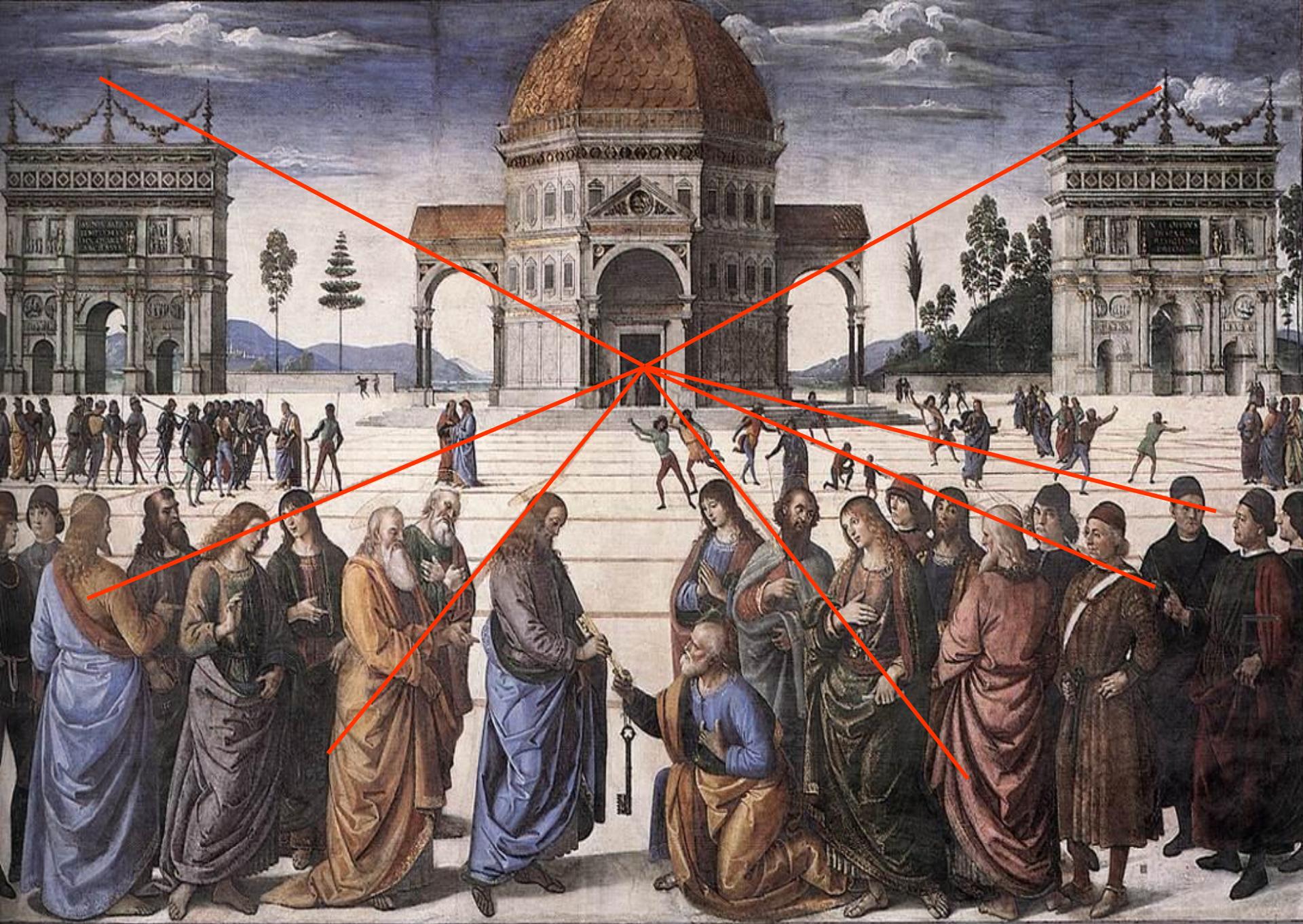

Projecção

Computação Gráfica



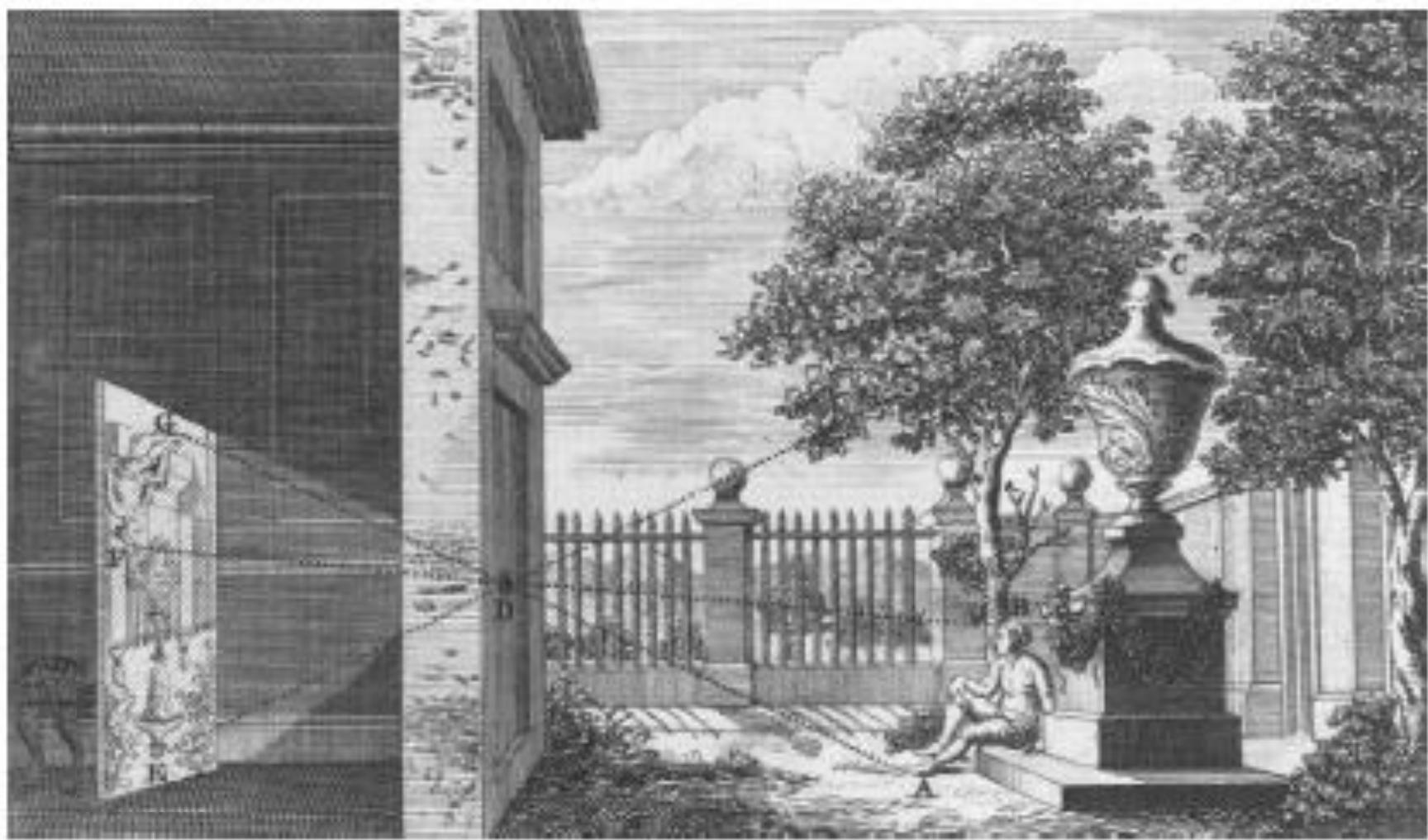


Pietro Perugino's usage of perspective in this fresco at the Sistine Chapel (1481-82) helped bring the Renaissance to Rome.

Sumário

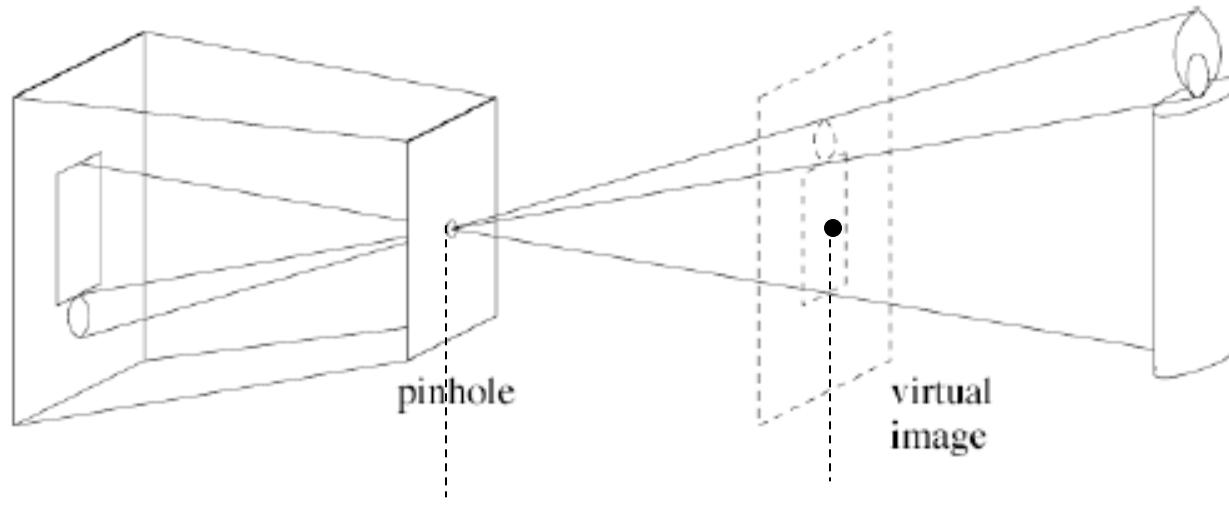
- Paradigma da câmara fotográfica
 - Distância focal, profundidade de campo, abertura
- Projecção
 - Tipos de superfícies: Planas e Curvas
 - Paralelas
 - Ortogonal
 - Axonométrica
 - Oblíqua
 - Perspectiva
 - Pontos de fuga
- Visualização em 3D
 - Câmara sintética
 - Sistema de coordenadas da câmara
 - Transformações: visualização, normalização e perspectiva

Paradigma da câmara fotográfica



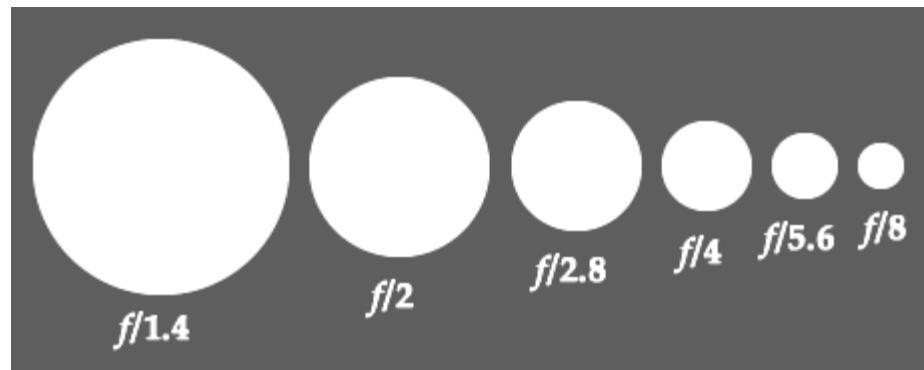
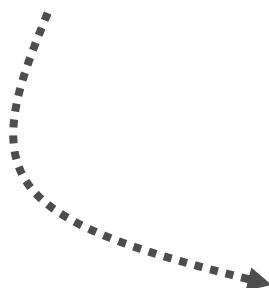
Câmara fotográfica

