Dybdelæring i vektoralgebra på videregående skole

December 8, 2018

Kandidatnummer:
PPU heltid
Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, Universitetet i Oslo.
Antall ord:

Problemstilling semesteroppgaven

Praksisskolen er en videregående skole i Oslo, som er fokusert på studie-spesialiserende men har også tilbud innen idrett og entreprenørskap. Min problemstilling går ut ifra en dobbelttime gjennomført på denne skolen under praksis. Timen er ment for en klasse på 14 elever i R2 der de skal lære om kryssprodukt og skalarprodukt. Elevene har nylig hatt prøve i kalkulus med trigonometriske funksjoner og har hatt en undervisningsøkt tidligere om vektorer i rommet. Jeg har har valgt å fokusere på:

«Hvordan kan redskaper som digitale verktøy, illustrerende oppgaver og tavleundervisning påvirke undervisningen og hjelpe elevene få en aha-opplevelse?»

1 Beskrivelse av klassen og presentasjonen av undervisningsopplegget.

Klassen består av 14 elever som har valgt seg inn til faget R2 matematikk. Siden R2 er ett programfag vil en høyere andel av elevene være motiverte til å lære faget. Dette har jeg også fått inntrykk av under tidligere observasjonstimer hos klassen. Strykprosenten sank i 2017 innen programfag matematikk samnt gjennomsnittskarakteren økte med 0.2 karakterpoeng [Udir, 2017].

Kjønnsfordelingen i klassen er jevnt, og man får inntrykk av at jentene ligger jevnt over på ett litt høyere faglig nivå enn guttene. Noe som virker typisk ettersom jenter gjør det bedre i teoretisk matematikk i følge [Udir, 2017]. Her er det spesielt er det en gjeng på 2-3 gutter som ikke gjør arbeidet de skal i de tidligere timene vi har observert.

Tidligere hadde klassen hatt prøve innen integrasjon og derivasjon av trigonometriske funksjoner. Etter å ha observert denne prøven kom det frem at noen av elevene slet mer enn de gav inntrykk av. Spesielt ettersom flere vi så for oss var gode elever leverte nærmest blanke besvarelser. Disse elevene slet med motivasjonen for faget, mens andre elever vi så for oss være svake viste seg å prestere sterkt på prøven. Ellers virker klassemiljøet godt der det er liten annen problematferd. Det virker som om elevene har god relasjon til læreren og til hverandre.

Den faste underviseren deres er en svært god lærer som har gitt ut flere bøker innen matematikk for videregående. Terskelen virker lav for at elevene skulle komme med innspill og spørsmål til undervisningen. Strukturen på undervisningen hennes virker å gå som følger:

- *7-15 min* Gå gjennom teori og eksempler på tavla.
- *20-28 min* Elevene får arbeide med oppgaver alene.
- *10 min* Læreren går igjennom vanskelige og illustrerende oppgaver på tavla.

Vi bestemte oss derfor å holde oss til denne tidsplanen, men denne gangen med i en dobbeltime med to slike opplegg etter hverandre. Målet for den første undervisningstimen var å gjøre elevene kjent med skalarproduktet i dimensjon tre derved gjøre assimilasjon [Säljö, 2016] av kjente begreper Deretter introdusere vektorproduktet i dimensjon tre, som vil være helt nytt i motsetning til skalarproduktet som elevene kjenner fra tidligere i dimensjon to. Dette skyldes at vektorproduktet ikke eksisterer i dimensjon to.

Før denne timen har vi observert flere timer som læreren har holdt, samt holdt en dobbeltime der vi gikk igjennom vektorer og konstruksjoner i dimensjon tre.
Etter timene under veiledning av denne læreren var det noen punkter hun anbefalte gjorde

- Lag egne oppgaver til elevene.
- Planlegg hva som skal stå på tavla.

