



Optimización Para Ingeniería

Somos Innovación Tecnológica con *Sentido Humano*



Alcaldía de Medellín

Contenido

1. Que es la optimización y como la usamos?
2. Ejemplos de problemas de optimización – básicos.
3. Clasificación y problemas de la optimización.

Optimización

Es el proceso de buscar la **combinación de parámetros (x)** que resultaran en **el mejor resultado ($f(x)$)** de acuerdo con **un criterio (restricciones)** dado.

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } x \in R^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } c_i(x) = 0 \\ c_i(x) \leq 0 \\ x \in R^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } c_i(x) = 0 \\ c_i(x) \leq 0 \\ l_i \leq x \leq u_i \end{aligned}$$

Bounds

$f(x)$ y $c_i(x)$ pueden ser lineales, no-lineales. O en algunos casos $f(x)$ puede ser desconocida. También $f(x)$, puede ser un vector.

Definición: Optimización Numérica

Optimización (en el día a día):

Mejora de una buena solución por intuición, fuerza bruta o basada en decisiones heurísticas.

Optimización Numérica (Matemática):

Encontrar la mejor solución posible usando una formulación matemática del problema y un método de solución numérica riguroso/heurístico.

A menudo el término **programación matemática** se emplea como una alternativa a la optimización numérica. Esta expresión data mucho antes que los computadores. El término *programming* se refería a la solución del planeamiento de problemas (*planning problems*).

Formulación de Problema de Optimización

La formulación general de problemas de optimización consiste de:

- Las **variables** (también llamadas variables de decisión, grados de libertad, parámetros, ...)
- Un **modelo matemático** para describir el sistema a ser optimizado.
- **Restricciones adicionales** sobre la solución optima, incluyendo límites de las variables.

La función objetivo puede ser **minimizada** o **maximizada**.

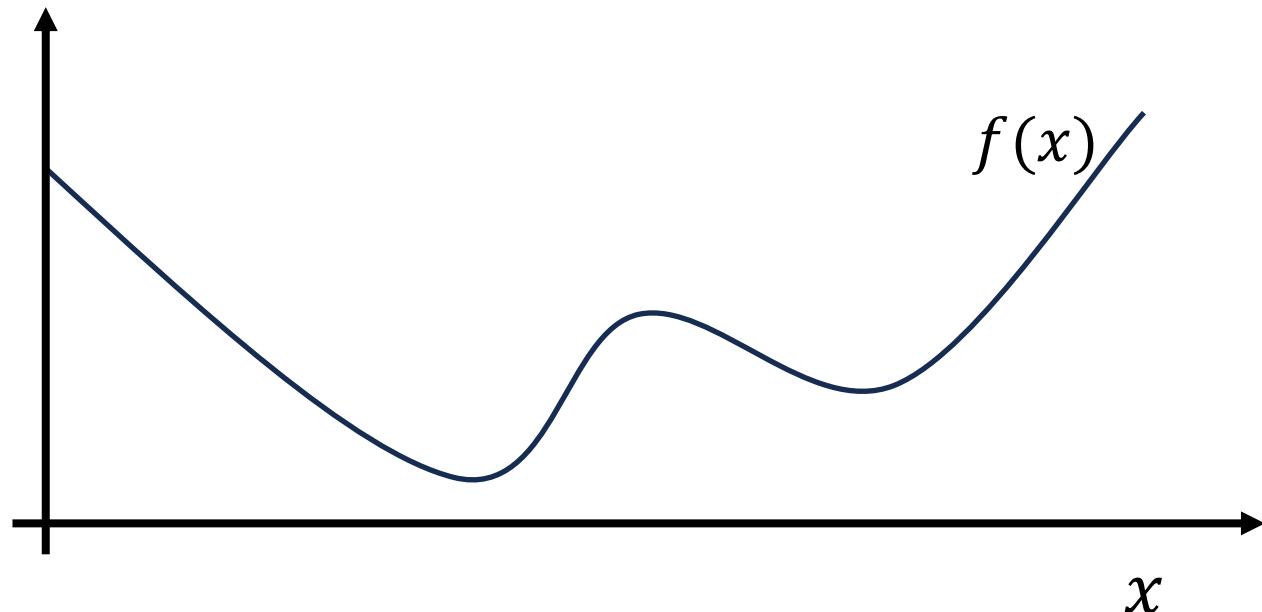
Optimización

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } x \in R^n \end{aligned}$$

función objetivo
 $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

variables

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$



Formulación de Problema de Optimización

- La función objetivo describe una medición económica (costos de operación, costos de inversión, beneficio, etc.), o tecnológica, o ...
- El modelado matemático de los resultados del sistema en modelos a ser agregados en el problema de optimización como **restricciones de igualdad**.
- Un **modelo matemático** para describir el sistema a ser optimizado.
- Las **restricciones adicionales** (mayoritariamente desigualdades lineales) resultan, por ejemplo de:
 - Limitaciones específicas del equipo o la planta (capacidad, presión, etc.)
 - Limitaciones del material (límite de explosión, punto de ebullición, etc.)
 - Requerimientos del producto (calidad, etc.)
 - Recursos (disponibilidad, calidad, etc.)

Solución a problemas de Optimización

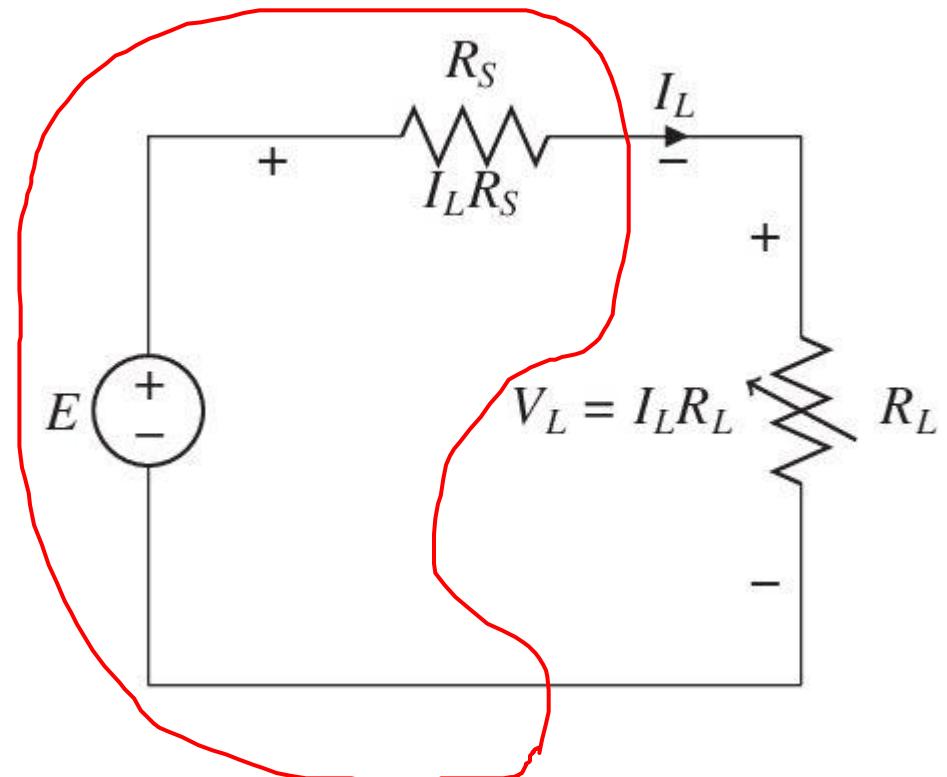
Que define una solución de un problema de optimización?

