1. Un productor de electricidad opera dos generadores que tiene capacidades de 12 y 14 unidades por hora, respectivamente. Este productor vende la electricidad producida a \$1 por unidad y por hora. Las tres generadoras comparten un sistema de enfriamiento que restringe su operación, con limite inferior y superior. Específicamente, la suma de las horas de generación del generador 2 y dos veces las horas del generador 1 deben ser al menos 8 unidades. Ademas, la suma de las horas del generador 2 y dos-tercios de las horas del generador 1 no deben ser mayores a 18 unidades. El productor desea determinar las horas de producción para los dos generadores con el fin de maximizar los ingresos totales de la venta de energía.

2. Un productor de gas natural gestiona dos yacimientos y sirve a dos mercados. La tabla 1 resume la capacidad de cada yacimiento, y la tabla 2 informa sobre la demanda de cada mercado, la cual se debe satisfacer de manera exacta. La tabla 3, resume el costo por unidad de transportar gas desde cada yacimiento a cada mercado. La compañía quiere determinar como transportar el gas natural desde los yacimientos a los mercados con el fin de minimizar el costo total del transporte.

Table 1: Capacidad de cada yacimiento.

Yacimiento	Capacidad [unidades]
1	7
2	12

Table 2: Demanda de cada mercado.

Mercado	Demanda [unidades]
1	10
2	8

Table 3: Costo del transporte entre los yacimientos y los mercados.

	Mercado 1	Mercado 2
Yacimiento 1	5	4
Yacimiento 2	3	6

3. La red eléctrica mostrada en la figura 1 incluye dos plantas de producción, en los nodos 1 y 2, y demanda en el nodo 3. Las plantas de producción en los nodos 1 y 2 tienen capacidades de producción de 7 y 9 unidades, respectivamente, y sus costos de producción por unidad son \$1 y \$2, respectivamente. Existe una demanda de energía en el nodo 3 de 10 unidades. La operación de la red es gobernada por diferencias en las alturas eléctricas de los tres nodos. Mas específicamente, el flujo de electricidad a través de cualquier linea es proporcional a la diferencia de las alturas eléctricas de los nodos inicial y final de la linea. Esto significa que la cantidad de energía producida en el nodo 1 es igual a la diferencia entre las alturas eléctricas de los nodos 1 y 2 adicionando la diferencia entre las alturas eléctricas de los nodos 1 y 3. La electricidad producida en el nodo 2 es similarmente igual a la diferencia entre las alturas eléctricas de los nodos 2 y 1, sumando la diferencia de las alturas eléctricas de los nodos 2 y 3. Finalmente, la electricidad consumida en el nodo 3 esta definida como la diferencia entre

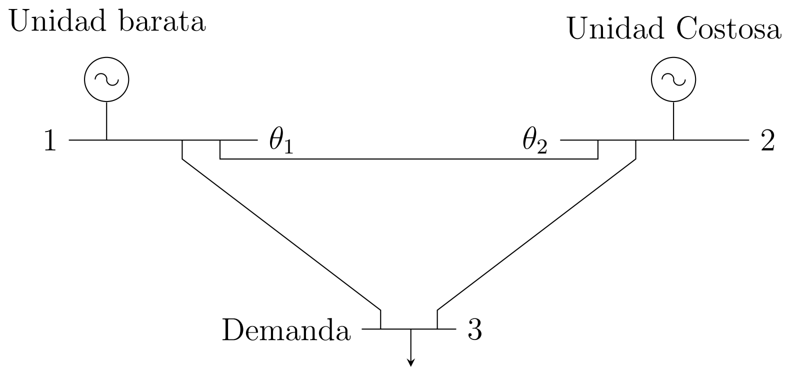

Figure 1: Red eléctrica para el problema de optimización.

las alturas eléctricas de los nodos 1 y 3 adicionando la diferencia de las alturas eléctricas entre los nodos 2 y 3 (la diferencia de las alturas eléctricas son opuestas a aquellas del nodo 1 y 2 porque la energía es consumida en el nodo 3 que es lo opuesto a ser producida).

