



Institución
Universitaria
Reacreditada en Alta Calidad

Optimización Para Ingeniería

Somos Innovación Tecnológica con *Sentido Humano*



Alcaldía de Medellín



Contenido

1. Que es la optimización y como la usamos?
2. Ejemplos de problemas de optimización – básicos.
3. Clasificación y problemas de la optimización.

Optimización

Es el proceso de buscar la combinación de parámetros (\mathbf{x}) que resultaran en el mejor resultado ($f(\mathbf{x})$) de acuerdo con un criterio (restricciones) dado.

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in R^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } c_i(\mathbf{x}) = 0 \\ c_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ \mathbf{x} \in R^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } c_i(\mathbf{x}) = 0 \\ c_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ l_i \leq \mathbf{x} \leq u_i \end{aligned}$$

Bounds

$f(\mathbf{x})$ y $c_i(\mathbf{x})$ pueden ser lineales, no-lineales. O en algunos casos $f(\mathbf{x})$ puede ser desconocida. También $f(\mathbf{x})$, puede ser un vector.

Definición: Optimización Numérica

Optimización (en el día a día):

Mejora de una buena solución por intuición, fuerza bruta o basada en decisiones heurísticas.

Optimización Numérica (Matemática):

Encontrar la mejor solución posible usando una formulación matemática del problema y un método de solución numérica riguroso/heurístico.

A menudo el término **programación matemática** se emplea como una alternativa a la optimización numérica. Esta expresión data mucho antes que los computadores. El término *programming* se refería a la solución del planeamiento de problemas (planning problems).

Formulación de Problema de Optimización

La formulación general de problemas de optimización consiste de:

- Las **variables** (también llamadas variables de decisión, grados de libertad, parámetros, ...)
- Un **modelo matemático** para describir el sistema a ser optimizado.
- **Restricciones adicionales** sobre la solución optima, incluyendo limites de las variables.

La función objetivo puede ser **minimizada** o **maximizada**.

Optimización

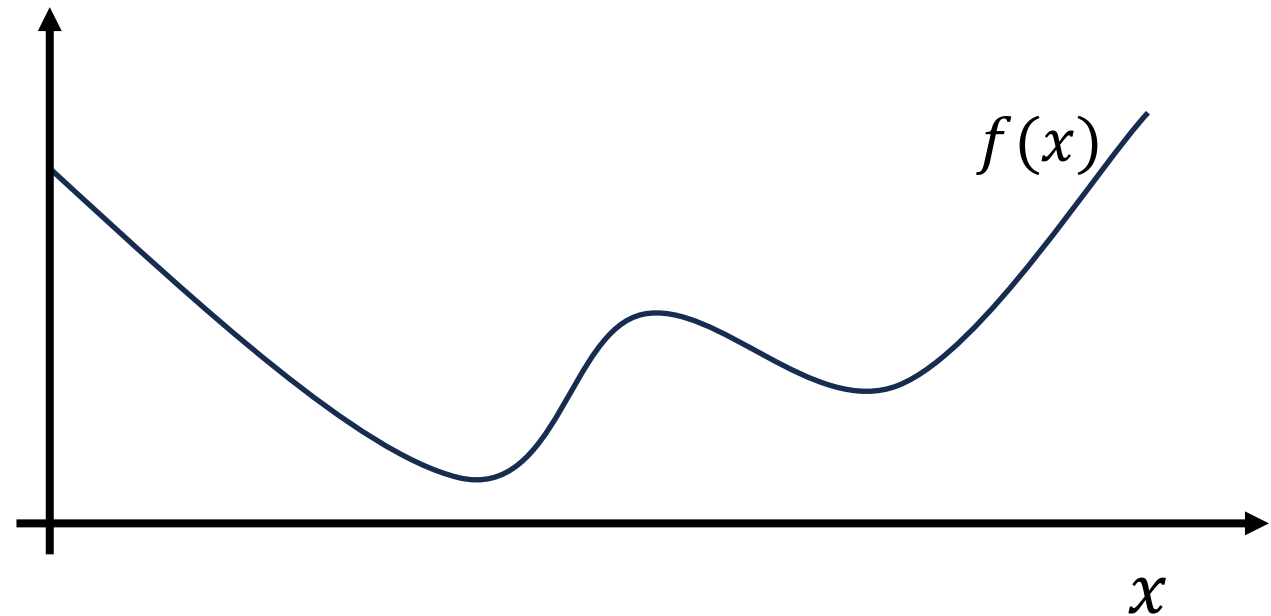
función objetivo

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in R^n \end{aligned}$$

variables

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$



Formulación de Problema de Optimización

- La función objetivo describe una medición económica (costos de operación, costos de inversión, beneficio, etc.), o tecnológica, o ...
- El modelado matemático de los resultados del sistema en modelos a ser agregados en el problema de optimización como **restricciones de igualdad**.
- Un **modelo matemático** para describir el sistema a ser optimizado.
- Las **restricciones adicionales** (mayoritariamente desigualdades lineales) resultan, por ejemplo de:
 - Limitaciones específicas del equipo o la planta (capacidad, presión, etc.)
 - Limitaciones del material (límite de explosión, punto de ebullición, etc.)
 - Requerimientos del producto (calidad, etc.)
 - Recursos (disponibilidad, calidad, etc.)

Solución a problemas de Optimización

Que define una solución de un problema de optimización?

- Aquellos valores de las **variables influenciadoras** (variables de decisión o grados de libertad) son buscados, de tal manera que maximicen o minimicen una función objetivo.
- Los valores de los grados de libertad deben **satisfacer** el **modelo matemático** y **todas sus restricciones adicionales** como, por ejemplo, limitaciones en recursos o físicas al valor del óptimo.
- Típicamente la solución es un **compromiso** entre los **efectos opuestos**. En el diseño de procesos, por ejemplo, costos de inversiones pueden ser reducidos mientras se incrementa el costos de operación (y viceversa).

