1. El mantenimiento predictivo de una determinada planta industrial requiere llevar a cabo 4 tareas sucesivas. La compañía que lleva a cabo este mantenimiento cuenta con 6 trabajadores especializados. El tiempo que necesita cada trabajador para llevar a cabo cada tarea se muestra en la tabla siguiente.

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Trabajador 1	65	73	63	57
Trabajador 2	67	70	65	58
Trabajador 3	68	72	69	55
Trabajador 4	67	75	70	59
Trabajador 5	71	69	75	57
Trabajador 6	69	71	66	59

Suponiendo que cada trabajador sólo puede hacerse cargo de una tarea de mantenimiento, formúlese un Problema Entero para determinar qué trabajador ha de llevar a cabo cada tarea, de tal manera que se minimice el tiempo total que requiere el proceso de mantenimiento. Este problema es un ejemplo del problema general de asignación de tareas.

2. Una empresa fabrica dos productos, cada uno de los cuales requiere tiempo en cuatro máquinas diferentes. Sólo se pueden fabricar cantidades enteras de cada uno. La empresa quiere encontrar la mezcla de producción que maximice los beneficios totales, dadas las especificaciones que se muestran en la siguiente tabla:

Horas totales disponibles	Máquina	Horas máquina (por unidad)	
		Producto 1	Producto 2
3400	A	200	500
1450	B	100	200
3000	C	400	300
2400	D	400	100
Beneficio/unidad ($1000)		6	6

3. Una empresa de generación eólica debe realizar el mantenimiento anual de sus tres parques eólicos. La empresa dispone de tres equipos de mantenimiento para realizar este trabajo. Cada equipo de mantenimiento debe asignarse exactamente a un parque eólico y cada parque eólico debe tener asignado exactamente un equipo de mantenimiento. La tabla muestra los costes de asignación de los tres equipos de mantenimiento a cada parque eólico. La empresa desea determinar las asignaciones para minimizar sus costes totales de mantenimiento.

	Granja Eólica 1	Granja Eólica 2	Granja Eólica 3
Equipo de Mantenimiento 1	10	12	14
Equipo de Mantenimiento 2	9	8	15
Equipo de Mantenimiento 3	10	5	15

4. Para dar servicio a los propietarios de vehículos eléctricos (VE) en cuatro barrios, una ciudad necesita identificar cuál (si alguna) de las tres posibles estaciones de recarga de VE debe

construir. El objetivo de la ciudad es minimizar el coste total de la construcción de las estaciones y, al mismo tiempo, satisfacer las necesidades de recarga de los cuatro barrios. La tabla 1 resume a cuál de los cuatro barrios puede dar servicio cada una de las tres posibles estaciones de recarga de VE. Una entrada de 1 en la tabla significa que el barrio puede ser atendido por una estación en esa ubicación, mientras que una entrada de 0 significa que no puede serlo. La tabla 2 resume los costes de construcción de cada una de las tres posibles estaciones de recarga.

Table 1: Barrios que pueden utilizar cada posible ubicación de estación de recarga de VE en el Problema de la Estación de Recarga

	Ubicación 1	Ubicación 2	Ubicación 3
Barrio 1	1	0	1
Barrio 2	0	1	0
Barrio 3	1	1	0
Barrio 4	0	0	1

Table 2: Coste de construcción de estaciones de recarga de VE en el problema de las estaciones de recarga

	Costo [$ millones]
Ubicación 1	10
Ubicación 2	12
Ubicación 1	13

Este problema se puede ver como de tipo binario, donde las variables x's son

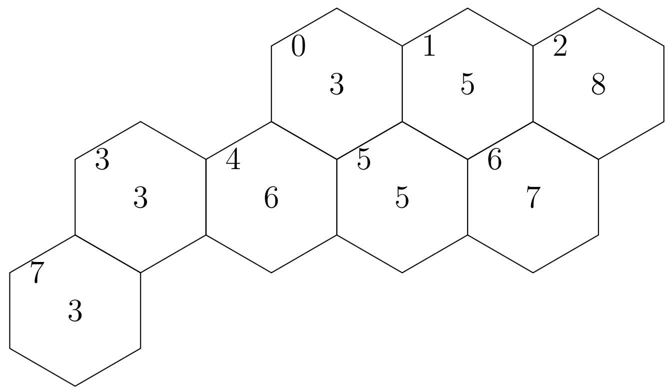
$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{Sí la estación de carga } i \text{ es construida} \\ 0, & \text{Sí la estación de carga } i \text{ no es construida.} \end{cases}$$

