

## 審查

## 開放獲取



# 開放軟體資源回顧 在Python中進行電阻率建模

尤納坦·加克博·多約羅<sup>1,2,4</sup>, 張平宇<sup>1,3\*</sup>喬迪·馬哈迪卡·蓬圖<sup>1</sup>, 林丁均<sup>1</sup>, 陳文友<sup>1</sup>, 迪亞·阿尤·拉瑪利亞<sup>1</sup>和謝孟舜<sup>1</sup>

## 抽象的

執行地球物理建模以獲得與測量數據一致的地下結構。用於地電資料反演的免費軟體演算法尚未在地球物理界廣泛使用；然而，近年來開發了不同的開源建模/反演算法。在本研究中，我們回顧了基於Python的開放反演軟體套件的結構和應用，例如pyGIMLi（地球物理反演和建模的Python庫）、BERT（無邊界電阻率層析成像）、ResIPy（Python電阻率和感應極化），[柴堆](#)（用於電阻率建模的Python包裝器）和SimPEG（地球物理學中的模擬和參數估計）。此外，我們透過反轉相同的合成模型前向響應來檢查pyGIMLi、BERT、ResIPy和SimPEG免費軟體的復原能力。多功能的pyGIMLi免費軟體非常適合各種地球物理資料反演。SimPEG框架的開發是為了讓使用者探索、試驗和迭代解決逆問題的多種方法。相比之下，BERT，[柴堆](#)、ResIPy專為地電資料反演而設計。BERT和pyGIMLi程式碼可以輕鬆修改以適應預期應用。兩個都[柴堆](#)和ResIPy使用相同的網格設計和反演演算法，但是[柴堆](#)使用腳本語言，而ResIPy使用圖形使用者介面(GUI)，無需文字輸入。我們的數值模型表明，所有測試的反演免費軟體對於相對較大的目標都有效。pyGIMLi和BERT還可以獲得小型地下結構的合理模型解析度和異常精度。基於異質分層模型和實驗目標情境結果，地電資料反演在pyGIMLi、BERT和SimPEG免費軟體套件中可能更有效。此外，這項研究還可以為可重複的地球物理研究（主要是地電建模）實施合適的反演免費軟體提供見解。

**關鍵字：**電阻率建模、反演免費軟體、pyGIMLi、BERT、ResIPy、Pyres、SimPEG

## 介紹

直流電阻率法廣泛應用於水文地質等地球物理近地表勘探 (Chambers等, 2014)。[2006年](#);張等人。[2017年](#);  
張等人。[2016年](#))、地質結構 (Caputo 等人。[2003年](#);  
張等人。[2015年](#))、工程 (Arjwech 和 Everett [2019年](#);  
林等人。[2013年](#)) 和環境 (Cardarelli 等人。[2010年](#);范斯庫爾[2002年](#)) 調查。電阻率

近幾十年來，該方法在資料收集和反演技術方面取得了顯著進展。現代電阻率採集獲取大量二維(2D)和三維(3D)數據，以恢復一維(1D)勘測無法實現的複雜地質結構 (Dahlin 和 Zhou) [2004年](#);夏爾馬和維爾馬[2015年](#))。可以使用反演演算法對測量的視電阻率資料進行反演，以重建地下空間電阻率分佈。儘管已經建立了幾種用於地電資料反演的商業反演軟體，但它們的使用擴展性較差，且獨立研究人員不易存取。

\* 通訊地址：[pingyuc@ncu.edu.tw](mailto:pingyuc@ncu.edu.tw)

<sup>1</sup> 國立中央大學地球科學系，台灣桃園

文章末尾提供了完整的作者資訊列表

技術上多才多藝的用戶通常還可以透過腳本連結各種現有的潛在商業軟體來建立單獨客製化的解決方案，這阻礙了科學研究的可重複性 (Peng 2011年)。這激發並支持了對現代免費軟體架構的需求，以完成地球物理研究中的數值任務。

可存取且可擴展的反演免費軟體演算法是透過使用不同解釋語言的開源計劃開發的 (Cockett 等人, 2017)。Python 是用於開發各種地球科學套件的開源程式語言中最通用和最具解釋性的語言。它還將數值計算性能與高端圖形輸出和用戶介面相結合。此外，Python 程式碼可以解決科學問題，並允許每個科學社群透過使用社交編碼平台（例如 GitHub）豐富不同使用者和開發人員的回饋來推進原始程式碼 (<https://github.com>) 並閱讀文件 (<https://readthedocs.org/>) (林 2012 年; 呂克等人。2017 年)。因此，地電反演免費軟體包主要是在 Python 介面下開發的，它可以查詢原始程式碼，並在必要時針對所需的應用程式進行相關和自訂。

本文綜述了常用的基於 Python 介面建立的地電資料反演免費軟體。此免費軟體包括 pyGIMLi（用於地球物理反演和建模的 Python 庫）、BERT（無邊界電阻率層析成像）、ResIPy（Python 電阻率和感應極化）、柴堆（用於電阻率建模的 Python 包裝器）和 SimPEG（地球物理學中的模擬和參數估計）。我們根據程式碼結構、網格設計、套件依賴性和應用程式進行審查。

儘管各種研究為多種應用實現了反演免費軟體 (Benjamin 等人, 2017)。2020 年; 古爾多爾等人。2018 年; 克林格勒等人。2020 年)，目前還沒有研究評估不同免費軟體包對地電資料反演的有效性。我們透過反轉相同的輸入模型來檢查 pyGIMLi、BERT、ResIPy 和 SimPEG 免費軟體的效能。採用在均勻宿主介質不同深度設定低電阻和高電阻目標的概念模型來綜合測量視電阻率資料。除了所使用的反演免費軟體類型之外，反演模型還顯示出基於目標尺寸和埋藏深度的變化。此外，我們也建議了適合地下結構研究的免費反演軟體。總的來說，這篇綜述論文可能會鼓勵地球科學界實施免費反演軟體來建模和反演地電資料集。

## 免費軟體框架

### PythonGIMLi

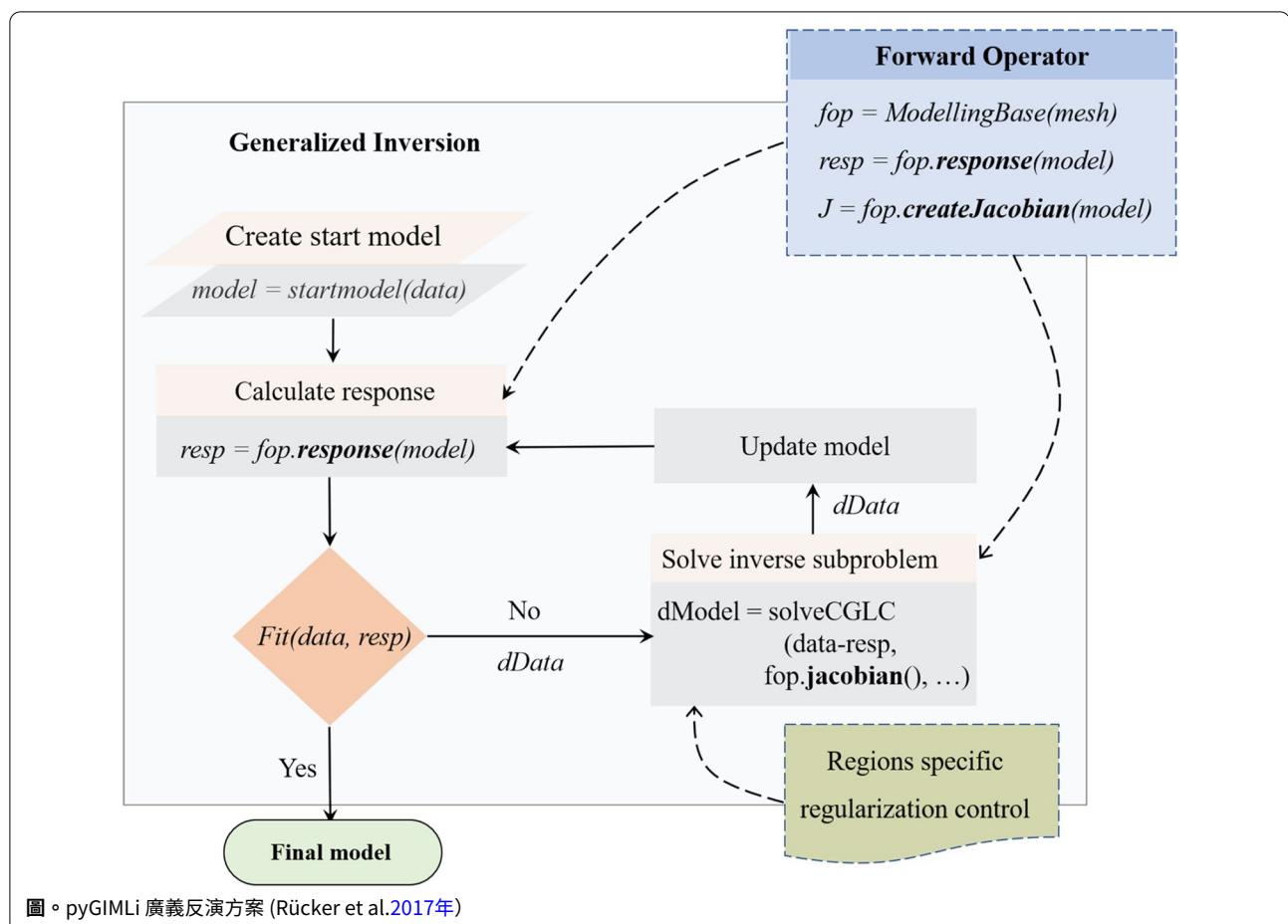
pyGIMLi 套件是使用 Python 程式腳本創建的，為不同的地球物理研究提供模組化功能。pyGIMLi 的架構構成了三個重要的概念層級：方程式、建模和應用程式層級。方程級提供了一個介面來求解給定網格上的偏微分方程，包括所有幾何規範，例如地形和已知的地下結構。建模層級表示透過應用方程式層級或使用適當的計算來解決特定地球物理方法的模擬任務的類別的集合。應用層定義了解決基本和高階反演任務的通用框架，例如延時和聯合反演。所有概念層面透過統一的 Python 介面交互，解決電阻率法的正逆問題。Rücker 等人解釋了 pyGIMLi 免費軟體的更全面的設計和架構。(2017 年)。

pyGIMLi 為正向問題公式化提供了一種通用的網格劃分方法。其建模組件允許有限元素和有限體積求解器確定非結構化網格上的微分方程式。離散化非結構化三角形網格（或 3D 中的四面體網格）會因網格角度較小或較大而產生誤差。較大的網格角會增加插值誤差，而較小的網格角會導致病態剛度矩陣，導致反演奇點 (Du et al., 2016)。2009 年; 諾邁爾 1998 年)。pyGIMLi 中的品質檢查器可以處理網格離散化問題並提供最佳品質的網格。pyGIMLi 也可以從外部網格建立器匯入網格，例如 Triangle (Shewchuk 1996 年)，TetGen (矽 2015 年) 和 Gmsh (Geuzaine 和 Remacle 2009 年)。

