

1. Calcular la distancia mínima entre el punto  $(-1,2)$  y la recta que pasa por el origen en dirección  $(1,1)$ .
2. Calcular el gradiente y la Hessiana de las funciones

(a)  $f(x_1, x_2) = x_1 + 4x_2 - 2$ .

(b)  $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^4 - 3x_1^2x_2$

(c)  $f(x_1, x_2) = \sin(x_1)\sin(x_2)$ , con  $|x_i| \leq \pi$  para  $i = \{1, 2\}$ .

(d)  $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$

(e)  $f(x_1, x_2) = \mathbf{c}^\top \mathbf{x}$  con  $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ .

(f)  $f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^4 + (x_2 - 1)^3$

(g)  $f(x_1, x_2) = \mathbf{x}^\top \mathbf{A} \mathbf{x}$ , con  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ .

Para cada función realizar:

- determinar si las funciones son lineales o no lineales, convexas y no convexas.
- Determinar los puntos estacionarios de las funciones no lineales.
- Para cada punto estacionario determinar si es un mínimo, máximo, punto de ensilladura, o no se sabe.
- Los mínimos encontrados son locales estrictos o no?