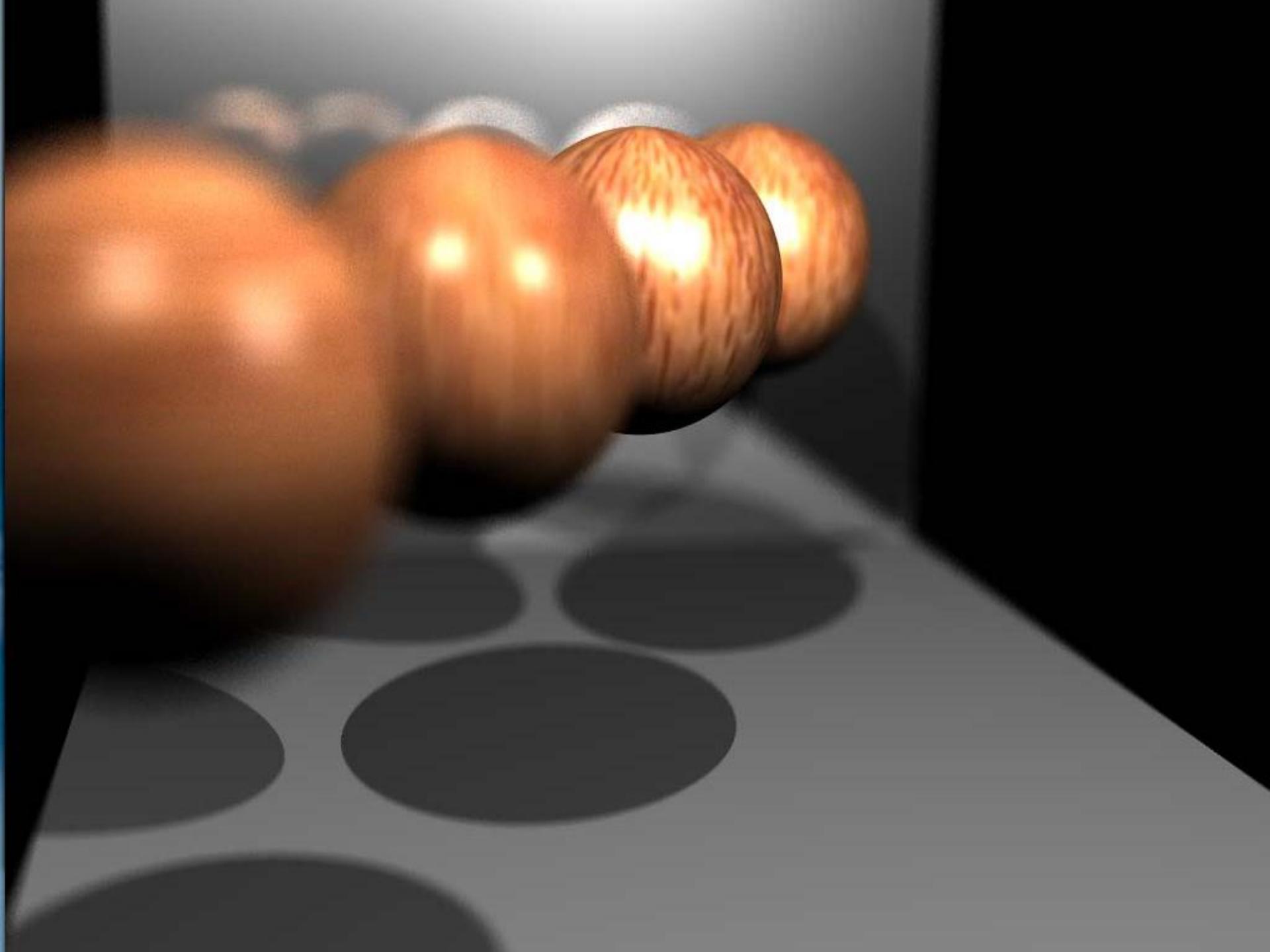
image plane



Distância focal → f

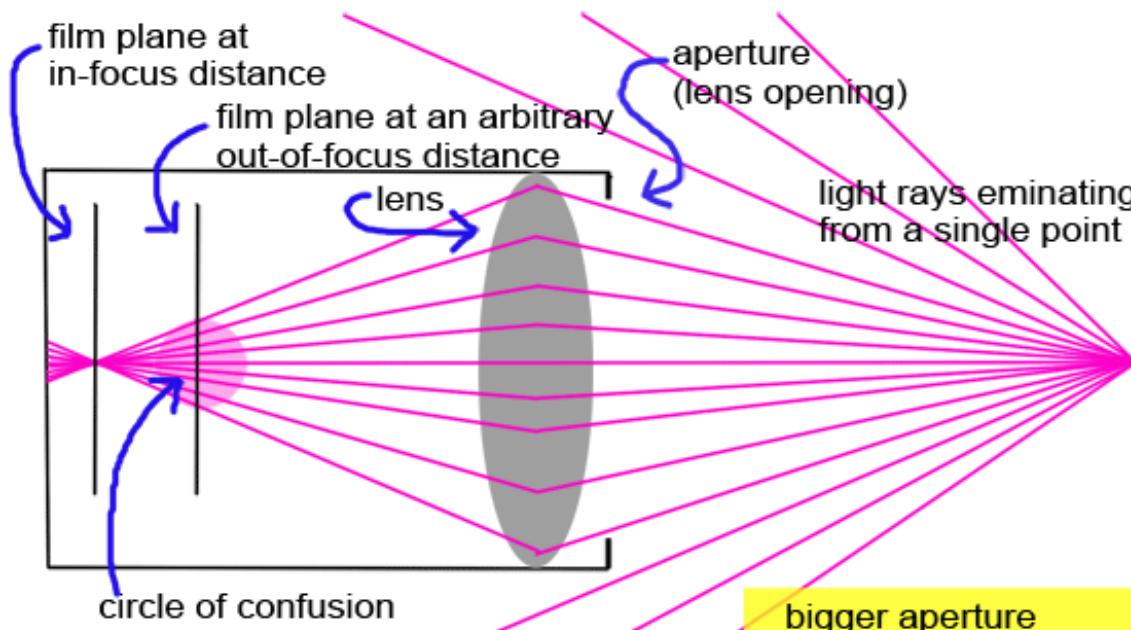
Abertura





Câmara fotográfica

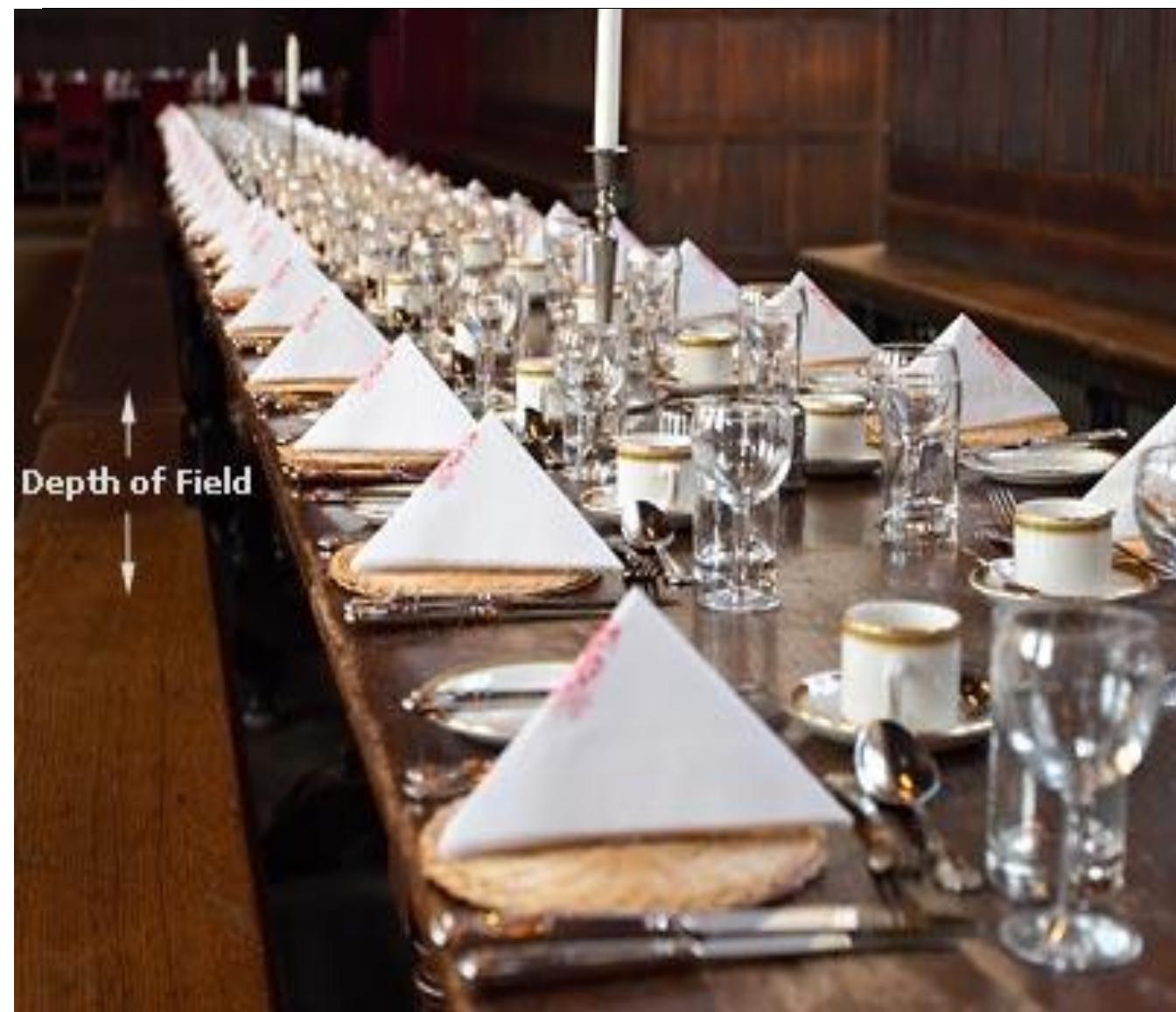
Profundidade de campo vs abertura



bigger aperture
=bigger circles
=less depth of field

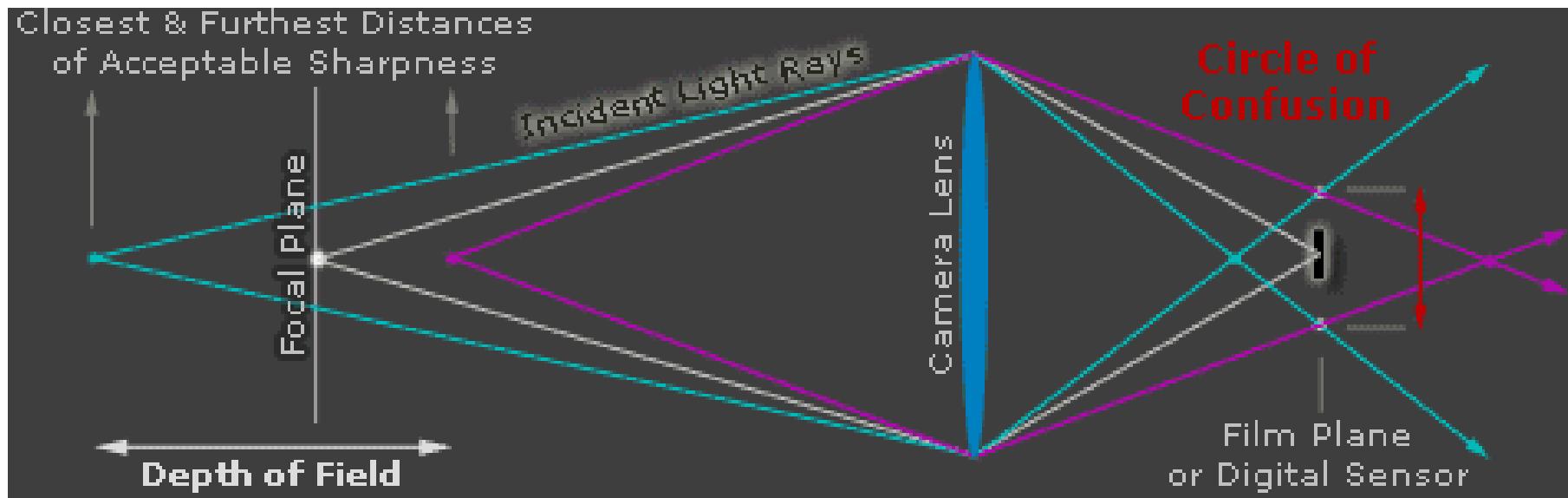
f-#	Impacto		
	Abertura	Velocidade da objectiva	Profundidade de campo
Grande	Pequena	Lenta	Amplo
Pequeno	Maior	Rápida	Estreito

Câmara fotográfica



Câmara fotográfica

Profundidade de campo



Câmara fotográfica



f/8.0



f/5.6



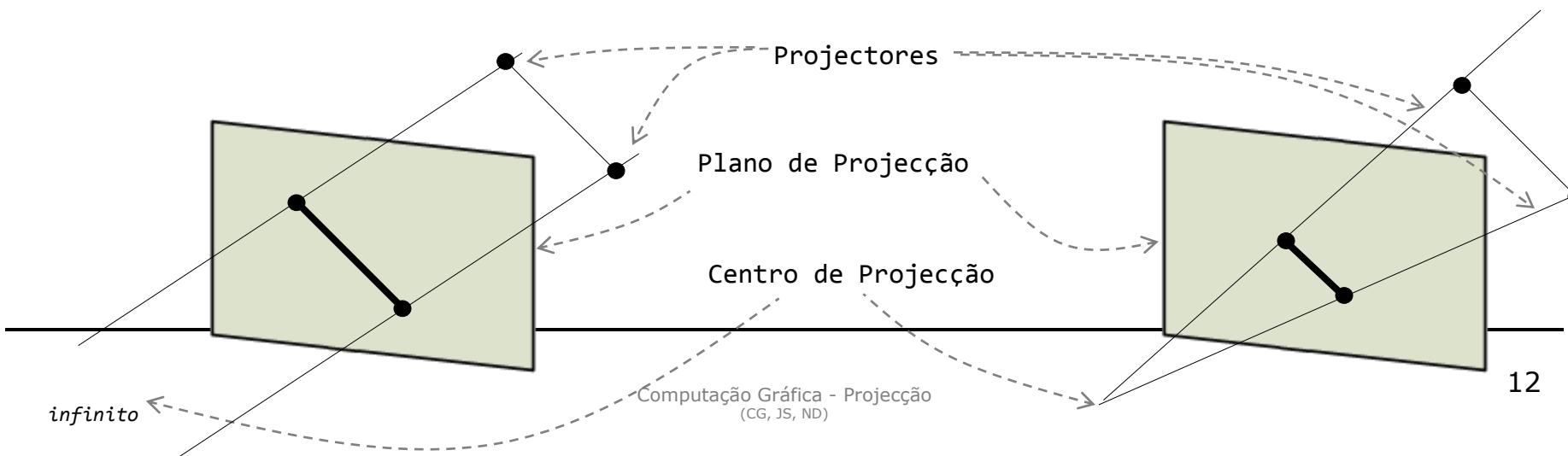
f/2.8

Sumário

- Paradigma da câmara fotográfica
 - Distância focal, profundidade de campo, abertura
- Projecção
 - Tipos de superfícies: Planas e Curvas
 - Paralelas
 - Ortogonal
 - Axonométrica
 - Oblíqua
 - Perspectiva
 - Pontos de fuga
- Visualização em 3D
 - Câmara sintética
 - Sistema de coordenadas da câmara
 - Transformações: visualização, normalização e perspectiva

Projecção

- Projecção é o processo de transformar pontos num sistema de coordenadas de dimensão n , em pontos de um sistema de coordenadas de dimensão inferior
 - Tipicamente é feita uma projecção de pontos 3D num plano 2D (ecrã)
- Na projecção intervêm, entre outros
 - **Plano de projecção** – Plano onde será projectada a representação dos objectos
 - **Projectores** – linhas que intersectam o plano de projecção e que passam por cada ponto dos objectos
 - **Centro de projecção** – Ponto de onde partem os projectores



Projeção não realista



Computação Gráfica - Projeção
(CG, JS, ND)

Projecção realista

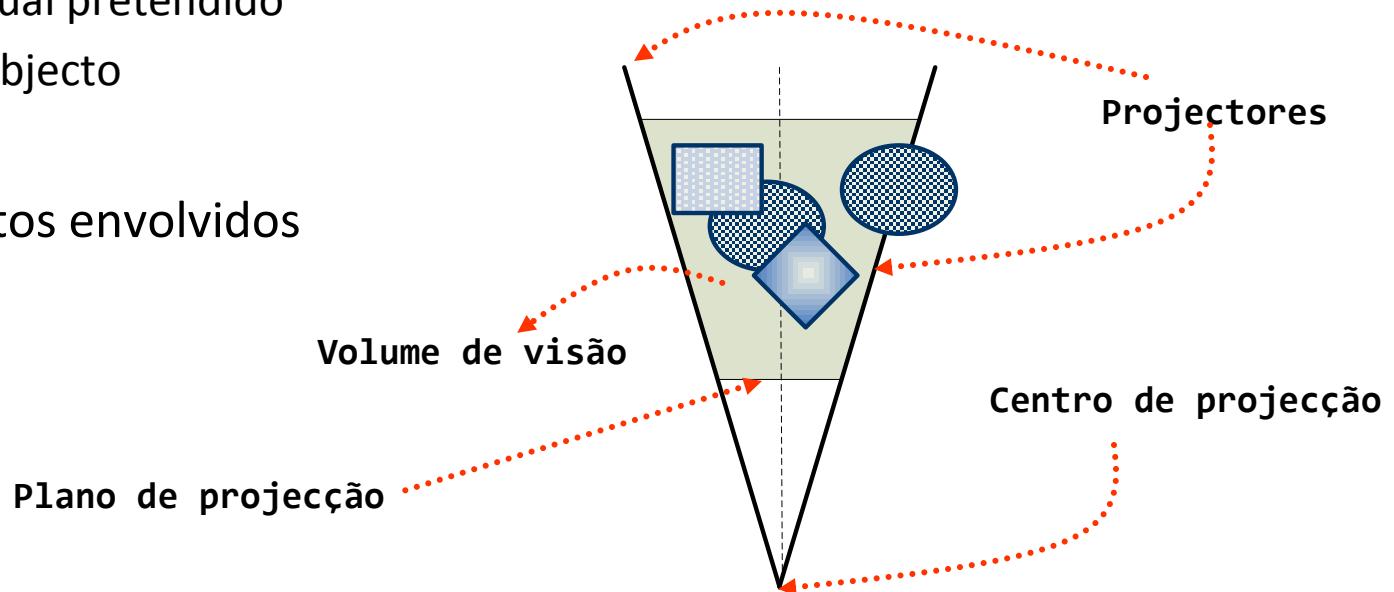


Computação Gráfica - Projeção
(CG, JS, ND)

Vermeer's: "The Music Lesson" and "the Geographer", c.1668-1669

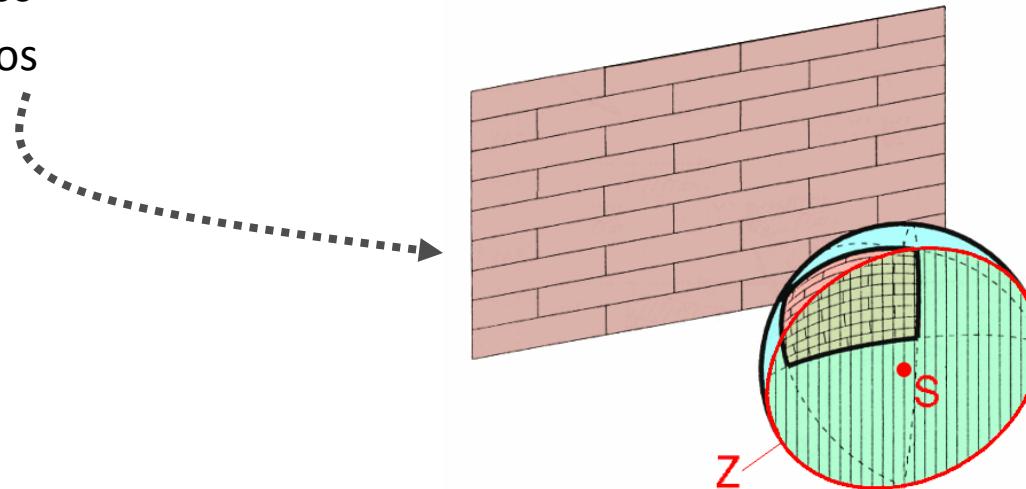
Projecção em CG

- Em computação gráfica, o objectivo é representar objectos tridimensionais em dispositivos 2D
- A escolha da representação adequada depende de um conjunto de factores, designadamente
 - Objectivo da representação
 - O efeito visual pretendido
 - Forma do objecto
- Alguns conceitos envolvidos



Tipos de planos

- As superfícies de projecção podem ser
 - Planos
 - Curvos

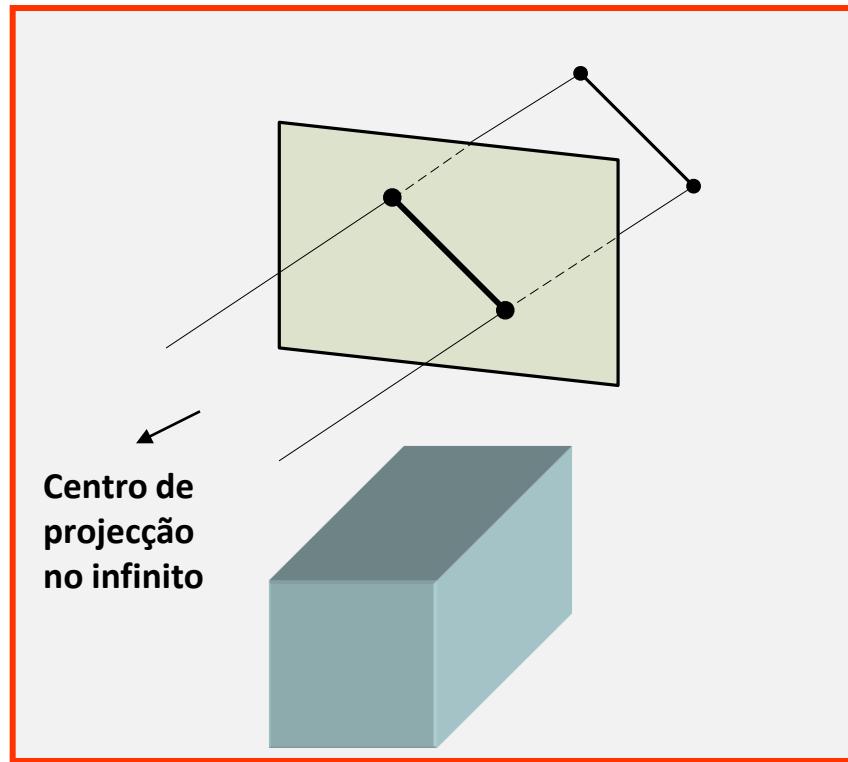


- Estes últimos são utilizados, por exemplo, em Cartografia e no formato de filmes Omnimax
- **Ficaremos apenas pelas projecções geométricas planas**

