

*La calculatrice est autorisée.*

## Exercice 1

Le sol terrestre est localement assimilé à un demi-espace  $x > 0$  homogène de masse volumique  $\rho = 3.1 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ , de capacité thermique  $c = 870 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  et de conductivité thermique  $\lambda = 1.8 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

$T(x, t)$  représente la température dans le sol à la date  $t$  et à la profondeur  $x$ .

On suppose que la température à la surface du sol ( $x = 0$ ) évolue au cours de l'année selon la loi :

$$T(0, t) = a \cos \omega t \text{ (avec } a \text{ constant et } \frac{2\pi}{\omega} = 1 \text{ an)}$$

et qu'à grande profondeur la température du sol tend vers la moyenne annuelle

$$T(\infty, t) = T_0.$$

1. Établir l'équation de la chaleur dans ce cas unidimensionnel.
2. En posant  $T(x, t) = T_0 + u(x, t)$ , chercher une solution sous la forme  $u(x, t) = f(x)e^{i\omega t}$ . On introduira une épaisseur de peau et on donnera  $T(x, t)$  en écriture réelle. Commenter cette solution.
3. Application numérique pour l'épaisseur de peau, la longueur d'onde et la vitesse de phase.
4. En  $x = 0$  au 1er janvier,  $T = T_{\min} = -10^\circ\text{C}$  et au 1er juillet  $T = T_{\max} = 30^\circ\text{C}$ . Vers quelle date la température est-elle minimale à la profondeur  $x = 2 \text{ m}$  et quelle est cette valeur ?
5. Tracer les graphes superposés de  $T(0, t)$  et de  $T(2 \text{ m}, t)$  et les commenter.
6. Estimer l'effet à deux mètres de profondeur d'une variation de température non plus annuelle, mais journalière.

*La calculatrice est autorisée.*

## Exercice 2

Un câble de masse linéique  $\mu = 1.0 \text{ kg m}^{-1}$  est accroché au sol en un point  $A$  de l'équateur. Sa longueur est  $L = 100\,000 \text{ km}$ . Il se dresse verticalement, son extrémité  $B$  est libre et la tension en ce point est nulle. On donne, pour la Terre,  $R_T = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ ,  $m_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$  et  $\mathcal{G} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .

1. Établir l'expression de l'altitude  $z_{GS}$  de l'orbite géostationnaire.
2. Le tronçon de câble  $[z, z + dz]$  est en équilibre dans le référentiel non galiléen terrestre en rotation uniforme. On note  $\vec{T}(z) = T(z)\vec{e}_z$  la tension du câble à l'altitude  $z$ , c'est-à-dire la force qu'exerce la portion de câble d'altitude supérieure à  $z$  sur la portion de câble d'altitude inférieure à  $z$ . Établir l'équation différentielle vérifiée par  $T(z)$  et donner l'expression de  $T(z)$ . En déduire la tension en  $A$  et faire l'application numérique.
3. Une cabine d'ascenseur monte à vitesse constante le long du câble. Pourquoi cela risque-t-il de faire fléchir le câble ?
4. Quel est le poids d'un occupant de la cabine de masse  $m$  lorsque la cabine est à l'altitude  $z$  ?

Nom :

Date :

	<b>Ex 1 : Compréhension et application du cours (3 points)</b>	
0/3	Notions mal connues ou mélangées. Définitions, lois ou relations fondamentales non sues ou mal énoncées.	
1/3	Cours globalement su mais difficultés à l'appliquer ou trop d'imprécisions dans les énoncés.	
2/3	Cours plutôt bien énoncé et appliqué mais quelques imprécisions sur des points classiques.	
3/3	Cours connu, énoncé avec précision et appliqué avec rigueur.	
	<b>Ex 2 : Compréhension et application du cours (3 points)</b>	
0/3	Notions mal connues ou mélangées. Définitions, lois ou relations fondamentales non sues ou mal énoncées.	
1/3	Cours globalement su mais difficultés à l'appliquer ou trop d'imprécisions dans les énoncés.	
2/3	Cours plutôt bien énoncé et appliqué mais quelques imprécisions sur des points classiques.	
3/3	Cours connu, énoncé avec précision et appliqué avec rigueur.	
	<b>Calculs littéraux et numériques (3 points)</b>	
0/3	Trop d'erreurs de calcul ou d'applications numériques.	
1/3	Encore trop d'erreurs.	
2/3	Quelques erreurs ou justifications peu convaincantes dans les calculs.	
3/3	Calculs bien menés ou corrigés en autonomie.	
	<b>Démarche scientifique (3 points)</b>	
0/3	Démarche désorganisée, sans stratégie apparente ou incohérente avec l'énoncé.	
1/3	Tentative de stratégie mais manquant de rigueur ou mal adaptée au problème.	
2/3	Démarche globalement logique et structurée mais quelques étapes floues ou peu justifiées.	
3/3	Démarche claire, logique et rigoureuse.	
	<b>Esprit critique et vérification des résultats (2 points)</b>	
0/2	Les résultats ne sont pas critiqués a posteriori	
1/2	Démarche critique mais quelques erreurs non corrigées ou interprétations de certains résultats peu convaincantes.	
2/2	Utilisation systématique de l'homogénéité, de l'interprétation physique ou de la comparaison à des expressions ou des ordres de grandeur connus, permettant de corriger certaines erreurs en autonomie ou d'apporter un éclaircissement scientifique.	
	<b>Expression orale (2 points)</b>	
0/2	Expression confuse, vocabulaire inadapté, fautes répétées d'expression.	
1/2	Expression compréhensible mais parfois imprécise ou peu fluide	
2/2	Expression claire, structurée et précise. Vocabulaire scientifique.	
	<b>Expression écrite (2 points)</b>	
0/2	Tableau mal tenu, absence de figures, notations incorrectes ou dessins inutilisables.	
1/2	Tableau soigné mais les schémas manquent de lisibilité ou de pertinence.	
2/2	Tableau soigné. Schémas clairs, bien annotés, exploités dans l'argumentation.	
	<b>Réactivité aux questions et indications (1 point)</b>	
0/1	Incapacité à comprendre les questions ou à s'adapter aux remarques.	
1/1	Bonne écoute, réponses adaptées et correction rapide d'éventuelles erreurs.	
	<b>Autonomie et initiative (1 point)</b>	
0/1	Attend des indications pour avancer.	
1/1	Prend des initiatives réfléchies, explore différentes pistes avec jugement.	
	<b>Total (20 points)</b>	