El operador de la red busca producir electricidad en las plantas y operar la red de tal modo que cumpla la demanda en el nodo 3 con el mínimo costo.

Este problema tiene cinco variables. Sea x_1 y x_2 las unidades de electricidad producida en los nodos 1 y 2, respectivamente. También sea θ_1, θ_2 y θ_3 las alturas eléctricas de los tres nodos.

4. El problema del camino más corto (*shortest path*) de una red: La red esta representada por un gráfico dirigido $G(V, E)$, donde V es el conjunto de los vértices (nodos) y E es el conjunto de los enlaces. Un enlace entre el nodo i al nodo j es expresado por $(i, j) \in E$; d_{ij} es el costo del enlace de (i, j); x_{ij}^{pq}, donde $0 \leq x_{ij}^{pq} \leq 1$, es el volumen de trafico del nodo $p \in V$ al nodo $q \in V$ dirigido a traves de $(i, j) \in E$. En la figura 2, considere el nodo 1 como el nodo fuente ($p = 1$) y el nodo 4 como el nodo destino ($q = 4$), queremos encontrar el camino más corto desde el nodo 1 hasta el nodo 4. Este problema se formula con un problema de programación lineal. En general este problema se puede describir de la siguiente manera:

$$\min \sum_{(i,j)\in E} d_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = 1, \text{ sí } i = p, \tag{2}$$

$$\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij} - \sum_{j:(j,i)\in E} x_{ji} = 0, \ \forall i \neq p, q \in V \tag{3}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \ \forall (i, j) \in E. \tag{4}$$

Escribir el problema lineal para diagrama mostrado en la figura 2. Tips: la restricción 2 (ecuación (3)), indica que i es fijo y no puede ser el nodo de entrada ni salida. Las sumatorias se hacen con respecto a j, y representan la suma de todos los enlaces que salen del nodo i y se restan los enlaces que entran al nodo i.

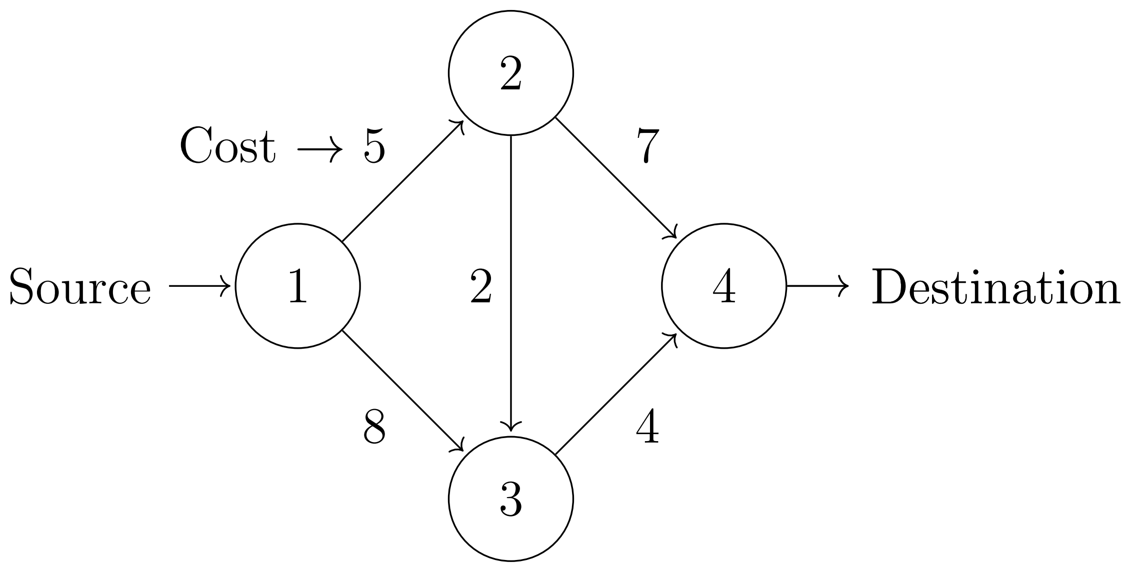

Figure 2: Problema del camino más corto (shortest path) entre la fuente (source) y el destino (destination).