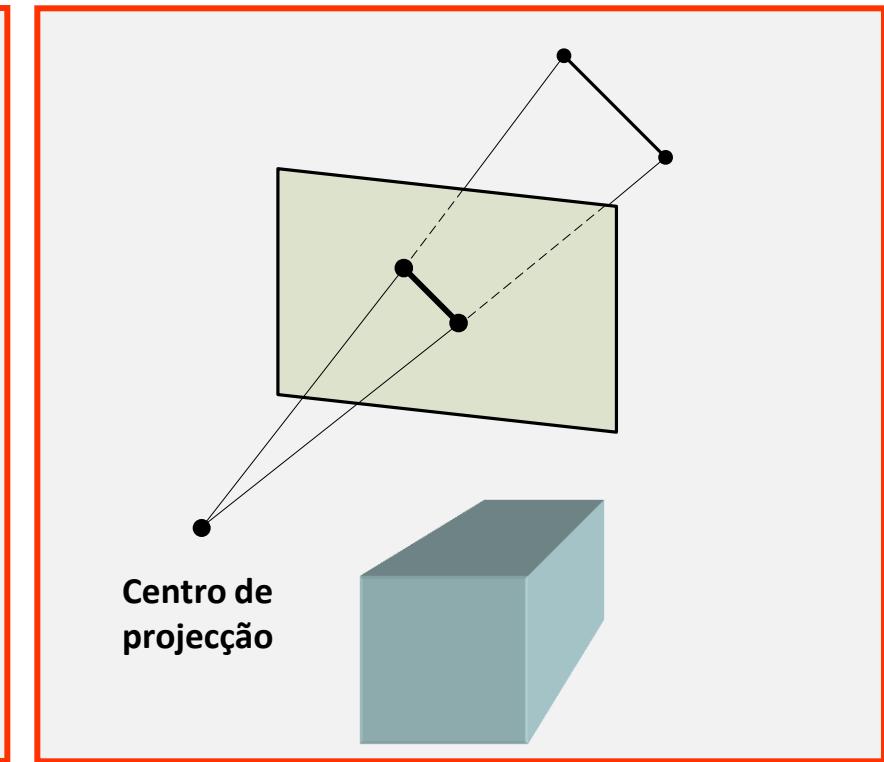
Tipos de projecções

- As projecções geométricas planas podem ser divididas em duas grandes classes

Paralela

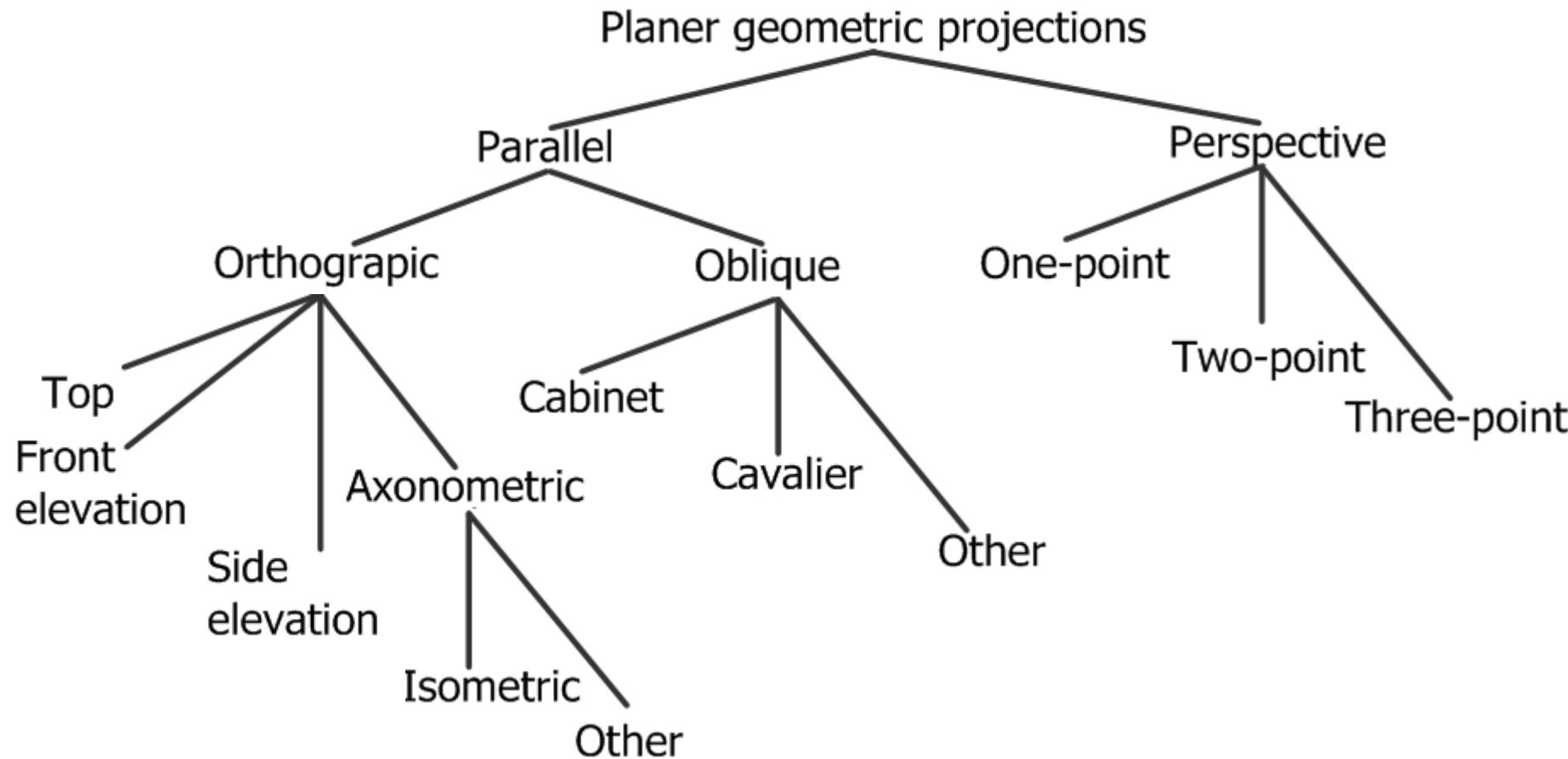


Perspectiva



Tipos de projecções

Taxionomia de projecções geométricas planares



Sumário

- Paradigma da câmara fotográfica
 - Distância focal, profundidade de campo, abertura
- Projecção
 - Tipos de superfícies: Planas e Curvas
 - Paralelas
 - Ortogonal
 - Axonométrica
 - Oblíqua
 - Perspectiva
 - Pontos de fuga
- Visualização em 3D
 - Câmara sintética
 - Sistema de coordenadas da câmara
 - Transformações: visualização, normalização e perspectiva

Projecção paralela

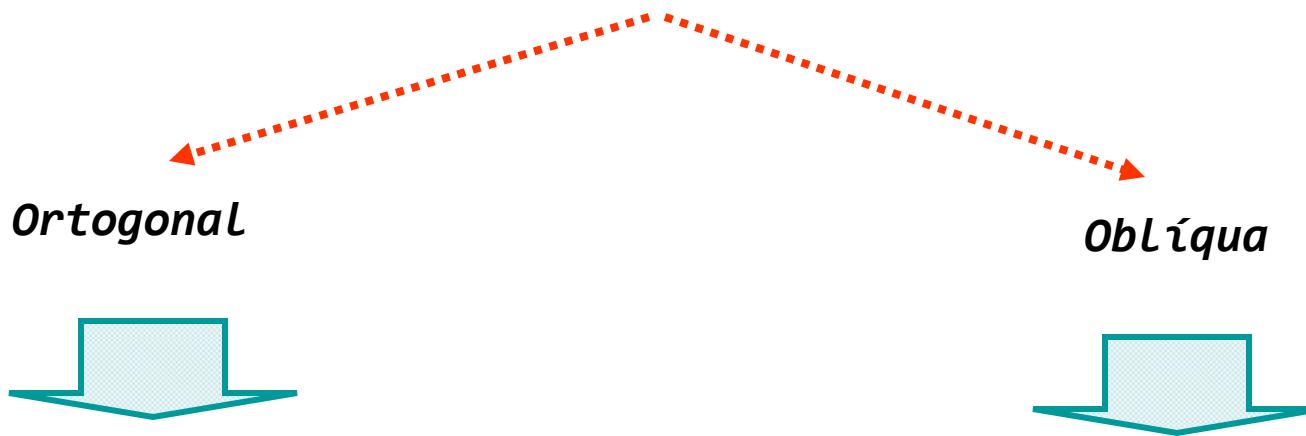
- Na **projecção paralela**, o centro de projecção encontra-se no **infinito**
 - Os projectores são paralelos entre si
- Sendo um ponto, o centro de projecção pode ser representado pelas suas coordenadas homogéneas (**x, y, z, 1**)
- Na projecção paralela é necessário especificar a **direcção de projecção**
- Uma direcção é um vector, logo, resulta da diferença entre dois pontos

$$d = (x_1, y_1, z_1, 1) - (x_2, y_2, z_2, 1) = (a, b, c, 0)$$

Direcções e pontos no infinito têm uma correspondência natural

Projecção paralela

- A projecções paralelas são divididas em duas classes, de acordo com:
 - o ângulo, a direcção de projecção e o plano de projecção

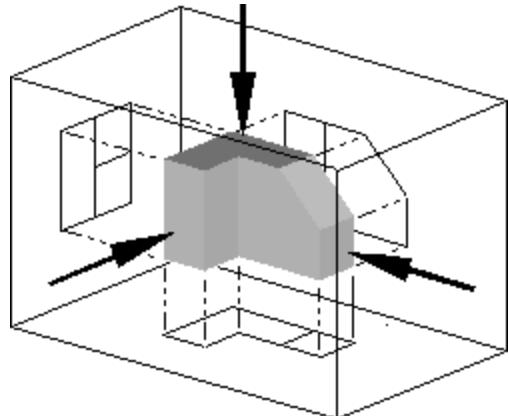


Direcção de projecção é a
**mesma que a normal do plano
de projecção** ou têm sentidos
contrários

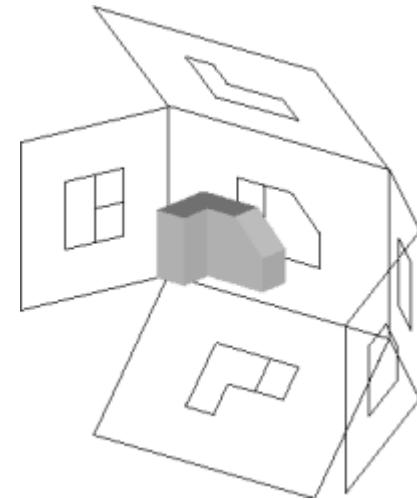
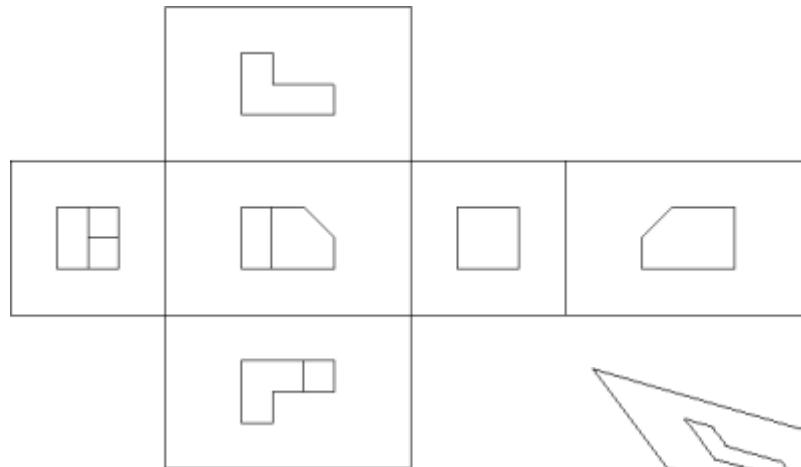
Direcção de projecção é
**diferente da normal do plano
de projecção**

Projecção ortogonal

Ex. Seis projecções ortogonais (multiview)



fonte: Wikipedia



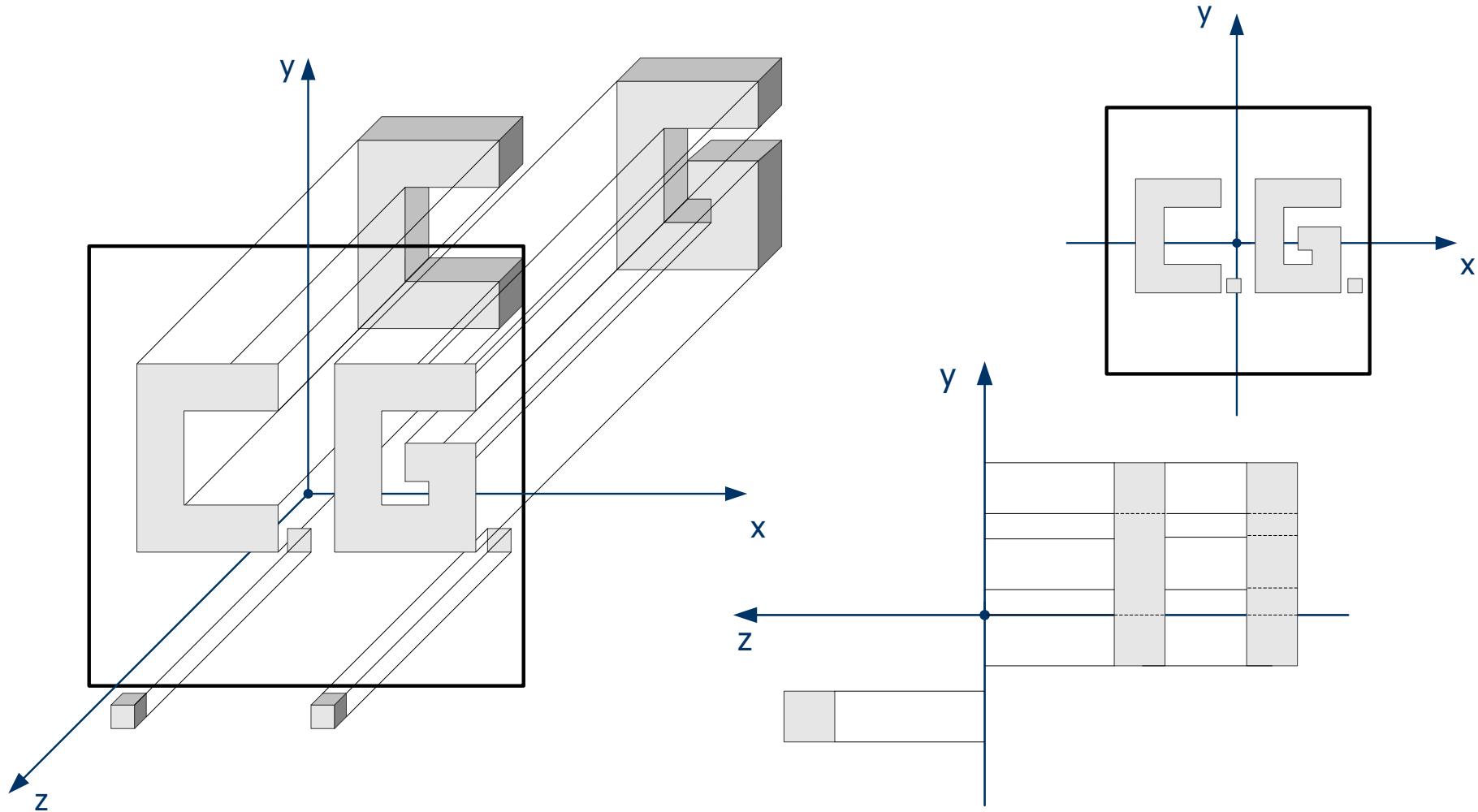
O plano de projecção é sempre perpendicular a um dos 3 eixos do sistemas de coordenadas



Útil em desenho técnico

Projecção ortogonal

Ex. Para um plano de projecção em $z=0$



Projecção ortogonal

Ex. Para um plano de projecção em z=0

- Projectar num plano xy, onde z=0, leva a uma matriz de transformação bastante simples

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Atenção que em computação gráfica, a **matriz de projecção é normalmente mais complexa**, envolvendo mais variáveis, as quais serão abordadas mais adiante

Projecção ortogonal

Características

- Cada projecção representa a forma exacta do objecto projectado
- É preservado o paralelismo entre rectas, as dimensões e os ângulos

