1. Demostrar lo siguiente asumiendo que las variables X y Y son independientes:
   (a) $E[XY] = E[X]E[Y]$.
   (b) $\mathrm{var}(X+Y) = \mathrm{var}(X) + \mathrm{var}(Y)$.

2. Suponga que una moneda justa es lanzada n veces, donde n es un numero par, y x representa el numero de caras. Determine el numero esperado de caras y la probabilidad que el numero de caras es exactamente $x = \frac{n}{2}$, asumiendo $n = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$. Explique los resultados.

3. Suponga que el numero de errores en un programa de computador tiene una distribución de Poisson con parámetro $\lambda = 5$.
   (a) Determine la probabilidad que el programa de computador no tenga errores.
   (b) La probabilidad que el número de errores son 5 o más.

4. (Ejercicio 2.44, Bishop) Considere una distribución Gaussiana univariada $\mathcal{N}(x|\mu, \tau^{-1})$ que tiene un prior conjugado Gaussiana-gamma dado por (1), y un conjunto de datos $\mathbf{x} = \{x_1, \ldots, x_N\}$ de observaciones i.i.d. Demostrar que la distribución posterior es también Gaussian-gamma de la misma forma funcional que el prior, y escriba las expresiones para los parámetros de esta distribución posterior.

$$p(\mu, \tau) = \mathcal{N}\left(\mu|\mu_0, (\beta\tau)^{-1}\right) \mathrm{Gam}(\tau|a, b) \tag{1}$$