Egene oppgaver lagde vi først ut ifra boka de brukte. Her hentet vi spesielt drilling med enkle oppgaver, der man skulle regne skalarprodukt og kryssprodukt. Deretter hentet vi noen oppgaver som gikk ut på de geometriske egenskapene til disse produktene. For eksempel hvordan skalarproduktet avgjør om to vektorer står vinkelrett på hverandre samnt regne ut vinkelen mellom disse vektorene. Her fant vi også noen oppgaver ifra pensumbøker
Tidligere hadde en time vært holdt der læreren ikke hadde forbredt seg nok på hva som skulle stå på tavla og da observerte praksisveileder at flere av elevene slet med å ta notater.

2 Presentasjon og utføring av undervisnings opplegget

I denne semesteroppgaven vil jeg først beskrive opplegget samnt analysere og drøfte opplegget og resultatet ut fra pedagogisk og fagdidaktisk teori. Undervisningsopplegget som skal drøftes er for en dobbeltime i R2 ett fag elevene selv og derfor vil disse elvene være spesielt motiverte og vil være i stor grad derevet av indre motivasjon [Klette, 2013]. Dette gir læreren frihet og rom i undervisningen og kan gå igjennom ulike perspektiver innen emne [Ball, 2008].

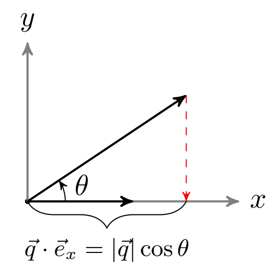
Helklasse undervisning som dette kan være svært positivt for å etablere et sosialt lærings-felleskap [Ogden, 2012]. Vi har derfor i dette undervisningsopplegget valgt å fokusere på helklasseundervisning kombinert med individuell oppgaveløsning. Ut ifra Piaget konstruktivisme vet vi at elevene er modene nok til lære mye selv, og læreren er der for å bygge ut læringssirkelen. Vi har derfor bestemt oss for å ha kortere tid på gjennomgangen av stoffet, spesielt siden skalarprodukt vil være ett kjent tema for dem. Vi vil derfor kunne bruke litt ekstra tid til dybdelæring. Vårt format vil være tradisjonell undervisning og vil bære preg av en behavioristisk tilnærming [Säljö, 2016] til læring. Nemlig at læreren formidler ferdig kunnskap til elevene.

Vi starter timen med å vise de geometriske 3D figurene vi lagde sist i Geogebra. Da snakket vi om trekanter, plan og vinkler i rommet. Verktøyet brukes til å illustrere aspekter ved vektorer i tre dimensjoner, der elevene er vandt med å jobbe i dimensjon to hvor det er langt enklere å jobbe på ett ark. Dette vil også fungere som en gjennomgang av det de lærte forrige time og er et godt eksempel på en konsolideringsituasjon. Her illustrer vi vinkel begrepet samnt geometriske flater i rommet, dette vil være et typisk eksempel på utvikling av det kognitive skjema innen det konstruktivismen [Säljö, 2016]. Figuren vi ser på er en pyramide i 3 dimensjoner. Deretter beskriver vi vinklene og overflatesegmentene til pyramiden.

Etter elevene har gjort dette hoppet fra dimensjon to til dimensjon tre vil Vygotskijs *proksimale utviklingssone* være etablert. Læreren påpeker hvordan begreper de kjenner til utvides til dimensjon tre. Tidligere har elevene lært om hva annet som er likt i dimensjon to som for eksepel utrykket for lengden av vektorer. Derfor er det naturlig å innføre skalar produktet og blir da det naturlige startpunktet. Som alt de har sett tidligere holder de samme egenskapene i dimensjon tre som i dimensjon to. Ved bruk av CAS Geogebra illustreres dette visuelt, ved å vise at skalarproduktet mellom to vektorer i rommet blir null da de står normalt på hverandre. Elevene virket positive til hvordan dette verktøyet ble utnyttet til å støtte undervisningen. Fordelene med CAS står i samsvar med hva som sies i[Heid, 2013].