Áreas de aplicação

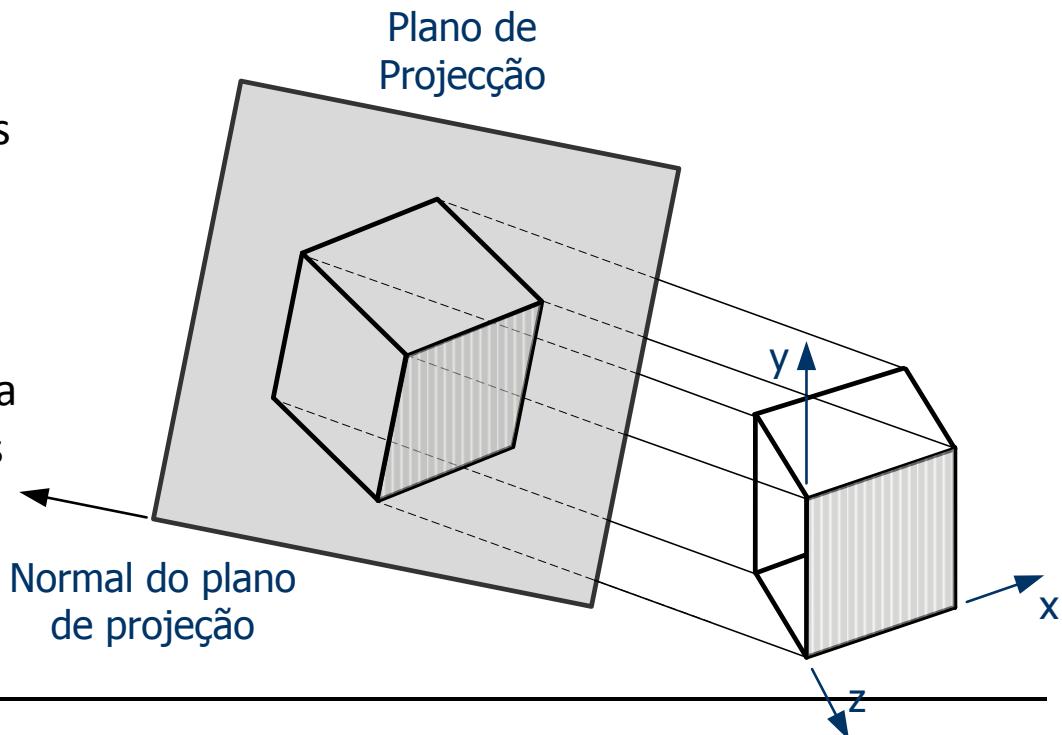
- Desenho técnico de máquinas ou partes, arquitectura

Problemas

- São necessárias várias projecções para detalhar um objecto, que podem variar consoante a complexidade do objecto
- Difícil a concepção 3D do objecto projectado a partir das projecções

Projecção axonométrica

- A projecção paralela axonométrica pretende dar uma noção tridimensional do objecto projectado
- A classificação da projecção axonométrica **depende do ângulo que o plano de projecção faz como os eixos de coordenadas**
 - Só as faces paralelas ao plano de projecção têm a forma e as dimensões reais, tendo as outras rácios bem conhecidos
 - O tipo de projecção determina o número de rácios existentes



Projecção axonométrica



SimCity 2000 (1993)

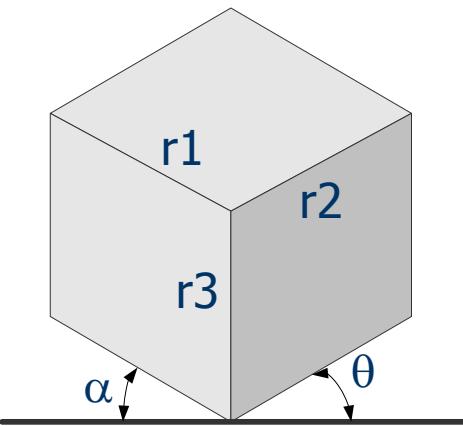


Age of Empires (1997)



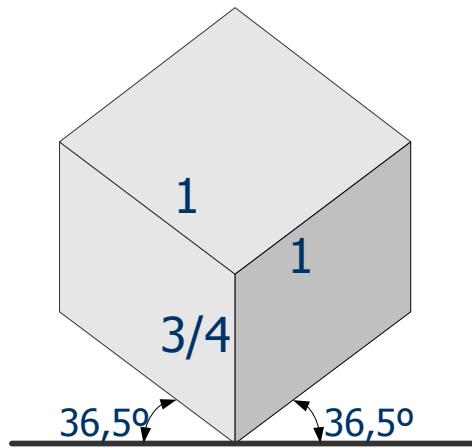
Projecção axonométrica

Isométrica



$r_1=r_2=r_3=1 \longrightarrow \text{1 rácio, } 1:1:1$

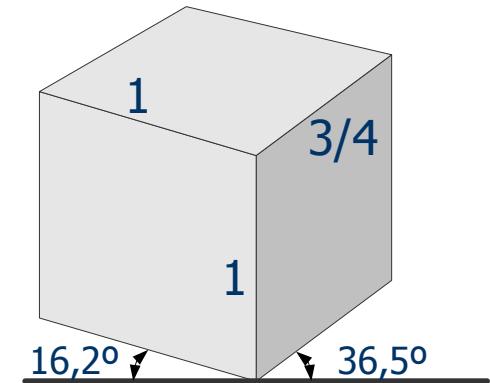
$$\alpha = \theta = 30^\circ$$



$$r_1=r_2=1, \quad r_3=3/4$$

Dimétrica

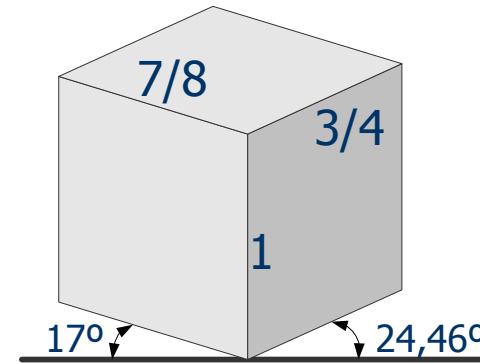
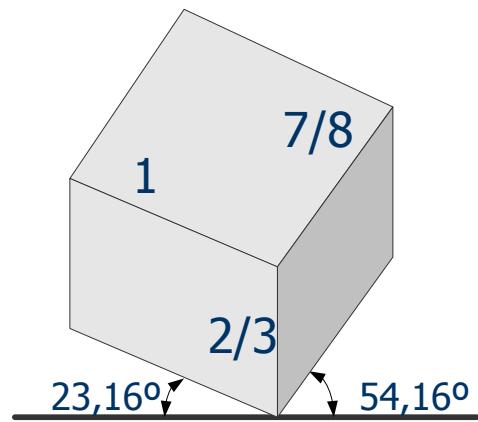
rácio $1:3/4$



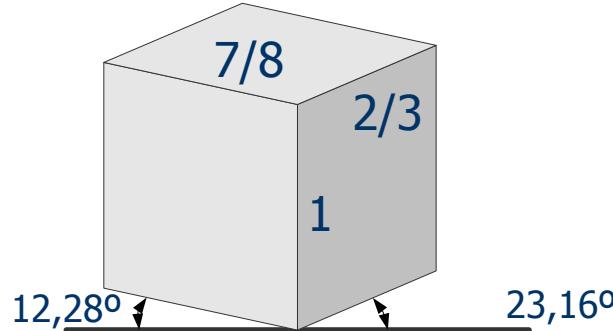
$$r_1=r_3=1, \quad r_2=3/4$$

Projecção axonométrica

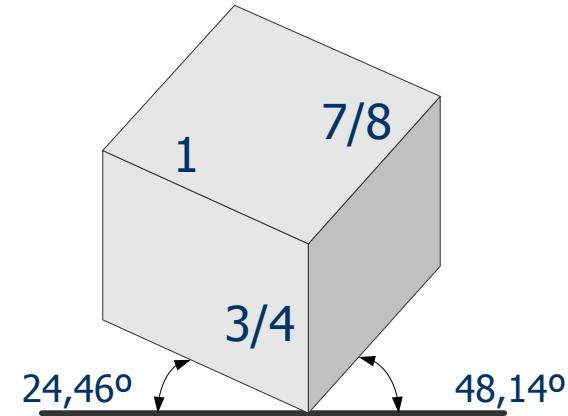
Trimétrica



$r_1 \neq r_2 \neq r_3$



rácio, $7/8:1:2/3$



rácio, $1:3/4:7/8$

Projecção axonométrica

Características

- O paralelismo de linhas é preservado, mas não os ângulos, nem as dimensões
- Captura da tridimensionalidade do objecto, particularmente para objectos rectangulares

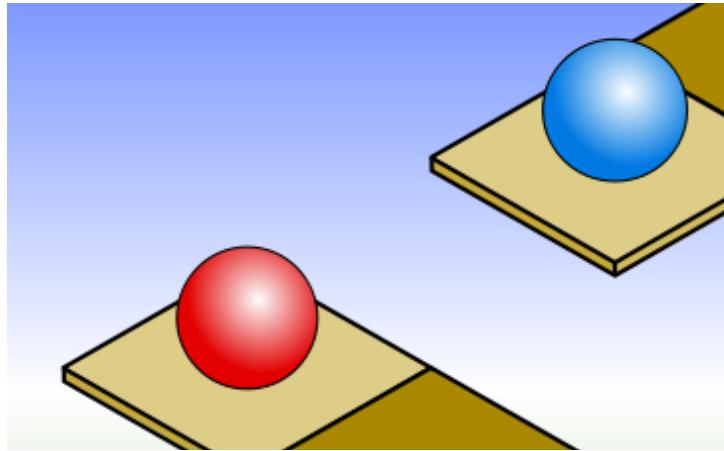
Áreas de aplicação

- Desenho mobiliário, jogos, ilustrações, entre outros

Problemas

- Os objectos projectados parecem distorcidos, uma vez que zonas distantes têm a mesma dimensão de zonas chegadas
- Círculos são normalmente apresentados como elipses
- Ângulos rectos não são, normalmente, projectados como rectos

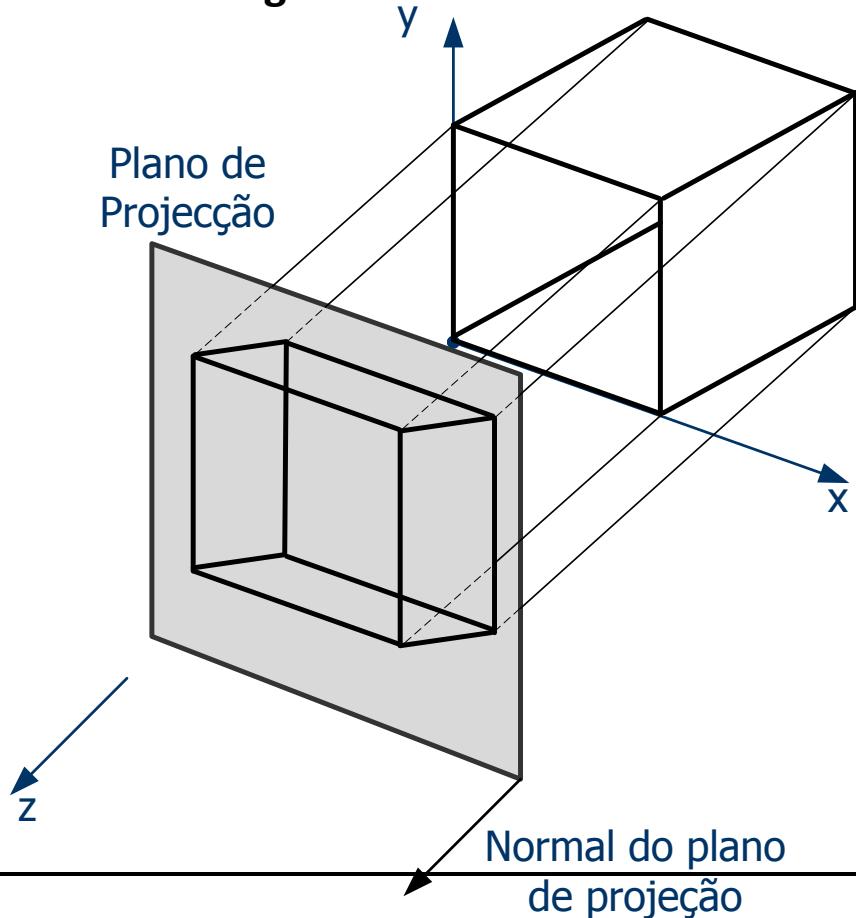
Projecção axonométrica – ilusão óptica



As duas esferas estão à mesma altura do solo?

Projecção obliqua

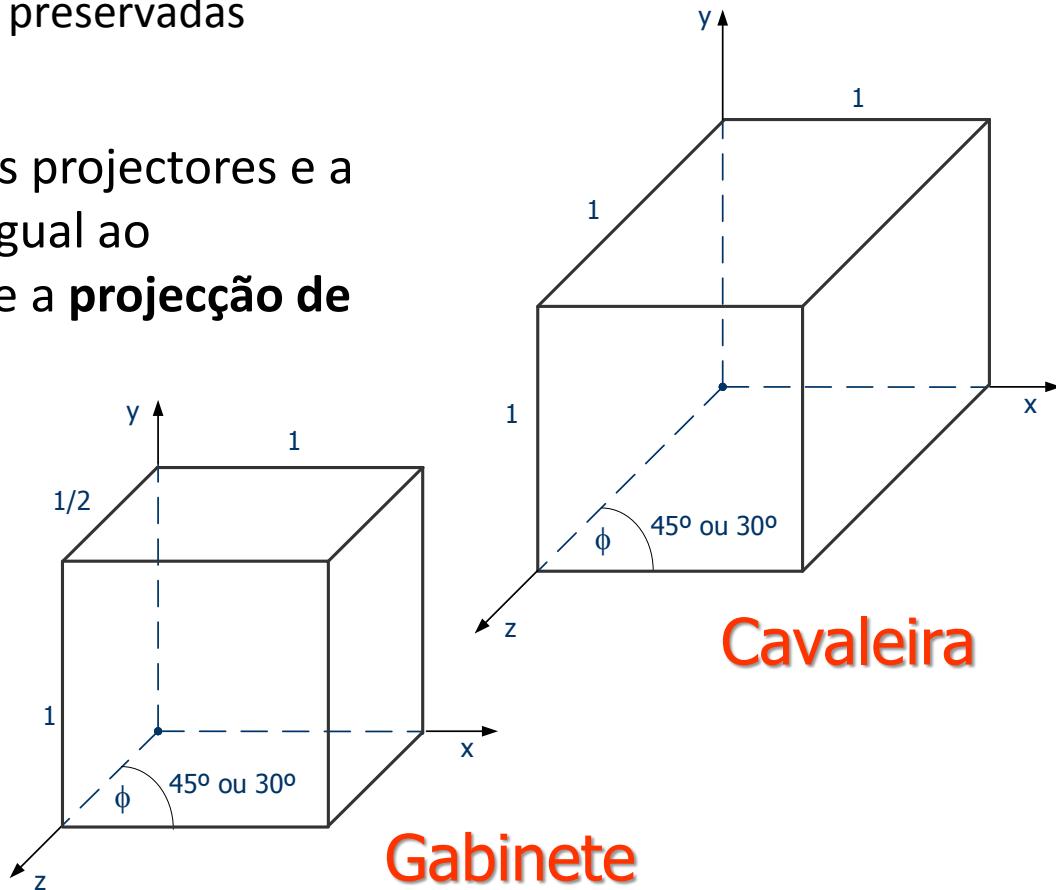
- A projecção paralela obliqua difere da anterior, na **relação existente entre o plano de projecção e a direcção de projecção**
 - Esta não é normal ao plano, apresentando um **ângulo diferente de 90º**
 - Têm a vantagem de **dar a sensação de profundidade**, continuando a **preservar o paralelismo** entre as linhas
 - A face do objecto paralela ao plano de projecção é projectada com as mesmas dimensões e ângulos



Projecção obliqua

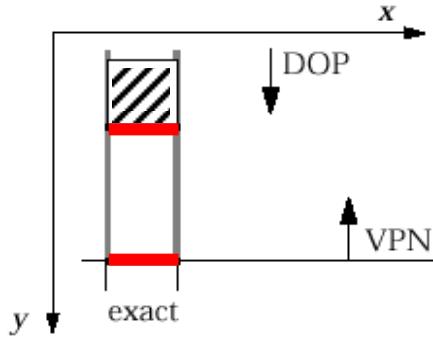
- Quando o ângulo formada pelos projectores e a normal do plano de projecção é de 45° , designa-se a **projecção de cavaleira**.
 - Note-se que as dimensões são preservadas
- Quando o ângulo formada pelos projectores e a normal do plano de projecção igual ao $\arctan(2) \approx 63,4^\circ$, designa-se a **projecção de gabinete**

- As dimensões das linhas perpendiculares ao plano de projecção são reduzidas para metade



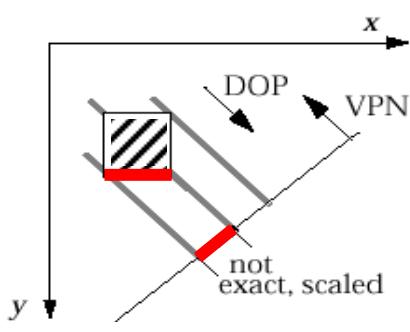
Resumo projecções paralelas

Vamos assumir que a face que nos interessa está num plano principal, i.e., paralelo a xy , yz , ou zx . DOP = Direction of Projection, VPN = View Plane Normal



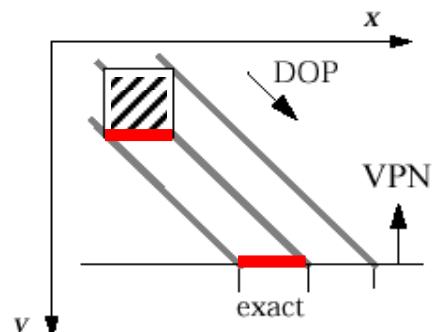
1) Ortogonal (Multiview)