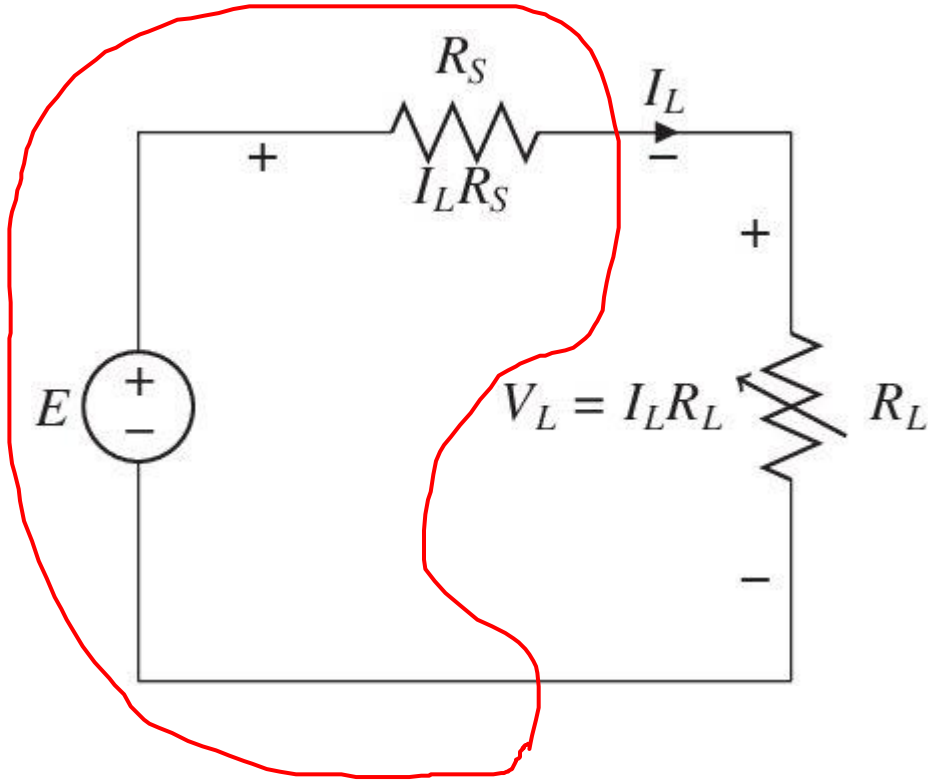


Contenido

1. Que es la optimización y como la usamos?
2. Ejemplos de problemas de optimización – básicos.
3. Clasificación y problemas de la optimización.

Ejemplo: Optimización en Circuitos

Determinar cual es el valor de R_L para que la fuente transmita la mayor potencia. Asumir conocidas E y R_S .



Potencia Carga

$$P_L = I_L V_L$$

No conocemos I_L y V_L .

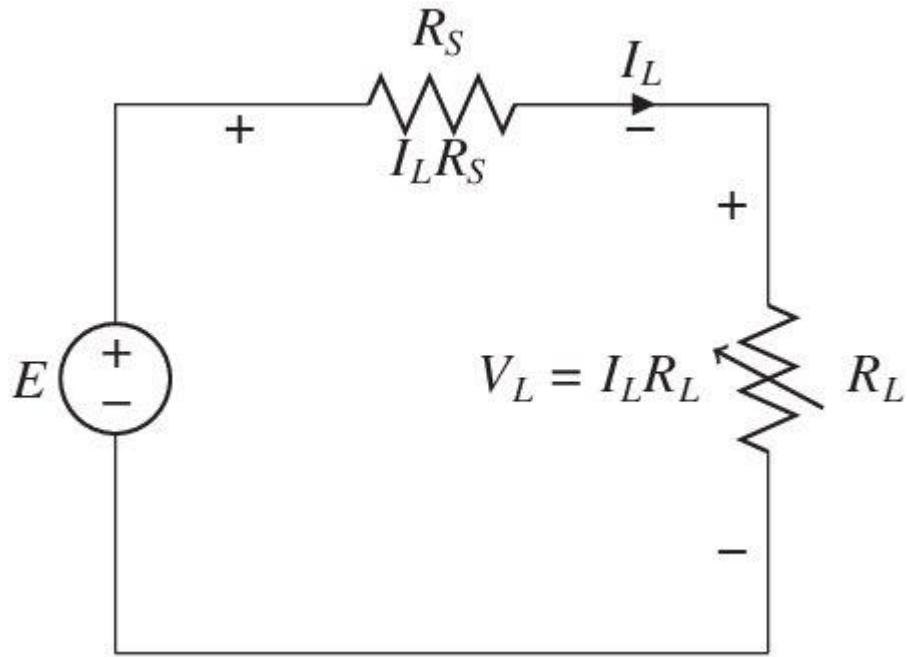
$$V_L = I_L R_L$$

$$E = V_L + I_L R_S \Rightarrow E = I_L R_L + I_L R_S \Rightarrow E = I_L (R_L + R_S)$$

$$I_L = \frac{E}{R_L + R_S}$$

$$P_L = I_L V_L \Rightarrow P_L = I_L (I_L R_L) \Rightarrow P_L = I_L^2 R_L \Rightarrow P_L = \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 R_L$$

Ejemplo: Optimización en Circuitos



Determinar cual es el valor de R_L para que la fuente transmita la mayor potencia. Asumir conocidas E y R_S .

Potencia Carga

$$\max P_L = \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 R_L, \quad R_L \geq 0$$

$$\begin{aligned} &\min -P_L(R_L) \\ &\text{s.t. } 0 \leq R_L \leq \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\min f(\mathbf{x}) \\ &\text{s.t. } c_i(\mathbf{x}) = 0 \\ &\quad c_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ &\quad l_i \leq \mathbf{x} \leq u_i \end{aligned}$$

Ejemplo: Optimización en Circuitos

Determinar cual es el valor de R_L para que la fuente transmita la mayor potencia. Asumir conocidas E y R_S .

Potencia Carga

$$P_L(R_L) = \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 R_L$$

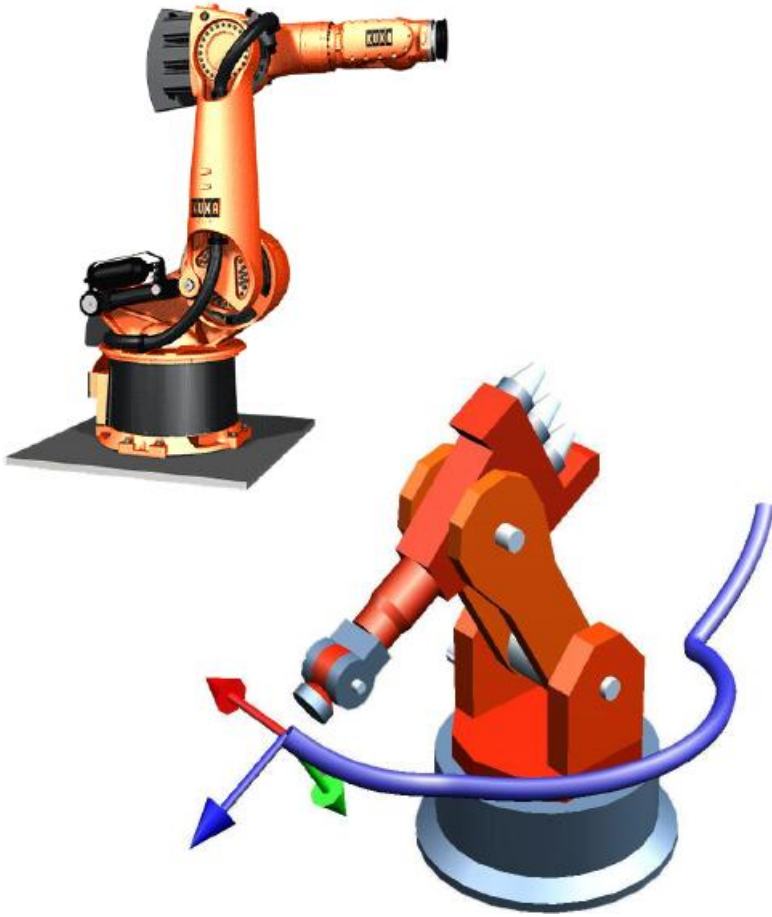
$\max P_L = E^2 \underline{R_L} (\underline{R_L} + R_S)^{-2}$ Para hallar el máximo, derivamos e igualamos a cero.