Deretter setter vi i gang med introduksjon av de algebrasike egenskapene skalarproduktet har. Dette vil mer eller mindre virke som repetisjon for dem fordi skalarproduktet i dimensjon 2 noe de har arbeidet med tidligere.
Vi velger derfor å gå litt dypere inn i hva ett skalarprodukt er og hvordan man tolke det geometrisk. Vi begynner å introdusere konseptet i dimensjon to og siden vi begynnter oss av skalarproduktet vet vi at det samme holder i dimensjon tre.

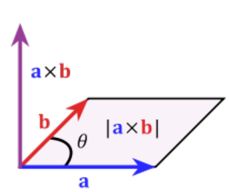
$$\vec{q}\cdot\vec{p} = q_1p_1 + q_2p_2 + q_3p_3, \tag{i}$$
$$\vec{q}\cdot\vec{p} = 0 \iff \vec{q}\perp\vec{p}, \tag{ii}$$
$$\vec{q}\cdot\vec{p} = |\vec{q}||\vec{p}|\cos\theta. \tag{iii}$$



Først tolker vi (iii) i det tilfellet der $\vec{p} = \vec{e}_x$ og $\vec{e}_x$ er enhetsvektoren i x retning. Formelen (iii) følger da fra trigonometri elevene kjenner godt, nemlig at cosinus til vinkelen er hosliggende katet delt på hypotenus. Vi får da følgende bildet som vist på siden. I dette tilfellet vil skalarproduktet gi lengden av projeksjonen til $\vec{q}$ på x-aksen. Denne relaterer i tilfellet der $|\vec{q}| = 1$ skalarproduktet til projeksjonen. Dermed har elevene blitt forklart at skalarproduktet mellom en vektor og en vektor med lengde en, definerer lengden av projeksjonen. I tilfellet der $\vec{q}$ er av vilkårlig lengde vil den generaliserte tolkningen bli at skalarproduktet er den *skalerte projeksjonen* av vektorene. Dette er *specialized content knowlage* i henhold til [Ball, 2008] og er av typen *conseptual understaning* i *intertwined strands of proficientcy* modellen man finner i [Kilpatrik, 2001a]. Denne typen kunnskap vil elevene ikke få utprøvd, men illustrer hva som kommer i horisonten samnt gir nytt perspektiv på skalarproduktet. Den abstrakte tenktemåte som dette poenget illustrer vil inngå i dybdelære i en R2 klasse.
Etter dette går læreren igjennom resten av teorien knyttet videre til skalarproduktet. Det ville vært interessant å se hvor mange av elevene som satt igjen med dette perspektivet. Ettersom jeg ser på dette som viktig å formidle, er det mulig dette har liknende resultatet i undervisningen som beskrevet i [Lew, 2016].
Deretter jobber elevene med oppgaver ifra boka, mens læreren går rundt å hjelper de som trenger det. Elevene virker å ta oppgavene veldig raskt og det er få som sliter med oppgavene. Ingen blir ferdige med alle oppgavene, men mange kommer langt. Læreren går derfor igjennom noen av de senere oppgavene i boka som også utprøver elevenes kompetanse om parameterfremstilling av linjer.

Etter pausen kommer elevene tilbake fra friminutt , blir det neste konseptet som introduseres nemlig kryssproduktet. Læreren beskriver egenskapene til produktet som ett produkt mellom to vektorer $\vec{a} = \vec{v}\times\vec{w}$ som gir ny vektor. Denne vektoren vil stå vinkelrett på $\vec{v}$ og $\vec{w}$ og parallellogrammet spent mellom $\vec{v}$ og $\vec{w}$ vil ha areal lik $|\vec{a}|$. Vi påpeker deretter at dette betyr at trekanten spent mellom disse er har halvparten av dette arealet.

