire v_e puis v_s .
5. v_e est maintenant un triangle de fréquence 60 Hz . Quelle est la forme de v_s ?

Exercice 2



1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer les pentes des asymptotes en gain BF et HF. Tracer le diagramme de Bode asymptotique.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100$ Hz, $f_2 = 1$ kHz et $f_3 = 100$ kHz. Écrire v_e puis v_s .
5. Ce filtre peut-il avoir un comportement dérivateur ? Intégrateur ?

Exercice 3



On donne $R = 1.0 \text{ k}\Omega$ et $C = 500 \text{ nF}$.

1. Quel type de filtre ce circuit permet-il de réaliser ?
2. Déterminer sa fonction de transfert.
3. Déterminer la bande passante. Définir le facteur de qualité.
4. v_e s'écrit comme somme de trois harmoniques de même amplitude, de même phase à l'origine et de fréquences respectives $f_1 = 100$ Hz, $f_2 = 1$ kHz et $f_3 = 100$ kHz. Écrire v_e puis v_s .

Semaine 02 (23/09-27/09)

Notions abordées :

- Mécanique du point.
- Traitement numérique du signal.

Exercice 1

1. Définir un satellite géostationnaire et calculer son altitude.
2. Quel travail faut-il fournir pour augmenter son altitude de 50 km.

Exercice 2

On considère un point matériel astreint à se déplacer autour d'un anneau en rotation autour d'un diamètre, à ω constante.

Positions d'équilibre ? Stabilité ?

Exercice 3

On cherche à graver sur un *CD* une musique. Toutefois, il existe un signal parasite à $f_p = 42.1$ kHz.

1. Échantillonnage sur 16 bits. Quelle est la taille du fichier si la durée vaut 74 minutes.
2. Le critère de Shannon est-il vérifié ? Conséquence ?
3. Comment résoudre ce problème ?

Exercice 4

Décrire le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique statique uniforme.

Semaine 03 (30/09-04/10)

Notions abordées :

- Traitement numérique du signal.
- Mécanique de MPSI.
- Dynamique en référentiel non galiléen.

Exercice 1

Une tige rigide est en rotation uniforme autour de son axe à la pulsation ω . Un mobile M est lié par un fil au point O situé sur l'axe à l'altitude h .

1. Démontrer la loi de composition des accélérations pour un référentiel en rotation uniforme.
2. Déterminer l'angle α_0 d'équilibre du mobile.
3. Étudier la stabilité de la position d'équilibre.

Exercice 2

Un électron et un proton de même énergie cinétique sont plongés dans un champ magnétique uniforme, orthogonal à leur vitesse initiale.

1. Décrire qualitativement les trajectoires.
2. Comparer :
 - Leur vitesse.
 - Le rayon de leur trajectoire.
 - Leur période.
3. Calculer la force centrifuge subie par l'électron.

Exercice 3

Un mobile M coulisse sans frottement sur un axe horizontal (Ox) dans un train qui accélère avec une accélération $A\vec{u}_x$, le point O étant fixé à l'arrière du wagon. Entre O et M on place un ressort (k, l_0) . À $t = 0$, $x = l_0$ et la vitesse de M dans le référentiel du train est nulle.

1. Démontrer la loi de composition des accélérations dans un référentiel uniformément accéléré.
2. Établir $x(t)$.

Semaine 04 (07/10-11/10)

Notions abordées :

- Mécanique de MPSI (forces centrales et dynamique du solide).
- Dynamique en référentiel non galiléen.

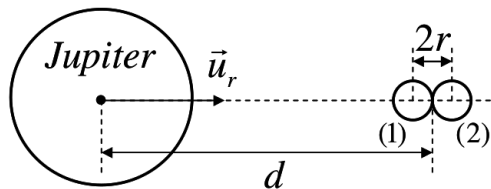
Exercice 1 : Pendule pesant dans une voiture accélérée

Une tige homogène de longueur l et de masse totale m est accrochée en un point A du plafond d'une voiture. La voiture est en translation rectiligne d'accélération a par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen.

Le moment d'inertie de la tige par rapport au point A est $J = \frac{1}{3}ml^2$. On admet que le point d'application de la force d'inertie d'entraînement est le centre d'inertie de la tige.

1. Déterminer l'angle d'équilibre du pendule dans le référentiel de la voiture.
2. Déterminer la période T des petites oscillations du pendule autour de la position d'équilibre.

Exercice 2 : Limite de Roche



On cherche à déterminer la distance en dessous de laquelle une comète s'approchant de Jupiter se sépare en plusieurs morceaux sous l'effet des forces de marée dues à Jupiter.

On modélise la comète par deux sphères identiques de masses m et de rayon r , alignées comme sur le dessin. On suppose que la comète est en orbite circulaire de rayon d autour de Jupiter.