- $VPN \parallel$ a um eixo de coordenada principal
- $DOP \parallel VPN$
- Mostra uma face, medidas exactas



2) Axonométrica

- $VPN \nparallel$ a um eixo de coordenada principal
- $DOP \parallel VPN$
- Faces adjacentes, nenhuma exacta, com rácios uniformes (função do ângulo entre DOP e a normal à face)



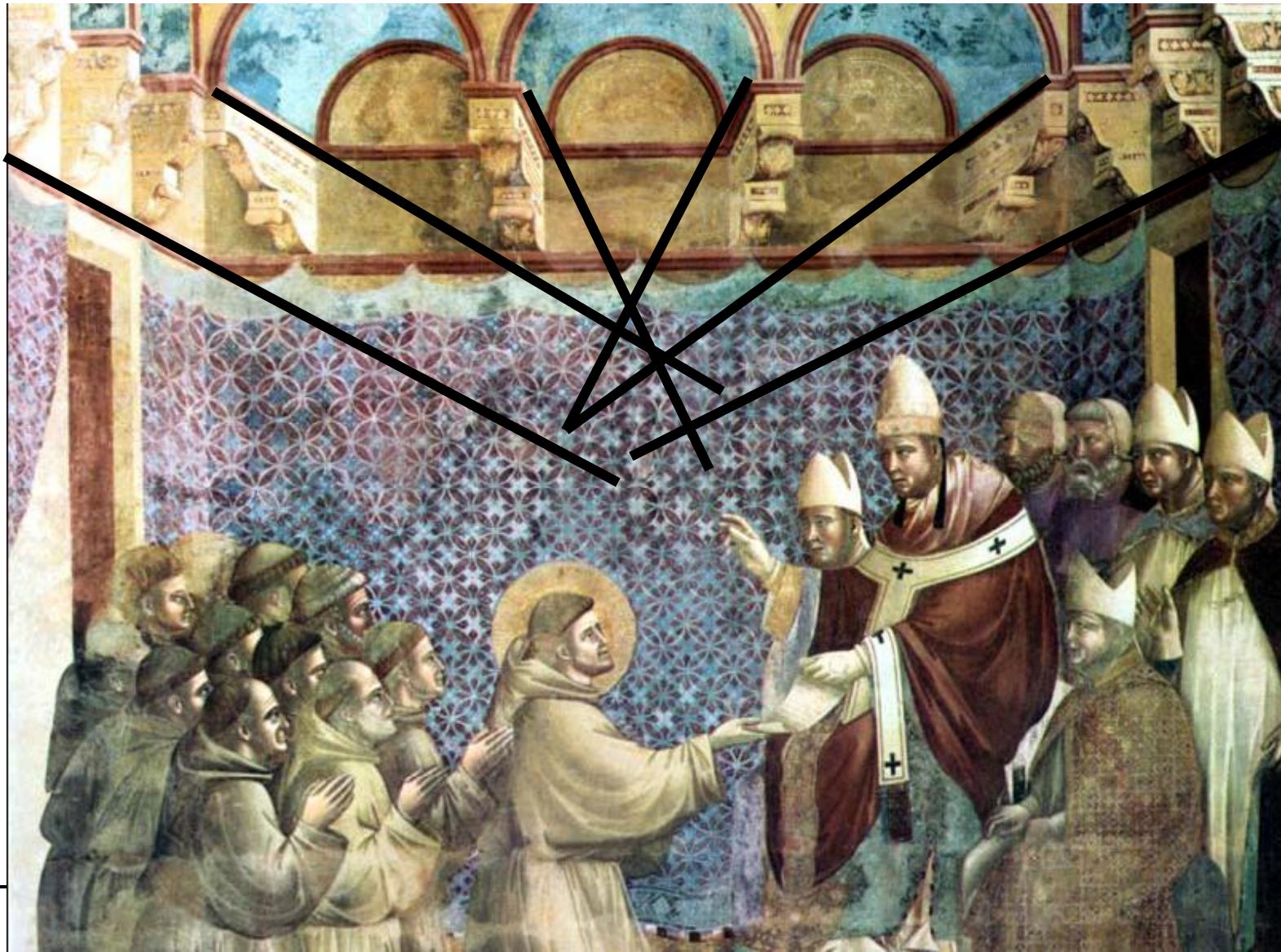
3) Oblíqua

- $VPN \parallel$ a um eixo de coordenada principal
- $DOP \nparallel VPN$
- Faces adjacentes, uma exacta, outras com rácios uniformes

Sumário

- Paradigma da câmara fotográfica
 - Distância focal, profundidade de campo, abertura
- Projecção
 - Tipos de superfícies: Planas e Curvas
 - Paralelas
 - Ortogonal
 - Axonométrica
 - Oblíqua
 - Perspectiva
 - Pontos de fuga
- Visualização em 3D
 - Câmara sintética
 - Sistema de coordenadas da câmara
 - Transformações: visualização, normalização e perspectiva

Uma diferente noção de perspectiva

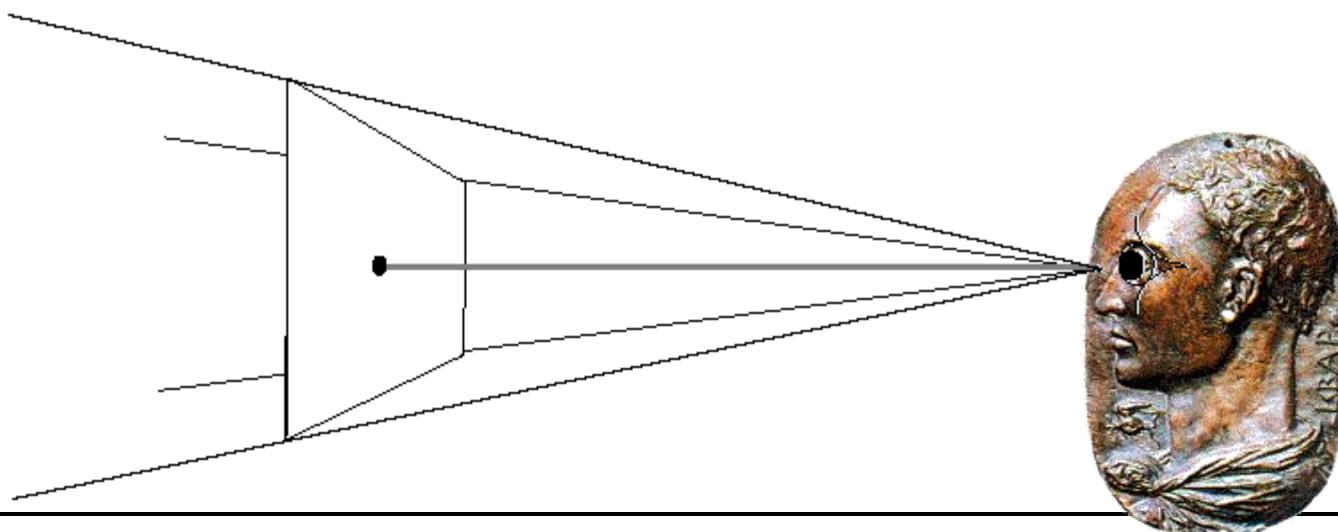


Computação Gráfica - Projeção
(CG, JS, ND)

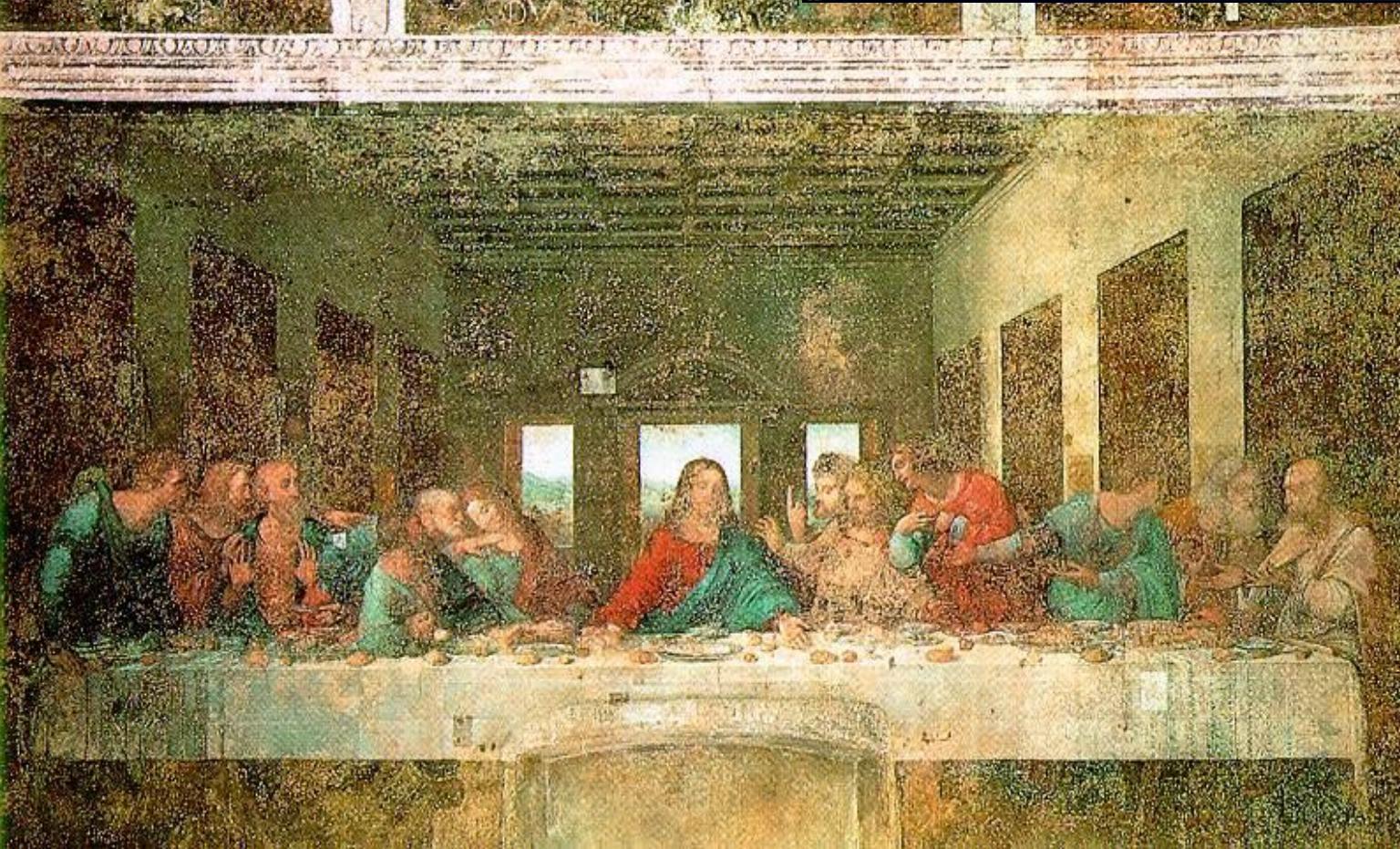
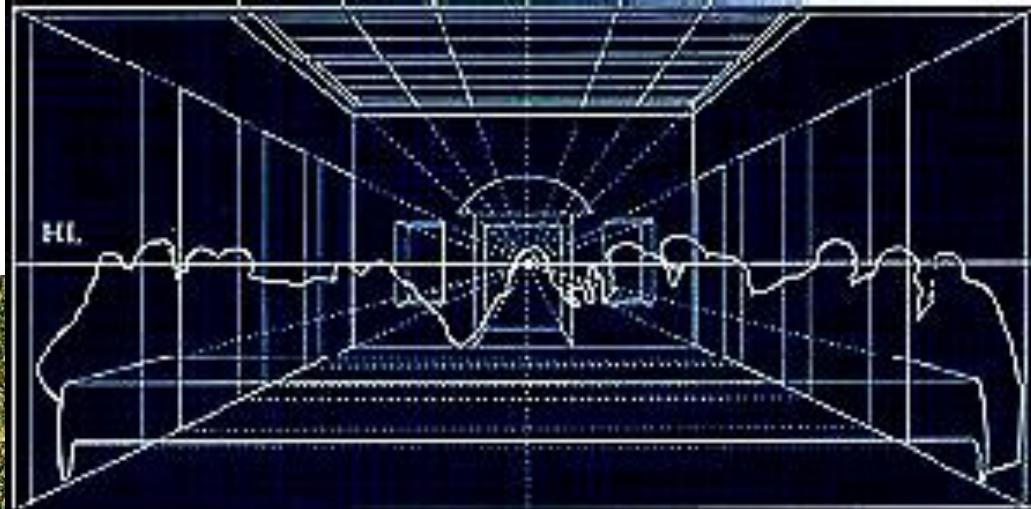
Perspectiva

- O primeiro tratado sobre perspectiva, *Della Pittura*, foi publicado por Alberti em 1435

“A painting [the projection plane] is the intersection of a visual pyramid [view volume] at a given distance, with a fixed center [center of projection] and a defined position of light, represented by art with lines and colors on a given surface [the rendering].” (Leono Battista Alberti (1404-1472), *On Painting*, pp. 32-33)

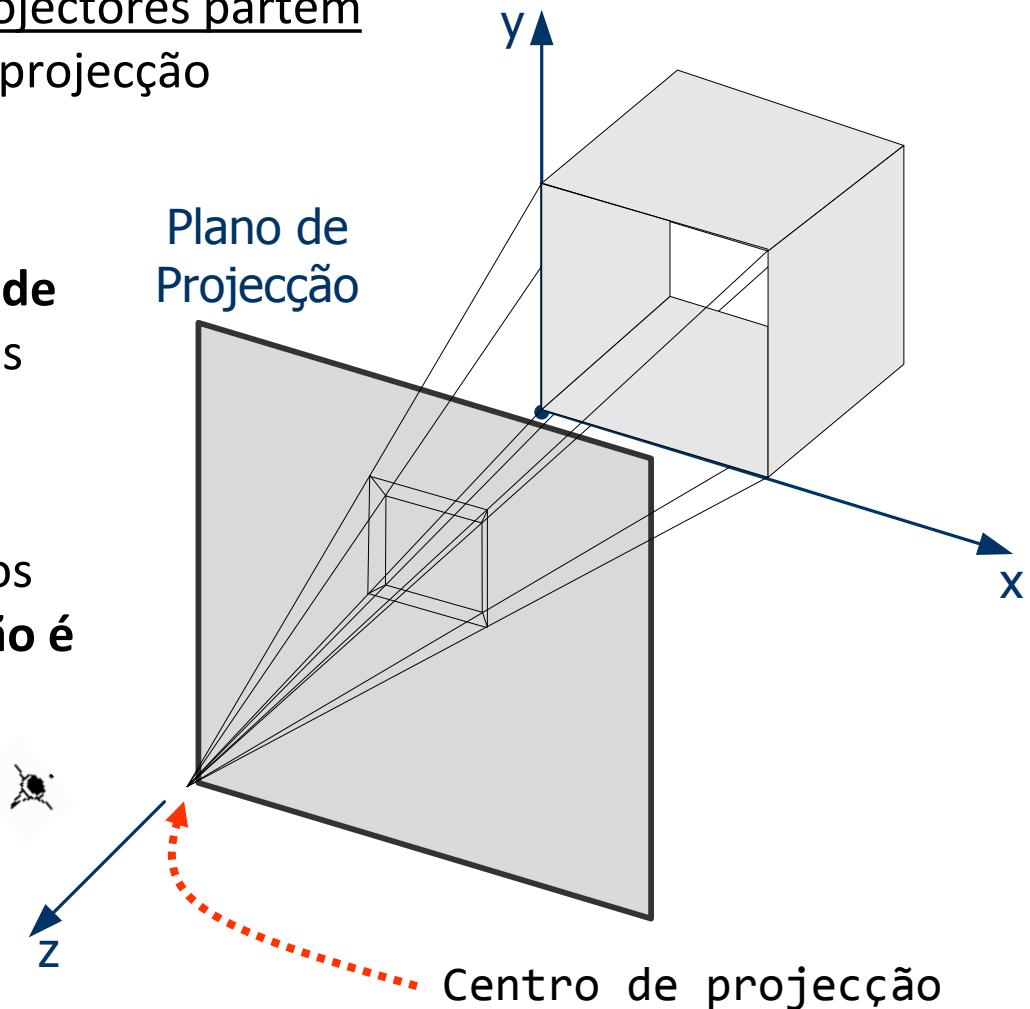


The last supper, Leonardo da Vinci (século 15)



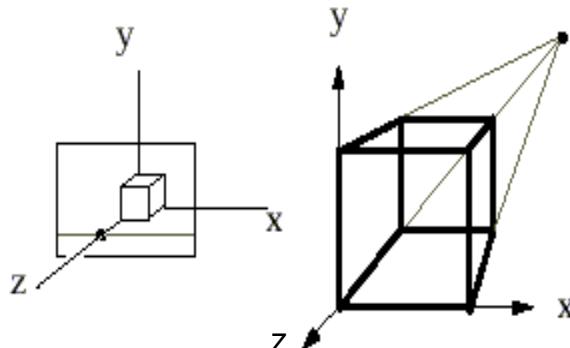
Projecção Perspectiva

- Na projecção perspectiva os projectores partem de um ponto finito – centro de projecção
- Como tal, existe uma **sensação de profundidade e de realismo** nos objectos projectados
- Note-se que o **rácio** dos objectos projectados (*foreshortening*) **não é constante nem linear**