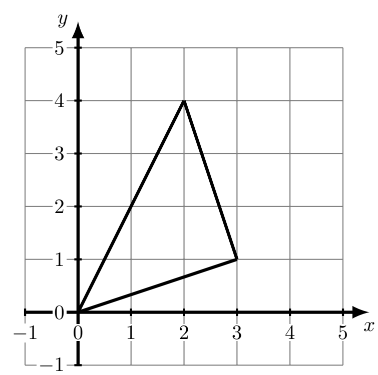
$$|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta, \tag{iv}$$
$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) \tag{v}$$



Grunnet disse geometriske egenskapene er det ikke så vanskelig å forstå at dette er noe som ikke fungerer i dimensjon to men i dimensjon 3.[1] Høyre-håndsregelen blir gjennomgått, og de algebraiske egenskapene kryssproduktet. Deretter gjennomgår går vi igjennom formelen for kryssproduktet. Dette er som kjent en ganske stygg og forvirrende formel. Vi viser deretter den mer elegante metoden som gir deg utrykkene ved hjelp av determinanten av en matrise. Her danner man en 3x3 matrise der den øverste radene er basisvektorene og vektorene skal krysses de to radene under. Utrykket for determinanten blir da gjort ved tildekningsmetoden og et minus spretter ut i y retning på formelen. Dette kan minne om *Cover-Up method* man finner i [Kilpatrik, 2001b, side 273] som metode for å løse likninger. Elevene synes denne metoden virker mest interessant å lære seg. Fordelen er at den er veldig lett å huske, og er en interessant type formel å jobbe med i timen. Problemet er at den benytter seg av matematisk kunnskap som er over deres nivå.
Vi deler ut egen lagde oppgaver der vi har lagd. De første oppgavene dreier seg om direkte utregning av kryssprodukt. Her er det lett å gå i fella med fortegn, dette merket man også på elevene som tidvis gjorde denne feilen. Det var ikke fasit på alle oppgavene og dette ble ett problem at elevene gjorde denne feilen uten å merke seg det selv.

Vi fokuserer nå på en oppgave som illustrer regelen om at lendgen av kryssproduktet mellom to vektorer tilsvarer arealet av parallellogrammet vektorene spenner. Dette er en rik oppgave [Björqvist, 2001] siden den også kan løses ved hjelp av sinus setningen. Dette sitter kanskje litt dypt inne hos elevene og vil virke vanskelig, men ved hjelp av reglene til kryssproduktet virker dette som en oppgave alle får til. Først må eleven gjenkjenne at disse to-dimensjonale vektorene kan tolkes som vektorer i rommet. Deretter beregne kryssproduktet av disse vektoren. Så regne ut lengden av kryssproduktet som gir det dobbelte av arealet til trekanten. Dette vil gi at arealet av trekanten er 5. Flere elver fikk denne oppgaven til uten hjelp

Oppgave
Bruk kryssproduktet til å finne arealet av trekanten



3 Refleksjon

Her vil jeg analysere og reflektere over undervisningsopplegget basert på ulike læringsteorier, og hvordan dette kan tilrettelegges dybdelæring. Målet for timen var at elevene skulle få en geometrisk forståelse av emnene læreren gikk igjennom. Spørsmålet da gjenstår: Oppnådde elevene dybdelæring? At elevene oppnådde dybdelæring vil si at de forstår begrepene på tvers av temaer og kan relatere dette til tidligere kunnskap. Elevene ble vist overgangen fra planet til rommet fikk dermed utvidet begrep av skalarproduktet. Å forstå dette begrepet på tvers av emner blir litt sette fingeren på siden den dukker ikke opp utenfor matematikk pensumet. Den geometriske oppfattelsen av skalarproduktet som en projeksjon vil gi operasjonen en tolkning utenfor det algebraiske som blir vist i pensum.