數位 1 提出了 pyGIMLi 的廣義反演過程。其反演主要實現了具有靈活正規化的確定性高斯-牛頓演算法 (Rücker et al., 2017)。2017 年)。可以透過應用各種正則化方法來控制反演演算法，包括參數變換、啟動模型以及各向異性和隨機正則化。此外，還可以提供 pyGIMLi 後處理例程，以便使用 Matplotlib (Hunter 2007 年) 和使用 ParaView (Ayachit 2015 年)。

## 伯特

BERT 的功能是基於 GIMLi（廣義反演和建模庫）的多種方法。GIMLi 的 Python 介面可用於檢索、建置和利用 pyBERT 程式碼 (BERT 的 Python 綁定)。所以，*pygimli.meshTools* 庫可以是



除了 pyBERT 模組之外，還導入了用於地電資料建模和反演的模組。我們將讀者引導至 Günther 等人。（2006 年）對 BERT 免費軟體理論和技術進行更全面的描述。

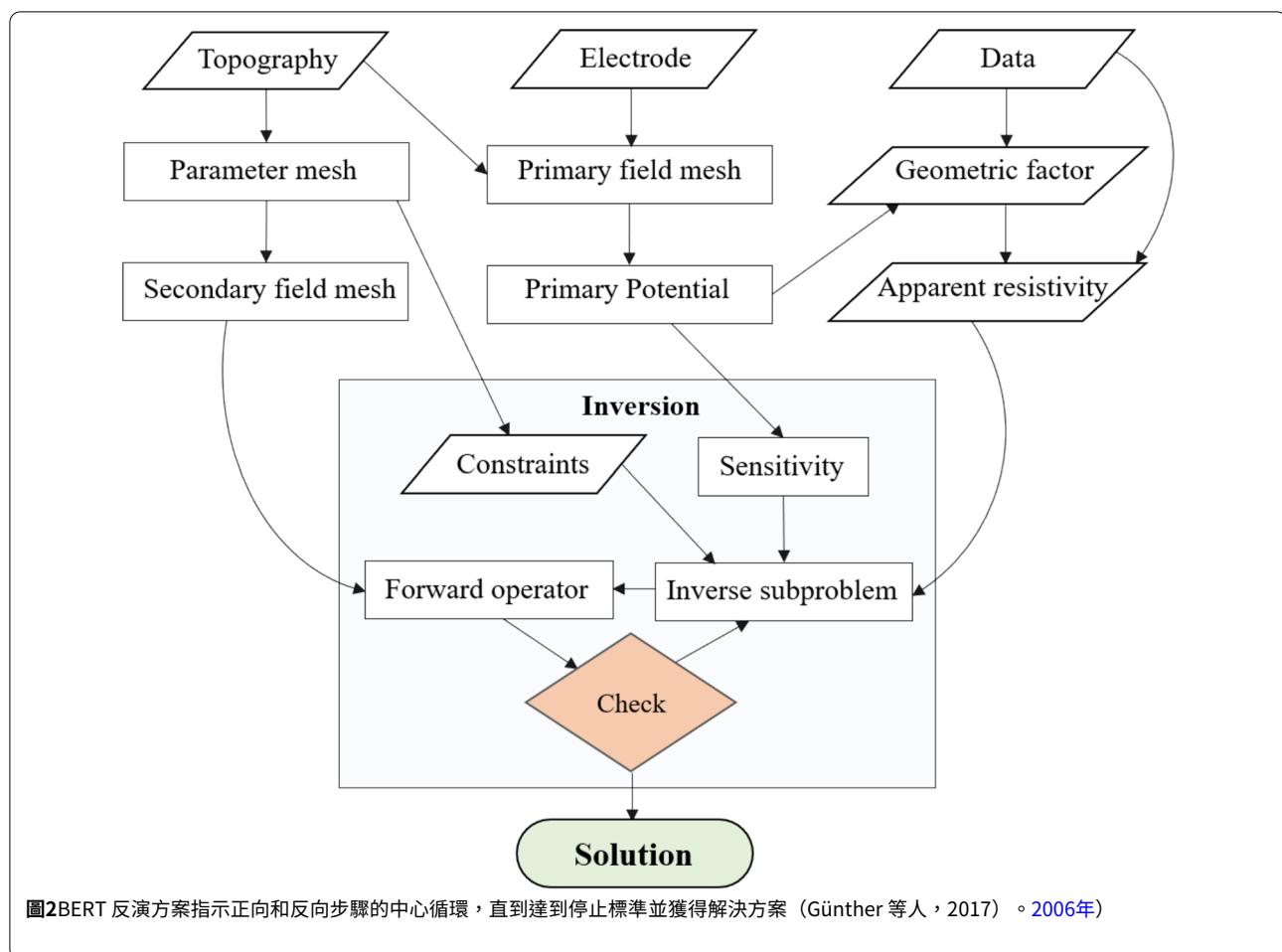
BERT 應用高效率的網格劃分方法來制定電阻率問題。它使用非結構化三角網格進行 2D 建模，而四面體網格進行 3D 建模 (Günther 和 Rücker 2015 年)。與 pyGIMLI 類似，BERT 免費軟體可以控制網格質量，從而提高前向計算的數值精度。它還可以從外部網格生成器（包括 TetGen (Si 2015 年) 和 Gmsh (Geuzaine 和 Remacle 2009 年)）。

數位 2 顯示 BERT 的整體反演過程。首先，計算主要電位並將其插值到輔助網格上。然後，幾何因素產生均勻情況下的視電阻率和靈敏度矩陣。最後進行模型反演：利用反演子問題更新電阻率模型，並進行正演計算與檢定。此外，反演實現了平滑度約束的高斯-牛頓演算法

（岡瑟等人。2006 年）。後來它被制定為一種靈活的最小化和正則化方案，Rücker 進一步解釋了這一點 (2010 年)。

#### 柴堆/ResIPy

柴堆免費軟體和 R2 軟體包是專門為地電資料建模和反演而設計的。R2 軟體包為正向和逆向解決方案提供了強大的工具集。然而，R2 軟體包的許多使用者已經創建了用於管理和操作文字檔案的程式碼，沒有發佈為 R2 提供物件導向程式設計介面或合併 R2 網格建立和參數化的程式碼。因此，柴堆 R2 的 Python 包裝程式套件用於創建強大且靈活的程式設計接口，用於建模和反演地電資料集 (Befus 2018 年)。它包含最少數量的依賴模組以及 Python 套件。例如，柴堆模組，例如網格工具、繪圖工具、和派雷斯\_ 實用程序，可以幫助建立輸入檔案並運行 R2、建立網格、繪製輸出檔案並計算調查深度。除了管理 R2 輸入之外



並運行 R2 正向和逆向模型，柴堆包含其他幾種輸入和輸出方法，可以與使用者定義的 Python 程式碼合併以進行更高層級的預處理或後處理。前向問題在柴堆可以使用有限元素四邊形（結構化或非結構化）或三角形（非結構化）網格（[Befus2018年](#)）。四邊形網格節點可以使用 NumPy 陣列（[Bressert2012年](#)），而三角網格可以從 Gmsh 中提取（[Geuzaine 和 Remacle2009年](#)）。此外，柴堆實現加權最小二乘目標函數以及一系列正則化（[Binley 和 Kempa2005年](#)）。

ResIPy 還可以對地電資料集進行建模和反演。它是在 Python 介面下建立的，其原始程式碼可以在 GitLab 儲存庫上找到 (<https://gitlab.com/hkex/pyr2>)。ResIPy 應用程式免費提供的代碼，例如 R2、R3t 和 cR2。R2 和 R3t 程式碼是為了求解 2D 和 3D 直流電阻率而開發的。相反，cR2 程式碼是為了解決激發極化問題而設計的 (Binley 和 Kemna 2005 年)。這些

程式碼需要格式化文字檔案用於輸入、正向和逆向模型設定以及網格建置。然而，ResIPy 中的圖形使用者介面 (GUI) 消除了此類文字輸入的需要，並在預處理和後處理階段為使用者提供協助。如圖所示。<sup>3</sup>，ResIPy 實現了結構化四邊形和非結構化三角形有限元素網格來進行電阻率計算。此外，它還可以從 Gmsh (Geuzaine 和 Remacle<sup>2009年</sup>)。我們將讀者轉至布蘭琪等人。<sup>(2020年)</sup> 了解 ResIPy 的進一步設計面向。

ResIPy 的一般工作流程如圖 1 所示。3。地電資料可以使用正演問題公式來綜合測量。可以匯入合成資料或現場資料並過濾掉錯誤資料點或電極。過濾後的資料和產生的網格可以傳送到反演管道。可以使用加權最小平方法目標函數結合一系列正規化來執行反演。過程以倒轉的地電部分結束。此外，標準化的診斷偽截面

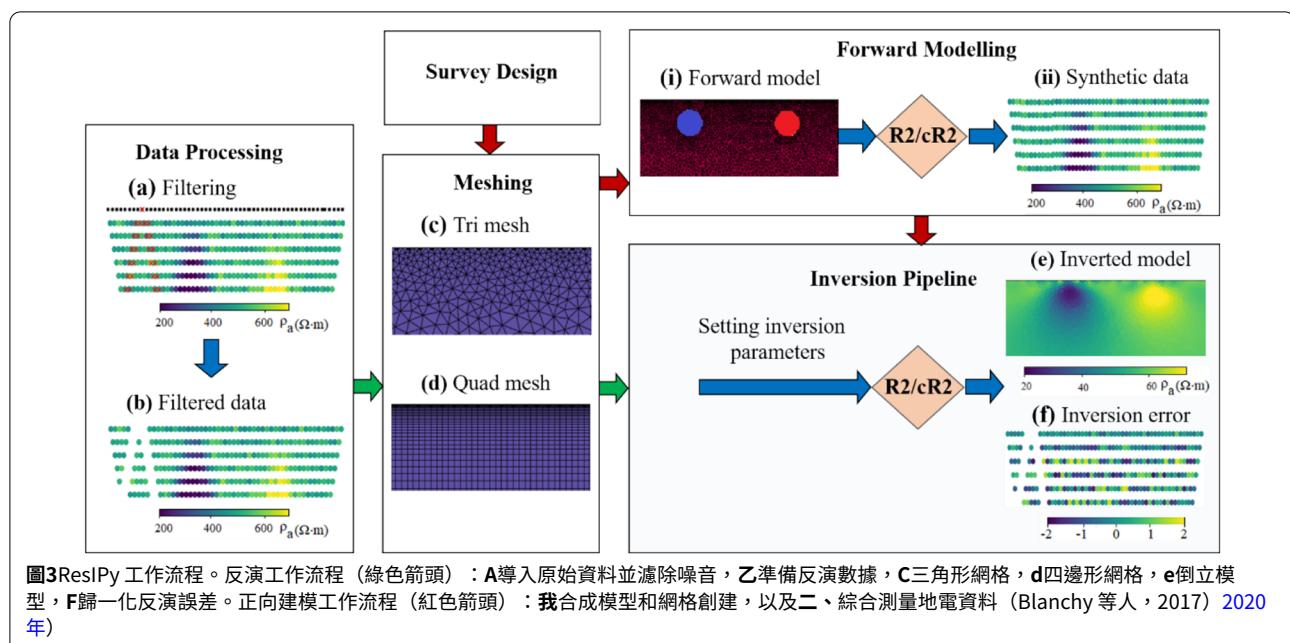


圖3ResPy工作流程。反演工作流程（綠色箭頭）：A導入原始資料並濾除噪音，乙準備反演數據，丙三角形網格，丁邊形網格，戊倒立模型，己歸一化反演誤差。正向建模工作流程（紅色箭頭）：我合成模型和網格創建，以及二、綜合測量地電資料（Blanchy 等人，2017）[2020年](#)