- Aquellos valores de las **variables influenciadoras** (variables de decisión o grados de libertad) son buscados, de tal manera que maximicen o minimicen una función objetivo.
- Los valores de los grados de libertad deben **satisfacer el modelo matemático y todas sus restricciones adicionales** como, por ejemplo, limitaciones en recursos o físicas al valor del óptimo.
- Típicamente la solución es un **compromiso entre los efectos opuestos**. En el diseño de procesos, por ejemplo, costos de inversiones pueden ser reducidos mientras se incrementa el costos de operación (y viceversa).

Contenido

1. Que es la optimización y como la usamos?
2. Ejemplos de problemas de optimización – básicos.
3. Clasificación y problemas de la optimización.

Ejemplo: Optimización en Circuitos



$$P_L = I_L V_L \Rightarrow P_L = I_L (I_L R_L) \Rightarrow P_L = I_L^2 R_L \Rightarrow P_L = \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 R_L$$

Determinar cual es el valor de R_L para que la fuente transmita la mayor potencia. Asumir conocidas E y R_S .

Potencia Carga

$$P_L = I_L V_L \quad \text{No concemos } I_L \text{ y } V_L.$$

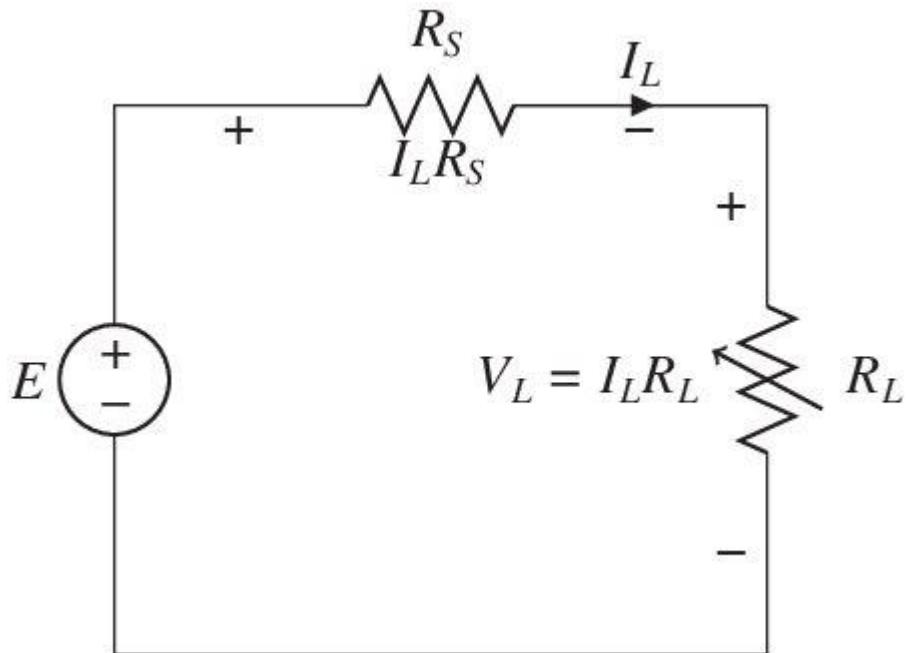
$$V_L = I_L R_L$$

$$E = V_L + I_L R_S \Rightarrow E = I_L R_L + I_L R_S \Rightarrow E = I_L (R_L + R_S)$$

$$I_L = \frac{E}{R_L + R_S}$$

$$P_L = \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 R_L$$

Ejemplo: Optimización en Circuitos



Determinar cual es el valor de R_L para que la fuente transmita la mayor potencia. Asumir conocidas E y R_S .

Potencia Carga

$$\max P_L = \left(\frac{E}{R_L + R_S} \right)^2 R_L, \quad R_L \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \min -P_L(R_L) \\ & \text{s.t. } 0 \leq R_L \leq \infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } c_i(\mathbf{x}) = 0 \\ & \quad c_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \quad l_i \leq x \leq u_i \end{aligned}$$

Ejemplo: Optimización en Circuitos

Determinar cual es el valor de R_L para que la fuente transmita la mayor potencia. Asumir conocidas E y R_S .

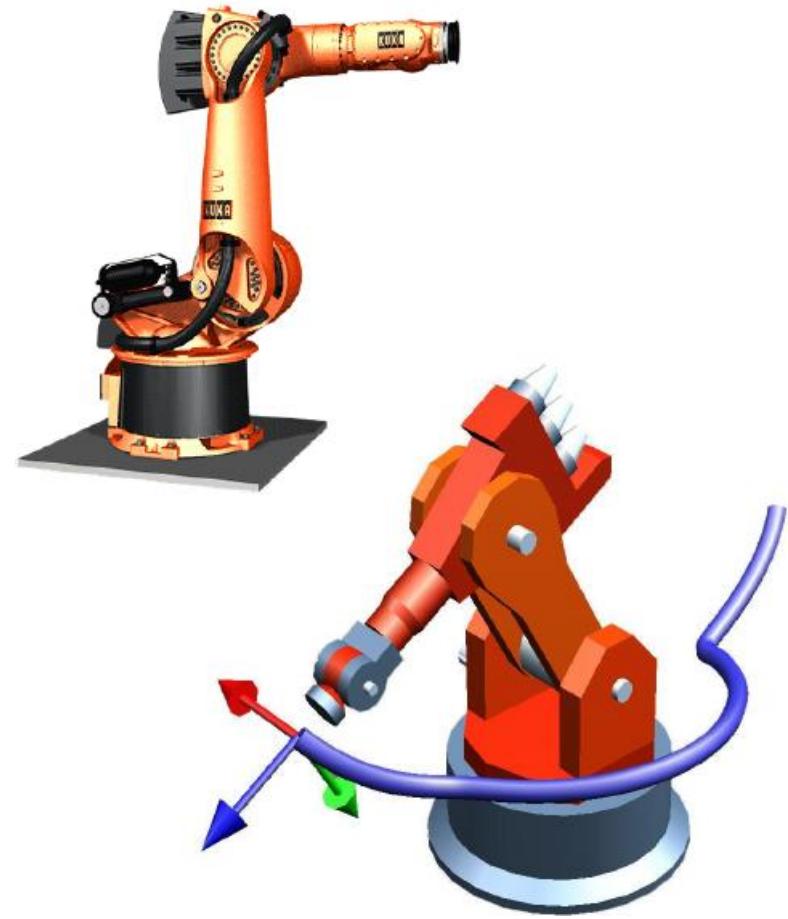
Potencia Carga

$\max P_L = E^2 \underline{R_L} (\underline{R_L + R_S})^{-2}$ Para hallar el máximo, derivamos e igualamos a cero.

