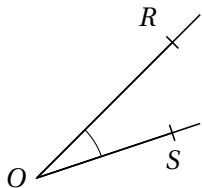




# Géométrie plane - Partie 3

## Angles et triangles





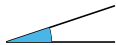
Un angle est un couple de deux demi-droites de même origine.

Cet angle se nomme  $\widehat{ROS}$  ou  $\widehat{SOR}$  (la lettre du « milieu » correspond au nom du sommet de l'angle).

Le point  $O$  est son **sommet**, les demi-droites  $[OR)$  et  $[OS)$  sont ses **côtés**.

Une unité de mesure d'un angle est le degré.

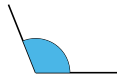
Angle **aigu** : sa mesure est comprise entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ .



Angle **droit** : il mesure  $90^\circ$ .



Angle **obtus** : sa mesure est comprise entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ .

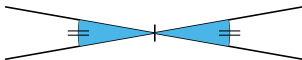


Angle **plat** : il mesure  $180^\circ$ .



## Angles opposés par le sommet

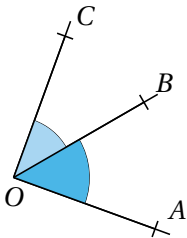
Deux angles **opposés par le sommet** ont un sommet commun et ont leurs côtés dans le prolongement l'un de l'autre.



**Propriété :** Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.

## Angles adjacents

Deux angles **adjacents** sont deux angles ayant un sommet commun, un côté commun et dont les côtés sont de part et d'autre de ce côté commun.

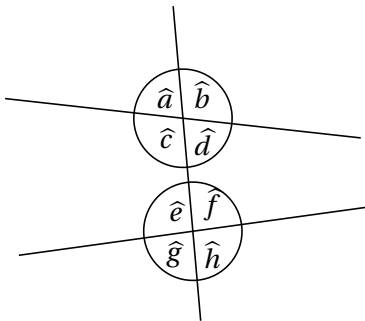


$$\widehat{AOC} = \widehat{AOB} + \widehat{BOC}$$

Lorsque des angles sont adjacents on peut ajouter leurs mesures.

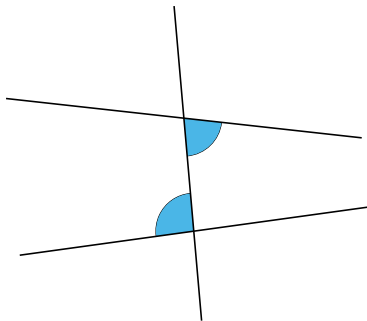
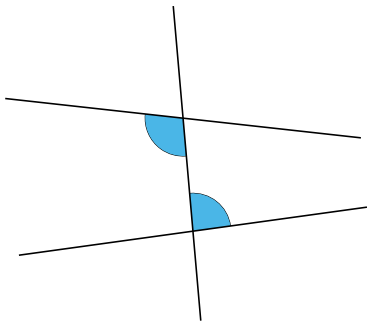
## Angles définis par deux droites et une sécante

Lorsque trois droites sont dans la disposition suivante, on considère l'une d'entre elle comme sécante des deux autres et l'on définit 4 angles internes et 4 angles externes.



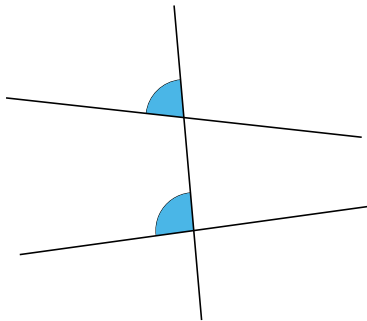
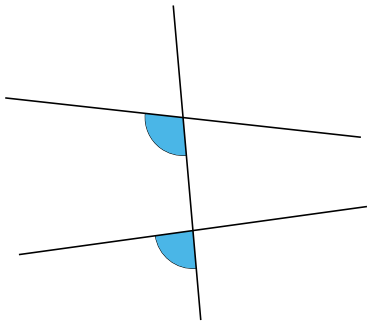
## Angles alternés-internes

Lorsque deux angles sont internes et de part et d'autre de la sécante, ils sont dits **alternés-internes**.



## Angles correspondants

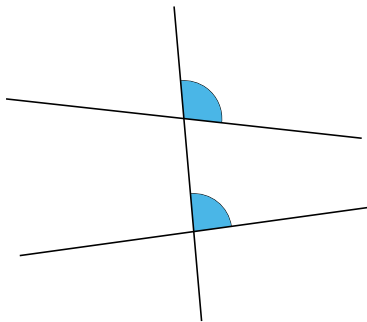
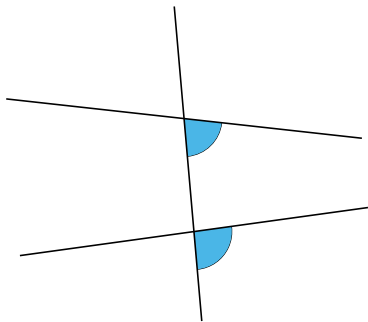
Lorsque deux angles sont d'un même côté de la sécante, et que l'un est interne, l'autre est externe, ils sont dits **correspondants**.





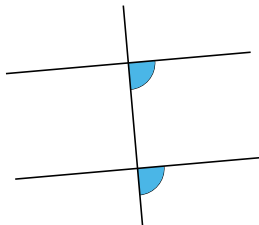
## Angles correspondants

Lorsque deux angles sont d'un même côté de la sécante, et que l'un est interne, l'autre est externe, ils sont dits **correspondants**.



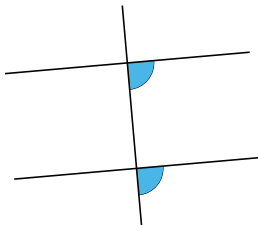
Si deux droites coupées par une sécante forment des **angles alternes-internes de même mesure**, alors ces droites sont **parallèles**.