可能會產生反演誤差（Binley 和 Kemna [2005年](#)）。

#### 類比PEG

SimPEG框架也是一個用Python介面編寫的開源函式庫，以便於針對不同應用進行實驗和經驗反演。它連接數值解算器套件、模型參數化和視覺化例程（Cockett 等，[2017年](#)）。SimPEG 的開發著重於模組化、可用性、文件和廣泛的單元測試，可以幫助作為一個介面在地球科學社群中創建其他反演程式碼（Cockett 等人，[2017年](#)；威爾遜等人。[2014年](#)）。

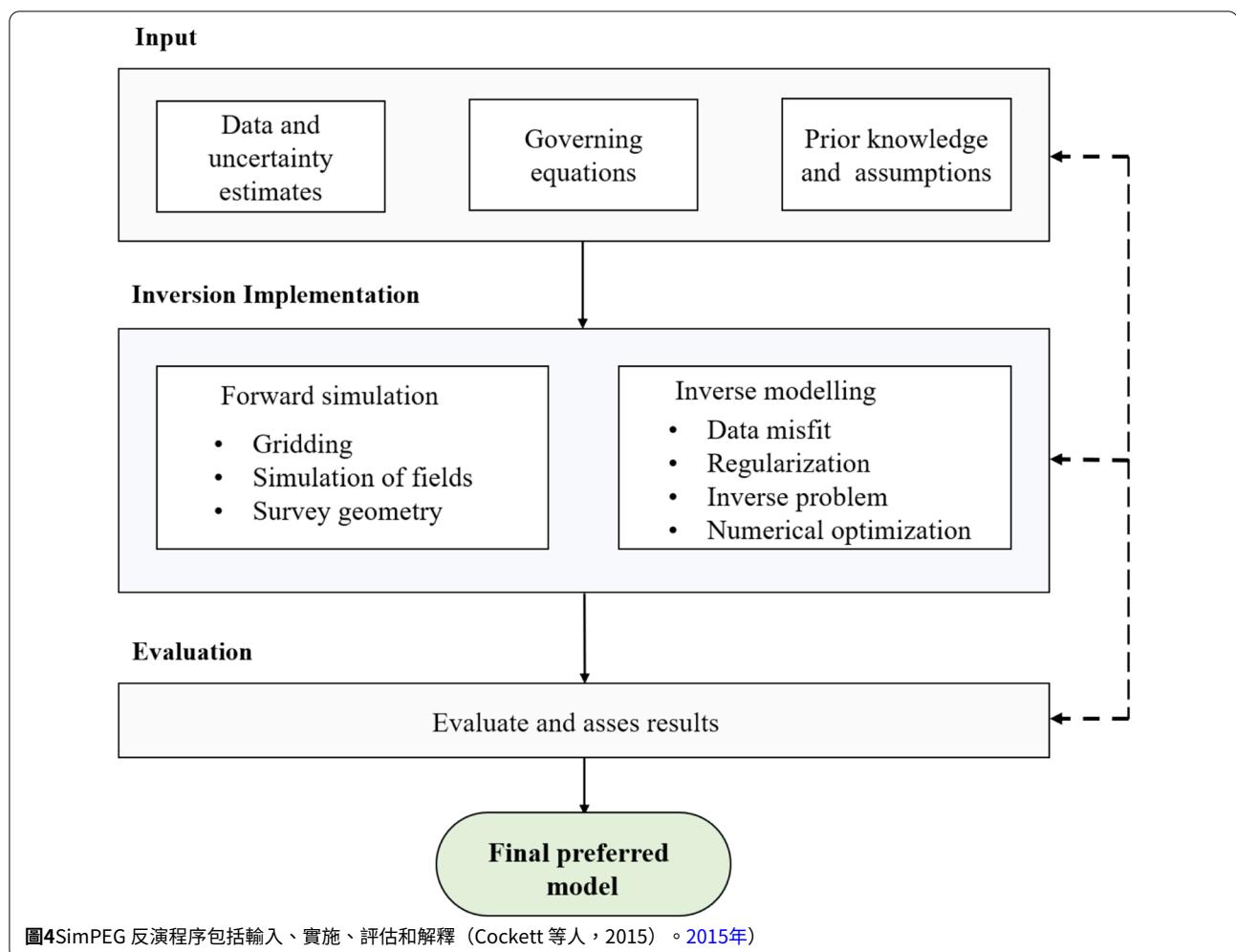
SimPEG主要在結構化和半結構化網格上實現交錯網格和模擬有限體積離散化（Hyman和Shashkov[1999年](#)）。這種方法需要在單元中心、節點、面或邊緣定義變數。其正向電阻率計算使用三種不同的網格：張量網格、樹網格和曲線網格（Cockett 等，[2017年](#)）。NumPy和SciPy的支援模組（Bressert[2012年](#)）。此外，在一維直流電阻率實驗中，可以使用有限體積、有限元素、積分方程式或半解析方法來求解具有所提供的邊界條件的控制方程式。

[數位4](#)概述了 SimPEG 實現 Tikhonov 反演方法的一般程序。SimPEG 反演主要分為三個步驟：輸入階段、實施階段、評估階段。

這三個階段的詢問可以最大限度地減少逆問題的不適定性。輸入階段包括地球物理資料、控制方程式和事先的知識（地質或岩石物理資訊）。實施階段包括兩大類，例如正向建模和逆向建模。正演模擬求解給定模型的控制方程，而反演組件迭代地修改和更新恢復的模型。SimPEG 實現了基於梯度的反演，透過最佳化例程更新模型（Cockett 等人，[2017年](#)）。最佳化的反演在數值上確定資料失配並規範反演問題（Tikhonov 等人，[2013年](#)）。最後，可以在解釋之前評估反演模型。評估階段可以重新評估輸入階段和實施階段所做的選擇和假設。可以在評估階段修改反演設置，以評估反演模型結果是否符合預期的目標。Cockett 等人描述了完整的 SimPEG 反演過程。（[2015年](#)）。

#### 依賴關係

有幾種現代的使用者級套件管理器可以控制 Python 中的免費軟體環境和依賴項。康達和點是通常用於安裝免費軟體的著名套件管理器（Lehe et al.[2020年](#)）。所需包及依賴見表1使用Python反演免費軟體之前需要安裝。



表格1預先請求基於 Python 的反演免費軟體

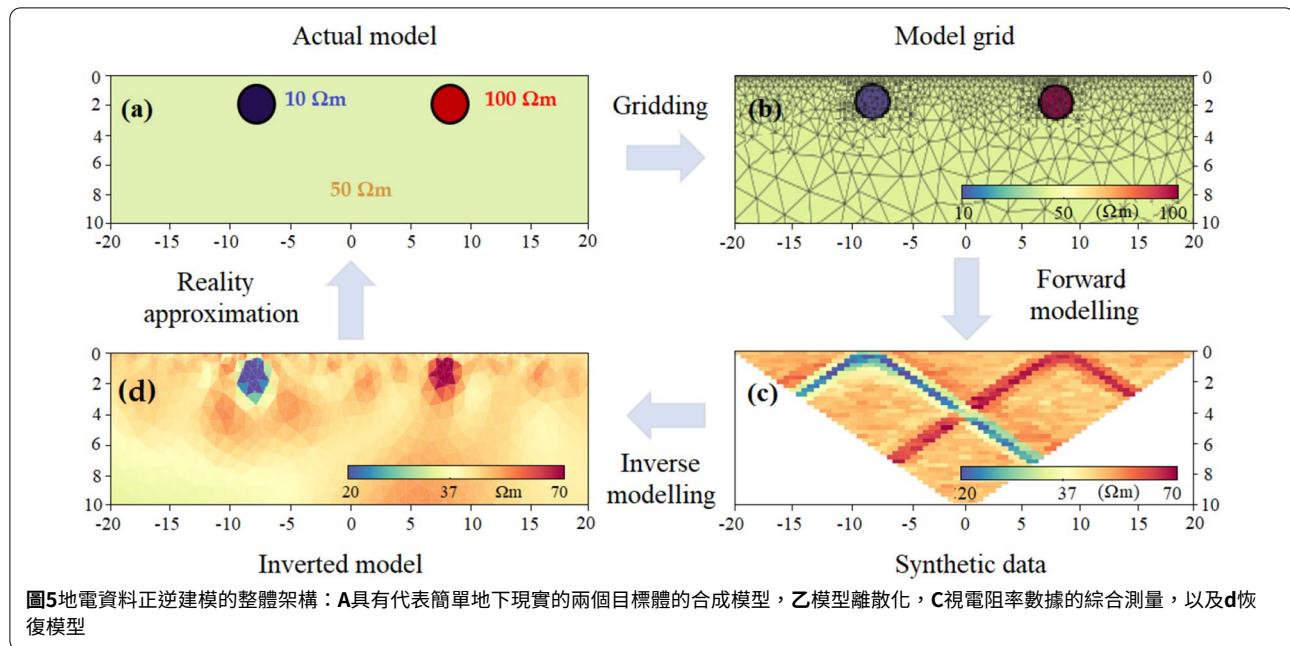
Python 免費軟體	依賴關係
PyGIMLi ( <a href="https://www.pygimli.org">https://www.pygimli.org</a> ) 伯特 ( <a href="http://resistivity.net/bert">http://resistivity.net/bert</a> ) 柴堆 ( <a href="https://github.com/kbefus/pyres">https://github.com/kbefus/pyres</a> ) SimPEG ( <a href="https://docs.simpeg.xyz">https://docs.simpeg.xyz</a> )	Python、NumPy、Jupiter Notebook 或 Spyder、SciPy、TetGen 和 Matplotlib
	Python、NumPy、Jupiter Notebook 或 Spyder、SciPy、TetGen 和 Matplotlib
	Python、NumPy、R2 軟體、Jupiter Notebook 或 Spyder、SciPy 和 Matplotlib、Girciy、ilib、ii peak Notebook 或 Spyder、SciPy、Matplotlib

## 數值實驗

### 方法

我們開發了一個合成電阻率模型來檢查基於 Python 的反演免費軟體（例如 pyGIMLi、BERT、ResIPy 和 SimPEG）的有效性。本研究使用最新的免費軟體版本：pyGIMLi 1.2.2、BERT 2.3.2、ResIPy 3.3.2 和 SimPEG 0.15.1；由於測試的免費軟體程式碼的不同進步，它們未來的反演性能可能會有所不同。我們使用代表水平分層沉積岩的概念模型