[1] I dimensjon 7 eksisterer også kryssproduktet, men jeg unnlot å nevne dette. Kanskje litt mye special content knowlage og mer forvirring

I [Mercer, 2007] beskrives de positive sidene ved å ha en dialogisk undervisning i klasserommet. Selvom læreren stiller spørsmål underveis og skaper klassesamtale, har undervisningen hovedsaklig vært lærerstyrt. I følge [Drugli, 2012] vil en god lærer ha kompetanse i både fag og relasjonsbygning. Elevenes gode oppførsel og samspill gjør det lettere for læreren å prestere faglig godt. Forsatt vil det være ett viktig element at læreren har god klasseledelse. Fra [Helstad, 2014] vil god klasseledelse dreie seg rundt tre hovedpunkter:

1. Det første omhandler alt som har med praktisk organisering, struktur og rutiner.

   Innspillet fra praksisveileder om at vi bør planlegge hva som står på tavla var et godt forslag til å styrke nemlig dette. Vi merket at når det som stod på tavla var ryddigere, var det færre spørsmål underveis og elevene skrev gode notater ifra timen.

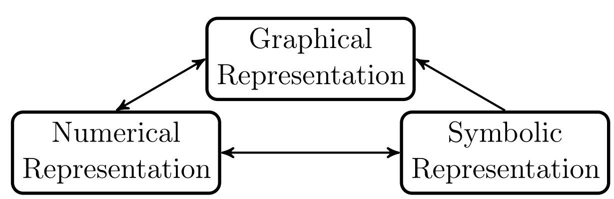
2. Det andre dreieser seg om relasjon mellom elev og lærer, samt ett godt klassemiljø.
   Grunnet alderen til elvene og siden R2 er ett programfag, er motivasjonen svært høy og elevene har en god tone seg imellom.

3. Det siste omhandler læreren som fagdidaktisk leder. Ved å komme med rike oppgaver og specialized content knowlage vil dette bygge en relasjon til elevene som at læreren er sterk i faget.

Derfor har vi fokusert på perspektivet med læreren som fagdidaktisk leder. Enn perspektivet rundt det relasjonelle mellom elev og lærer.
Timen bar også preg av at timene tradisjonell tavleundervisning som beskrevet i [Olafsen, 2015]. Ettersom praksisveileder ba oss planlegge hvordan tavlen skulle være strukturert samnt legge planer for dette. I disse planene delte vi tavla i tre og brukte de to første delene på gjennomgang av teori og den siste delen på å skrive ned identiteter samt gi en illustrasjon av hva det er vi jobbet med. Dette så ut til å fungere langt bedre enn de timene der hva som skulle stå på tavla ikke var planlagt like godt. Elevene møtte ikke på noen hinder når de skulle ta notater ifra det vi underviste.

I [Janvier, 1996] beskrives modellering innen likninger samnt funksjoner. Spesielt sentralt står begrepet *magnitude*, der den i denne artikkelen beskrives for tall samnt utvides til funksjonsbegrepet. I vår presentasjon utvider vi denne magnitude tolkningen til å også gjelde vektorer. I denne settingen vil dette være lengden av vektoren som vil gi denne abstrakte konstruksjonen magnitude og ved å vektlegge de geometriske egenskapene til kryssprodukt og skalarprodukt vil dette perspektivet dra fokuset vekk fra de algebraiske manipulasjonener og mot en konseptuell forståelse. Linæralgebra på videregåendes er en ideell rammeverk å bygge slike stilas.

Noe vi kunne ha gjort anderledes var å gi elevene mer detaljer rundt bevis av egenskapene til skalar og kryssproduktet. I det minste illustrert hvordan dette fungerer geometrisk. Slike observasjoner styrker lærerens plass som fagdidaktisk leder og gir elevene et nytt perspektiv på de algebraiske formlene [Har, 2009].