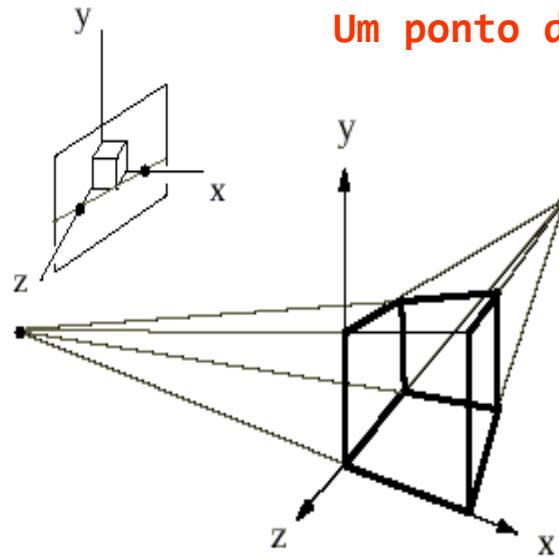


Projecção Perspectiva

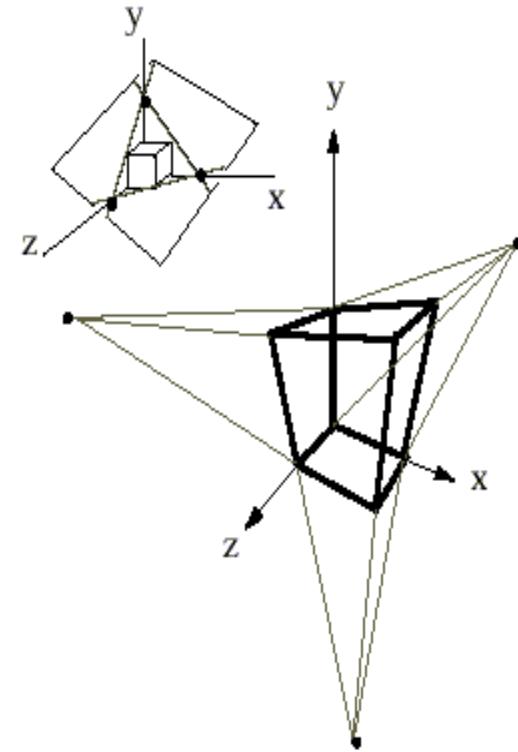
Num sistema de mão direita, onde as normais das faces são perpendiculares aos eixos, o número de pontos de fuga é igual ao número de eixos intersectados pelo plano de projecção



Um ponto de fuga (eixo z)



Dois pontos de fuga (eixo x,z)



Três pontos de fuga (eixo x,y,z)

Projecção Perspectiva

Variáveis em jogo

1. A orientação do plano de projecção
(Ex: os ângulos entre este e os eixos de coordenadas)

1. A posição da linha de horizonte em relação ao objecto

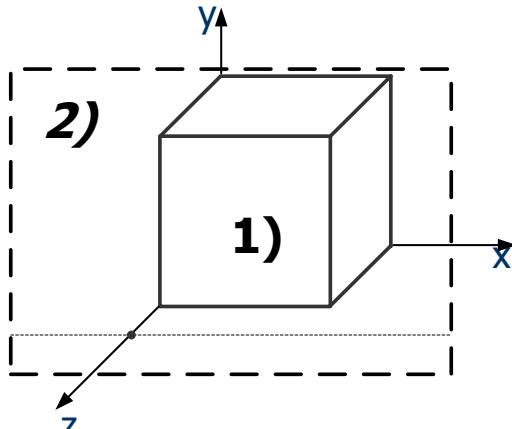
2. A distância entre o centro de projecção ao objecto

3. A distância do plano de projecção ao objecto

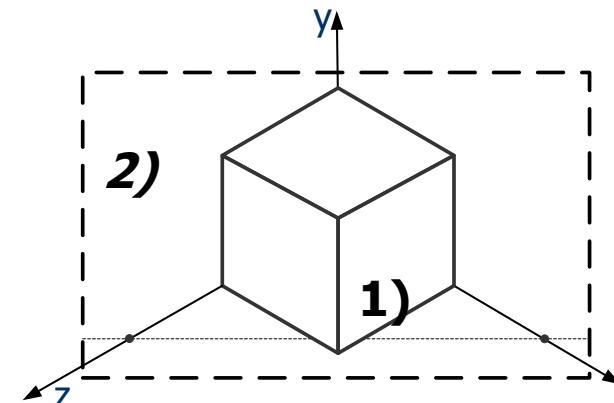
4. O afastamento horizontal entre o centro do objecto e o centro de projecção

Projecção Perspectiva

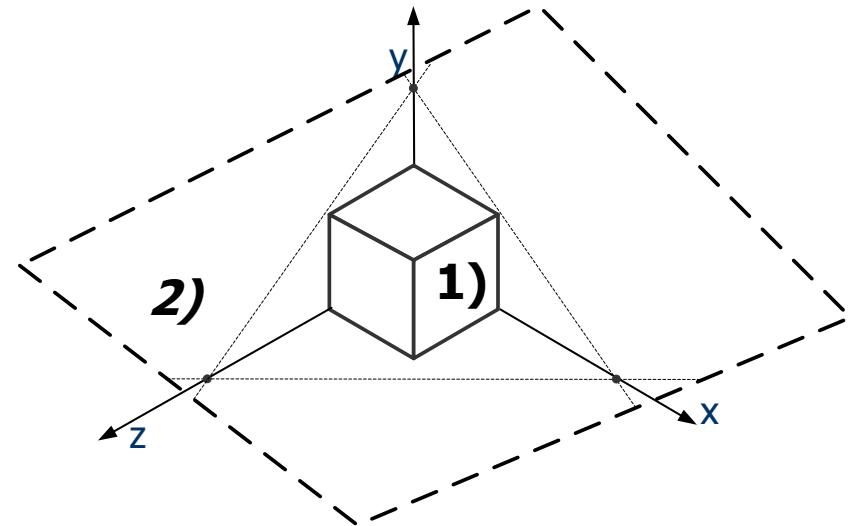
1. A orientação do plano de projecção



Um ponto de fuga (|| ao plano xy)



Dois pontos de fuga (|| ao eixo y)



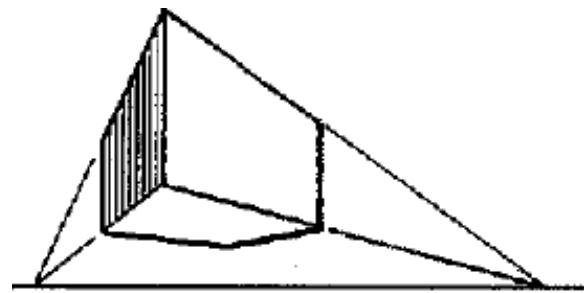
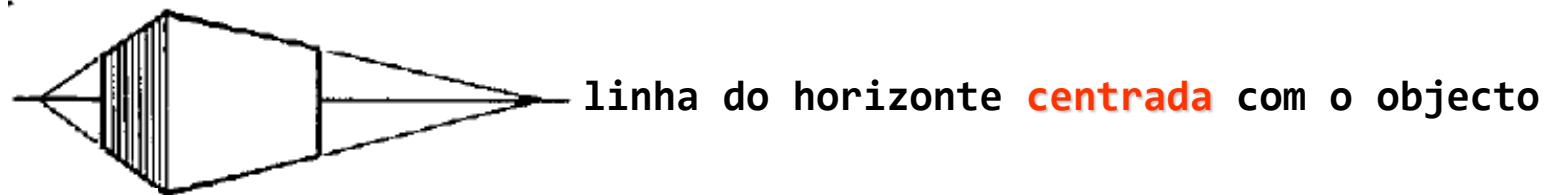
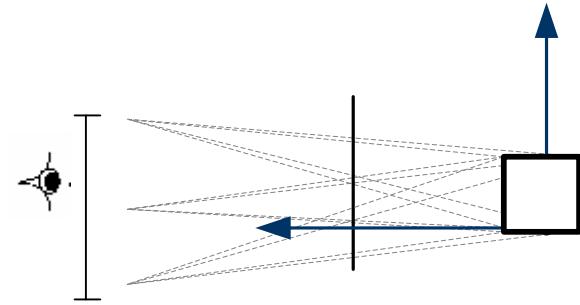
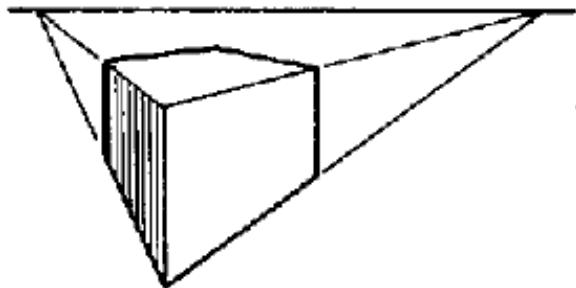
Três pontos de fuga

- 1) Objecto a projectar
- 2) Plano de projecção

Projecção Perspectiva

2. A posição da linha de horizonte em relação ao objecto

linha do horizonte **acima** do objecto

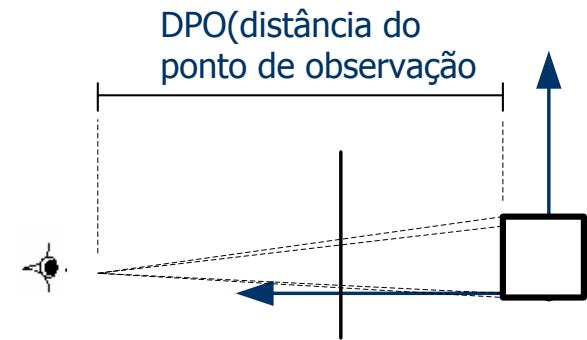
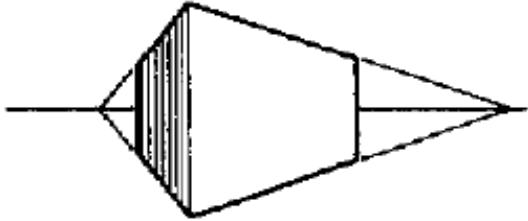


linha de horizonte **abaixo** do objecto

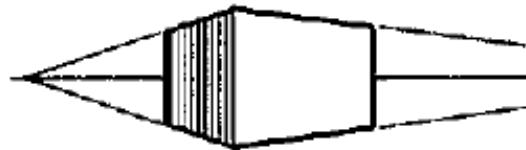
Projecção Perspectiva

3. A distância entre o centro de projecção ao objecto

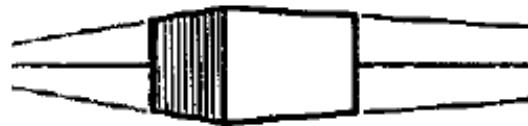
Centro e projecção **próximo** do objecto



Centro de projecção **pouco afastado** do objecto



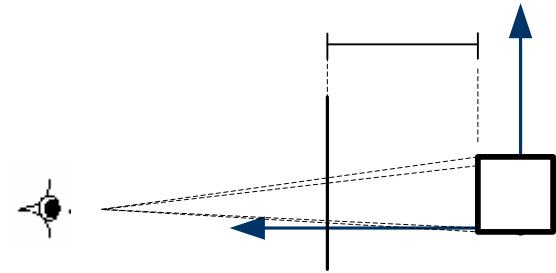
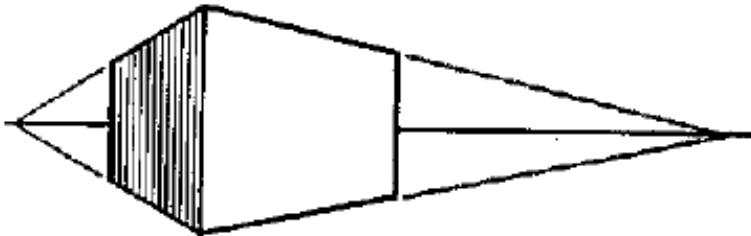
Centro de projecção **afastado** do objecto



Projecção Perspectiva

4. A distância do plano de projecção ao objecto

Plano de projecção **próximo** do objecto



Plano de projecção **pouco afastado** do objecto



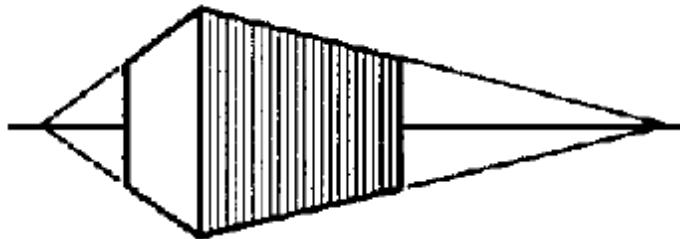
Plano de projecção **afastado** do objecto



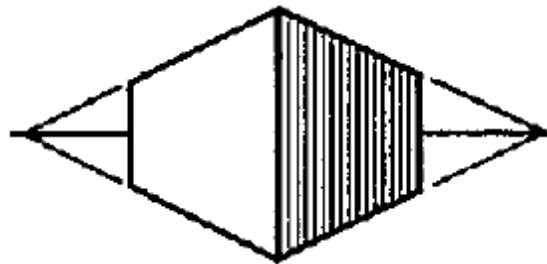
Projecção Perspectiva

5. O afastamento horizontal entre o centro do objecto e o centro de projecção

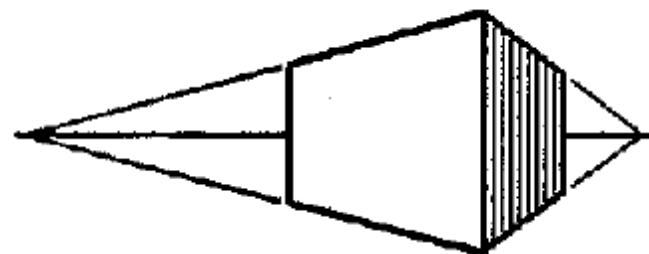
Centro de projecção deslocado para a esquerda



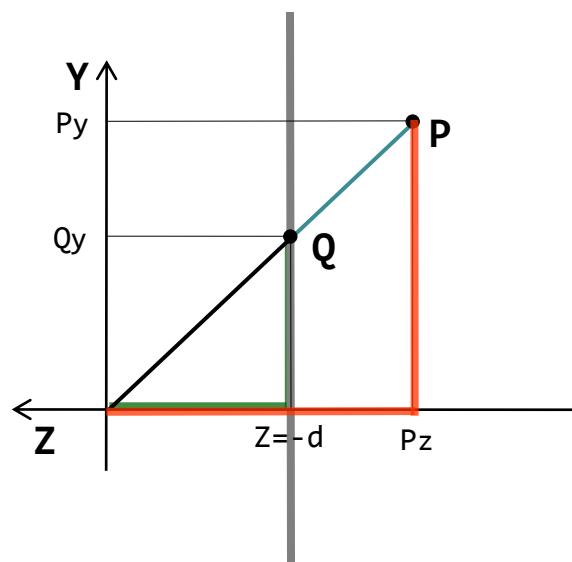
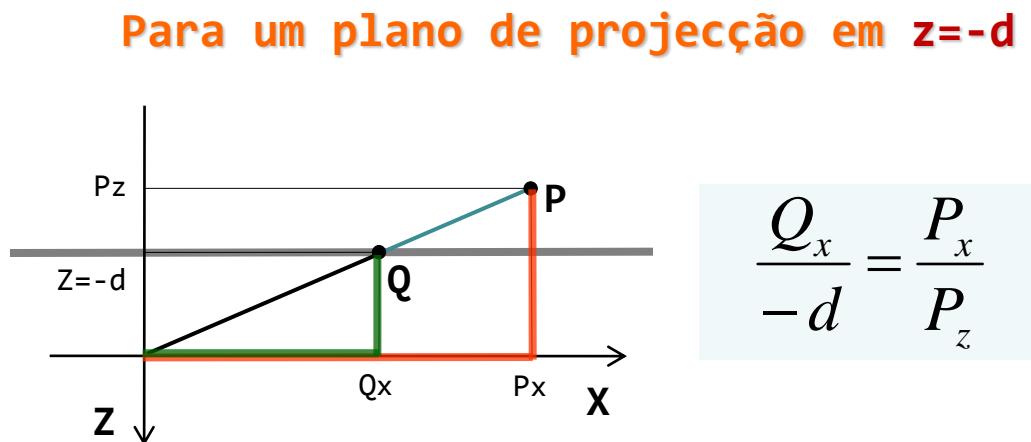
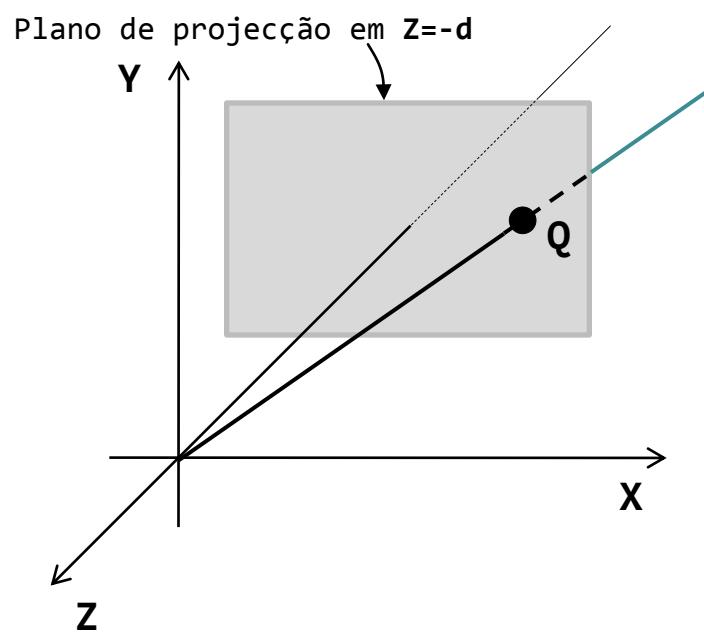
Centro de projecção centrado como objecto