$$\frac{dP_L}{dR_L} = E^2 (R_L + R_S)^{-2} + E^2 R_L (-2)(R_L + R_S)^{-3} = 0$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = E^2 (R_L + R_S)^{-2} (1 - 2R_L(R_L + R_S)^{-1}) = 0 \quad \left(\frac{E}{R_L + R_S}\right)^2 > 0$$

$$1 - \frac{2R_L}{R_L + R_S} = 0 \quad R_L + R_S = 2R_L \quad R_L = R_S$$



Ejemplo: Planeamiento optimo del movimiento de Robots

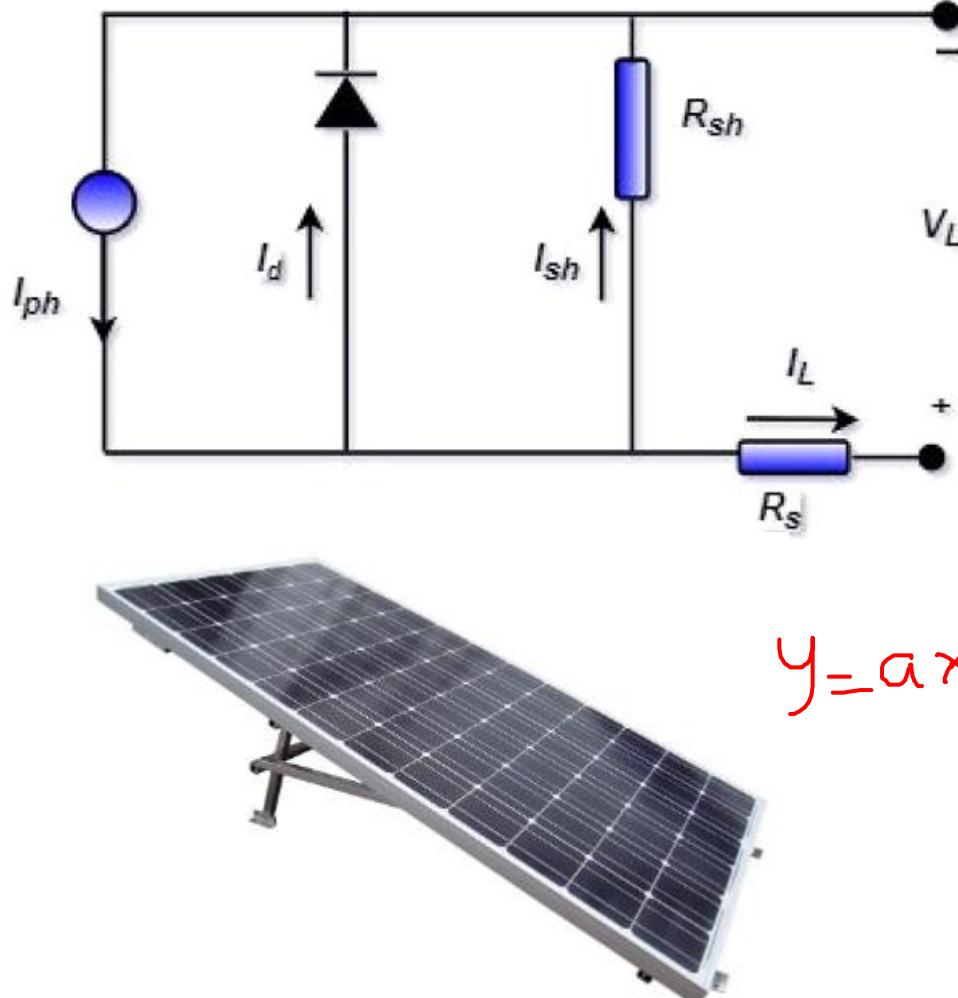
Tarea:

- Transporte y posicionamiento preciso de una pieza, por ejemplo, durante el ensamblaje.

Objetivos:

- Tiempo de ciclo corto para producción, por ejemplo, minimización del tiempo de transporte a través del planeamiento del movimiento optimo.
- Posicionamiento correcto de una pieza durante ensamblaje.
- Sin coaliciones durante el movimiento.

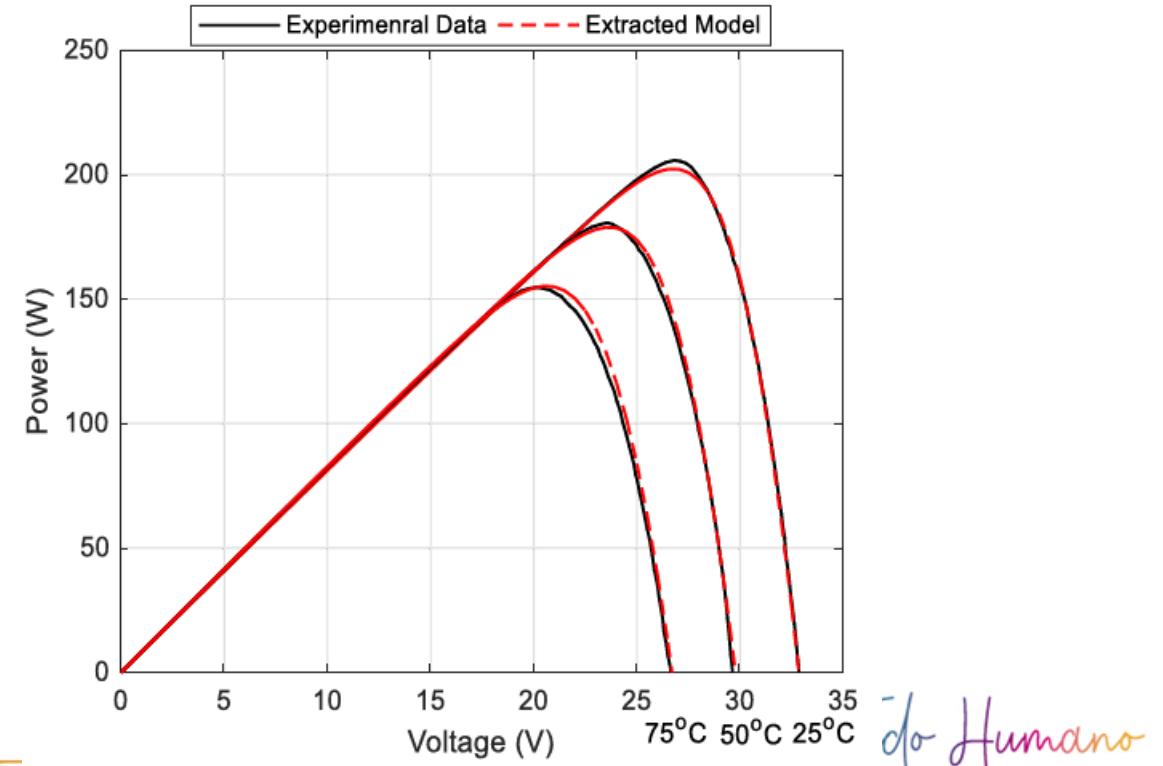
Estimación de parámetros de panel fotovoltaico