$$\frac{dP_L}{dR_L} = E^2(R_L + R_S)^{-2} + E^2 R_L (-2)(R_L + R_S)^{-3} = 0$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = E^2(R_L + R_S)^{-2}(1 - 2R_L(R_L + R_S)^{-1}) = 0 \quad \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 > 0$$

$$1 - \frac{2R_L}{R_L + R_S} = 0 \quad R_L + R_S = 2R_L \quad R_L = R_S$$

Ejemplo: Planeamiento optimo del movimiento de Robots



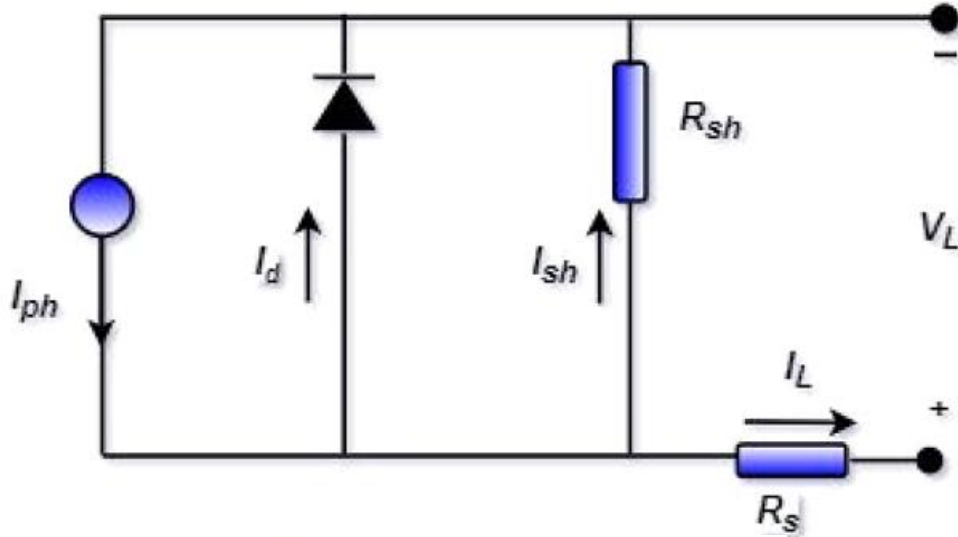
Tarea:

- Transporte y posicionamiento preciso de una pieza, por ejemplo, durante el ensamblaje.

Objetivos:

- Tiempo de ciclo corto para producción, por ejemplo, minimización del tiempo de transporte a través del planeamiento del movimiento optimo.
- Posicionamiento correcto de una pieza durante ensamblaje.
- Sin coaliciones durante el movimiento.

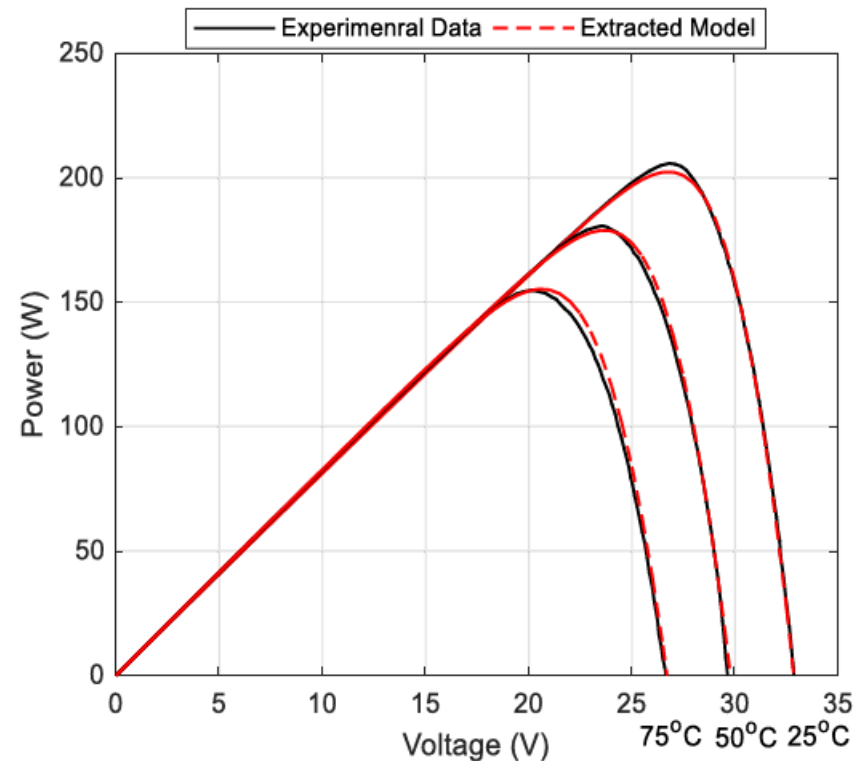
Estimación de parámetros de panel fotovoltaico