埋藏在均勻宿主介質中的地層和考古目標。將電阻率值為  $200 \Omega\text{m}$  的砂層、電阻率為  $600 \Omega\text{m}$  的礫石層和電阻率為  $1000 \Omega\text{m}$  的中裂隙砂岩組成的層狀地質模型進行正向電阻率建模，從上到下（圖一）8A）。此外，我們對考古模型進行了正演模擬（圖1）。5a）包括電阻率為  $10 \Omega\text{m}$  的導電目標（左）和相對電阻目標



(右側) 電阻率值為  $100 \Omega\text{m}$ ，埋藏在電阻率值為  $50 \Omega\text{m}$  的粉質黏土基質介質中 (Keller 2017年)。我們根據目標大小和勘測深度使用四種不同的場景。在三個不同深度設定  $1 \text{ m}$  目標半徑，以評估深度對反演免費軟體效能的影響；因此，場景一中  $1 \text{ m}$  目標埋深  $1.5 \text{ m}$ ，場景二中埋深  $3 \text{ m}$ ，場景三中埋深  $5 \text{ m}$ 。我們也使用場景四（位於  $3 \text{ m}$  深度的  $2 \text{ m}$  目標半徑）來檢查尺寸效應。

應用免費軟體演算法來解決正向電阻率問題。由於偶極-偶極陣列為掩埋目標提供了高解析度 (Doyoro 等人, 2017)。2021年; 西頓和伯比 2002年)，我們將其佈置應用於表面電阻率探測，使用  $41$  個間距為  $1 \text{ m}$  的電極。我們在 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 中使用有限元素三角形非結構化網格進行模型離散化，如圖 1 所示。5 b，而有限體積張量網格是在 SimPEG 中實現的。每個經過測試的免費軟體都用於產生其正向電阻率資料集；例如，如圖 5c 顯示 pyGIMLi 的正向電阻率資料集。由於在合成資料中沒有觀察到測量誤差，我們透過擾動  $3\%$  高斯雜訊來積分採集誤差，其中為每個資料點產生零均值和  $3\%$  標準差的隨機值雜訊。

每個免費軟體包中討論的反演演算法用於正向電阻率資料的反演。正則化值最初設定為  $20$ ，然後迭代減小。迭代反演過程可以修改起始齊次模型，直到

模型響應和觀測到的視電阻率之間必須達到可接受的收斂。將反演模型與實際模型進行比較，以檢驗反演免費軟體的復原能力 (圖 1)。5d).

建模演算法可能會根據數值計算的效率而有所不同 (Narayan 等人, 2017)。1994年)。我們使用水平分層地質模型 (圖 1)。6) 來評估免費軟體包之間的正向電阻率變化。針對不同尺寸的非結構化三角形網格，檢查了 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 的正向電阻率結果。比較不

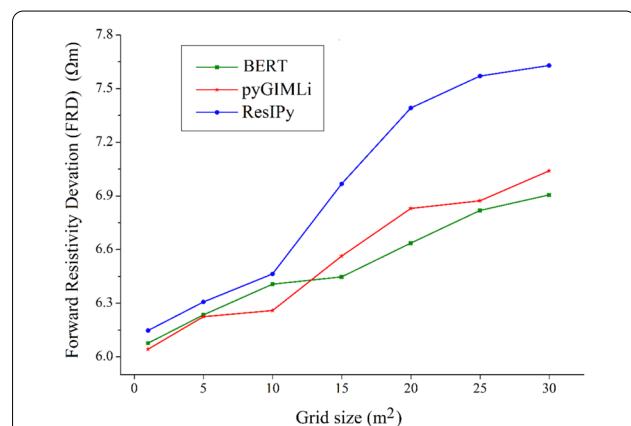


圖6不同網格尺寸的 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 免費軟體之間的正向電阻率資料變化。網格尺寸值表示用於正向電阻率公式的非結構化三角網格的最大面積

包括 SimPEG 前向結果，因為它實現了有限體積張量網格。我們透過平均 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 的電阻率值來確定免費軟體正向電阻率偏差 (FRD)，並從平均值中減去各個免費軟體電阻率值，再除以數據點總數；它表示為

$$RD = \frac{|\rho_{\text{av}-F_p} - \bar{\rho}|}{n},$$

(1) 分別。結果顯示，測試的免費軟體包（主要是 BERT、pyGIMLi 和 SimPEG）的異常效果略有不同。異常效應因目標尺寸和埋藏深度而有很大差異。與位於相同深度的場景二相比，大型場景四描繪了更明顯的異常效應。

在這裡 *影片*是 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 的正向電阻率數據點的平均值， $F_p$ 是各個免費軟體包的正向電阻率值，且  $n$ 是數據點的數量。

米利策等人。（1979年）首先引入異常效應 (AE) 來研究電極陣列的測量能力。異常效應也可用於檢驗陣列對不同埋藏地質目標的恢復效果並檢驗相應的影像質量，其由表達式決定 (Aizebeokhai等，2015)。2010 年；米利策等人。1979年）。

$$E = \left| \frac{\rho_{\text{影音}} - \rho_{\text{分鐘}}}{\rho_{\text{最大限度}} - \rho_{\text{分鐘}}} \right|,$$

(2) 檢測砂層；不過厚度稍微有點

在哪裡 *最大限度*，*分鐘*，和 *影音*表示最大、最小分別是媽媽和平均視電阻率資料集。在本研究中，我們應用異常效應來評估免費反演軟體 (pyGIMLi、BERT、ResIPy 和 SimPEG) 的正向電阻率計算能力。

### 建模結果

所獲得的電阻率模型解析度取決於測量資料集的品質和反演軟體的有效性。即使使用相同的輸入模型，不同的反演套件也可能顯示恢復的模型解析度和異常幾何形狀的變化。我們檢查了 pyGIMLi、SimPEG、BERT 和 ResIPy 反演免費軟體，以了解均質介質中的水平分層地質條件和考古目標集。

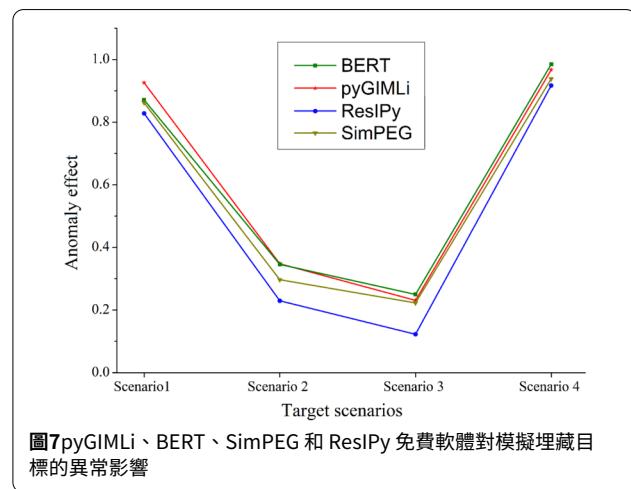
我們評估不同網格尺寸的 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 的正向電阻率資料集。數位6顯示免費軟體正向電阻率與平均值的偏差。對於小網格尺寸，測試的免費軟體顯示低電阻率變化，而對於大網格尺寸，顯示相對較高的電阻率變化。然而，結果通常表明測試的免費軟體之間的電阻率差異較小，特別是 BERT 和 pyGIMLi 之間。

具有最大異常資訊的正向電阻率數據可以獲得可靠的反演影像 (Okpoli 2013年)。因此，我們計算前向的異常效應

使用經過測試的免費軟體包模擬目標場景的電阻率數據。如圖所示。7，對於場景四的模擬，BERT、pyGIMLi、SimPEG 和 ResIPy 對應免費軟體包的異常效應最高，分別為 0.985、0.967、0.938 和 0.917。相較之下，場景三的建模顯示 ResIPy、SimPEG、pyGIMLi 和 BERT 的異常效應最低，分別為 0.123、0.223、0.231 和 0.250，

我們評估了水平層狀沉積模型的反演免費軟體效能 (圖 1)。8A)。測試的免費軟體包所獲得的模型結果如圖 1 所示。8是。所有免費軟體包

pyGIMLi 和 BERT 中減少。在 pyGIMLi、BERT 和 SimPEG 中可以更充分地識別礫石層，但 BERT 的層厚度顯著減少。同樣，在所有測試的反演免費軟體 eipt ResIPy 中都恢復了砂岩層。然而，pyGIMLi 和 BERT 中對砂岩層厚度的估計明顯過高。礫石層和砂岩層在 ResIPy 的反演模型中結合在一起，顯示是兩層結構而不是三層模型。在所有測試的反演免費軟體中，模型輪廓的中心都得到了很好的解決。然而，觀察到拖尾現象



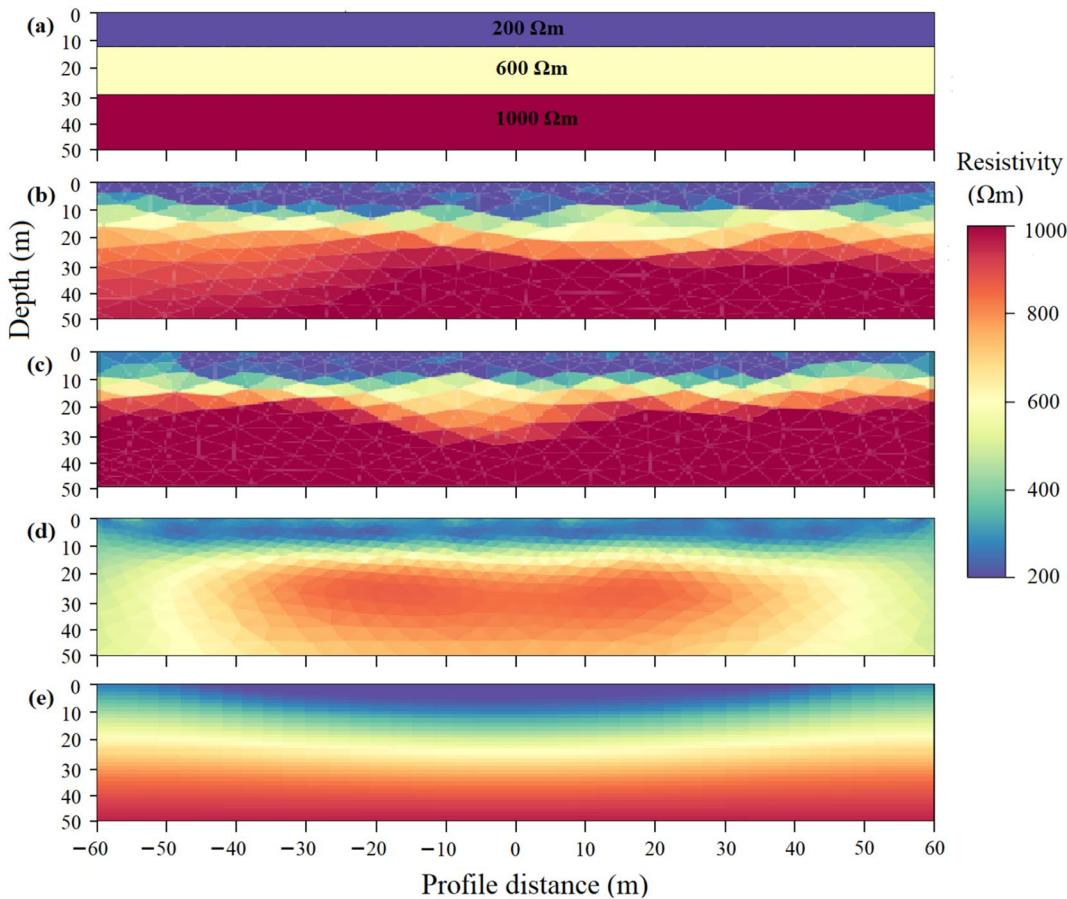


圖8A層狀概念模型由上至下由砂、礫石和中裂隙砂岩組成。免費反演軟體的反演模型結果：**b**pyGIMLi, **c**伯特, **d**ResIPy, 和**e**模擬PEG。非結構化三角網格在 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 中實現，而張量網格在 SimPEG 中使用