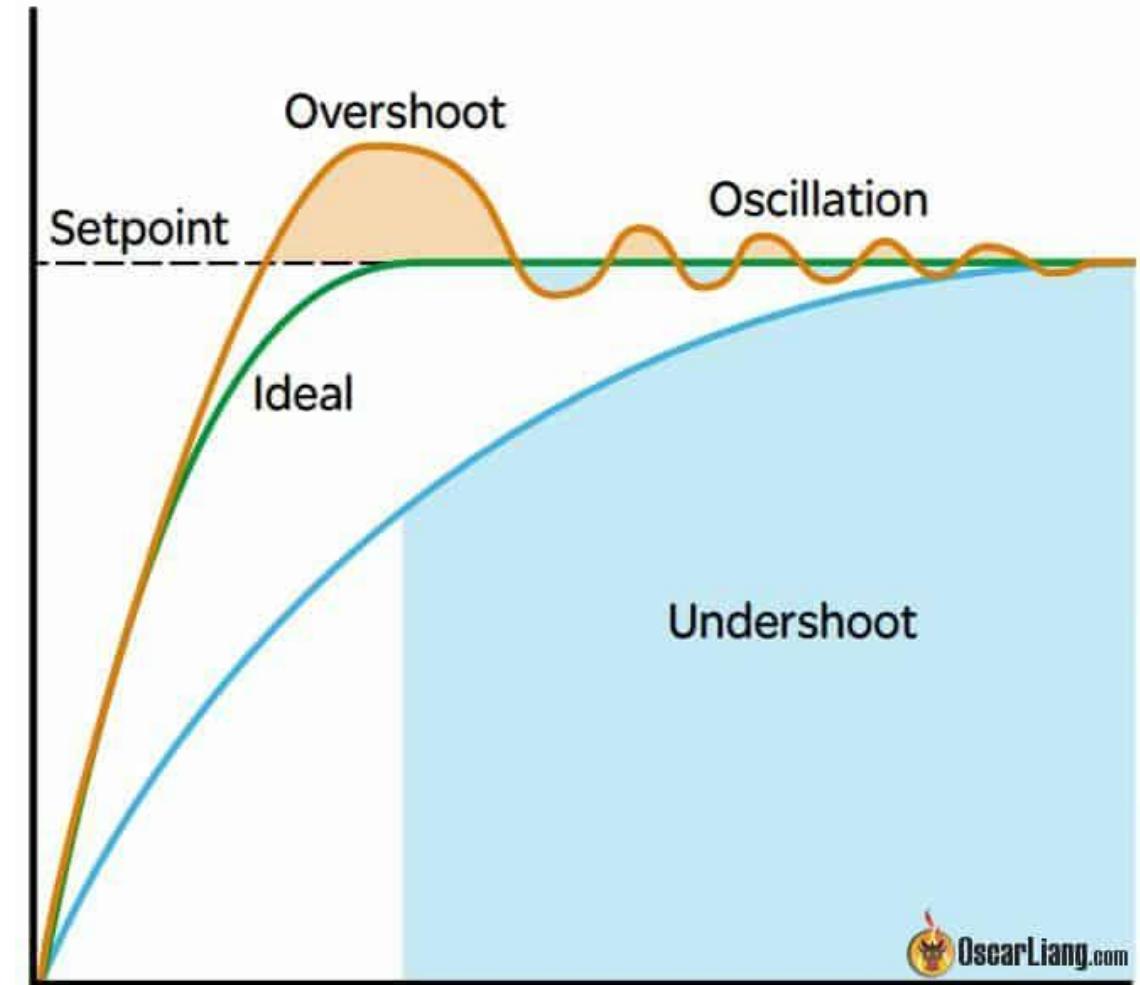
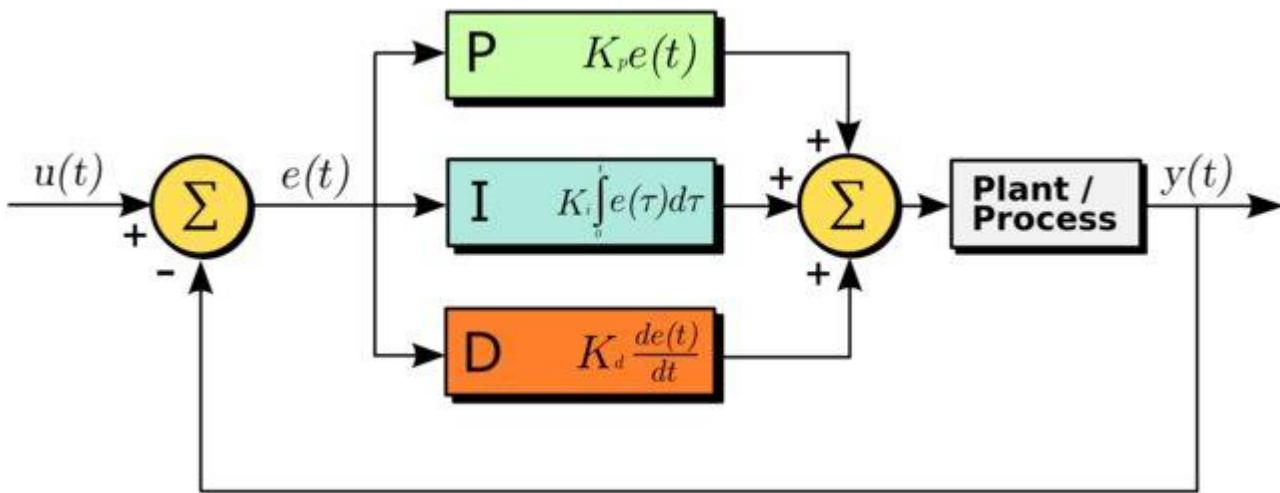
$y = ax + b$



