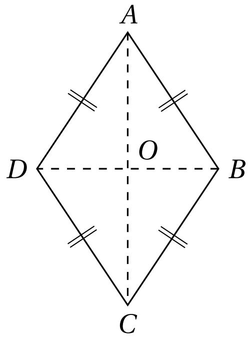
Exercice du losange - Correction :

Soit $ABCD$ un losange de centre O tel que $AB = 27,4$ cm et $AC = 42$ cm.



✓ $ABCD$ est un losange.
Or : « Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales se coupent en leur milieu » .
Donc O est le milieu de $[AC]$ et $AO = AC \div 2 = 42 \div 2 = 21$ cm.

✓ $ABCD$ est un losange.
Or : « Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires ».
Donc AOB est un triangle rectangle.

✓ AOB est un triangle rectangle, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$AB^2 = AO^2 + OB^2$
$OB^2 = AB^2 - AO^2$
$OB^2 = 27,4^2 - 21^2 = 309,76$
$OB = \sqrt{309,76} = 17,6$

✓ Comme O est le milieu de $[DB]$: $DB = OB \times 2 = 17,6 \times 2 = 35,2$ cm.

Finalement la seconde diagonale de ce losange mesure 35,2 cm.

Exercice du tremplin - Correction :

Le triangle BCF est rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore :

$BC^2 = CF^2 + FB^2$
$BC^2 = 2,4^2 + 0,7^2$
$BC^2 = 6,25$
$BC = \sqrt{6,25}$
$BC = 2,5$

Maintenant qu'on connait la longueur BC, on peut calculer l'aire du rectangle $ABCD$:
$\mathscr{A}_{ABCD} = DC \times BC = 1,8 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} = 4,5 \text{ m}^2$

$4,5 \text{ m}^2$ de revêtement ont coûté 128,52 €, calculons le prix d'un mètre-carré :
$128,52 \div 4,5 = 28,56$

Ce revêtement coûte donc 28,56 € le mètre-carré.

Exercice du parallélogramme - Correction :

Dans le triangle EFH, le plus grand côté est $[HF]$.

$HF^2 = 85^2 = 7\,225$
$EF^2 + EH^2 = 36^2 + 77^2 = 7\,225$

On constate que $HF^2 = EF^2 + EH^2$, donc, d'après le théorème de Pythagore, le triangle EFH est rectangle en E.

Le parallélogramme $EFGH$ a un angle droit en E.
On sait que : « si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle » donc $EFGH$ est un rectangle.

Exercice de l'autre parallélogramme - Correction :

$ABCD$ est un parallélogramme. Or : « si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu. » Don O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$.
Ainsi, $AO = AC \div 2 = 11,3 \div 2 = 5,65$ et $DO = BC \div 2 = 6,6 \div 2 = 3,3$.

Dans le triangle AOD, le plus grand côté est $[AD]$.

$AD^2 = 6,5^2 = 42,25$
$AO^2 + DO^2 = 5,65^2 + 3,3^2 = 42,8125$

On constate que $AD^2 \neq AO^2 + DO^2$, il n'y a pas l'égalité de Pythagore donc le triangle AOD n'est pas rectangle, autrement dit, les diagonales de $ABCD$ ne sont pas perpendiculaires.
On sait que « si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires ». Ici, les diagonales ne sont pas perpendiculaires donc $ABCD$ n'est pas un losange.

Exercice du PIN - Correction

$BOIS$ est un carré de 12 cm de côté donc $IO = OB = BS = SI = 12$ cm.
Les points O, N et B sont alignés dans cet ordre donc $ON = OB - NB = 12$ cm $- 3$ cm $= 9$ cm.

Le triangle ION est rectangle en O donc, d'après le théorèe de Pythagore, on a :
$IN^2 = IO^2 + ON^2$
$IN^2 = 12^2 + 9^2 = 225$
$IN = \sqrt{225} = 15$ cm.

Le triangle ISP est rectangle en S donc, d'après le théorèe de Pythagore, on a :
$IP^2 = IS^2 + SP^2$
$13^2 = 12^2 + SP^2$
$SP^2 = 13^2 - 12^2 = 25$ $SP = \sqrt{25} = 5$ cm.

Les points S, P et B sont alignés dans cet ordre donc $PB = SB - SP = 12$ cm $- 5$ cm $= 7$ cm.

Le triangle PBN est rectangle en B donc, d'après le théorèe de Pythagore, on a :
$PN^2 = PB^2 + BN^2$
$PN^2 = 7^2 + 3^2 = 58$
$PN = \sqrt{58}$ cm.

Dans le triangle PIN, le plus grand côté est $[IN]$.

$IN^2 = 15^2 = 225$
$IP^2 + PN^2 = 13^2 + \sqrt{58}^2 = 168 + 58 = 227$

On constate que $IN^2 \neq IP^2 + PN^2$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle PIN n'est pas rectangle.

Exercice de la diagonale du pavé - Correction :

Pour calculer la longueur AG de la diagonale du pavé , il faut d'abord déterminer la longueur AC.

La face $ABCD$ du pavé est un rectangle. Les rectangles ont quatre angles droits donc le triangle ABC est rectangle en B et son hypoténuse est $[AC]$.
D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
(Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur donc $BC = GF = 4$ cm.)
$AC^2 = 12^2 + 4^2$
$AC^2 = 160$
$AC = \sqrt{160}$

Dans un pavé droit, les faces sont perpendiculaires entre elles donc le triangle ACG est rectangle en C et son hypoténuse est $[AG]$.
D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AC^2 + CG^2$.
(Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur donc $CG = BF = 3$ cm.)
$AG^2 = 160 + 3^2$
$AG^2 = 169$
$AG = \sqrt{169}$
$AG = 13$

Finalement, une diagonale de ce pavé mesure 13 cm.