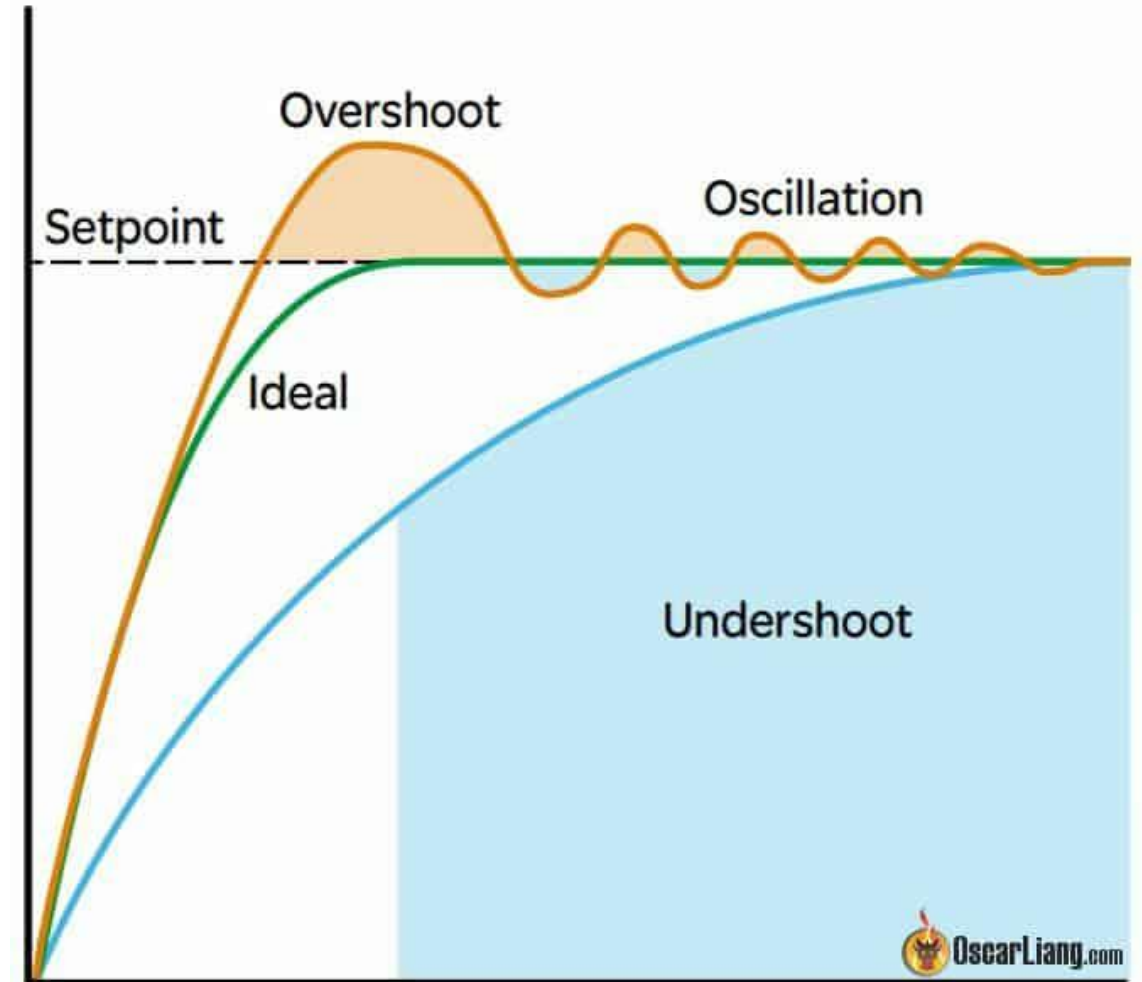
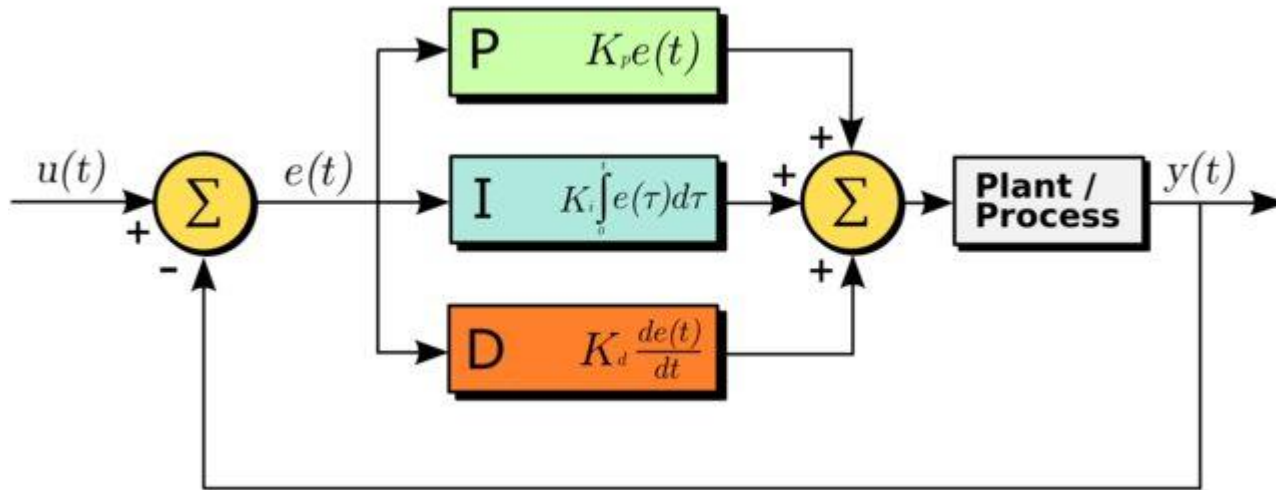
$$I_L = I_{ph} - I_{SD1} \left[\exp \left(\frac{q (V_L + I_L R_s)}{n_1 k T} \right) - 1 \right] - I_{SD2} \left[\exp \left(\frac{q (V_L + I_L R_s)}{n_2 k T} \right) - 1 \right] - \frac{V_L + I_L R_s}{R_{sh}}$$