在設定檔的末尾，可能與有限的資料點或沒有資料覆蓋範圍有關。

也檢查反轉免費軟體包是否存在於同質主機介質中的考古目標。數位9顯示目標場景一的反演結果，目標半徑設定為1 m，深度為1.5 m。結果顯示pyGIMLi和BERT具有較高的模型解析度和精確的異常幾何形狀，但它們的異常位置與實際位置略有偏差。然而，在SimPEG中觀察到中等分辨率，而在ResIPy中表現出相對較低的分辨率。SimPEG和ResIPy正確解析了目標異常的上邊界，而底部稍微超出了實際模型。所有測試的免費軟體包都準確地再現了背景異常。與初始目標電阻率相比，反演的電阻率值在導電目標區域中被高估，而在電阻目標區域中被低估。在所有測試的免費反演軟體中，場景一的恢復電阻率值都被高估了

對於導電目標，大約7-10%，而對於電阻目標，低估了大約3-5%。

場景二顯示了在3 m深度設定1 m目標半徑的概念模型的恢復模型，如圖2所示。<sup>10</sup>目標異常在pyGIMLi和BERT中得到了中等程度的識別，而在SimPEG和ResIPy中則略有發現。此外，在所有測試的反演免費軟體中，所獲得的異常幾何形狀都無法正確恢復。測試的免費軟體包中的兩個反演場景顯示，所獲得的導電目標的電阻率被高估了(33-38%)，而電阻目標的電阻率被低估了(21-26%)（圖1）。<sup>10</sup>整體而言，場景二的模型解析度明顯低於最淺的目標場景（圖1）。<sup>9</sup>

在場景三中，對設定在5 m深度的1 m目標半徑的概念模型進行反演，以評估深度對反演免費軟體效能的進一步影響（圖1）。<sup>11</sup>pyGIMLi、BERT和SimPEG提供模糊解析度和高度擴展的異常。在

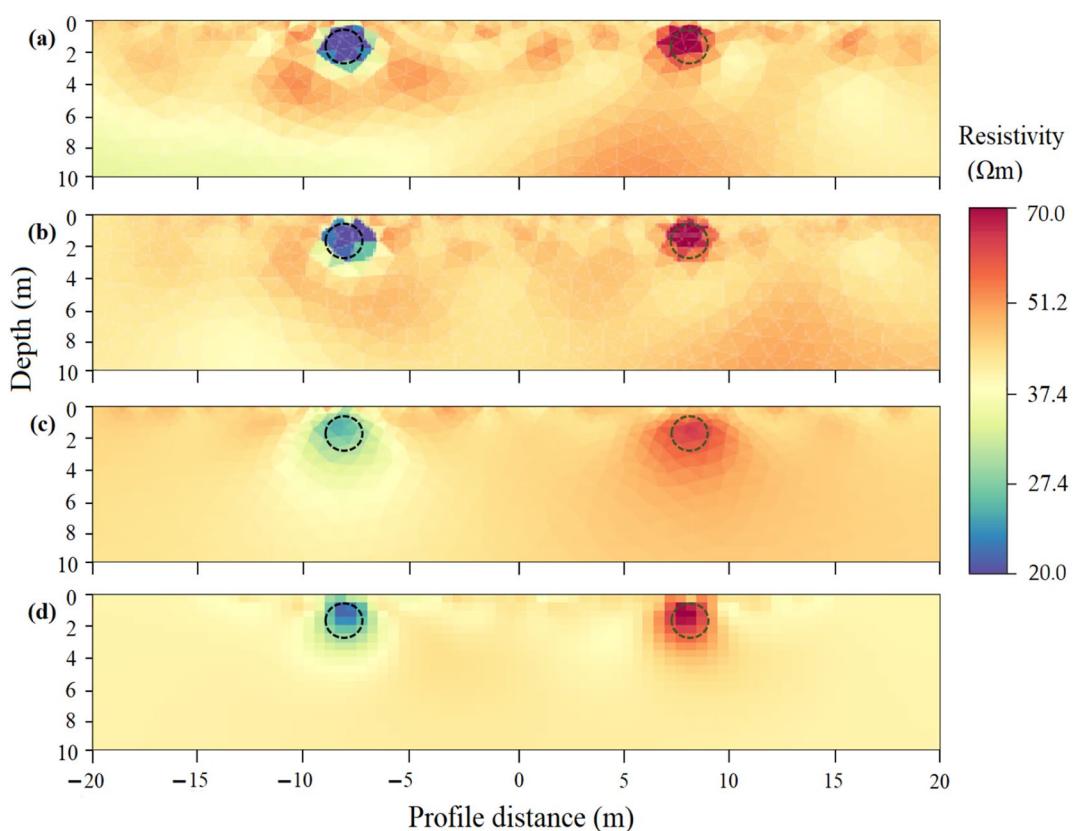


圖9使用反演免費軟體，針對位於 1.5 m 深度的 1 m 目標半徑的場景一的反演模型：ApGIMLi,乙伯特，CResIPy，和d模擬PEG。虛線圓圈表示實際目標；左側為導電目標，右側為電阻目標。非結構化三角網格在 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 中實現，而張量網格在 SimPEG 中使用

另一方面，目標異常不會在 ResIPy 中重現。隨著目標深度的增加，對於所有測試的免費反演軟體，在導電異常區域中出現了顯著的電阻率高估（42-44%），而在電阻目標異常區域中觀察到了電阻率低估（35-39%）（圖 1）<sup>10</sup>。<sup>11</sup>

此外，我們使用不同的目標尺寸（例如 0.25、0.5、1 和 2 m 半徑）檢查反演免費軟體的有效性，所有目標尺寸均設定為 3 m 測量深度。在所有測試的免費軟體包中均未恢復半徑為 0.25 和 0.5 m 的目標尺寸。由於 1 m 目標半徑在前面的章節中作為場景二進行了討論（圖 1）。<sup>10</sup>，2 m 目標半徑的反演模型為場景四（如圖 2）。<sup>12</sup>）。pyGIMLi、BERT 和 SimPEG 對場景 4 的反演模型顯示出高分辨率，而 ResIPy 則顯示出相對較低的分辨率（圖 1）。<sup>12</sup>。目標幾何形狀在 pyGIMLi 和 BERT 中精確解析。ResIPy 中目標異常的上邊界已充分恢復，而下邊界則出現加寬。其異常分辨率为

隨著勘探深度的增加而明顯減少。Sim-PEG 產生比實際目標相對更廣泛的目標異常。所有反演免費軟體包中的模型解析度隨著目標尺寸的增加而顯著增強（圖 1）。<sup>12</sup>。情境四中的反演高估了所獲得的導電目標電阻率的約 11-18%，同時低估了電阻目標的約 4-9%。與相同深度場景的較小目標尺寸相比，場景四的較大目標尺寸顯示出所獲得的電阻率的低估和高估較低。我們也以場景四為例量化免費軟體包的模型準確性。模型精度是透過將反演電阻率與真實模型電阻率之差的平方求和得到的。結果顯示，BERT 的模型精度為 21,051.37，pyGIMLi 的模型精度為 22,854.23，SimPEG 的模型精度為 25,024.35，ResIPy 的模型精度為 28,135.69，這表明與反演模型分辨率直接相關，如圖 1 所示。<sup>12</sup>。

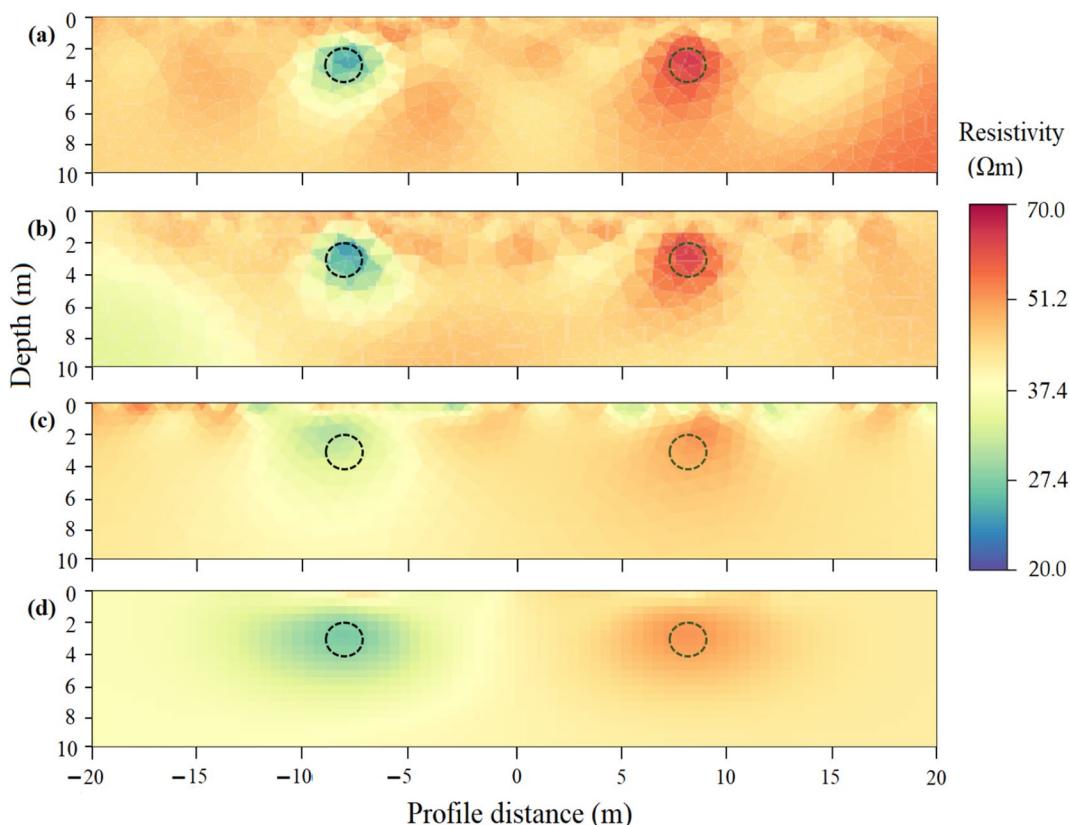


圖10應用反演免費軟體，位於 3 m 深度的 1 m 目標半徑的場景二的恢復模型：**ApyGIMLi**, **Bert**, **CResIPy**, 和**d**模擬PEG。虛線圓圈表示實際目標；左側為導電目標，右側為電阻目標。pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 使用非結構化三角網格，而 SimPEG 實現張量網格