I [Heid, 1996] presenterer de den følgende diagrammet CAS verktøy kan skynde prosessen av læring av funksjoner. Legg merke til den ene pilen som kun går den ene veien mellom symbolsk representasjon og grafisk representasjon. Dette blir mer relevant når vektorer av funksjoner skal introduseres noen uker etterpå. For våre formål vil ett liknende diagram kunne tegnes mellom de tre representasjonene av vektorer de kjenner, nemlig

1. Representert i rommet,
2. Koordinat form,
3. Symbolske utrykk.

Ved å begynte oss av Geogebra til å konstruere geometriske objekter ved å definere vektorer håper vi å skynde oppfattelsen av disse konseptene.
Et nøkkelproblem innen dette tema et vil være å relatere det de lærer til den virkelige verden. I [Nemirovsky, 1996] bringes denne problematikken opp rundt mer elementær algebra. Her illustreres hvordan man kan illustrere eksponenter som grafer og ikke trivielle geometriske problemer rundt areal ved å finne formler. Har eleven akseptert at begreper som vinkeler og arealer er relevant for deres læring vil dermed pensumet vi går igjennom virke som om det har en relasjon med den virkelige verden. Å få elevene til å kjenne dette vil være en stor suksess, mest fordi dette er noe av det mer abstrakte selv i R2. Kjernen i problemet ligger i hvordan elevene oppfatter vektorenes representasjon. Problemer med hvordan tall blir representert og tolket er behandlet [Kilpatrik, 2001c] og vi sikter på å videreføre denne konseptuelle forståelsen av vektorer.

4 Videre utvikling

Et naturligs punkt vill vært å gå vekk fra den tradisjonelle lærerrollen med tavleundervisning og jobbe muligens med gruppeoppgaver. Overgangen mellom tavleundervisning og oppgaveregning kunne muligens bli gjort mer naturlig og flytende. I tilegg til dette burde det kanskje ha bli gitt flere oppgaver i litt mer variert vanskelighetsgrad. Viktigst i forhold oppgavene var kanskje å gi fasit til alle oppgavene utdelts, spesielt de enkle utregnings oppgavene med kryssprodukt siden det var enkelt å gjøre fortegnsfeil. Vi skulle benyttet sjangsen til å skape i større grad en konsolideringsituasjon i slutten av begge timene, der vi gikk igjen hva de hadde lært. Under timen satt vi av tid til å gå igjennom noen av de vanskeligere og mer illustrerende oppgavene, men dette fungerte ikke så godt og hadde derfor kanskje vært best med en repitisjon.

5 Konklusjon

I denne timen har jeg fulgt en klasse få introdusert to nye temaer innen vektoralgebra og tolket hvordan CAS og rike oppgaver påvirket undervisningen. Utføringen av dette var velykket og fungerte godt i klasserommet. Elevene fulgte godt da Geogebra ble brukt til å tegne illustrerende figurer, og det virket som om alle fikk til de enkle og middelsvansklige oppgavene. Utenom dette var det kanskje til tider vanskelig å engasjere klasse. Dette skyldes muligens at de nylig hadde hatt en prøve timen før.

References

M. P. G. Ball, D.L. Thames. Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of Teacher Education*, pages 389–407, 2008.

O. Björqvist. Matematisk problemlösing. In I. B. G. (red), editor, *Matematikdidaktik – ett nordisk perspektiv*, pages 115–132. Studentlitteratur, 2001.

M. B. Drugli. *Relasjonen lærer og elev. Avgjørende for elevens læring og trivsel.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk, 2012.

Y. B. Har. Teaching of algebra. In I. L. Y. . L.N., editor, *Teaching secondary school mathematics. A resourse book*, pages 25–50. Singaporte: McGraw Hill., 2009.

M. K. Heid. A technology-intensive functional approach to the emergence of algebraic thinking. In C. K. Nadine Bednarz and L. Lee, editors, *Approaches to algebra*, pages 225–236. Kluwer Academic Publishers, 1996.

M. Z. R. M. Heid, Thomas. How might computer algebra systems change the role of algebra in the school curriculum? *Third International Handbook of Mathematics Education*, 2013.

P. A. Helstad, K. Øiestad. *Klasseledelse - verktøy for ledelse og læring.* Bedre Skole, 2014.

C. Janvier. Modeling and the initiation into algebra. In C. K. Nadine Bednarz and L. Lee, editors, *Approaches to algebra*, pages 225–236. Kluwer Academic Publishers, 1996.