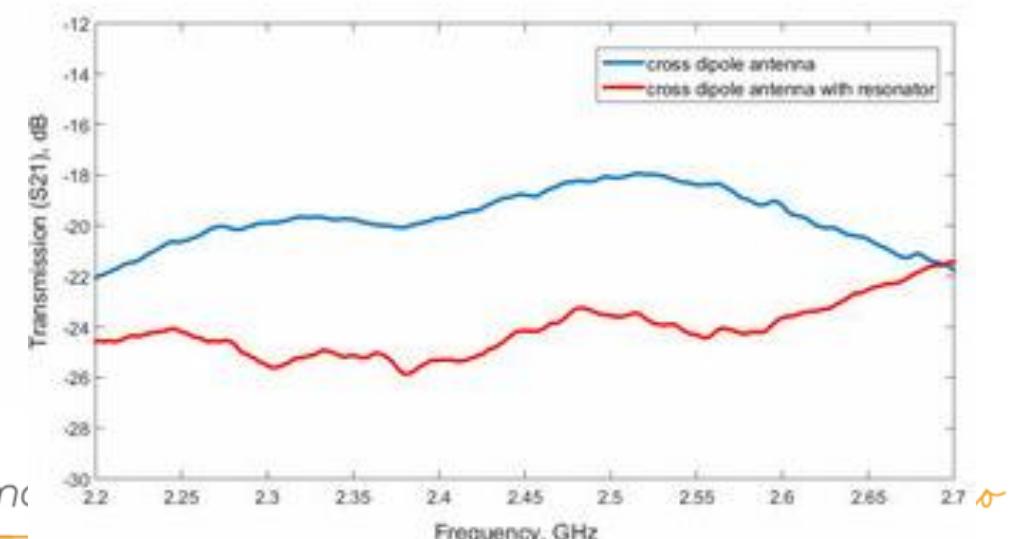
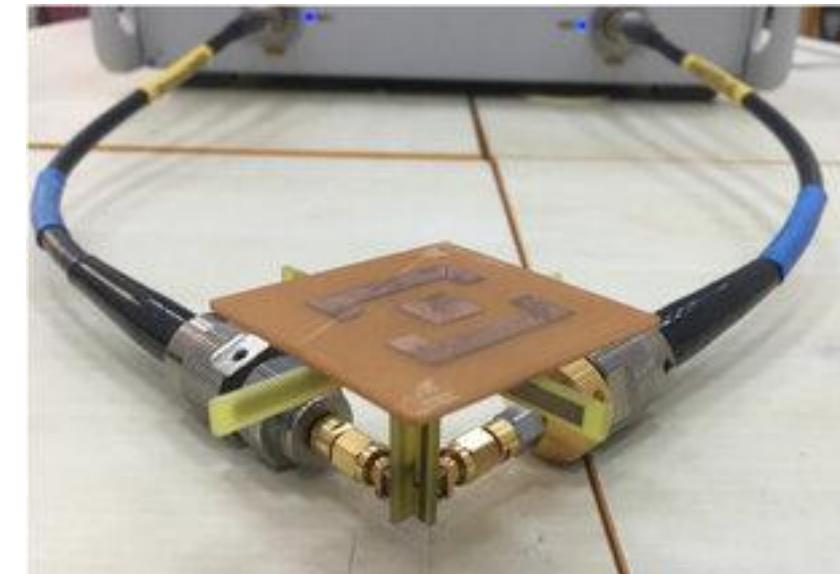
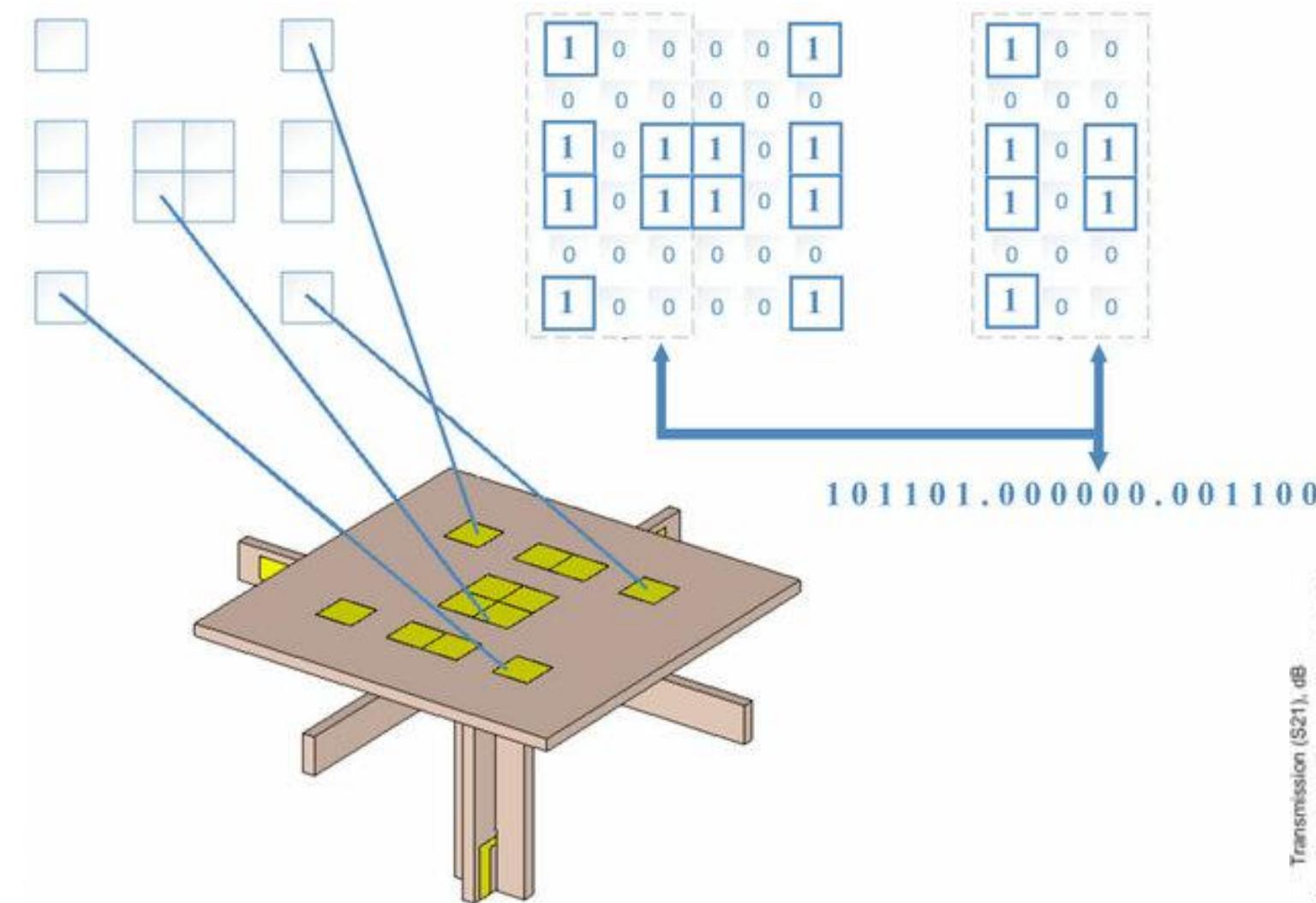
$$I_L = I_{ph} - I_{SD1} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_s)}{n_1 kT} \right) - 1 \right] - I_{SD2} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_s)}{n_2 kT} \right) - 1 \right] - \frac{V_L + I_L R_s}{R_{sh}}$$