## 討論和結論

反演免費軟體的性能專門針對反演模型估計地下特徵的效果，因為沒有演算法可以恢復完全的真實性。我們回顧並討論了一個在 Python 介面下開發的開源地電資料反演免費軟體，包括 pyGIMLi、SimPEG、BERT、ResIPy 和柴堆。免費反演軟體的功能可能因程式碼結構、網格設計和依賴類型而異。此外，本研究透過反轉相同的輸入模型來檢查 pyGIMLi、SimPEG、BERT 和 ResIPy 免費軟體的復原效能。在均勻宿主介質的不同深度設定低電阻和高電阻目標的概念模型用於數值實驗。

桌子2展示了經過測試的反演免費軟體在可重複研究中的應用。最通用的 pyGIMLi 套件可有效應用於各種地球物理資料反演 (Rücker 等人, 2017)。SimPEG 的框架開發專注於模組化、可用性、文件和廣泛的單元測試，可用作創建

新的反演代碼 (Cockett 等人, 2015年)。pyGIMLi 和 SimPEG 主要應用於地電、走時層析成像、位勢場和電磁資料的反演。他們還對直流電阻率和大地電磁資料進行聯合反演，以提高模型解析度。此外，pyGIMLi 專門對走時和電阻率成像資料進行岩石物理耦合反演，結合了兩種方法的優點來量化水飽和度。因此，除了地電資料建模和反演之外，pyGIMLi 和 SimPEG 還可以用於廣泛的地球物理研究。

相比之下，BERT，柴堆、ResIPy 主要用於地電資料的建模和反演。BERT 採用與 pyGIMLi 類似的程式碼設計與檢索；因此，可以導入 pyGIMLi 工具來方便地解決正向和逆向問題。此外，BERT 免費軟體的高度靈活的網格可以合併複雜的地形特徵和地下結構 (Audebert 等人, 2017)。2014年;岡瑟等。2006年)。使用相同的網格設計和反演演算法 柴堆和 ResIPy。柴堆使用腳本語言，同時

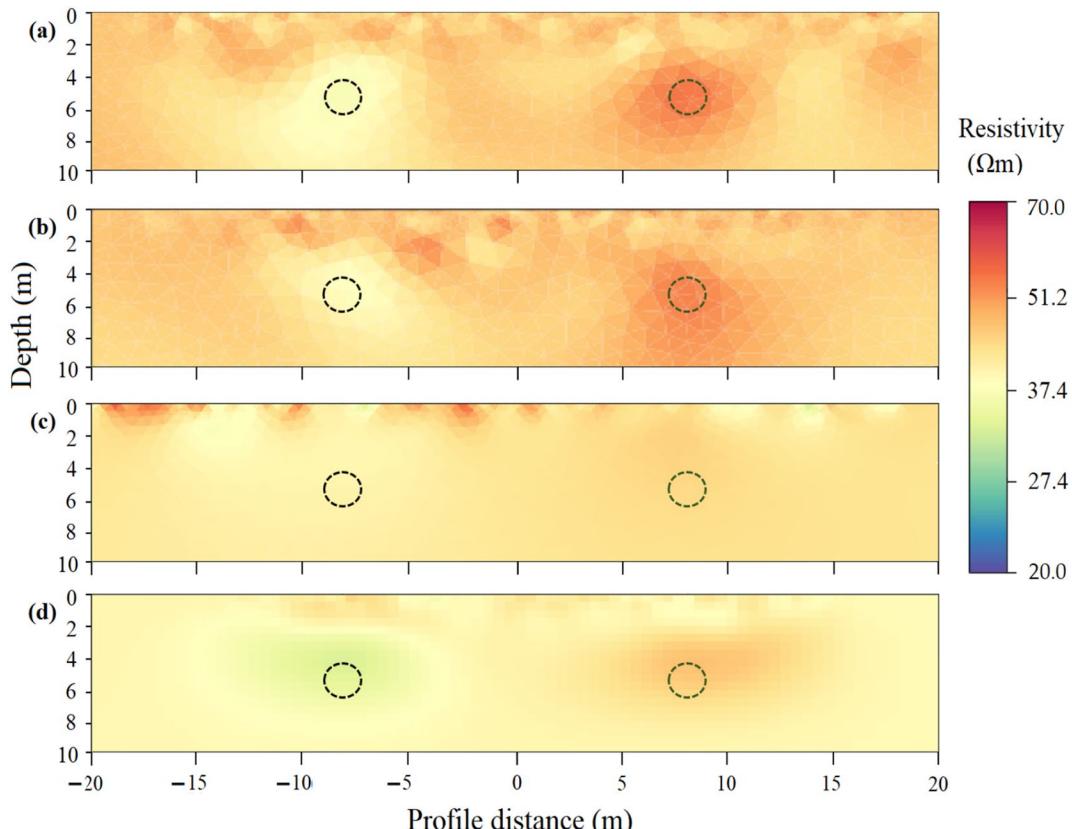


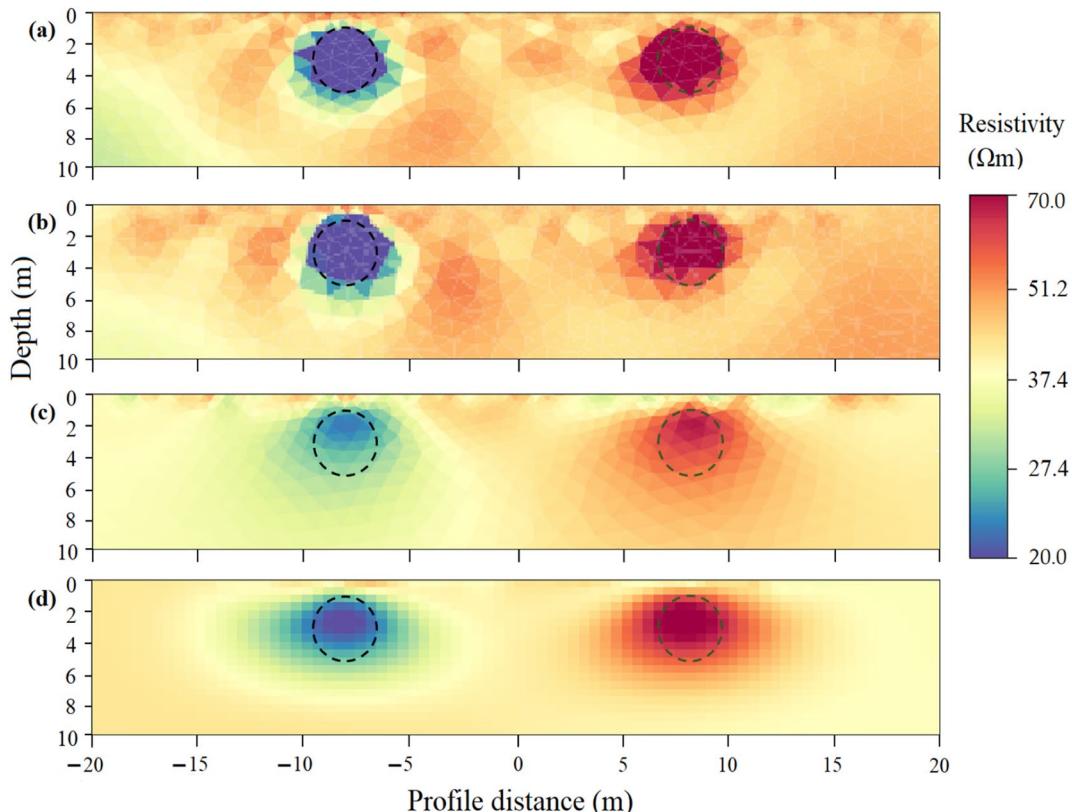
圖11使用反演免費軟體，針對位於 5 m 深度的 1 m 目標半徑的場景三的反演模型：**ApyGIMLi**、**乙伯特**、**CResIPy**，和**d**模擬PEG。虛線圓圈表示實際目標；左側為導電目標，右側為電阻目標。非結構化三角網格在 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 中實現，而張量網格在 SimPEG 中使用

ResIPy 應用圖形使用者介面 (GUI)。ResIPy 中的 GUI 消除了文字輸入的需要，並在預處理和後處理階段為使用者提供協助。相比之下，**柴堆**比 ResIPy 更適合較大資料集的反演 (Blanchy 等人, 2017) (2020年)。然而，與其他經過測試的免費軟體程式碼相比，其程式碼的可擴展性和靈活性較差。

測試的反演免費軟體根據網格設計和正向公式而有所不同。例如，SimPEG 實現結構化和半結構化網格的有限體積，而 pyGIMLi 使用有限元素和有限體積方法應用結構化和非結構化網格。另一方面，BERT 使用非結構化網格的有限元素，而 Pyres 和 ResIPy 使用有限元素方法實現結構化和非結構化網格。然而，結構化網格需要更少的記憶體並節省計算時間；與非結構化網格相比，它在梯度方向上的數值公式不太靈活 (Sack 和 Urrutia 1999 年)。非結構化網格細化了電極位置和目標區域附近的網格尺寸，其中模擬電的強烈對比

勢需要提高數值精度，且其網格尺寸向計算邊界擴大，以考慮低敏感區域的數值計算 (Blanchy 等人，2017)。2020年;阮等人。2005年;呂克等人。2006年)。此外，pyGIMLi 和 BERT 中的品質檢查器可以控制非結構化網格的網格誤差。由於非結構化網格在表示複雜的地下結構、地形和複雜採集方面具有優越性，因此它主要應用於 pyGIMLi、BERT、**柴堆**和 ResIPy 免費軟體包。因此，使用具有靈活網格類型的反演免費軟體可以增強電阻率分佈和數值計算，這與其他研究一致 (Sack 和 Urrutia 1999年;富田等人。2012年)。

我們評估了測試的反演免費軟體的效率，因為計算成本在地球物理建模中起著至關重要的作用。使用具有 20 GB 隨機存取記憶體 (RAM) 的 CORE i5 Intel 計算機，每個單元的處理時間 SimPEG 為 13 ms，ResIPy 為 16 ms，BERT 為 29 ms，pyGIMLi 為 38 ms。這顯示 SimPEG 和 ResIPy 計算效率最高，BERT 中等



**圖12**應用反演免費軟體，針對位於 3 m 深度的 2 m 半徑目標，場景四的恢復模型：**a**pyGIMLi, **b**乙伯特, **c**ResIPy, 和**d**模擬PEG。虛線圓圈表示實際目標；左側為導電目標，右側為電阻目標。pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 使用非結構化三角網格，而 SimPEG 實現張量網格

**表2**實施可重複地球物理研究的免費反演軟體

免費軟體	應用領域	主要參考文獻
PythonGIMLi 伯特	ERT/IP	(岡瑟和馬丁2016年;克林格勒等人。2020年;尼克希克等人。2019年) (奧德伯特等人。2014年;羅克利茨等。2019年) (懷特利等。2020年)
	電磁/MT	
	走時斷層掃描	
	聯合/耦合反演 ERT/IP	(喬迪等人。2020年;羅克利茨等。2019年;呂克等人。2017年) (卡里埃等人。2015年;古爾多爾等人。2018年;烏德普埃等人。2011年) (本傑明等人。2020年;布蘭奇等。2020年) (米切爾2020年;辛普森和海因森2020年)
柴堆/ResIPy	ERT/IP	(希吉等人。2017年;康等人。2015年;奧爾登堡等人。2020年) (阿斯蒂克等人。2021年;康等人。2018年)
類比PEG	ERT/IP	
	電磁/MT	
	聯合反演	