Plano de projecção deslocado para a direita



Projecção Perspectiva – Matriz



Projecção Perspectiva – Matriz

Para um plano de projecção em $z=-d$

Sendo $\frac{Q_x}{-d} = \frac{P_x}{P_z}$ e $\frac{Q_y}{-d} = \frac{P_y}{P_z}$



$$\left\{ \begin{array}{l} Q_x = -d \frac{P_x}{P_z} \Leftrightarrow \frac{P_x}{P_z} = \frac{-1}{d} \\ Q_y = -d \frac{P_y}{P_z} \Leftrightarrow \frac{P_y}{P_z} = \frac{-1}{d} \\ Q_z = -d \end{array} \right.$$

$$Q = M_{per} \cdot P$$



$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Projecção Perspectiva – Matriz

Para um plano de projecção em $z=-d$

$$Q_x = -d \frac{P_x}{P_z} \Leftrightarrow \boxed{\frac{P_x}{P_z \frac{-1}{d}}}$$

$$Q_y = -d \frac{P_y}{P_z} \Leftrightarrow \boxed{\frac{P_y}{P_z \frac{-1}{d}}}$$

$$Q_z = -d$$

$$Q_z = -d \Leftrightarrow Q_z = \frac{P_z}{P_z} \cdot (-d) \Leftrightarrow Q_z = \frac{P_z}{P_z} \cdot \frac{1}{\cancel{-1/d}} \Leftrightarrow \boxed{Q_z = \frac{P_z}{P_z \frac{-1}{d}}}$$

$$Q_i = \frac{P_i}{a}, \text{ sendo } a = P_z \frac{-1}{d}$$

Projecção Perspectiva – Matriz

$$Q = M_{per} \cdot P$$

Para um plano de projecção em $z=-d$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ 1 \end{bmatrix} = ? \cdot \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$a = P_z \frac{-1}{d} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/d & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_x = \frac{P_x}{a}$$

$$Q_i = \frac{P_i}{a}$$

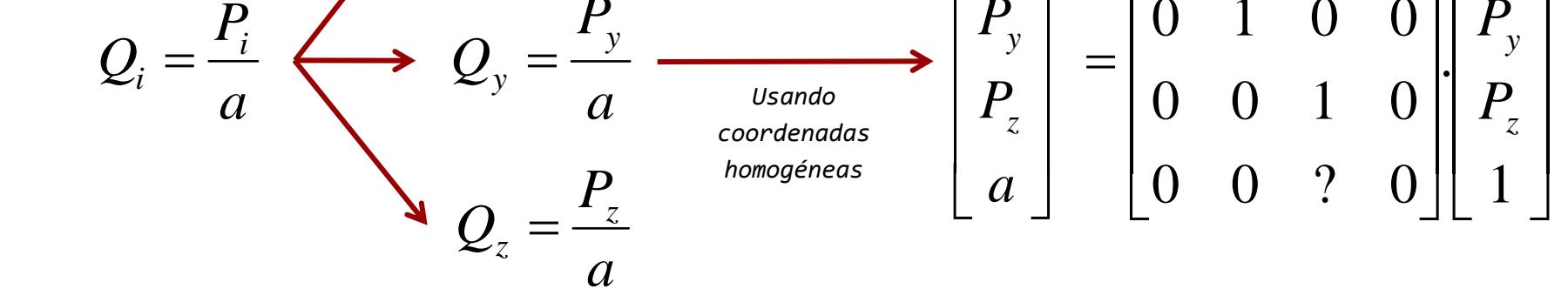
$$Q_y = \frac{P_y}{a}$$

$$Q_z = \frac{P_z}{a}$$

*Usando
coordenadas
homogéneas*

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Com:



Projecção Perspectiva

Características

- Linhas paralelas, que não são paralelas ao plano de projecção convergem
- As dimensões dos objectos diminuem com o aumento da distância
- Rácio não uniforme que depende da distância
- Dá uma sensação realista e tridimensional ao objecto

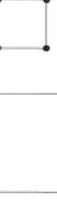
Áreas de aplicação

- Arte, Arquitectura, Engenharia, entre outros

Problemas

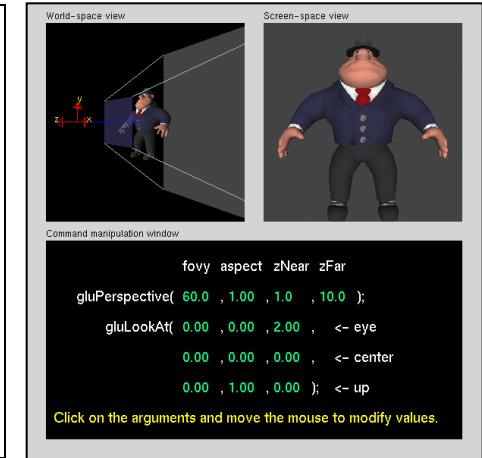
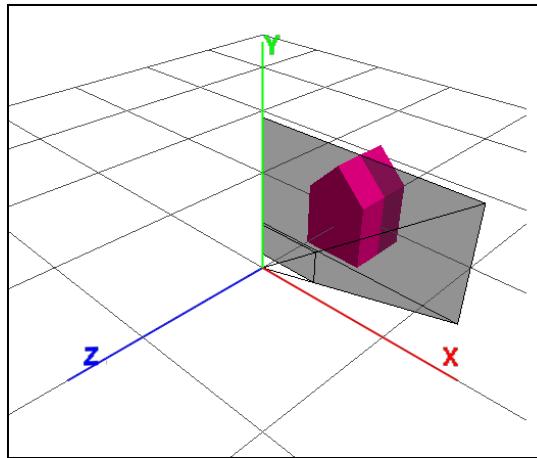
- Não preserva a forma dos objectos

Visualização em 3D

Group	Matrix	Distortion	Invariant properties
Projective 8 dof	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$		Concurrency, collinearity, order of contact : intersection (1 pt contact); tangency (2 pt contact); inflections (3 pt contact with line); tangent discontinuities and cusps. cross ratio (ratio of ratio of lengths).
Affine 6 dof	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		Parallelism, ratio of areas, ratio of lengths on collinear or parallel lines (e.g. midpoints), linear combinations of vectors (e.g. centroids). The line at infinity, \mathbf{l}_∞ .
Similarity 4 dof	$\begin{bmatrix} sr_{11} & sr_{12} & t_x \\ sr_{21} & sr_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		Ratio of lengths, angle. The circular points, \mathbf{I}, \mathbf{J} (see section 1.7.3).
Euclidean 3 dof	$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		Length, area

Projeção

Demos



Exploratories: Viewing Techniques ([ver...](#))

http://www.cs.brown.edu/exploratories/freeSoftware/catalogs/viewing_techniques.html

NateRobins: OpenGL Tutors ([ver...](#))

<http://www.xmission.com/~nate/tutors.html>

Sumário

- Paradigma da câmara fotográfica
 - Distância focal, profundidade de campo, abertura
- Projecção
 - Tipos de superfícies: Planas e Curvas
 - Paralelas
 - Ortogonal
 - Axonométrica
 - Oblíqua
 - Perspectiva
 - Pontos de fuga
- Visualização em 3D
 - Câmara sintética
 - Sistema de coordenadas da câmara
 - Transformações: visualização, normalização e perspectiva

Visualização em 3D – Câmara sintética

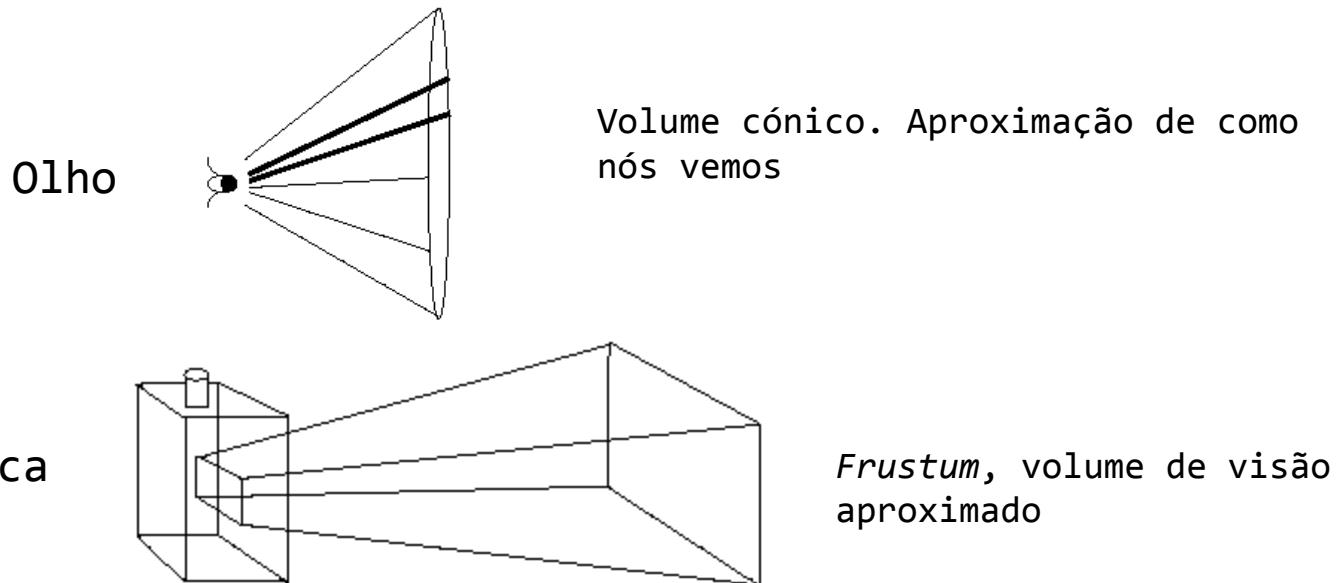
Alguns Conceitos...

- Posição da câmara
- Orientação
- Ângulo de visão
- Profundidade de campo
- Distância focal

Soa familiar ?

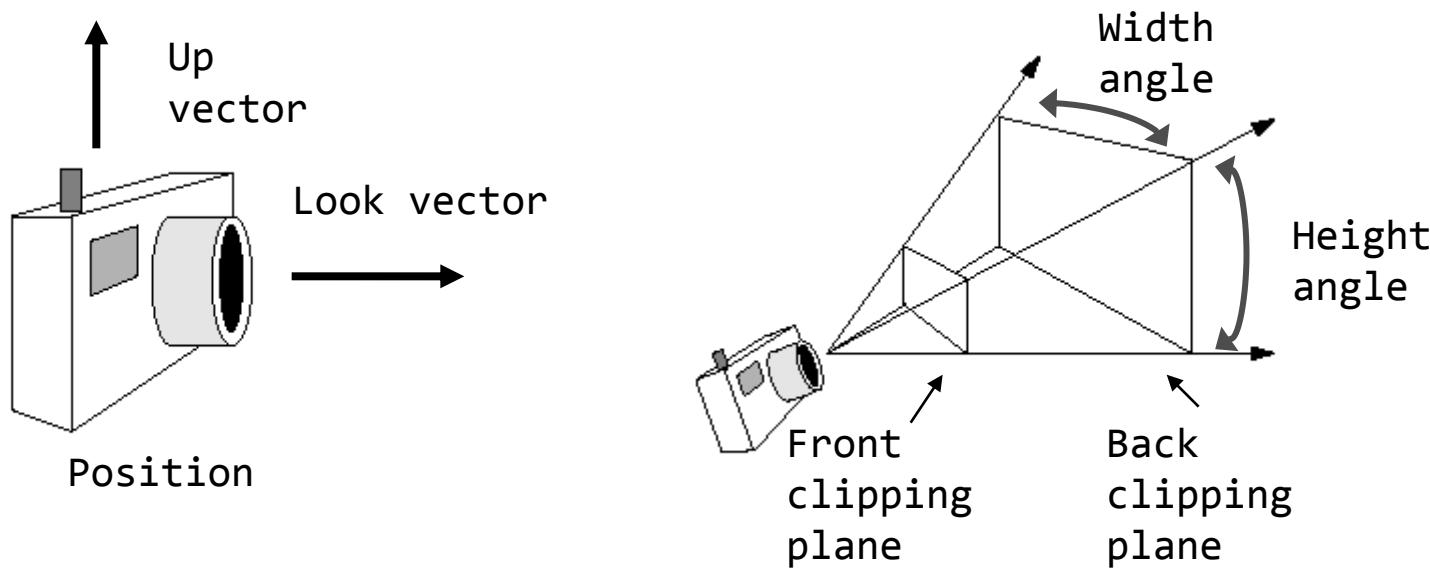
Visualização em 3D – Volume de visão

- O volume de visão contém os objectos visíveis
- Ao volume formado pelo volume de visão, aproximado a um cone rectangular dá-se o nome de ***frustum*** (perspectiva)
 - Funciona bem com janelas rectangulares
 - Facilidade no *clipping*



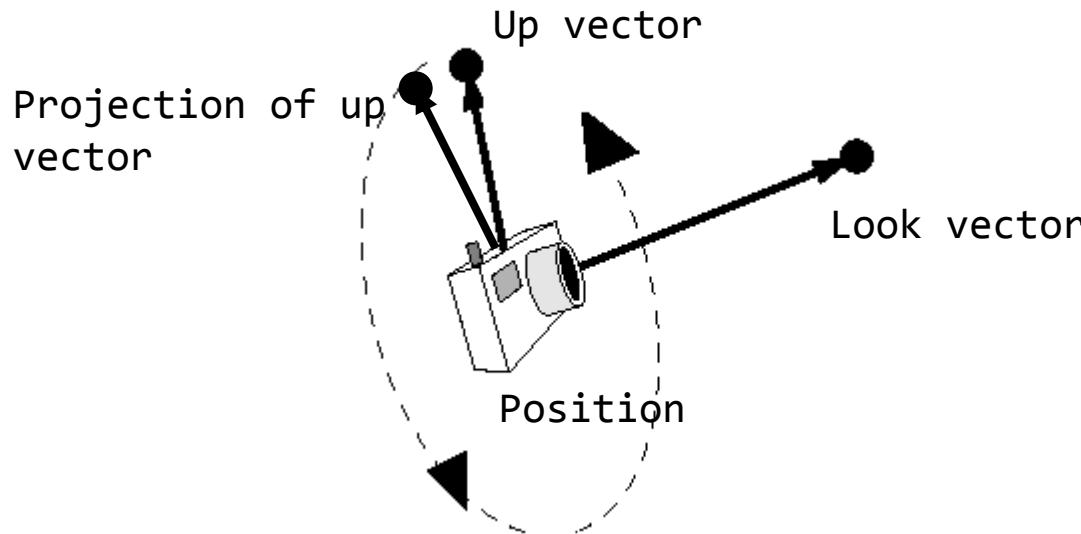
Visualização em 3D

Parâmetros necessários para definir uma visualização



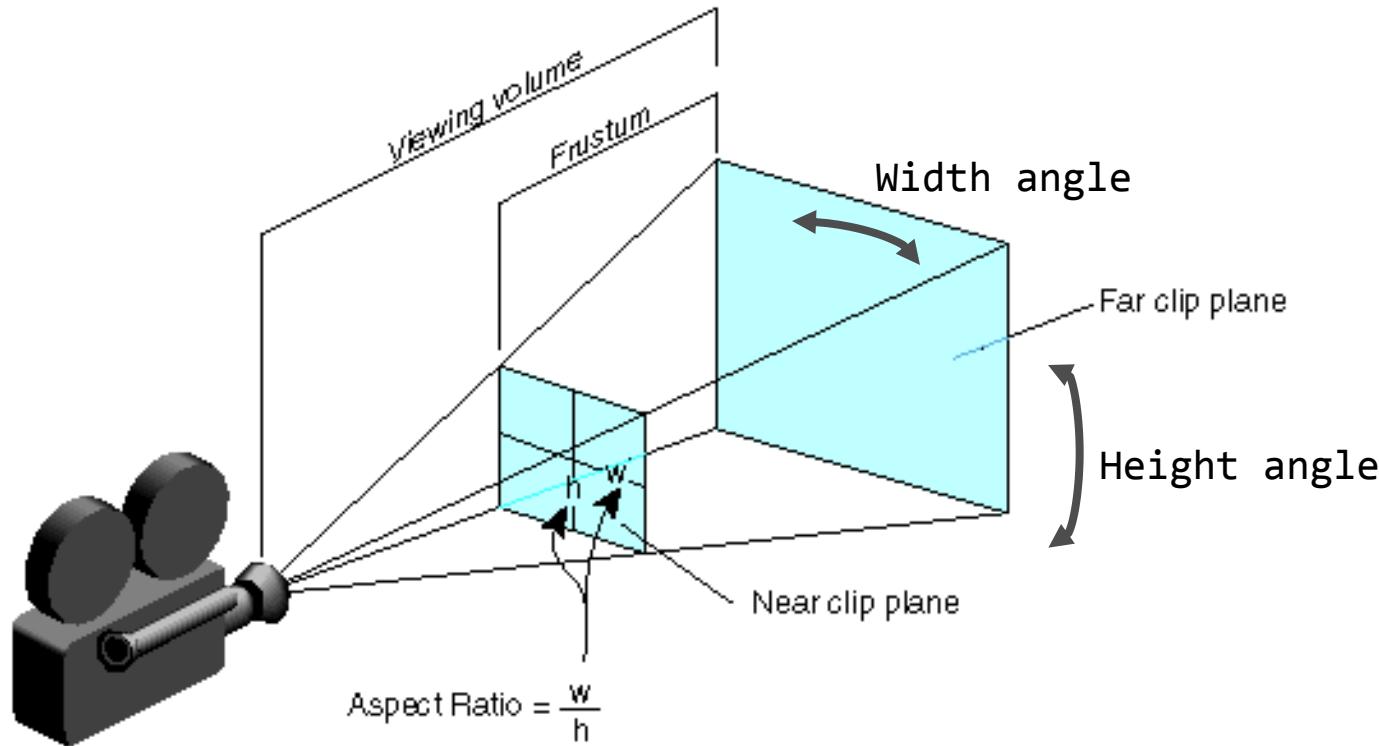
Visualização em 3D – Orientação da câmara