1. Montrer que le mouvement du centre d'inertie de la comète est uniforme. Quelle est la nature du mouvement du référentiel barycentrique de la comète par rapport au référentiel de Jupiter ?
2. Soit \vec{R} la réaction de la sphère (1) sur la sphère (2). Dans le référentiel de la comète, appliquer le PFD à une des deux sphères.
3. À quelle condition le contact entre les sphères est-il rompu ? Déterminer, sachant que $r \ll d$, la distance limite d_{lim} en dessous de laquelle il ne peut exister de comètes.

Données : $M_J = 1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$, $R_J = 7.1 \times 10^4 \text{ km}$ et masse volumique de la comète $\rho_c = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

Réponse : $d_{lim} = 1.8 \times 10^5 \text{ km}$.

Exercice 3 : Usure d'une ligne de TGV

Un train grande vitesse se dirige vers le sud, depuis Paris (latitude 48.8°). On considère son mouvement dans le référentiel terrestre non galiléen. Montrer qu'apparaît une réaction horizontale de la voie sur le train. La comparer à la réaction verticale.

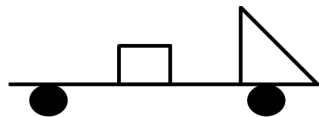
Semaine 05 (14/10-18/10)

Notions abordées :

- Mécanique de MPSI (forces centrales et dynamique du solide).
- Dynamique en référentiel non galiléen.
- Lois du frottement solide.

Exercice 1 : Glissement d'une caisse dans un camion

Le camion accélère avec l'accélération constante a .



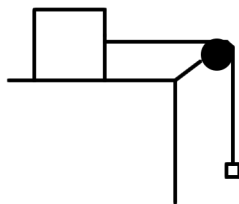
1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. Au bout de combien de temps la caisse atteint-elle le rebord ?
3. Quelle distance parcourt-elle après être tombée ?
4. La caisse glisse-t-elle ou bascule-t-elle lors de l'accélération ?

Exercice 2 : Cube sur un plan incliné

Un cube repose sur un plan incliné d'un angle α . On augmente α très lentement.

1. À quelle condition le glissement commence-t-il ?
2. À quelle condition le cube bascule-t-il ?
3. Qu'est ce qui arrive en premier ? On donne le coefficient de frottement bois-bois $f = 0.4$.

Exercice 3 : Glissement et liaison avec une corde



Deux caisses sont liées par une corde qui passe par une poulie. On prend en compte le frottement de la grosse caisse sur la surface. En précisant les hypothèses utilisées, déterminer l'altitude de la caisse suspendue en fonction du temps.

Semaine 06 (04/11-08/11)

Notions abordées :

- Particules dans un \vec{E}, \vec{B} statique (MPSI).
- Électrostatique :
 - Distributions de charges et de courants.
 - Symétries et invariances.
 - Loi de Coulomb.
 - Théorème de Gauss.
 - Analogie gravitationnelle.

Exercice 1 : Condensateur cylindrique

Deux cylindres métalliques \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 de même axe (Oz), de même hauteur h et de rayon R_1 et $R_2 > R_1$ portent des charges réparties uniformément en surface. On note σ_1 la densité surfacique de charge de \mathcal{C}_1 .

1. Quelle est la charge portée par \mathcal{C}_2 ? En déduire sa densité surfacique de charges.
2. Déterminer la capacité C de ce condensateur cylindrique.
3. Dans quel cas retrouve-t-on la capacité d'un condensateur plan ?

Réponse : $C = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln R_2/R_1}$

Exercice 2 : Condensateur sphérique

Deux sphères métalliques \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 de même centre O et de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ portent des charges réparties uniformément en surface. On note σ_1 la densité surfacique de charge de \mathcal{S}_1 .

1. Quelle est la charge portée par \mathcal{S}_2 ? En déduire sa densité surfacique de charges.
2. Déterminer la capacité C de ce condensateur sphérique.
3. Dans quel cas retrouve-t-on la capacité d'un condensateur plan ?

Réponse : $C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$.

Exercice 3 : Rayon classique de l'électron

L'électron de charge $-e$ est modélisé par une sphère \mathcal{S} de centre O et de rayon R uniformément chargée dans son volume.

1. Déterminer le champ électrique généré par l'électron.
2. Évaluer l'énergie électrique U_e d'un électron isolé liée à la seule présence du champ électrostatique qu'il crée.
3. En assimilant cette énergie à l'énergie de repos $E = mc^2$ prévue par la relativité, déterminer le rayon R_e de l'électron. Commentaire.

Réponse : $R_e = \frac{3e^2}{20\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 1.7 \times 10^{-15} \text{ m}$