高效，而 pyGIMLi 效率最低。經過測試的免費軟體包可以在 RAM 超過 4 GB 的電腦上充分運作。然而，更廣泛的模型可能需要更高 RAM 的電腦；例如，如圖所示的實驗模型。**8** 需要大於 6 GB RAM 的電腦處理器。

正向電阻率資料集的有效計算對於反演模型的品質可以起到至關重要的作用 (McGillivray 1992 年)。檢查不同網格尺寸下 pyGIMLi、BERT 和 ResIPy 之間的數值電阻率變化。測試的免費軟體之間顯示出輕微的電阻率差異，主要針對小型

網格尺寸。此外，異常效應顯示了正向電阻率公式的免費軟體有效性的變化。對於測試的免費軟體包：`pyGIMLi`、`BERT`、`SimPEG` 和 `ResIPy`，正向電阻率資料集的異常影響變化不大。不同電極陣列和地質條件的異常效應明顯不同 (Dahlin 和 Zhou 2004年)。這項研究顯示了目標尺寸和深度的異常效應的顯著變化。目標尺寸的增加可以增加異常效果。隨著目標深度的增加，測試的免費軟體的正向電阻率結果的異常影響會減少。這可能與電極陣列的測量靈敏度有關。靠近電極位置的陣列的高測量靈敏度可能比遠離電極位置的陣列產生更高的異常效應 (Doyoro 等人, 2017)。[2021年](#);洛克[2013年](#))。

除了所使用的免費軟體類型之外，反演模型解析度還顯示出目標尺寸和測量深度的變化。我們的數值實驗表明，在所有測試的反演免費軟體包中，較大的異常目標都得到了正確的解決 (圖 1)。[12](#)，但它們不會顯示在 3 m 深度處設定的小於 0.5 m 的目標半徑的任何特徵。此外，測試的免費軟體恢復效果會根據目標深度與維度的比率而變化。`pyGIMLi`、`BERT` 和 `SimPEG` 可以恢復大於其深度四分之一的目標直徑。另一方面，`ResIPy` 可以再現大於其深度三分之一的目標直徑。如果不考慮異常幾何形狀，測試的反演免費軟體可能會偵測到相對較深的目標。

隨著埋藏目標深度的增加，模型解析度下降，異常尺寸被高估。解釋這一限制的一個因素是表面電阻率探測的測量靈敏度下降。除非可以實現跨孔電阻率成像，否則基本物理定律的直接後果無法改善 (巴克[1989年](#);洛克[2013年](#))。第二個因素是測量資料密度隨著測量深度的增加而減少 (Nguyen 等, 2017)。[2005年](#);奧爾登堡和李[1999年](#))。電阻率測量數據對更深深度的模型反演影響不大，導致明顯的不確定性。第三個因素是免費軟體反演演算法的平滑效果 (Portniaguine 和 Zhdanov)[1999年](#))。它規範了目標介質和宿主介質之間的高電阻率對比，限制了精確異常幾何形狀的恢復。由於反演正則化，導電目標的反演電阻率數據被大大高估，而電阻目標的反演電阻率數據被低估，特別是在較深的深度。這

地下結構目標尺寸的增加可以大幅減少免費軟體反演過程的平滑效果。

比較不同電阻率反演免費軟體包有挑戰。離散化演算法的差異可能會導致恢復模型的變化 (Hellman 等人，2017)。[2016年](#))。例如，將反演免費軟體包與有限元素和有限差分方法進行比較可能會顯著改變反演模型結果。此外，對不同免費軟體包獲得的模型使用相同的色標會極大地影響分辨率，特別是在 `ResIPy` 和 `SimPEG` 中。儘管反演免費軟體比較有這些限制，但我們的建模在 `pyGIMLi`、`BERT` 和 `SimPEG` 中顯示出比其他測試的免費軟體包相對更高的解析度。以同樣的方式，透過 `pyGIMLi` 進行數值電阻率資料反演 (Jordi et al.[2020年](#)) 和透過 `BERT` 顯示高解析度的現場資料反演 (Flechsig 等人，2017)[2010年](#))。

我們的回顧和數值實驗可以找到適合地電資料反演的免費軟體。相較之下，所有測試的反演免費軟體包都可以解析場景四中尺寸大於或等於目標尺寸的地下特徵。`pyGIMLi` 和 `BERT` 也可以有效地反演場景二中小於或等於異常大小的小規模目標。小規模目標也可以在 `SimPEG` 中重現；然而，模型分辨率和異常精度大大降低。除了 `ResIPy` 之外，所有測試的免費軟體都充分恢復了水平分層建模層。整體實驗結果表明，`pyGIMLi`、`BERT` 和 `SimPEG` 免費軟體套件可以更有效地進行地電資料反演。我們希望這項研究能夠促進和啟發基於 Python 的免費反演軟體的可重複研究和交流，以幫助解決除地電資料集之外的一些固有的多學科地球物理問題。

## 致謝

作者要感謝台灣科學技術部 (MOST) 支持這項計畫編號為 MOST 108-2638-E-008-001-MY2 的研究。這項工作也得到了台灣教育部 (MOE) 高等教育萌芽計畫框架內特色領域研究中心計畫的地震災害、風險評估和管理中心 E-DREAM 的部分支持。匿名審查者的意見和建議使論文得到了顯著的改進。

## 作者的貢獻

YG 為概念化、方法論和手稿做出了貢獻；PC 有助於概念化、審查和修改、驗證和監督；JM、DJ、TV、DA 和 MS 參與了方法論、審查和編輯。

## 資金

台灣科學技術部，MOST 108-2638-E-008-001-MY2，地震災害、風險評估和管理中心，E-DREAM，來自

台灣教育部 (MOE) 高等教育萌芽計畫架構內的特色領域研究中心計畫。

#### 數據和材料的可用性

這些數據可根據作者的要求提供。

#### 聲明

##### 利益爭奪

作者聲明他們沒有利益衝突。

##### 作者詳細信息

1 國立中央大學地球科學系，台灣桃園。

2 地球系統科學，台灣國際研究生計畫 (TIGP)，中央研究院，台北，台灣。

3 台灣桃園國立中央大學地震災害、風險評估與管理中心。4 阿達瑪科技大學  
自然科學學院應用地質學系，衣索比亞阿達瑪。

收稿日期：2021 年 8 月 27 日 接受日期：2022 年 1 月 5 日

Published online: 13 January 2022

#### 參考

Aizebeokhai A、Olayinka A, 技術 (2010) 3d 陣列的異常效應  
使用正交或平行二維剖面的地電阻率成像。阿傑斯特 4(7):446–454

Arjwech R, Everett ME (2019) 施工中的電阻率斷層掃描  
泰國東北部的遺址對建築基礎設計有影響。環境工程地球物理學雜誌  
24(2):333–340。https://doi.org/10.2113/JEEG24.2.333

Astic T、Heagy LJ、Oldenburg DW (2021) 岩石物理與地質  
使用動態高斯混合模型引導多物理場反演。地球物理學雜誌 Int 224(1):40–  
68。https://doi.org/10.1093/gji/ggaa378 Audebert M、Clément R、  
Grossin-Debattista J、Günther T、Touze-Foltz N、Moreau  
S (2014) 土工膜對滲濾液注入監測延時 ERT 測量的影響。廢棄物管理  
雜誌 34(4):780–790。https://doi.org/10.1016/j.wasman.2014.01.011

Ayachit U (2015) 平行視圖指南：平行視覺化應用程式。  
Kitware 公司，紐約

Barker R (1989) 共線對稱四電極的深度研究  
數組。地球物理學 54(8):1031–1037。https://doi.org/

10.1190/1.1442728 Befus KM (2018) pyres：電阻率建模的 Python 包裝器  
與 R2。地球物理學雜誌 15(2):338–346。https://doi.org/10.1088/1742-2140/  
aa93ad

Benjamin M、Peruzzo L、Boaga J、Cenni N、Schmutz M、Wu Y、Hubbard SS、Cas-  
siani G (2020) 使用電阻率斷層掃描和 mise-à-la-masse 延時監測根部  
吸水量：葡萄園滲透實驗。土壤 6(1):95–114。https://doi.org/  
10.5194/soil-6-95-2020 Binley A、Kemna A (2005) 直流電阻率與激發  
極化方法，

水文地球物理。施普林格，柏林，第 129–156 頁

Blanchy G、Saneian S、Boyd J、McLachlan P、Binley A (2020) ResIPy，直觀的  
用於複雜地電反演/建模的開源軟體。計算機和地球科學 137 :  
104423。https://doi.org/10.1016/j.cageo.2020.104423

Bressert E (2012) SciPy 和 NumPy：開發人員概述。奧萊利媒體

公司，塞瓦斯托波爾，加利福尼亞州

Caputo R、Piscitelli S、Oliveto A、Rizzo E、Lapenna V (2003) 電氣的使用  
活動構造中的電阻率斷層掃描：來自希臘蒂爾納沃斯盆地的例子。大  
地動力學 36(1–2):19–35。https://doi.org/10.1016/  
S0264-3707(03)00036-X

Cardarelli E、Cercato M、Cerreto A、Di Filippo G (2010) 電阻率  
和地震折射斷層掃描來探測埋藏的洞穴。地球物理學展望 58(4):685–695。  
https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2009.00854.x Carriere SD、

Chalikakis K、Danquigny C、Clement R、Emblanch C (2015) 可行性 -  
電阻率斷層掃描在雨天監測岩溶介質滲水情況的有效性和局限性，岩溶  
系統的水文地質和環境調查。施普林格，柏林，第 45–55 頁

Chambers JE、Kuras O、Meldrum PI、Ogilvy RD、Hollands J (2006) Electric-  
電阻率斷層掃描應用於前廢棄物處理場的地質、水文地質與工程調  
查。地球物理學 71(6):B231–B239。https://doi.org/  
10.1190/1.2360184

Chang P-Y、Liang-Chi C、Teh-Quei L、Yu-Chang C、Huei-Fen C (2015) 檢查  
利用電阻率成像方法對台灣東北部宜蘭大湖的湖底結構進行了研究。應  
用地球物理學雜誌 119 : 170–177。https://doi.org/10.1016/  
j.jappgeo.2015.05.016

Chang P-Y、Chang L-C、Hsu S-Y、Tsai J-P、Chen W-F (2017) 估計  
抽水測試期間無承壓含水層的水文地質參數，採用延時電阻率成像方  
法：彭措和大姑場地的案例研究。台灣應用地球物理學雜誌 144 :  
134–143。https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2017.06.014

Cockett R、Kang S、Heagy LJ、Pidlisecky A、Oldenburg DW (2015) SimPEG : An  
用於地球物理應用中的模擬和基於梯度的參數估計的開源框架。計算  
機與地球科學 85 : 142–154。https://doi.org/10.1016/  
j.cageo.2015.09.015

Dahlin T、Zhou B (2004) 二維電阻率成像的數值比較  
有 10 個電極陣列。Geophys Prospect 52(5):379–398 Doyoro YG,

