Vector

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} {x_n}^2} \geq 0$$

$$a\,(b\mathbf{x}) = (ab)\,\mathbf{x}$$
$$a\,(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = a\mathbf{x} + a\mathbf{y}$$
$$(a+b)\,\mathbf{x} = a\mathbf{x} + b\mathbf{x}$$

Producto punto

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{x}^\top\mathbf{x} = \sum_{n=1}^{N} {x_n}^2 = \|\mathbf{x}\|^2$$

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y} = \|\mathbf{x}\|\,\|\mathbf{y}\|\cos(\theta)$$

Matriz-vector

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\mathbf{x} &= [\mathbf{a}_{1:}\cdot\mathbf{x}, \mathbf{a}_{2:}\cdot\mathbf{x}, \ldots, \mathbf{a}_{N:}\cdot\mathbf{x}]^\top \\ &= \sum_{n=1}^{n} x_n \mathbf{a}_{:n},\end{aligned}$$

donde $\mathbf{a}_{i:}$ es la i-esima fila de la matriz $\mathbf{A}$, y $\mathbf{a}_{:j}$ es la j-esima columna de la matriz $\mathbf{A}$.

Matriz-Matriz

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} = [\mathbf{A}\mathbf{b}_{:1}, \ldots, \mathbf{A}\mathbf{b}_{:p}],$$

donde los elementos de la matriz $\mathbf{C}$ estan dados por $c_{i,j} = \mathbf{a}_{i:}\cdot\mathbf{b}_{:j}$.

Propiedades del producto matricial

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$
$$(\mathbf{AB})\,\mathbf{C} = \mathbf{A}\,(\mathbf{BC})$$
$$(\mathbf{A}+\mathbf{B})\,\mathbf{C} = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

Transpuesta

$$(\mathbf{AB})^\top = \mathbf{B}^\top\mathbf{A}^\top.$$
$$(\mathbf{ABC})^\top = \mathbf{C}^\top\mathbf{B}^\top\mathbf{A}^\top.$$

Sí la matriz es simetrica, entonces

$$\mathbf{A}^\top = \mathbf{A}.$$

Otras propiedades

$$\left(\mathbf{A}^\top\right)^\top = \mathbf{A}.$$
$$(\mathbf{A}+\mathbf{B})^\top = \mathbf{A}^\top + \mathbf{B}^\top$$
$$(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$$

Determinante

$$\begin{aligned}|\mathbf{A}| &\neq 0, \quad \text{Si es no singular.} \\ |\mathbf{A}| &= |\mathbf{A}^\top| \\ |\mathbf{AB}| &= |\mathbf{A}||\mathbf{B}|, \\ |\mathbf{A}^{-1}| &= \frac{1}{|\mathbf{A}|}\end{aligned}$$

Valores propios

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$$
$$|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}| = 0$$

Definida posivita Una matriz es definida positiva si sus valores propios son positivos.

$$\mathbf{x}^\top\mathbf{A}\mathbf{x} \geq 0, \qquad \lambda_i > 0.$$

Gradiente y Hessiana Para una función $f(\mathbf{x})$ de $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

$$\nabla^2 f = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}$$