

1. Calcular la distancia mínima entre el punto $(-1,2)$ y la recta que pasa por el origen en dirección $(1,1)$.

2. Calcular el gradiente y la Hessiana de las funciones

$$(a) \ f(x_1, x_2) = x_1 + 4x_2 - 2.$$

$$(b) \ f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^4 - 3x_1^2x_2$$

$$(c) \ f(x_1, x_2) = \cos(x_1) \cos(x_2), \text{ con } |x_i| \leq \pi \text{ para } i = \{1, 2\}.$$

$$(d) \ f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$$

$$(e) \ f(x_1, x_2) = \mathbf{c}^\top \mathbf{x} \text{ con } \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

$$(f) \ f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^4 + (x_2 - 1)^3$$

$$(g) \ f(x_1, x_2) = (1 - x_1)^2 + 5(x_2 - x_1^2)^2$$

$$(h) \ f(x_1, x_2) = \mathbf{x}^\top \mathbf{A} \mathbf{x}, \text{ con } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Para cada función realizar:

- Determinar si las funciones son lineales o no lineales, convexas y no convexas.
- Determinar los puntos estacionarios de las funciones no lineales.
- Para cada punto estacionario determinar si es un mínimo, máximo, punto de ensilladura, o no se sabe.
- Los mínimos encontrados son locales estrictos o no?