Para las restricciones se deben considerar aspectos como, que estaciones sirven a cada barrios, por ejemplo para el Barrio 1, sabemos que solo puede tener servicio si se construye en la Ubicación 1 o en la 3, así

$$1x_1 + 0x_2 + 1x_3 \geq 1.$$

Considerar lo anterior para construir las demás restricciones.

5. *Asignación de frecuencia:* El diseño de redes inalámbricas, como las de telefonía móvil, implica asignar frecuencias de comunicación a los dispositivos. Estas frecuencias de comunicación pueden separarse en canales. El área geográfica cubierta por una red puede dividirse en celdas hexagonales, donde cada celda tiene una estación base que cubre un área determinada. Cada celda requiere un número diferente de canales, en función de las estadísticas de uso, y cada celda tiene un conjunto de celdas vecinas, en función de las distancias geográficas. El diseño de una red móvil eficiente implica seleccionar subconjuntos de canales para cada célula, evitando interferencias entre llamadas en la misma célula y en células vecinas. Además, por razones económicas, hay que minimizar el ancho de banda total en uso, es decir, el número total de canales diferentes utilizados. Uno de los primeros casos reales tratados en la literatura son las instancias Philadelphia [Ande73], con la estructura que se representa a continuación:



Cada celda tiene una demanda con el número requerido de canales dibujada en el centro del hexágono, y un id secuencial en la esquina superior izquierda. Además, en este ejemplo, cada celda tiene un conjunto de como máximo 6 celdas vecinas adyacentes (distancia 1). La mayor demanda (8) se produce en la celda 2. Esta celda tiene las siguientes celdas adyacentes, con distancia 1: (1, 6). En este ejemplo, la distancia mínima entre canales de una misma célula es de 3 y los canales de las células vecinas deben diferir al menos en 2 unidades.

Una generalización de este problema (no restringido a la topología hexagonal), es el Problema de Multicoloración de Ancho de Banda (BMCP), que tiene los siguientes datos de entrada:

- N: conjunto de celdas, numeradas de 1 a n.
- $r_i \in \mathbb{Z}^+$: demanda de la celda $i \in N$, la cantidad requerida de canales.
- $d_{i,j} \in \mathbb{Z}^+$: la distancia mínima entre los canales asignados a los nodos i y j, $d_{i,i}$ indica la distancia mínima entre distintos canales asignados a la misma célula.

Dado un límite superior $\bar{u}$ en el número máximo de canales $U = \{1, \ldots, \bar{u}\}$ utilizados, que puede obtenerse utilizando una heurística codiciosa simple, el BMPC puede plantearse formalmente como un problema de optimización combinatorial para definir subconjuntos de canales $C_1, ..., C_n$ minimizando el ancho de banda utilizado y evitando interferencias:

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimize:} \\
&\qquad \max_{c \in C_1 \cup C_2, \ldots, C_n} c \\
&\text{Subject to:} \\
&\mid c_1 - c_2 \mid \geq d_{i,j} \ \ \forall (i,j) \in N \times N, (c_1, c_2) \in C_i \times C_j \\
&C_i \subseteq U \ \ \forall i \in N \\
&\mid C_i \mid = r_i \ \ \forall i \in N.
\end{aligned}
$$

Analizar el ejemplo dado en `https://python-mip.readthedocs.io/en/latest/examples.html`.

Procedimiento

1. Plantear el conjunto de ecuaciones del problema de optimización: función objetivo, restricciones y limites de las variables. Describir las razones por las cuales se escribe cada ecuación.

2. Realizar el procedimiento de Branch and Bound al menos para el primer nodo, y calcular el lower bound y el upper bound.
3. Encontrar la solución al problema de optimización por medio de la librearía Scipy MILP.
4. Escribir en cada paso anterior el análisis realizado.