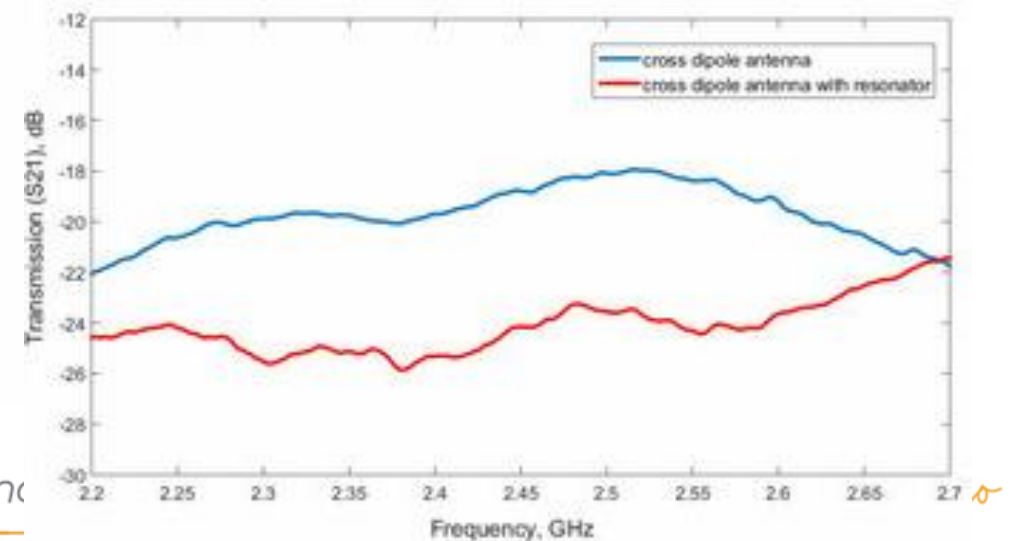
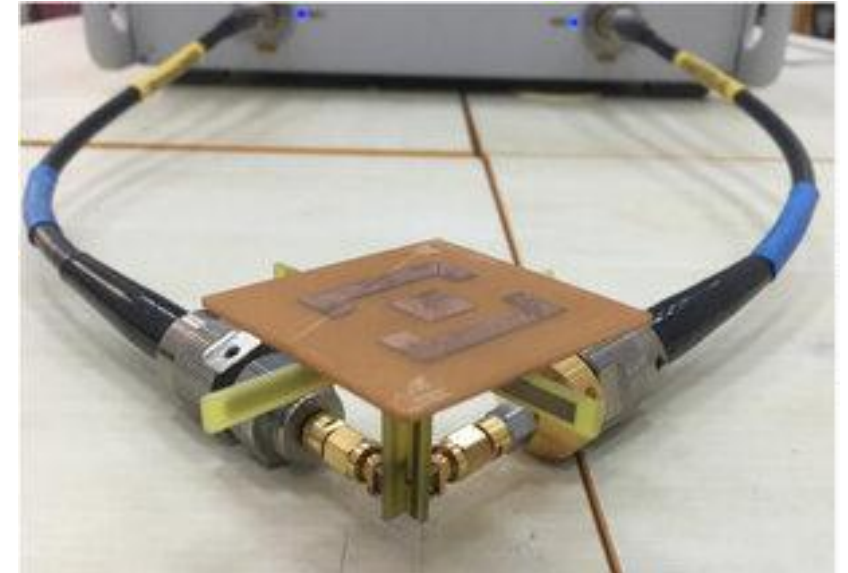
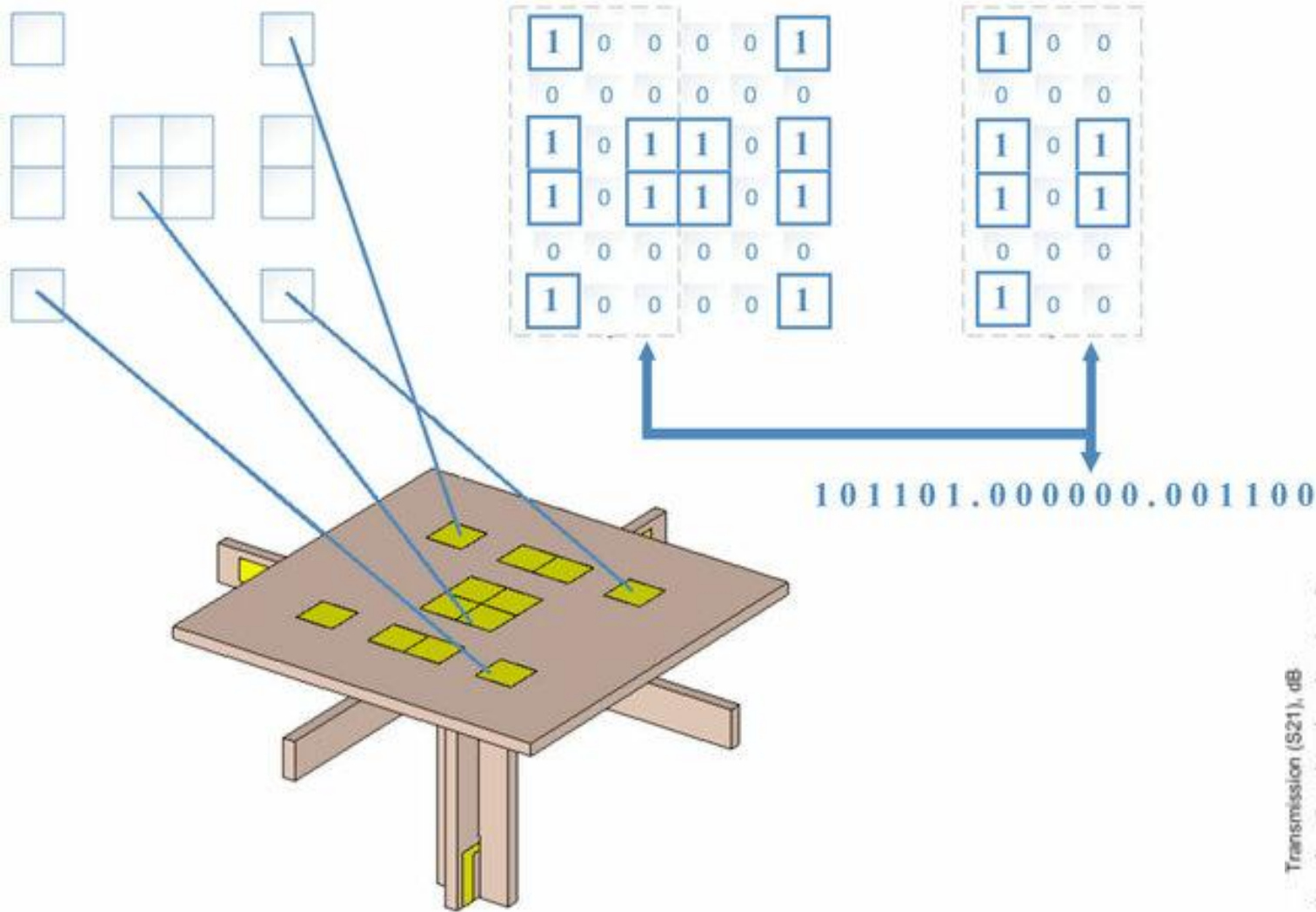
$$y = ax + b$$



