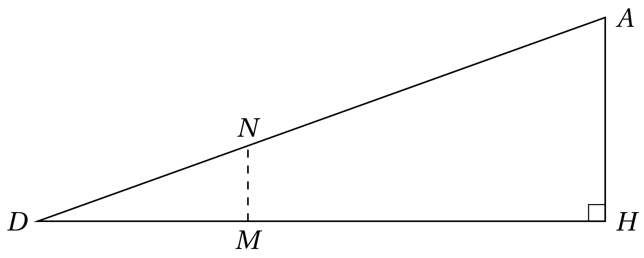
Exercice du funiculaire - Correction

Nous allons calculer la longueur AH, puis nous montrerons que les droites (MN) et (AH) sont parallèles et enfin nous déterminerons la hauteur MN.



Dans le triangle DHA rectangle en H, d'après le théorème de pythagore :
$DA^2 = DH^2 + AH^2$ soit $AH^2 = DA^2 - DH^2$
$AH^2 = 108^2 - 102^2 = 1\,260$
$AH = \sqrt{1\,260}$

Les droites (MN) et (AH) sont perpendiculaires à la droite (DH).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Donc les droites (MN) et (AH) sont parallèles.

Dans le triangle DAH :

— $M \in [DH]$

— $N \in [DA]$

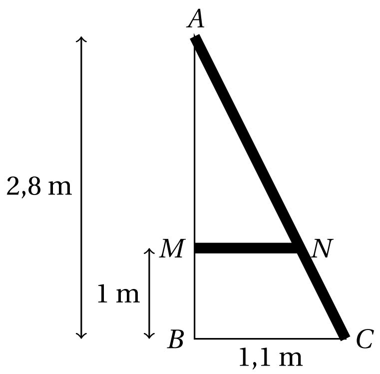
— (MN) // (AH)

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{DM}{DH} = \dfrac{DN}{DA} = \dfrac{MN}{AH}$ ou encore $\dfrac{DM}{DH} = \dfrac{40}{108} = \dfrac{MN}{\sqrt{1\,260}}$.

Finalement $MN = \dfrac{40 \times \sqrt{1\,260}}{108} \approx 13,15$.
Lorsque le funiculaire a parcouru une distance de 40 m, il s'est élevé d'environ 13,15 m.

Le décor de théâtre - Correction

Commençons par faire le schéma d'un renfort.
Ici, $[AB]$ représente le décor alors que $[AC]$ et $[MN]$ sont les deux poutres d'un premier support.
Nous allons calculer AC puis MN, nous ajouterons ces deux longueurs pour obtenir la longueur de poutre nécessaire au premier renfort. Il suffira de multiplier par deux pour obtenir la longueur totale nécessaire à la fabrication des deux renforts.



On suppose que le sol est horizontal et que le décor est vertical donc le triangle ABC est rectangle en B.
On suppose également que la poutre horizontale est parallèle au sol donc les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Dans le triangle ABC rectangle en B, l'hypoténuse est $[AC]$, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 2,8^2 + 1,1^2 = 9,05$
$AC = \sqrt{9,05} \approx 3,008$ m

Dans le triangle ABC :

— $M \in [AB]$

— $N \in [AC]$

— (MN) // (BC)

D'après la propriété de Thalès, on a : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Les points A, M, B sont alignés dans cet ordre donc $AM = AB - MB = 2,8 - 1 = 1,8$.

$\dfrac{1,8}{2,8} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{1,1}$ donc $MN = \dfrac{1,8 \times 1,1}{2,8} \approx 0,707$ m.

Pour un renfort, il faut donc une longueur de : $AC + MN \approx 3,008 + 0,707 \approx 3,715$ m.
Pour deux renforts, il faut le double : $3,715 \times 2 \approx 7,43$ m.

Pour fabriquer les deux renforts, il faudra environ 7,43 m.

Prépa CRPE - Hatier - Exercice nº 1 - Correction

Les points C, A, B d'une part et G, F, B d'autre part sont alignés dans le même ordre et les droites (AF) et (CG) sont parallèles entre elles, donc d'après le théorème de Thalès, on a :

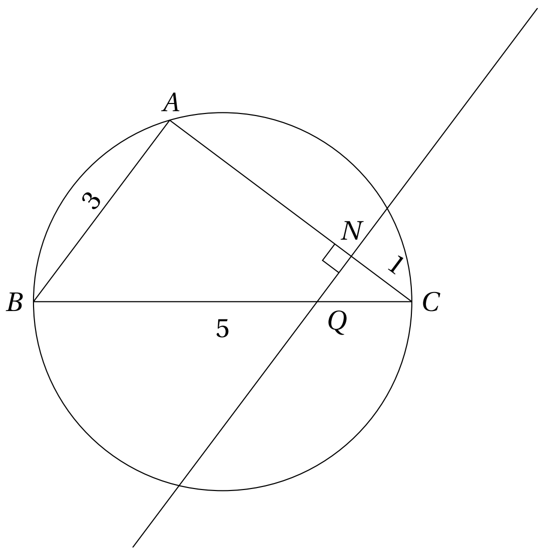
$$\frac{BA}{BC} = \frac{BF}{BG} = \frac{AF}{CG}$$

De plus, les points B, F, G sont alignés dans cet ordre donc $BG = BF + FG = 2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$ et, sachant que les côtés opposés d'un rectangle sont de même longueur, on a : $CG = EB = 10$ cm.