- **Look Vector**
 - A direcção segundo a qual a **câmera aponta**; um ponto em 3D
- **Up Vector (ou view Up vector – VUP)**
 - determina **como a câmera é rodada** em torno do *look vector* (e.g vertical ou horizontal)
 - A projecção do *up vector* tem de estar num plano perpendicular ao *look vector*



Visualização em 3D – *Width e Height angle*

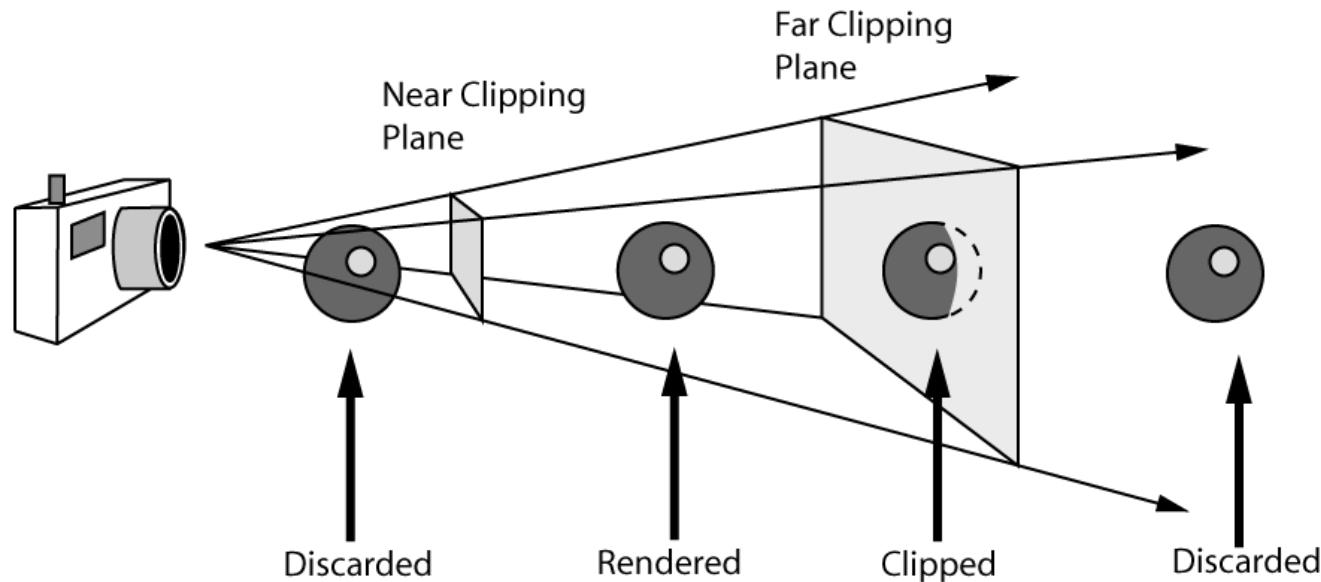
- Determinam a quantidade de **distorção de perspectiva** na projecção
 - nenhuma (projecção paralela)
 - muita (lentes grande-angular)



Fonte: van Dam

Visualização em 3D – Planos Near e Far

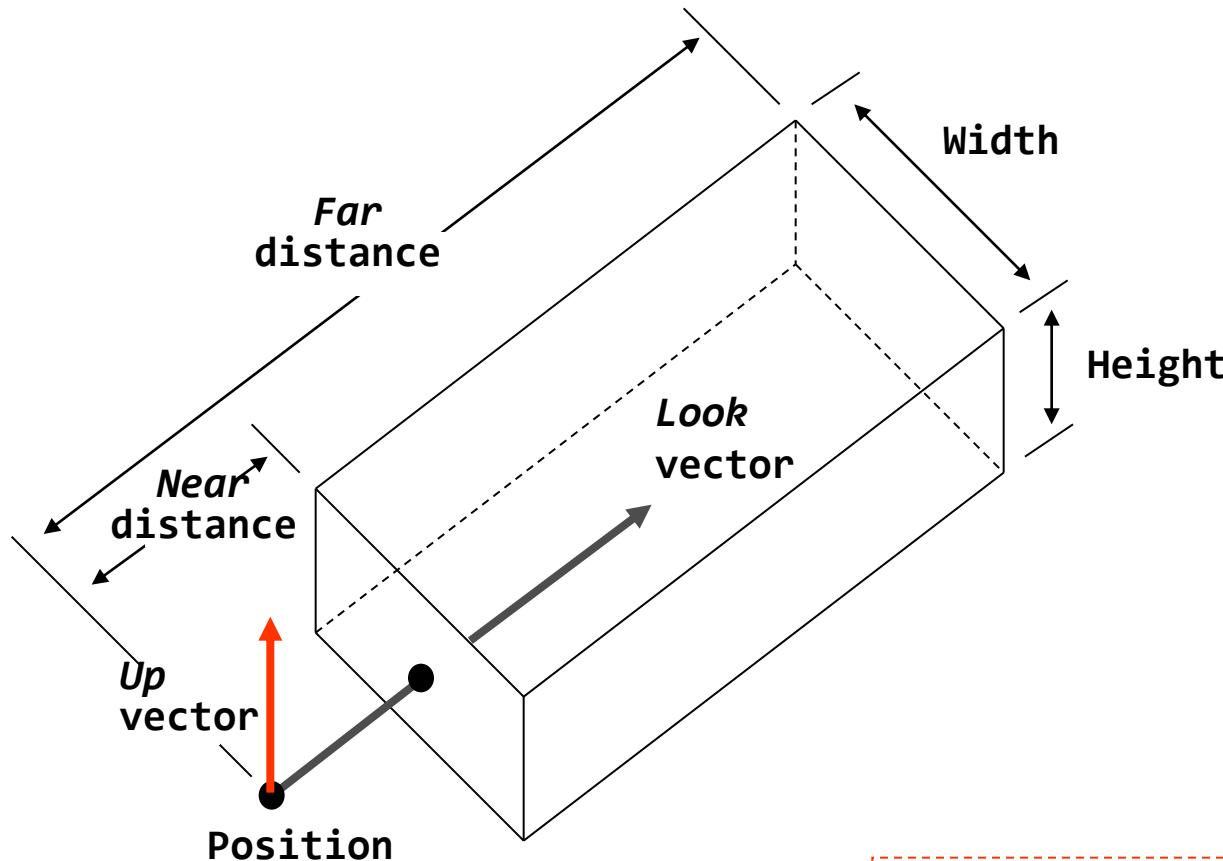
- O volume entre estes planos definem **o que a câmara vê**
- Tudo o resto é descartado ou apenas retida a parte que se encontra entre os dois planos
 - Não projectar objectos **atrás da câmara**
 - Não projectar objectos **muito próximos da câmara**
 - Não projectar objectos **muito distantes da câmara**



Fonte: van Dam

Visualização em 3D – Volume de visualização

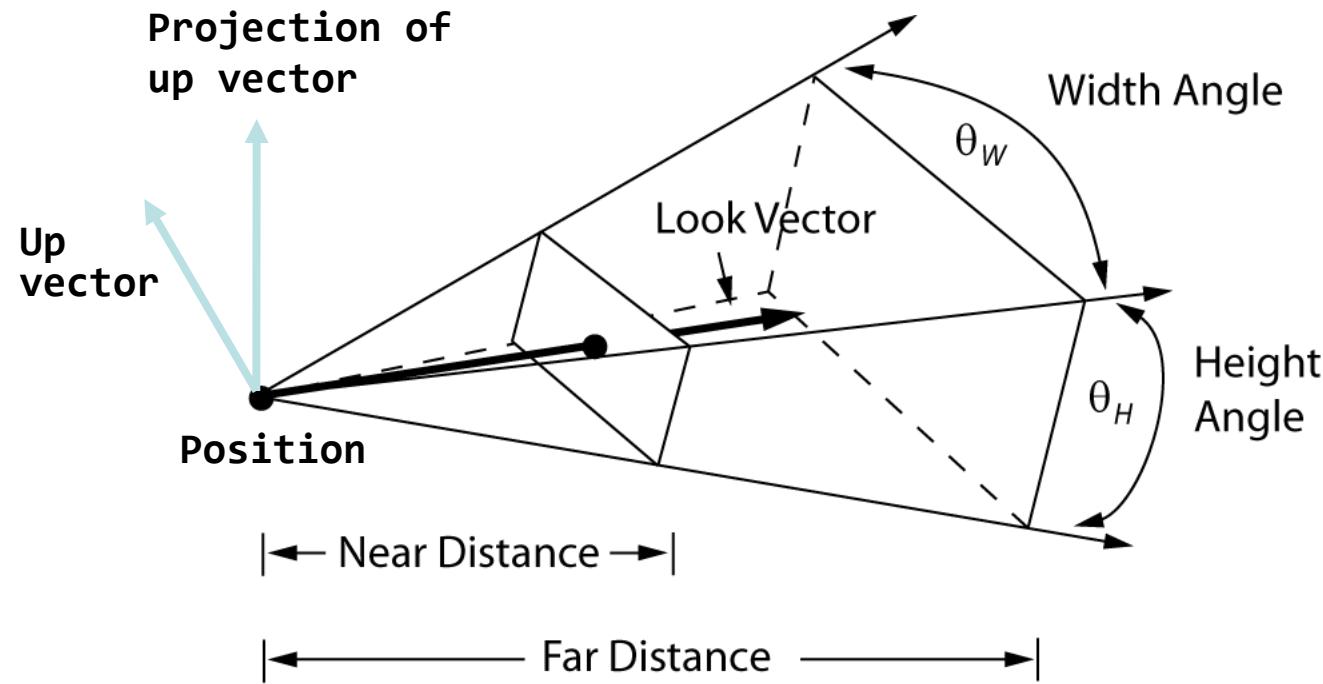
Projecção Paralela



Paralelepípedo

Visualização em 3D – Volume de visualização

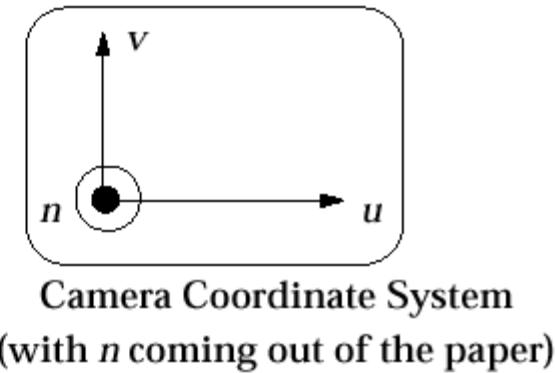
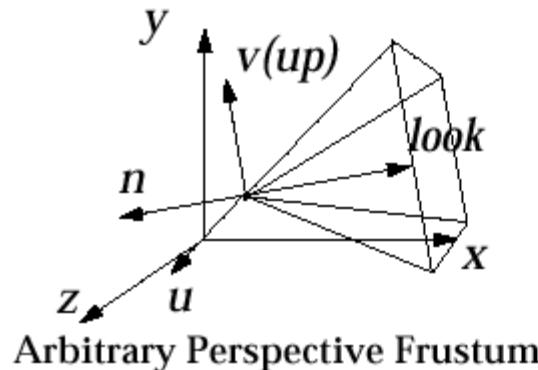
Projecção Perspectiva



frustum

Visualização em 3D – Coordenadas da câmara

- A **localização do volume** de visão é dado pela especificação da posição e orientação da câmara: Posição, Look e Up vectors
- **Forma do volume** é dada pelos planos far e near e pelos ângulos
- Sistemas de coordenadas
 - **world coordinates** – xyz
 - **viewing reference coordinates** – sistema da mão direita formado por (u, v, n) , com o ponto $(0, 0, 0)$ coincidente com a posição da câmara



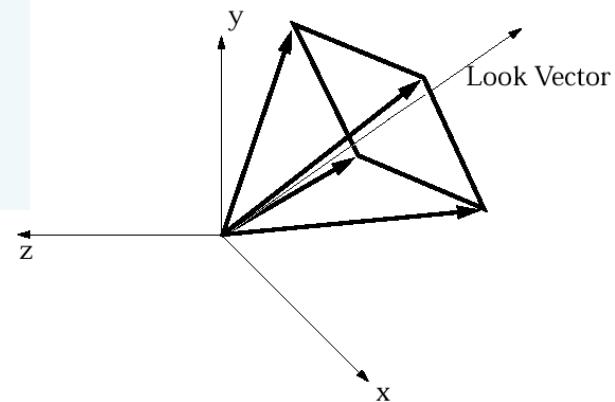
Visualização em 3D – Matriz de transformação

Colocar a câmara na origem

- Ou seja é necessário transformar o ponto $P(p_x, p_y, p_z)$, que representa a posição da câmara, em $(0, 0, 0)$, na origem

$$P' = T * P$$

$$T_{-pos} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -pos_x \\ 0 & 1 & 0 & -pos_y \\ 0 & 0 & 1 & -pos_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Visualização em 3D – Matriz de transformação

Alinhar uvn com xyz

- Uma matriz rotação transforma vectores perpendiculares, noutras, igualmente perpendiculares
- O objectivo é criar uma matriz rotação que transforme (u, v, n) em (x, y, z)
- Se M for uma matriz de transformação, sabe-se que as colunas formam vectores unitários e perpendiculares

$$M^T M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

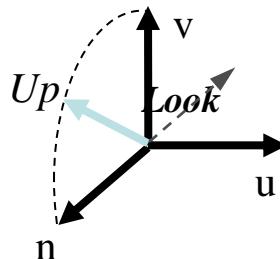
- **Caminho:** encontrar u , v , e n utilizando a posição da câmara e aplicar M^t para obter x , y , z . A matriz M tem como colunas u , v e n

Visualização em 3D – Matriz de transformação

Alinhar uvn com xyz

- Passos necessários:
 - Encontrar n através de Look
 - Encontrar u através de n e Up
 - Encontrar v através de n e u
- n é um vector, normalizado, com direcção oposta a Look

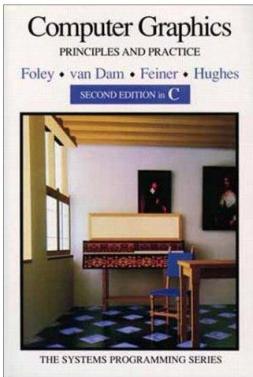
$$n = \frac{-\text{Look}}{\|\text{Look}\|}$$



- u é um vector perpendicular a n (produto externo)
- v é um vector que forma uma base ortonormada com v e n logo
 $v = n \times u$ (utiliza-se novamente o produto externo)

$$u = \frac{Up \times n}{\|Up \times n\|}$$

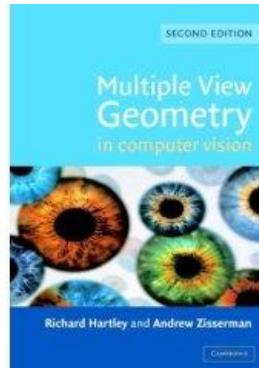
Referências



Computer Graphics: Principles and Practice in C, James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, John F. Hughes, Addison-Wesley Professional; 2nd edition (1995)



Real-Time Rendering, Tomas Moller, Eric Haines, AK Peters, Ltd.; 2nd edition (July 2002)



Multiple View Geometry, Richard Hartley, Andrew Zisserman, Cambridge Univ. Press (2000)

- Carlbom,I. e Paciorek j., “*Planar Geometric Projections and Viewing Transformations*”, Computing Surveys, December 1978, 465-502
- Andries van Dam, “*From 3D to 2D: Orthographic and Perspective Projection*”, CS123, Brown University, 2006
- Wikipedia, <http://en.wikipedia.org/>, 2006
- M. Próspero, FCT-UNL, Documentação da cadeira de computação gráfica, 2005
- Cambridgeincolour, <http://www.cambridgeincolour.com/tutorials.htm>, 2006