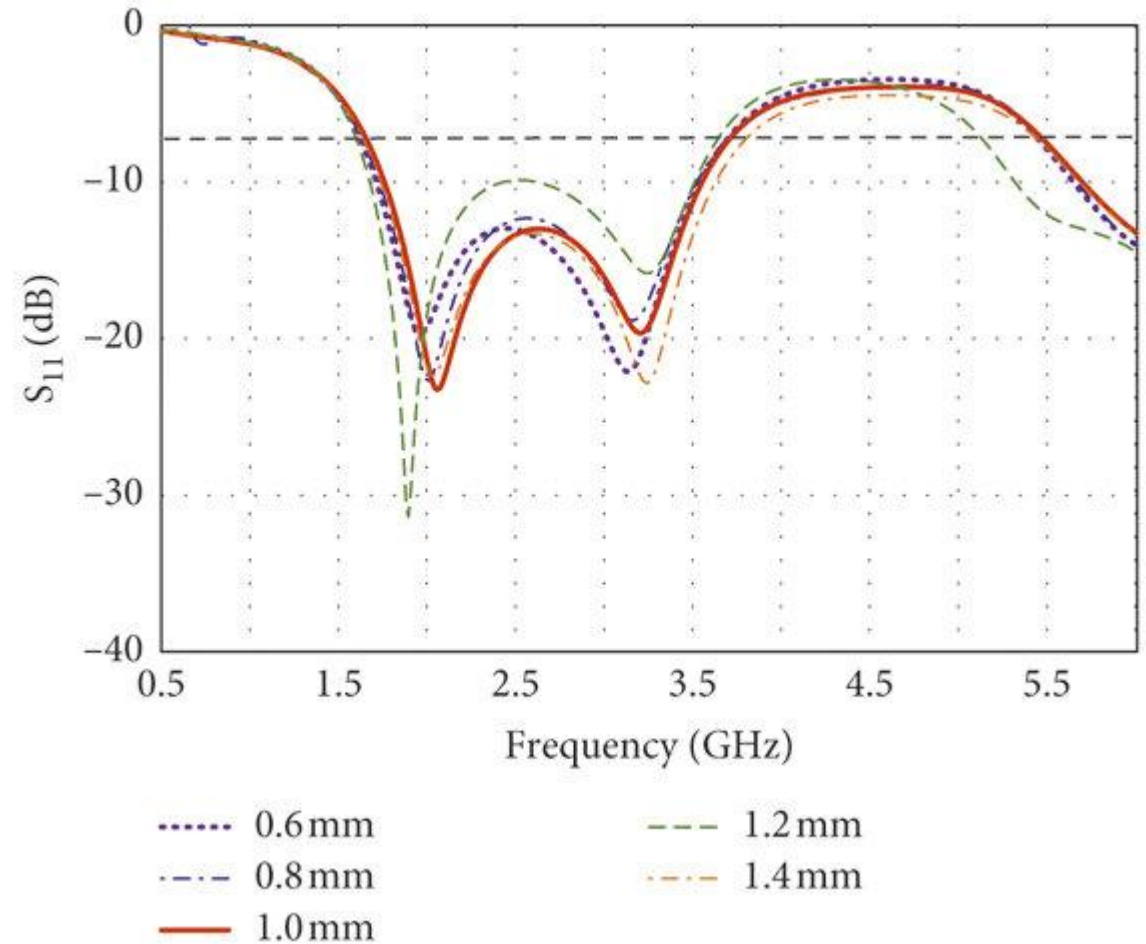
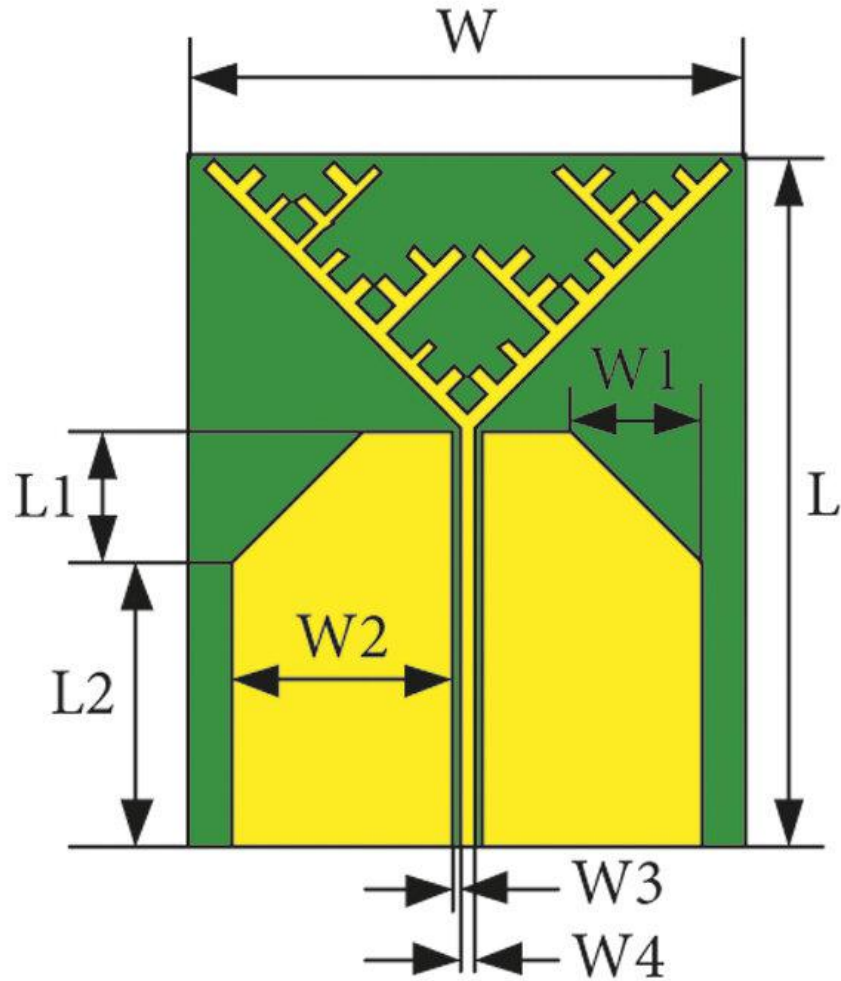
Sintonización de Parámetros PID