Réciproquement, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment sont de même mesure.



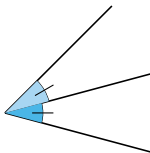
Si deux droites coupées par une sécante forment des **angles correspondants de même mesure**, alors ces droites sont **parallèles**.

Réciproquement, si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles correspondants qu'elles forment sont de même mesure.



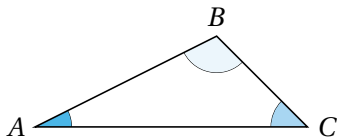
## Bissectrice d'un angle

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure..



La bissectrice d'un angle est l'**axe de symétrie** de cet angle.

La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .



**Inégalité triangulaire** : dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.  
 $AB < AC + CB$  et  $AC < AB + BC$  et  $BC < BA + AC$ .

$AB + BC = AC$  équivaut à :  $B \in [AC]$ .



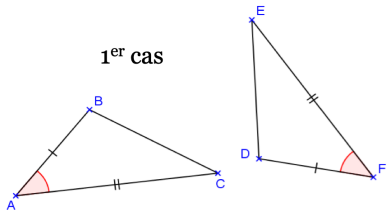
Deux triangles sont dits **égaux** lorsqu'ils ont les mêmes mesures d'angles et de longueurs.

Un triangle peut se construire à partir de :

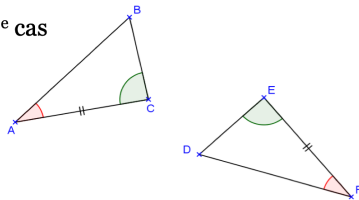
- ▶ un angle et deux côtés adjacents à cet angle ;
- ▶ un côté et deux angles ;
- ▶ des trois côtés.

# Cas d'égalité des triangles et constructions

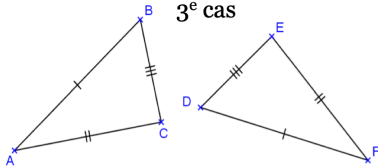
1<sup>er</sup> cas



2<sup>e</sup> cas

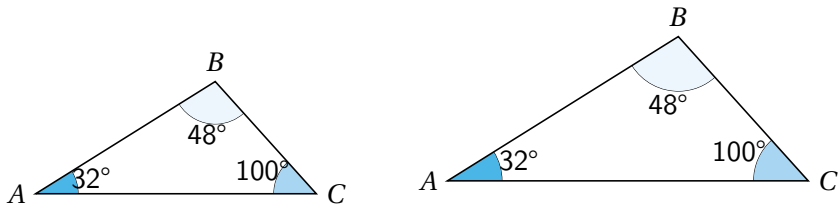


3<sup>e</sup> cas



## Triangles semblables

Deux triangles qui ont les mêmes mesures d'angle sont dits **semblables**.



Si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

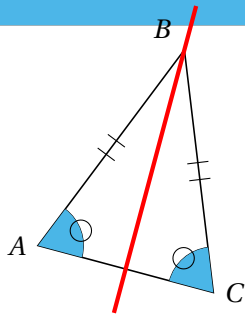


## Triangle isocèle

Un triangle **isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Le sommet commun aux deux côtés de même longueur est appelé le **sommet principal**.

Le côté opposé au sommet principal est appelé la **base**.



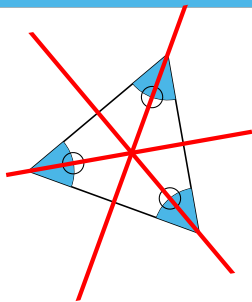
Un triangle isocèle a un **axe de symétrie** qui est la **médiatrice de la base**.

Si un triangle est isocèle alors ses **angles à sa base** sont de même mesure.

Réciproquement, si un triangle a deux angles de même mesure alors c'est un triangle isocèle.

## Triangle équilatéral

Un triangle **équilatéral** est un triangle qui a trois côtés de même longueur.



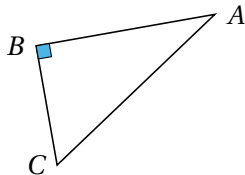
Un triangle équilatéral a 3 **axes de symétrie** qui sont les **médiatrices** des côtés.

Un triangle équilatéral a ses 3 angles de même mesure :  $60^\circ$ .  
Réciproquement, si un triangle a 3 angles de  $60^\circ$  alors il est équilatéral.

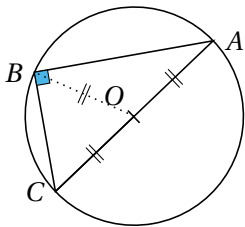
## Triangle rectangle

Un triangle **rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

Ici,  $ABC$  est rectangle en  $B$  donc son **hypoténuse** est  $[AC]$ .



## Triangle rectangle et cercle

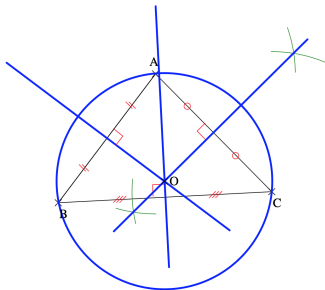


Si un triangle est **rectangle** alors il est inscrit dans un cercle de diamètre son hypoténuse.

Réciproquement, si trois points sont sur un cercle, et que deux entre eux sont les extrémités d'un diamètre, alors le triangle ainsi formé est rectangle.

## Cercle circonscrit

On appelle cercle circonscrit à un triangle le cercle qui passe par les 3 sommets du triangle.



Le centre du cercle est à la même distance des 3 sommets du triangle donc le **centre** du cercle circonscrit d'un triangle est le point d'**intersection des 3 médiatrices**.