Sintonización de Parámetros PID

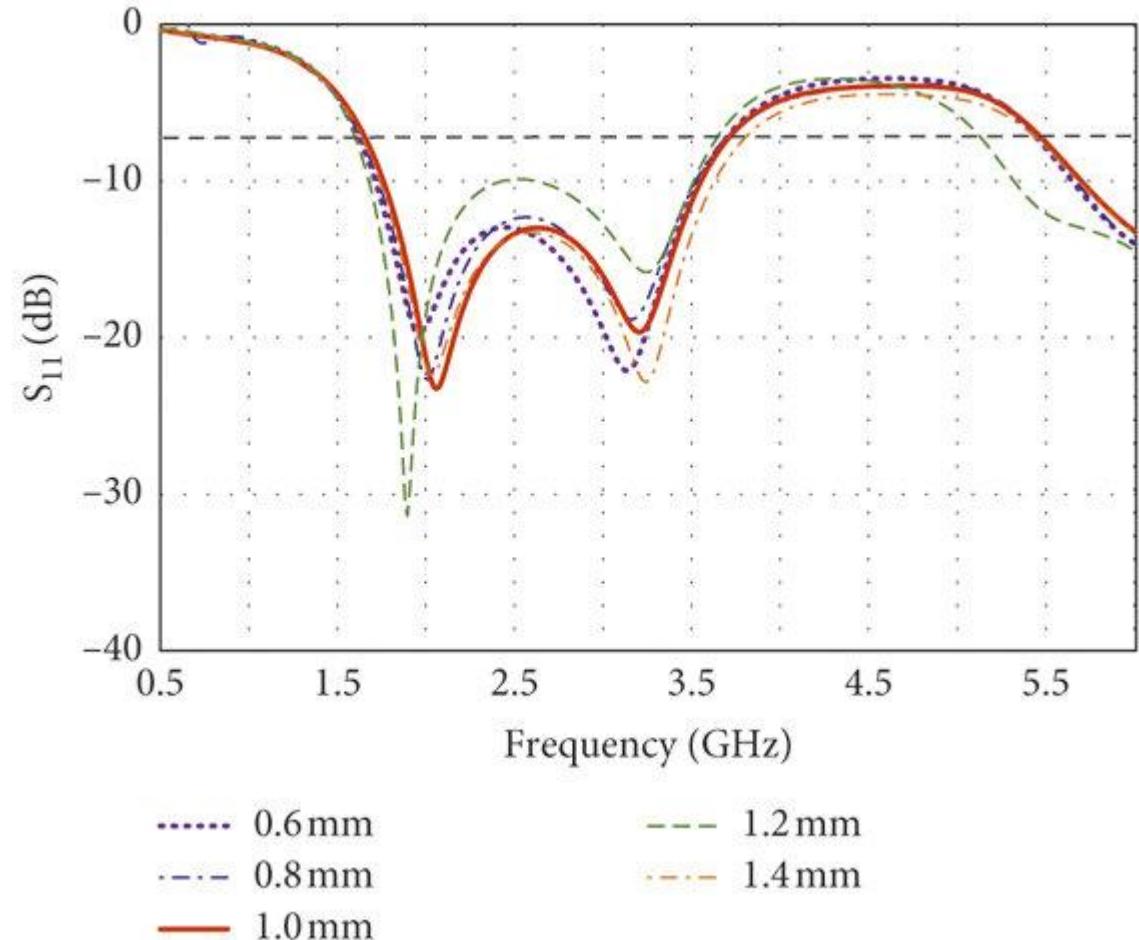
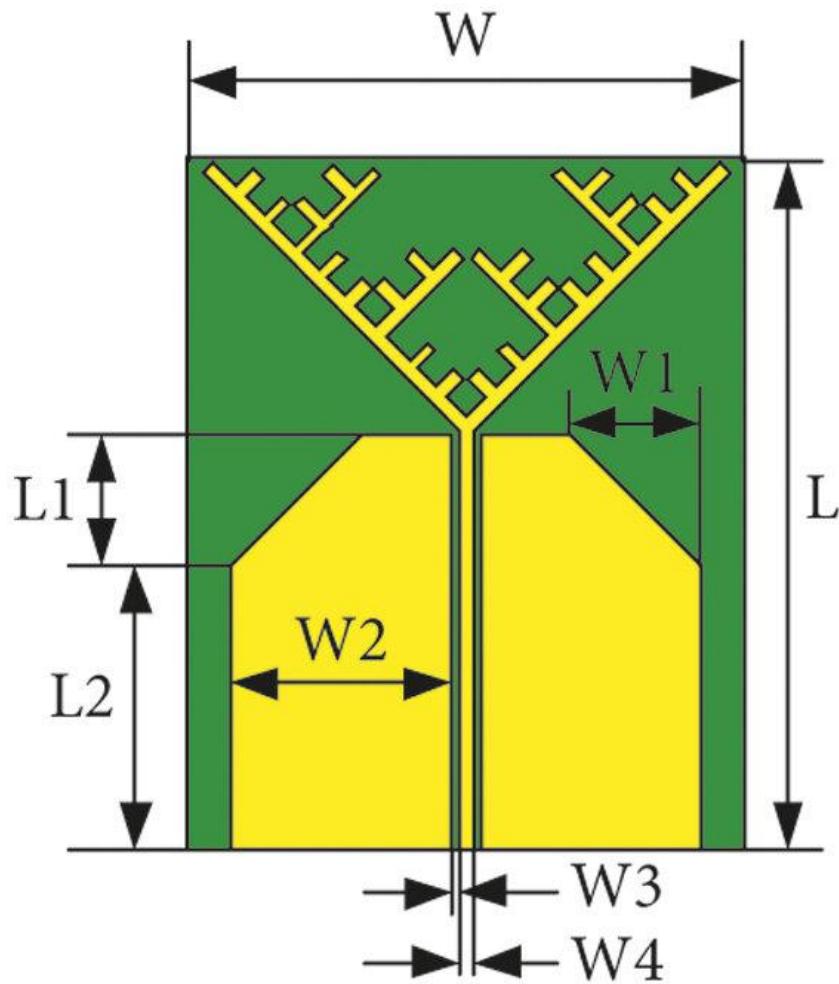