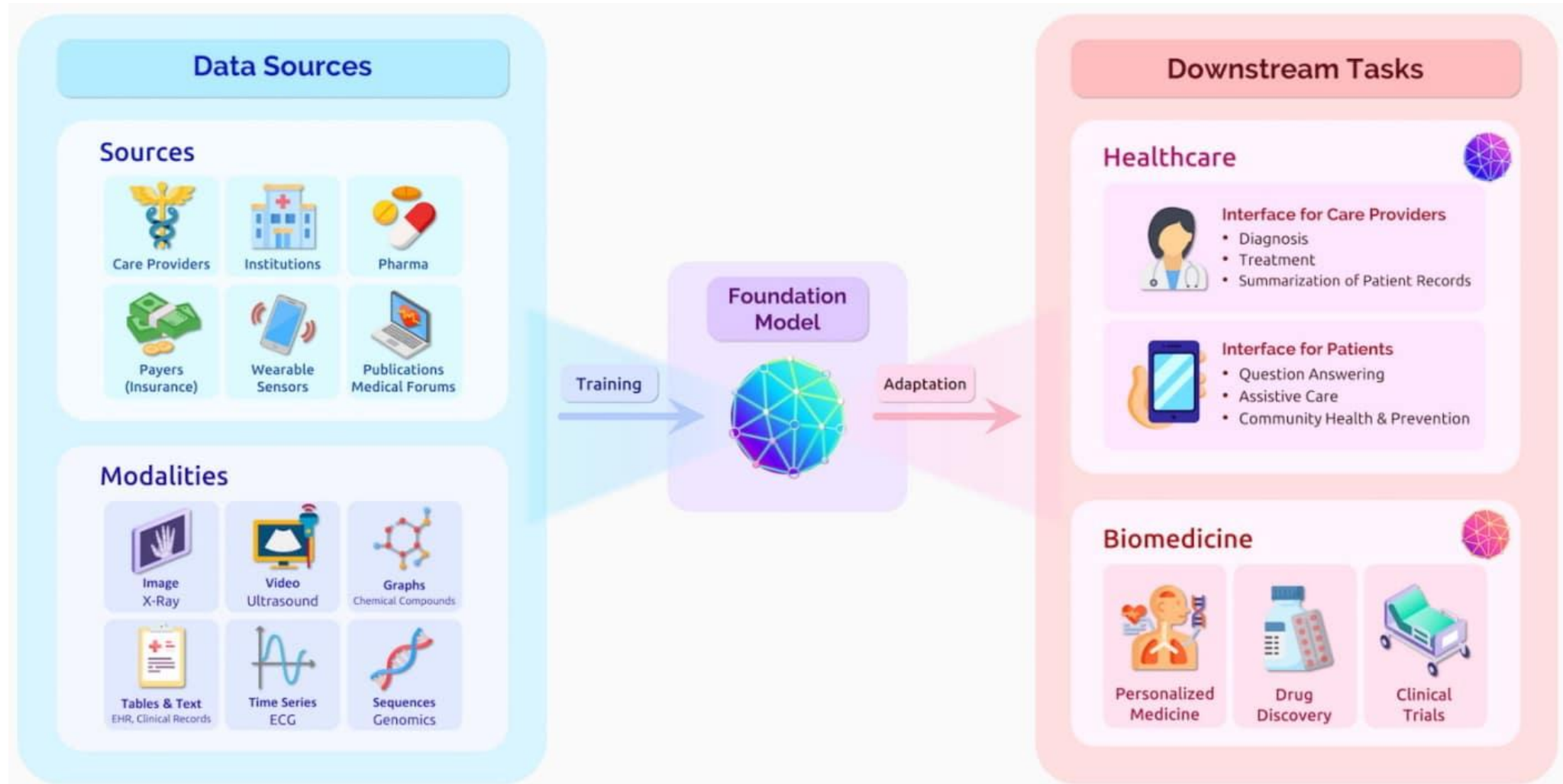
Diseño de antenas



Diseño de antenas



Machine Learning

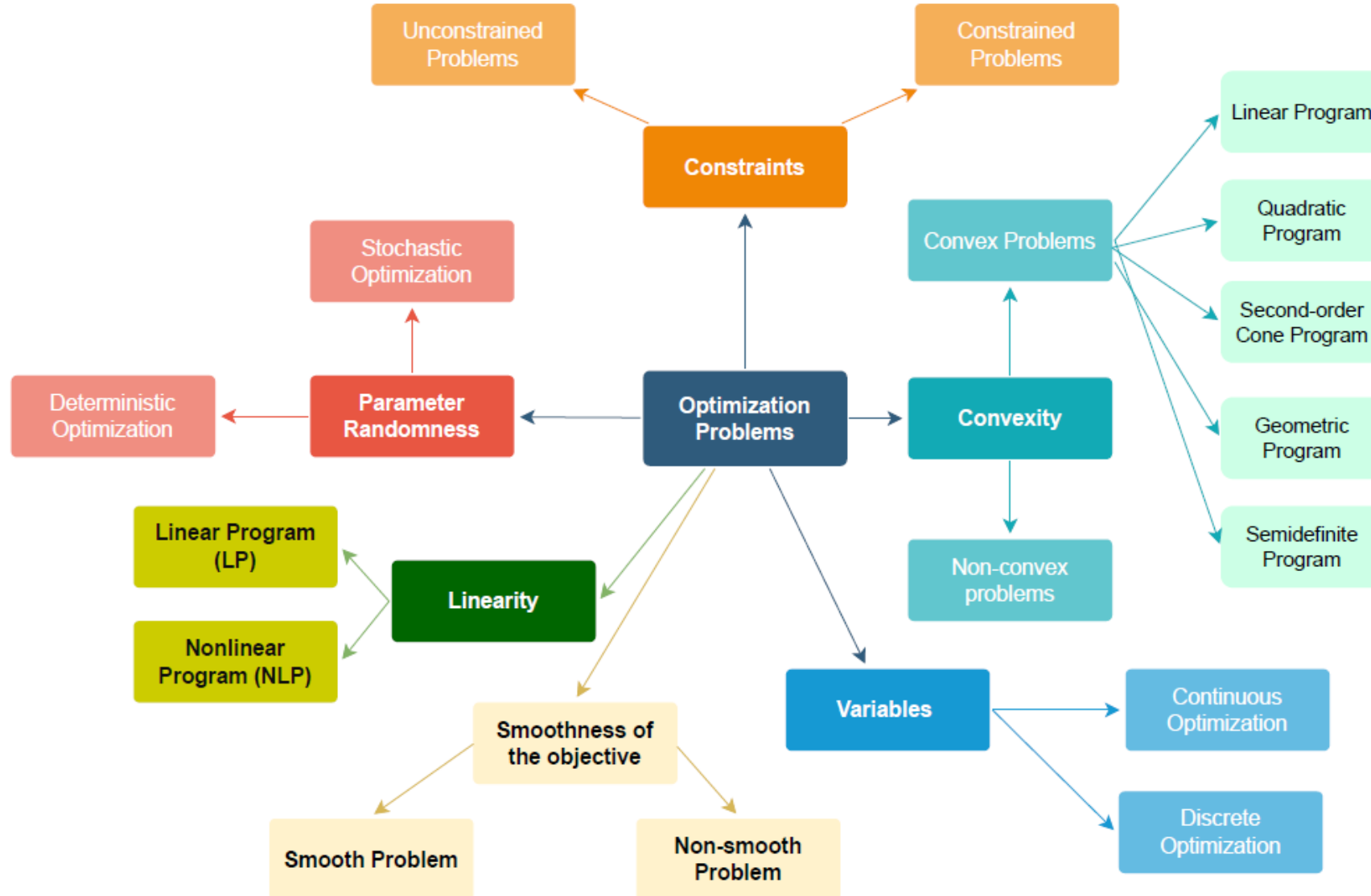




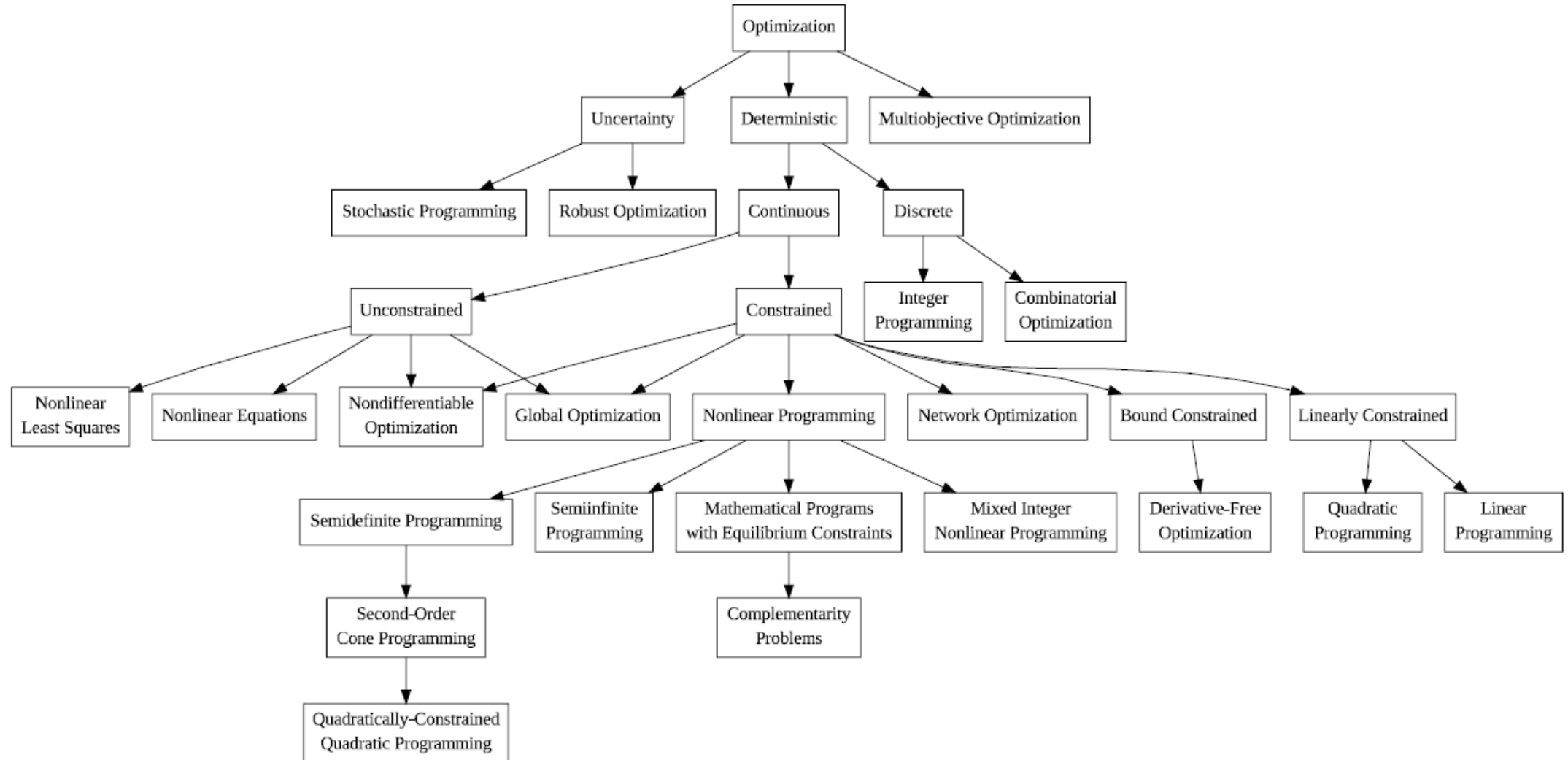
Contenido

1. Que es la optimización y como la usamos?
2. Ejemplos de problemas de optimización – básicos.
3. Clasificación y problemas de la optimización.

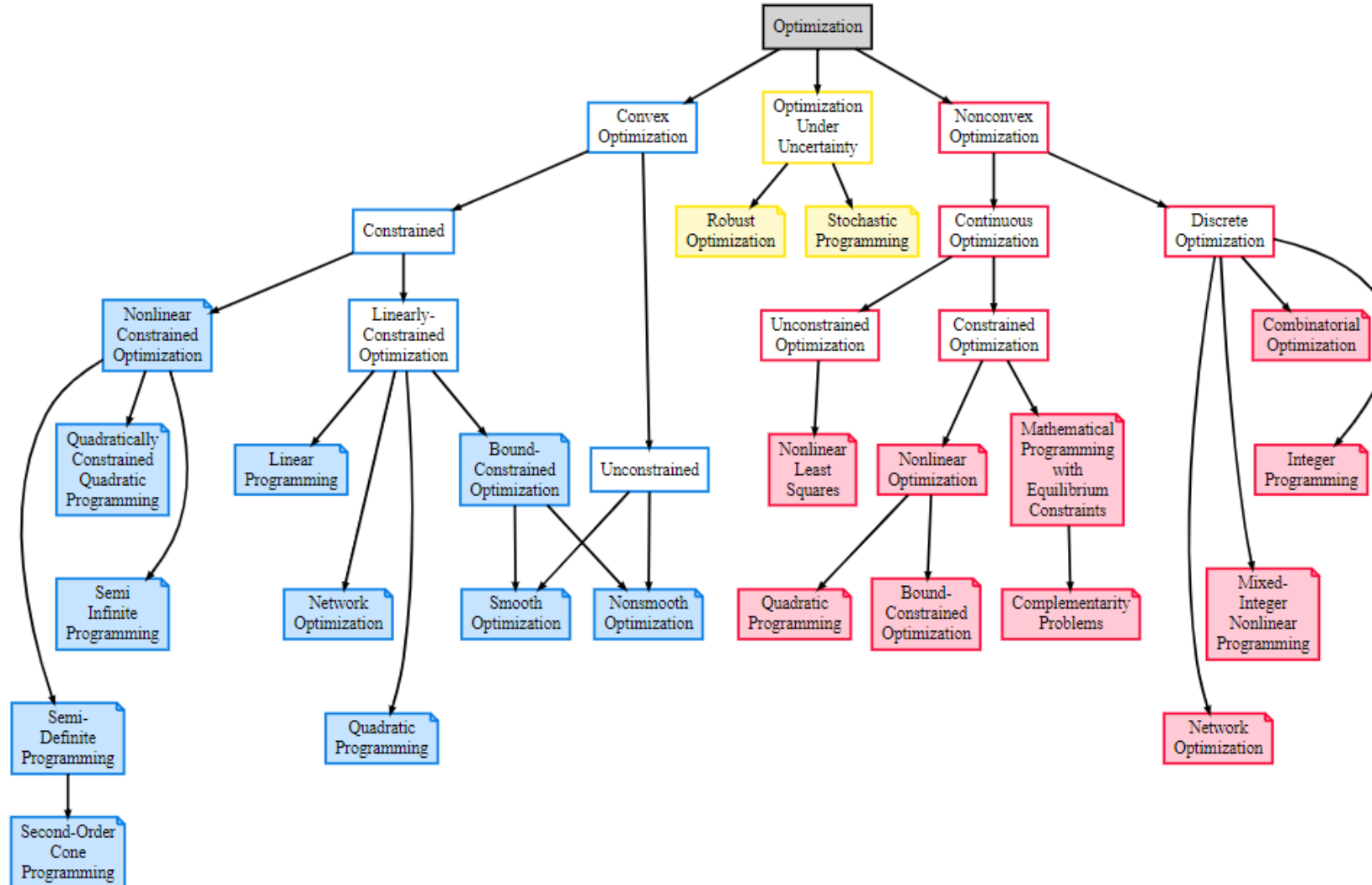
Clasificación



Clasificación



Clasificación





Chequeo

- Que constituye un problema de optimización?
- Que problemas típicos se encuentran?
- Como se pueden clasificar los problemas de optimización?

Eventos Evaluativos

| Eventos evaluativos | Ponderación (%) | Fecha |
|--|-----------------|-----------|
| E - Conceptos básicos de Optimización, Algebra Lineal y Optimización sin restricciones (Gradiente) (F, S, D) | 20 | Semana 4 |
| E – Condiciones KKT y Optimización Lineal (Simplex) (F, S, D) | 20 | Semana 7 |
| E - Optimización no-lineal con restricciones (QPM, ALM, LBM) y Entera Mixta (Branch and Bound) (F, S, D) | 20 | Semana 10 |
| P - Optimización Métodos Heurísticos (F, S, H) | 20 | Semana 13 |
| P - Optimización Bayesiana y basada en Machine Learning. (F, S, H) | 20 | Semana 16 |



Institución
Universitaria
Reacreditada en Alta Calidad

¡Gracias!

Somos Innovación Tecnológica con *Sentido Humano*



Alcaldía de Medellín