Par ailleurs, le triangle CGB est rectangle en G (car EBGC est un rectangle) donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
$BC^2 = BG^2 + CG^2 = (5 \text{ cm})^2 + (10 \text{ cm})^2 = 125 \text{ cm}^2$, soit $BC = \sqrt{125}$ cm.

Finalement $\dfrac{2 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \dfrac{BA}{\sqrt{125} \text{ cm}}$ d'où $BA = \dfrac{2\sqrt{125}}{5}$ cm $= 2\sqrt{5}$ cm $\approx 4,5$ cm.

Prépa CRPE - Hatier - Exercice nº 2 - Correction



Le point A appartient au cercle de diamètre $[BC]$ donc le triangle ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore on a :

$BC^2 = BA^2 + AC^2 \iff (5 \text{ cm})^2 = (3 \text{ cm})^2 + AC \iff AC = 25 \text{ cm}^2 - 9 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$ donc $AC = 4$ cm.

Par ailleurs, dans le triangle ABC :

— $N \in [AC]$;
— $Q \in [BC]$;
— les droites (AB) et (NQ) sont perpendiculaires à une même droite (AC) donc elles sont parallèles entre elles ;

donc d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CN}{CA} = \dfrac{CQ}{CB} = \dfrac{NQ}{AB}$

$\dfrac{1\text{ cm}}{4\text{ cm}} = \dfrac{CQ}{5\text{ cm}} = \dfrac{NQ}{3\text{ cm}}$ donc $QC = \dfrac{5 \times 1}{4}$ cm $= 1,25$ cm.

CRPE 2018 - Groupe 1 - Extrait exercice 4 - Correction

— Le triangle CDE est rectangle et isocèle en C donc $\widehat{CAD} = \widehat{CDA} = 45°$.

— Le triangle ABD est isocèle en B donc ses angles à la base sont de même mesure et $\widehat{BDA} = \widehat{DAB} = 50°$.

— Dans le triangle DBE la somme des angles est égale à 180° donc $\widehat{BDE} = 180° - 25° - 90° = 65°$.

— Les angles $\widehat{CDA}$, $\widehat{ADB}$ et $\widehat{BDE}$ sont adjacents donc $\widehat{CDE} = \widehat{CDA} + \widehat{ADB} + \widehat{BDE} = 45° + 50° + 65° = 155°$

— Finalement, l'angle $\widehat{CDE}$ n'est pas plat donc les points C, D et E ne sont pas alignés.

CRPE 2018 - Groupe 1 - Extrait exercice 1 - Correction

Pour démontrer que les droites (CN) et (BM) sont parallèles, on peut utiliser la réciproque du théorème de Thalès, pour cela il nous faut comparer $\dfrac{HM}{HN}$ et $\dfrac{HB}{HC}$.

Le segment $[AB]$ étant un rayon de la base du cône de révolution et $[SA]$ étant sa hauteur, l'angle $\widehat{SAB}$ est droit. Le quadrilatère $ABHS$ a 3 angles droits, c'est donc un rectangle et ses côtés opposés sont de même longueur donc $SH = AB = 1,30$ m et $HB = SA = 1,60$ m.

Les points S, H, M, N sont alignés dans cet ordre donc :

— $HM = SM - SH = 2,1\text{ m} - 1,30\text{ m} = 0,8\text{ m}$
— $HN = SN - SH = 3,3\text{ m} - 1,30\text{ m} = 2\text{ m}$

Le segment $[DC]$ étant un rayon du cylindre et $[AD]$ étant sa hauteur, l'angle $\widehat{ADC}$ est droit. Le quadrilatère $SHCD$ a 3 angles droits, c'est donc un rectangle et ses côtés opposés sont de même longueur donc $HC = SC = SA + AD = 1,60\text{ m} + 2,40\text{ m} = 4\text{ m}$.

Enfin $\dfrac{HM}{HN} = \dfrac{0,8\text{ m}}{2\text{ m}} = 0,4$ et $\dfrac{HB}{HC} = \dfrac{1,60\text{ m}}{4\text{ m}} = 0,4$

Finalement, les points H, M, N d'une part et H, B, C d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\dfrac{HM}{HN} = \dfrac{HB}{HC}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (BM) et (CN) sont parallèles donc les échelles sont bien parallèles.