Chang P-Y、Puntu JM (2021) 二維電阻率的不確定性  
對地下空洞的調查。應用科學期刊 11(7):3143。https://doi.org/10.3390/app11073143

杜慶，王東，朱立 (2009) 論網格幾何與剛度矩陣  
一般有限元素空間的調節。SIAM J 數字分析 47(2):1421–1444。  
https://doi.org/10.1137/080718486

Flechsig C、Fabig T、Rücker C、Schütze C (2010) 地電調查  
Cheb盆地/西波希米亞：一種評估近地表電導率結構的方法。研究地  
球物理 Geod 54(3):443–463。https://doi.org/10.1007/  
s11200-010-0026-6

Geuzaine C、Remacle JF (2009) Gmsh : 3D 有限元素網格產生器  
具有內建的預處理和後處理設施。Int J Numer Meth Eng  
79(11):1309–1331。https://doi.org/10.1002/nme.2579

Gourdin L、Clément R、Juilleret J、Pfister L、Hissler C (2018) 大規模 ERT  
用於調查淺層風化層特性和結構的調查。水力地球系統科學。https://  
doi.org/10.5194/hess-2018-519 Günther T、Martin T (2016) 頻譜二維  
頻率反演

來自礦渣堆的域誘發極化資料。應用地球物理學雜誌 135 : 436–  
448 https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2016.01.008 Günther T,  
Rücker C, (2015) 無邊界電阻率斷層掃描  
BERT 2——使用者教學。

Günther T、Rücker C、Spitzer K (2006) 三維建模和  
結合地形的直流電阻率資料反演-II · 反演地球物理學雜誌 Int  
166(2):506–517。https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.  
2006.03010.x

Heagy LJ、Cockett R、Kang S、Rosenkjaer GK、Oldenburg DW (2017) A 框架-  
致力於電磁學的模擬與反演。計算機和地球科學 107 : 1–19。https://  
doi.org/10.1016/j.cageo.2017.06.018 Hellman K、Johansson S、

Olsson P 和 Dahlin T, (2016) 電阻率反演  
軟體比較，近地表地球科學 2016-第 22 屆歐洲環境與工程地球物理學  
會議。歐洲地球科學家和工程師協會。

Hunter JD (2007) Matplotlib : 2D 圖形環境。計算機科學工程  
9 (03) : 90–95。https://doi.org/10.1109/MCSE.2007.55

Hyman JM、Shashkov M (1999) 麥克斯韋方程式的模擬離散化  
系統蒸發散：計算物理學雜誌 151(2):881–909。https://doi.org/10.1006/jcph.  
1999.6225

Jordi C、Doetsch J、Günther T、Schmelzbach C、Maurer H、Robertsson J  
(2020) 不規則網格上的結構接頭反演。地球物理學雜誌 Int  
220(3):1995–2008。https://doi.org/10.1093/gji/ggz550

Kang S、Cockett R、Heagy LJ 和 Oldenburg DW, (2015) 在之間移動  
電磁反演中的維度，SEG 技術計劃擴展摘要 2015 年。

Kang S、Fournier D、Werthmüller D、Heagy LJ 與 Oldenburg D, (2018)  
SimPEG-EM1D：用於大規模機載電磁資料的基於梯度的一維反演軟  
體，AGU 秋季會議摘要，第 NS53A-0557 頁。

Keller GV (2017) 岩石和礦物的電特性。CRC Press Klingler S、Leven C、  
Cirpka OA、Dietrich P (2020) 異常效應驅動的最佳化  
大面積直流地電測繪的標準化。應用地球物理學雜誌 176 : 104002。  
https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2020.104002

- Lehe R、Huebl A、Vay J-L、弗里德曼 A、Thévenet M、米切爾 C、Bruhwiler D、Grote D、Cowan B 和 Vincenti H (2020) 在分發科學程式碼時採用現代軟體工具和使用者友好的實踐。在：Snowmass21 LOI
- Lin JW (2012) 為什麼 Python 是地球科學計算的下一波浪潮。  
《Meteorol Soc 公報》93(12) : 1823–1824。<https://doi.org/10.1175/BAMS-D-12-00148>
- Lin C-P, Hung Y-C, Yu Z-H, Wu P-L (2013) 異常滲漏調查  
使用電阻率斷層掃描的土壤。地球工程學 8(2):61–70。[https://doi.org/10.6310/jog.2013.8\(2\).4](https://doi.org/10.6310/jog.2013.8(2).4)
- Loke M, (2013) 教學：2D 和 3D 電子成像測量。吉奧托莫  
馬來西亞軟體。未發表。
- McGillivray PR (1992) 直流電阻率的正演建模與反演  
MMR 數據。不列顛哥倫比亞大學，溫哥華
- Militzer H、Rösler R、Lösch W (1979) 理論與實驗研究  
使用電阻率方法進行空腔研究的系統。地球物理學展望 27(3):640–  
652
- Mitchell MA (2020) 電氣和電磁的使用方法  
複雜的地下環境中的網路方法。不列顛哥倫比亞大學，溫哥華
- Narayan S、Dusseault MB、Nobes DC (1994) 反演技術應用於  
電阻率反問題。反問題 10(3):669
- Neumaier A (1998) 解決病態和奇異線性系統：A tuto-  
裡亞爾正規化。J Soc Ind Appl Math 40 (3) : 636–666。<https://doi.org/10.1137/S0036144597321909>
- Nguyen F、Garambois S、Jongmans D、Pirard E、Loke M (2005) 影像處理  
用於成像斷層的二維電阻率資料。應用地球物理學雜誌 57(4):260–277。  
<https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2005.02.001>
- Nickschick T、Flechsig C、Mrlina J、Oppermann F、Löbig F、Günther T (2019)  
在國際大陸鑽探計畫 (ICDP) 監測站點的切布盆地（埃格爾裂谷）進行  
大規模電阻率斷層掃描，以對與流體相關的結構進行成像。固體地球  
10(6):1951–1969。<https://doi.org/10.5194/se-10-1951-2019>
- Okpoli CC (2013) 電極配置的靈敏度和解析度能力  
系統蒸發散。地球物理學雜誌國際。<https://doi.org/10.1155/2013/608037>
- Oldenburg DW, Li Y (1999) 估計直流電阻率調查深度  
和知識產權調查。地球物理學 64(2):403–416。<https://doi.org/10.1190/1.1444545>
- Oldenburg DW、Heagy LJ、Kang S、Cockett R (2020) 3D 電磁模式-  
埃林與反演：開源案例。地球物理學雜誌 51(1):25–37。<https://doi.org/10.1080/08123985.2019.1580118>
- Peng RD (2011) 計算科學的可重複研究。科學  
334 (6060) : 1226–1227。<https://doi.org/10.1126/science.1213847>
- Portniaguine O, Zhdanov MS (1999) 聚焦地球物理反演影像。  
地球物理學 64(3):874–887。<https://doi.org/10.1190/1.1444596>
- Rochlitz R、Skibbe N、Günther T (2019) custEM：可自訂的有限元素  
複雜受控源電磁資料的模擬。地球物理學 84(2) : F17–F33。<https://doi.org/10.1190/geo2018-0208.1>
- Rücker C (2010) 使用先進的電阻率建模和反演  
非結構化離散化。萊比錫大學，萊比錫 Rücker C, Günther T,
- Spitzer K (2006) 三維建模和  
結合地形的直流電阻率資料反演—I. 模擬地球物理學雜誌 Int  
166(2):495–505
- Rücker C、Günther T、Wagner FM (2017) pyGIMLi：一個開源函式庫  
地球物理學中的建模和反演。計算機與地球科學一百零九：106–123。  
<https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.07.011>
- Sack J-R, Urrutia J (1999) 計算幾何手冊。Elsevier Seaton WJ、Burbey  
TJ (2002) 二維電阻率方法的評估  
在破碎的結晶岩地體中。應用地球物理學雜誌 51(1):21–41。[https://doi.org/10.1016/S0926-9851\(02\)00212-4](https://doi.org/10.1016/S0926-9851(02)00212-4)
- Sharma S、Verma GK (2015) 電阻率資料反演：綜述。J  
計算機科學工程 9(4) : 400–406。<https://doi.org/10.5281/>
- zenodo.1106169 Shewchuk JR, (1996) 三角形：設計 2D 質量網格產生器和  
Delaunay 三角儀，應用計算幾何研討會。柏林：施普林格，第  
203–222 頁。
- Si H (2015) TetGen，基於 Delaunay 的優質四面體網格產生器。ACM  
跨數學軟體 41(2):1–36。<https://doi.org/10.1145/2629697>
- Simpson JM, Heinson G (2020) 井下電阻率綜合建模  
數據以改善大地電磁反演對盆地形態的解釋。地球行星太空 72 :  
1–21。<https://doi.org/10.1186/s40623-020-01178-2>

Tikhonov AN, Goncharsky A, Stepanov V, Yagola AG (2013) 數值方法  
來解決不適定問題。施普林格科學與商業媒體，柏林，第 328 頁

Tomita JT、da Silva LM、da Silva DT (2012) 非結構化之間的比較  
以及用於高壓渦輪機應用的具有不同湍流模型的結構化網格。陸、海、  
空電力。美國機械工程師學會，渦輪博覽會，第 1633–1645 頁

Udphuay S、Günther T、Everett ME、Warden RR、Briaud J-L (2011) 三維  
密集文化訊號中極端海岸地形的電阻率斷層掃描：應用於歷史諾曼第遺  
址的懸崖穩定性評估。地球物理學雜誌 Int 185(1):201–220。<https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2010.04915.x>

Van Schoor M (2002) 使用二維電阻率檢測污水坑  
成像。應用地球物理學雜誌 50(4):393–399

懷特利 J、錢伯斯 J、烏勒曼 S、博伊德 J、Cimpoiasu M、霍姆斯 J、伊諾恩  
C、Watlet A、Hawley-Sabbett L、Sujitapan C (2020) 使用地震折射  
斷層掃描進行滑坡監測 - 納入地形變化的重要性。《地質學雜誌》  
268 : 105525。<https://doi.org/10.1016/j.jpro.2020.105525>

Wilson G、Aruliah DA、Brown CT、Hong NPC、Davis M、Guy RT、Haddock SH、Huff  
KD、Mitchell IM、Plumbley MD (2014) 科學計算最佳實踐。PLoS 計算機  
生物學 12(1):e1001745。<https://doi.org/10.1371/journal.pbio.1001745>

張 G、張 G-B、陳 C-C、張 P-Y、王 T-P、顏 H-Y、董 J-J、倪 C-F、  
Chen S-C, Chen C-W (2016) 利用延時電阻率成像方法對降雨入滲過程  
進行成像。純粹應用地球物理學 173(6):2227–2239

## 出版商備註

施普林格 · 自然對於已出版的地圖和機構隸屬關係中的管轄權主張保持中  
立。

**Submit your manuscript to a SpringerOpen® journal and benefit from:**

- Convenient online submission
- Rigorous peer review
- Open access: articles freely available online
- High visibility within the field
- Retaining the copyright to your article

**Submit your next manuscript at ► [springeropen.com](http://springeropen.com)**