Diseño de antenas

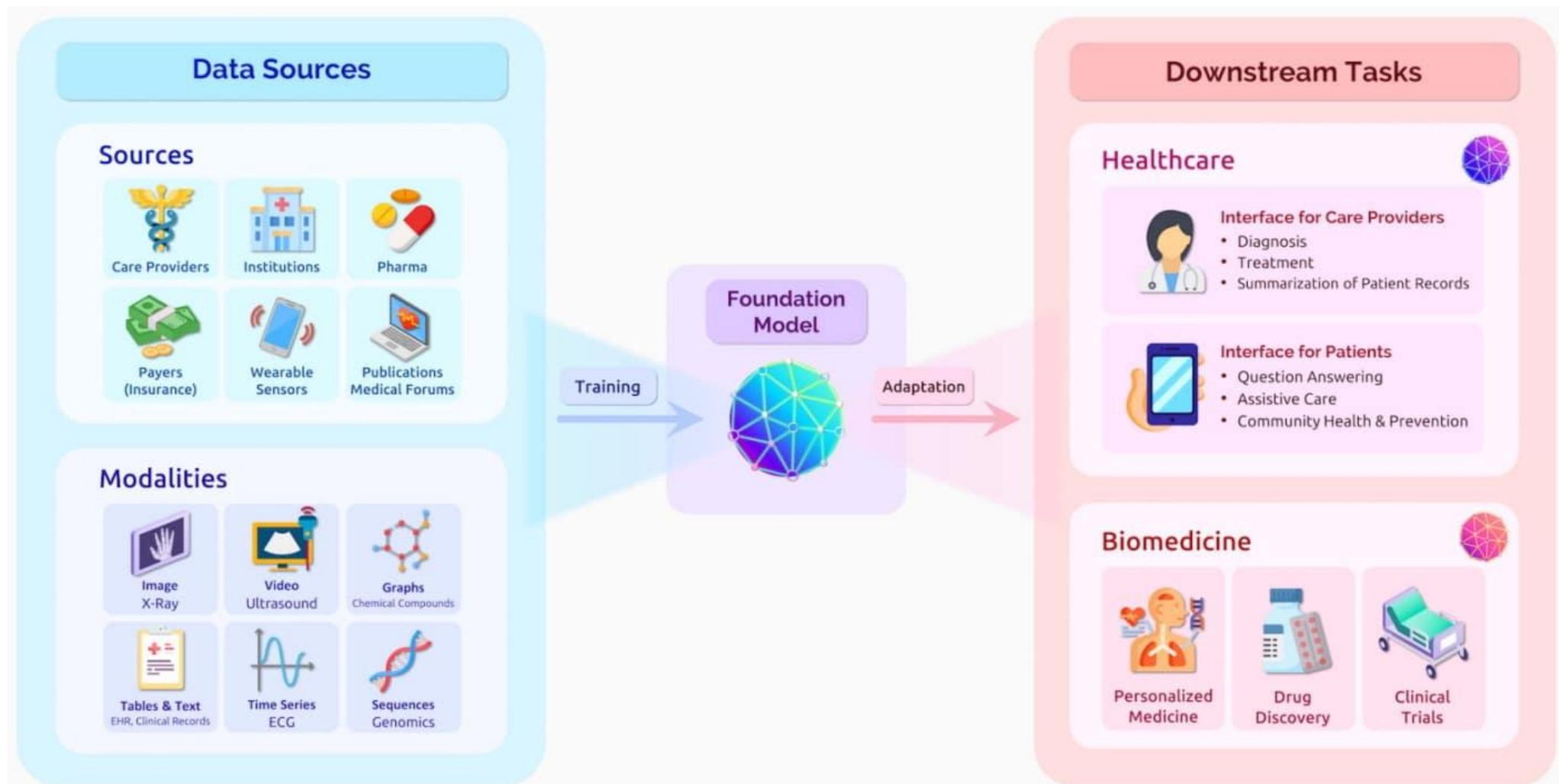


Somos

Diseño de antenas



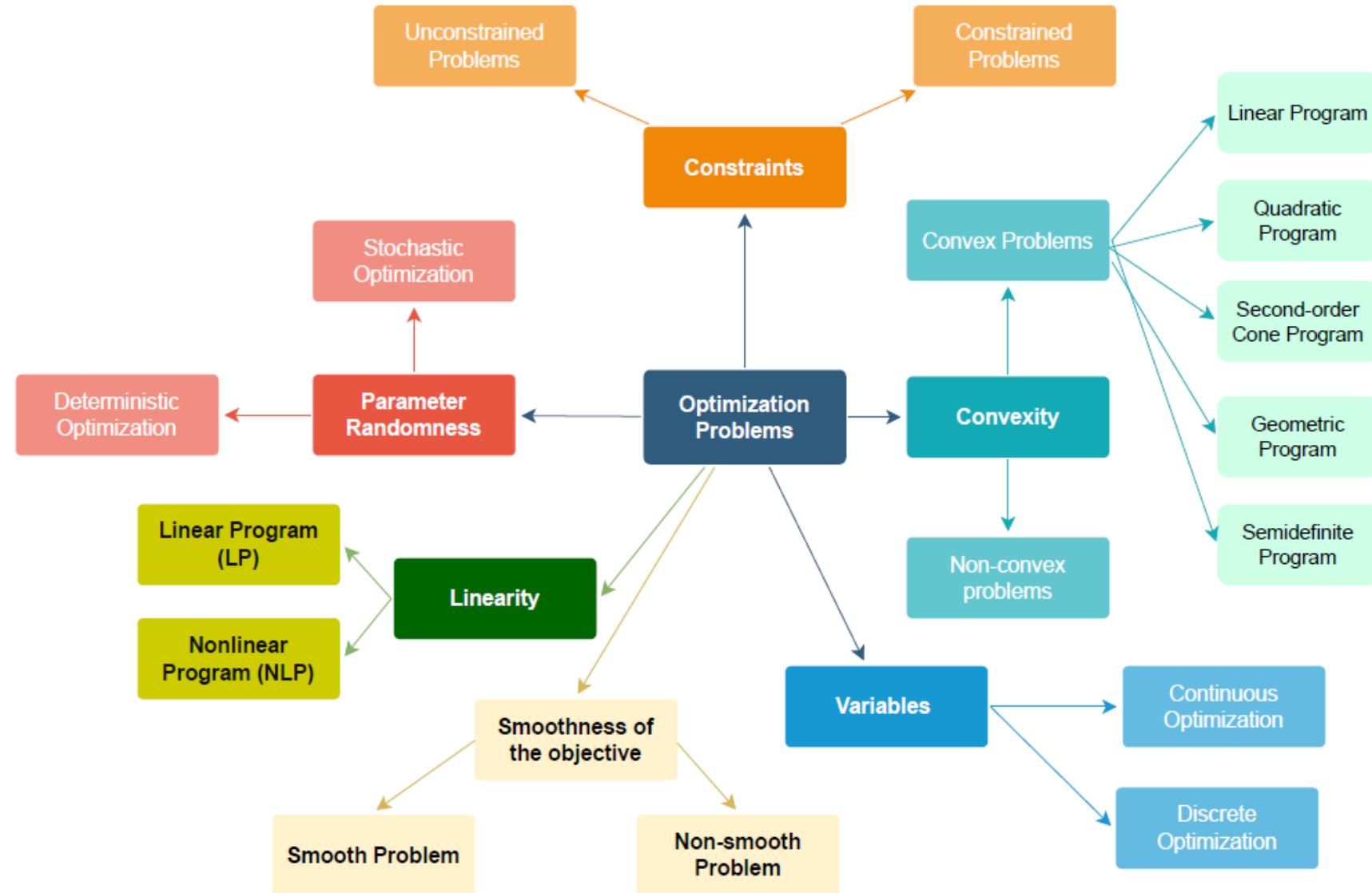
Machine Learning



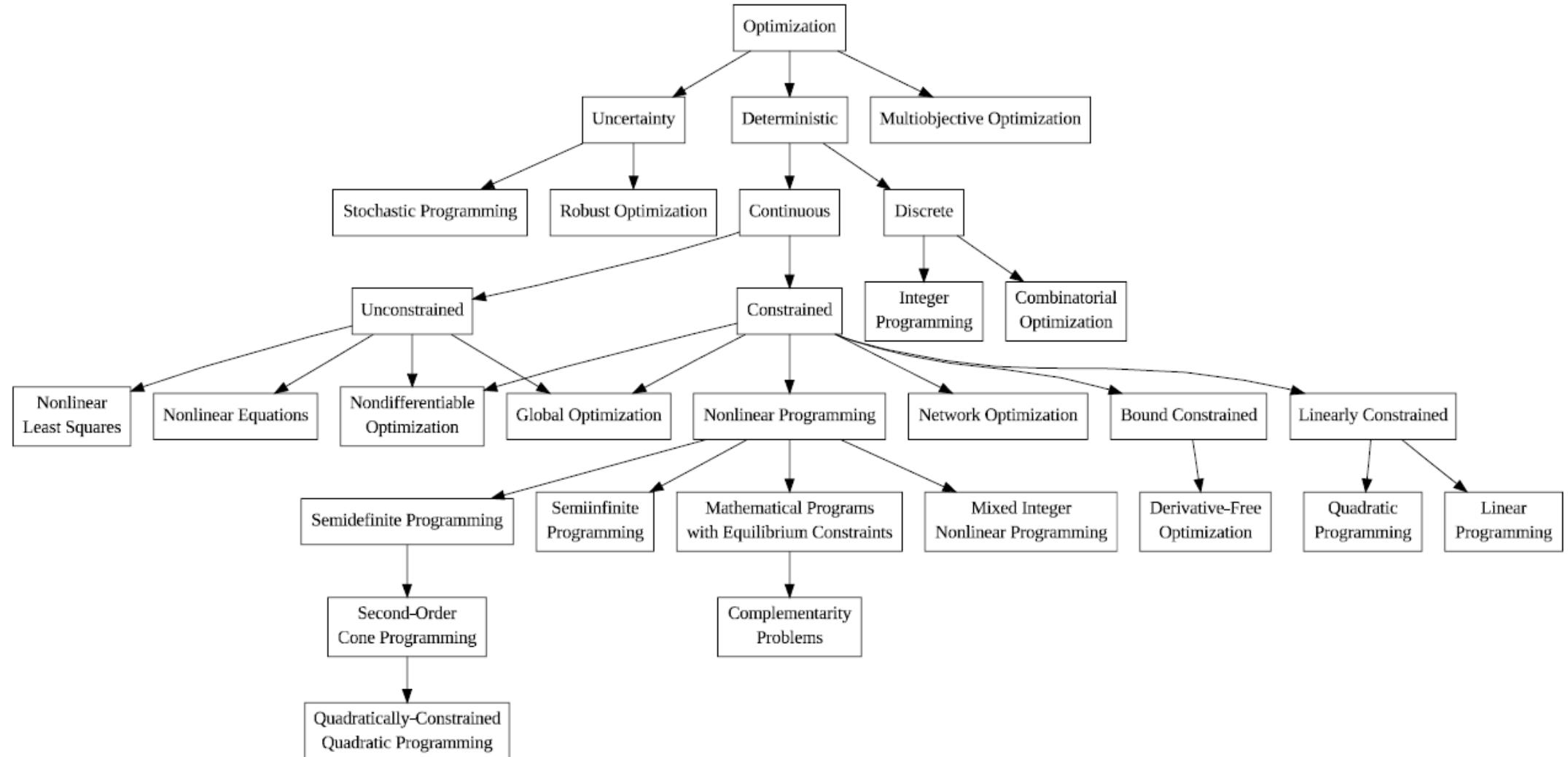
Contenido

1. Que es la optimización y como la usamos?
2. Ejemplos de problemas de optimización – básicos.
3. Clasificación y problemas de la optimización.

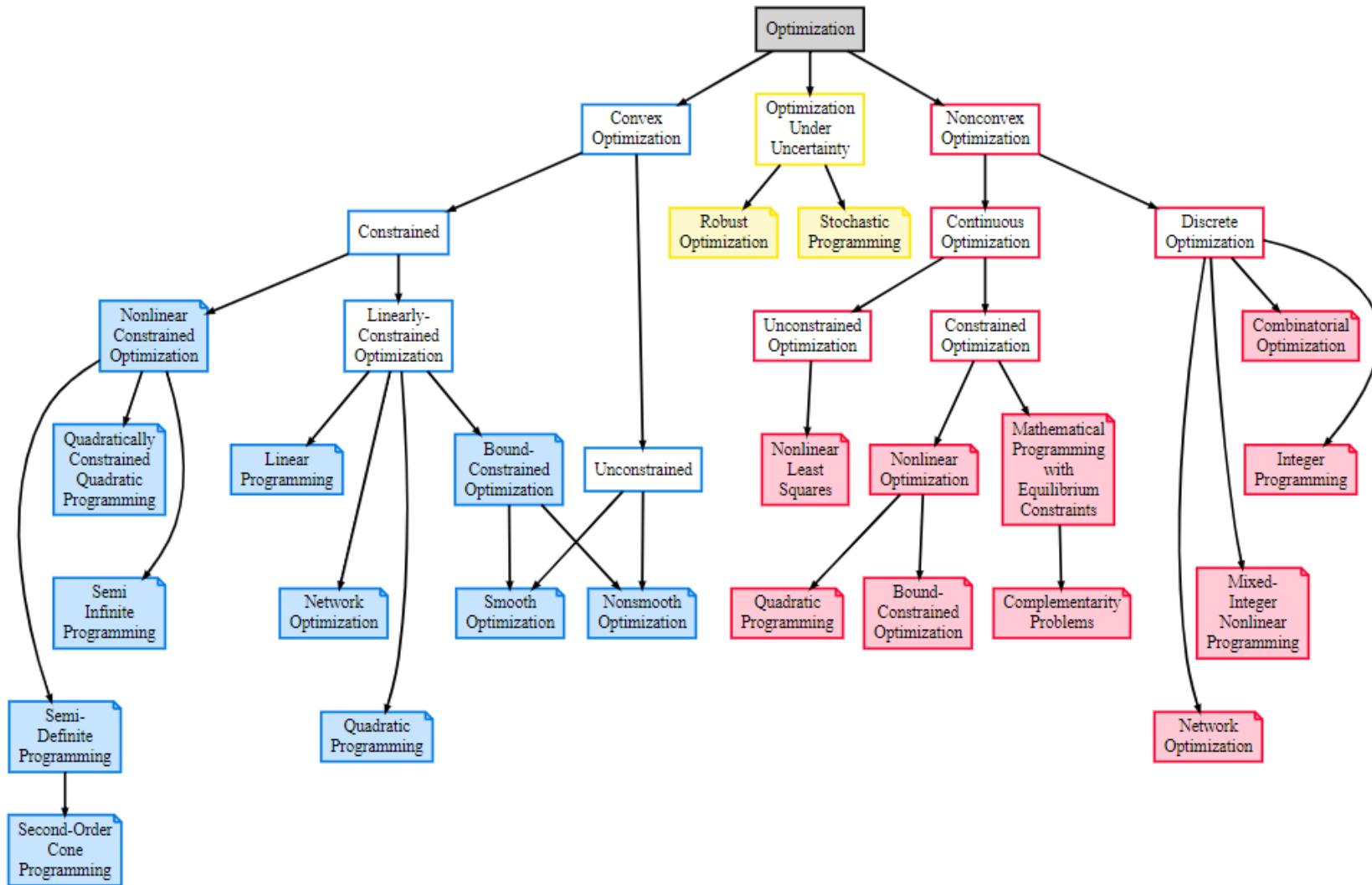
Clasificación



Clasificación



Clasificación



Chequeo

- Que constituye un problema de optimización?
- Que problemas típicos se encuentran?
- Como se pueden clasificar los problemas de optimización?

Eventos Evaluativos

Eventos evaluativos	Ponderación (%)	Fecha
E - Conceptos básicos de Optimización, Algebra Lineal y Optimización sin restricciones (Gradiente) (F, S, D)	20	Semana 4
E – Condiciones KKT y Optimización Lineal (Simplex) (F, S, D)	20	Semana 7
E - Optimización no-lineal con restricciones (QPM, ALM, LBM) y Entera Mixta (Branch and Bound) (F, S, D)	20	Semana 10
P - Optimización Métodos Heurísticos (F, S, H)	20	Semana 13
P - Optimización Bayesiana y basada en Machine Learning. (F, S, H)	20	Semana 16



Institución
Universitaria
Reacreditada en Alta Calidad

¡Gracias!

Somos Innovación Tecnológica con *Sentido Humano*



Alcaldía de Medellín