Kilpatrik. The strands of mathematical proficiency. In B. F. Jeremy Kilpatrick, Jane Swafford, editor, *Adding it up*, pages 115–155. National Academy Press, 2001a.

Kilpatrik. Developing mathematical proficiency beyond numbers. In B. F. Jeremy Kilpatrick, Jane Swafford, editor, *Adding it up*, pages 255–312. National Academy Press, 2001b.

Kilpatrik. Number:what is there to know? In B. F. Jeremy Kilpatrick, Jane Swafford, editor, *Adding it up*, pages 71–114. National Academy Press, 2001c.

K. Klette. Praktisk pedagogisk utdanning: En antologi. In I. R. J. K. . R. Säljö, editor, *Hva vet vi om god undervisning? Rapport fra klasseromsforskningen*, pages 173–200. Bergen: Fagbokforlaget, 2013.

M.-R. Lew, Fukawa-Connelly. Lectures in advanced mathematics. why students might not understand what the mathematics professors are conveying to say. *International Journal for Research in Mathematics Education*, 2016.

K. Mercer, N. Littleton. Dialogue and the development of children's thinking: A sociocultural approach. *London: Routledge.*, pages 34–82, 2007.

R. Nemirovsky. A functional approach to algebra: Two issues that emerge. In C. K. Nadine Bednarz and L. Lee, editors, *Approaches to algebra*, pages 225–236. Kluwer Academic Publishers, 1996.

T. Ogden. *Klasseledelse: Praksis, teori og forskning.* Oslo: Gyldendal Akademisk, 2012.

M. Olafsen, A.J. og Maugesten. *Matematikkdidaktikk. 2. utgave.* Oslo: Universitetsforlaget, 2015.

R. Säljö. *Læring: En introduksjon til perspektiver og metaforer.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk, 2016.

6 Vedlegg: Undervisningsopplegg

Første time

Tid	Hva skjer?	Hvordan skal dette skje?	Hvorfor skal det skje?
0-3 min	Oppstart av timen.	Få ro i klassen. Elevene setter seg faste sitteplasser. Ta fravær ved at elevene krysser seg av.	For å få oppmerksomheten og roen til elevene.
3-15 min	Gjennomgang av temaet. Læreren repiterer tidligere matriale, samt presentere elevene for skalarproduktet.	Elevene lytter og de som vil tar notater. Først vil noen minutter bli satt av tid til å snakke om vektorer og hva det vil si at vi har ett produkt av vektorer. Deretter vil skalarproduktet bli innført og egenskapene til dette produktet bli forklart. Så vil en eksempeloppgave bli gjennomgått.	Dette skal skjer for å formidle temaet. Læreren vil stille spørsmål på kritiske punkter for å gi dem en bedre forståelse samnt skape dialog i klassen. Deretter forklares det hvordan skalarproduktet vi innfører nå, likner på skalarproduktet i planet.
15-35 min	Elevene arbeider med oppgaver de har ifra ett ark Læreren har lagd. Læreren går rundt og hjelper elevene med oppgavene.	Eleven jobber med oppgavene. Hvis noen ikke forstår oppgaven eller trenger hjelp, rekker de opp hånda.	Dette gjøres for å styrke elevens forståelse av temaet som har blitt gjennomgang av læreren. Dette gir også læreren mulighet til å gjengi noe eleven ikke har forstått, eller som var uklart.
35-45 min	Læreren vil gjennomgå løsning på noen av de oppgavene elevene slet med. Samt gå igjennom hva timen handlet om.	Læreren gjennomgår oppgaver som elevene har slitt med eller de oppgavene som var mest instruktive. Elevene vil fortsette å arbeide med tidligere oppgaver, dersom de ikke ønsker å følge gjennomgangen.	Dette gjøres for konsolidering og gir i tillegg en mulighet for å oppklare noe elevene ikke har forstått.

Andre time

Tid	Hva skjer?	Hvordan skal dette skje?	Hvorfor skal det skje?
0-2 min	Oppstart av timen.	Få ro i klassen etter friminutt. Læreren vil få overblikk over hvem som er tilstedet.	For å få oppmerksomheten og roen til elevene.
2-15 min	Inroduksjon av kryssprodukt.	Etter elevene har fått roen, kan læreren gå igjennom prinsippene til kryssproduktet. Slik som hvordan kryss produktet gir en vektor ffra to vektorer, i motsetning til skalarproduktet som gir ett tall. Deretter vil det bli gjennomgått hvilke egenskaper dette produktet har, og den geometriske tolkningen.	Dette gjøre for å formidle stoffet til elevene. Spesielt viktig blir da den så kalte høyrehåndsregelen. Denne blir sentral i den geometriske tolkningen av kryssproduktet.
15-35 min	Arbeid med oppgaver.	Eleven jobber med oppgavene. Hvis noen ikke forstår oppgaven eller trenger hjelp, rekker de opp hånda.	Oppgavene vil fokusere på regneregler og determinant metode. I tilegg til formler for areal av trekanter.
35-45 min	Oppgaver løst på tavlen.	Læreren gjennomgår oppgaver som elevene har slitt med eller oppgavene som var me instruktive. Elevene vil fortsette å arbe med tidligere oppgav dersom de ikke ønske følge gjennomgangen.	Dette gjøres for konsolidering og gir i tillegg en mulighet for å oppklare noe elevene ikke har forstått.

7 Tileggspensum

Perspectives on learning (2004)
International Perspectives on learning and Teaching Mathematics
Gøteborg University

Adding it up (2001)
Jeremy Kilpatrick, Jane Swafford, Bradford Findell
National academy press

Number:What is there to know?
side 71-114

The strands of mathematical proficiency
side 115-155

Developing mathematical proficiency beyond numbers
side 255-312

Approaches to algebra (1996)
Kluwer academic publishers
Nadine Bednarz, Carolyn Kieran and Lesley Lee

Modeling and the initiation into algebra
Claude Janvier
side 225-236

A technology-intensive functional approach to the emergence of algebraic thinking
M. Kathleen Heid
side 239-258

A functional approach to algebra: Two issues that emerge
Ricardo Nemirovsky
side 295-371

<table>
<tr><td>Dato:
30 Oktober</td><td colspan="2">Trinn/klasse:
3. klasse</td><td>Varighet:
2 skoletimer</td><td>Time/tidspunkt:
13:00-14:45</td></tr>
<tr><td>Fag:
R2</td><td colspan="4">Kompetansemål (K06):
Utføre beregninger med tredimensjonale vektorer som er representert både geometrisk og på koordinatform.
Bruke og tolke skalar- og vektorproduktet i beregning av avstander, vinkler, areal og volum.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Læringsmål: (Hvilke kunnskaper og ferdigheter skal elevene tilegne seg i dette undervisningsopplegget?)
Geometrisk tolke regler ved vektorprodukt og skalarprodukt.
Bruke definisjonene og egenskapene til å løse problemer.</td><td colspan="3">Faglige begreper som tas opp i undervisningsopplegget:
Skalarprodukt, kryssprodukt, vinkelrett, vektor, trekantareal.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Andre mål for undervisningsopplegget:
Lære eleven om bruk av geogebra i dimensjon tre.</td><td colspan="3">Indikasjoner på at elevene har lært:
Oppgavene blir løst.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Digitale læringsressurser:
Geogebra</td><td colspan="3">Analoge læringsressurser (eks lærebøker):
Lærebøker, oppgaver læreren har lagd og tavle.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Lekser/hjemmearbeid (ved behov):</td><td colspan="3">Spesielle forhold i klassen som det bør tas hensyn til:
Ingen</td></tr>
</table>