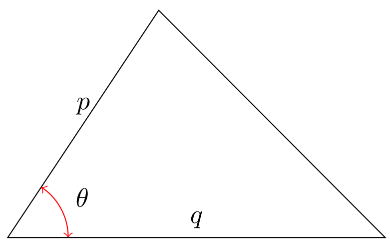
1T

1 Arealsetningen

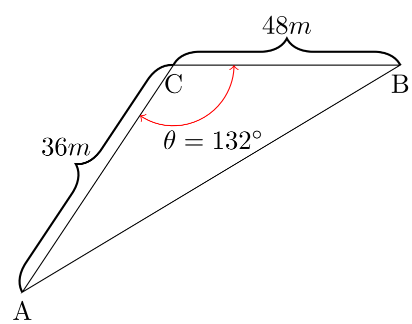
Idag skal vi lære om arealsetningen

Gitt en trekant ABC der vi kjenner lengdene $q = AB$, $p = AC$ der vinkelen mellom disse er θ, da har vi at arealet A er gitt ved:

$$A = \frac{1}{2}pq\sin\theta$$



1.1 Eksempel 1:



Vi vil regne ut arealet av tomta som er gitt i figuren ved siden av. Vi kjenner vinkelen mellom de to sidene samt lengen. Da bruker vi sinussetningen til å vise at :

$$A = \frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin\theta = \frac{1}{2}36 \cdot 48 \cdot \sin 132 \approx 640.$$

1.2 Bevis

Del beviset inn i 2 deler

1.2.1 $\theta < 90°$

- Trekk en linje h ned langs midten.
- Utrykk h ved hjelp av $\sin\theta$ og q.
- Plugg inn i formel for areal.

1.2.2 $\theta > 90°$

- Trekk en linje ned fra toppen og dann en rettviklet trekant.
- Finn h ved hjelp av supplementvinkelen til θ.
- plugg dette inn i formelen for areal.

1.3 Eksemepel 2

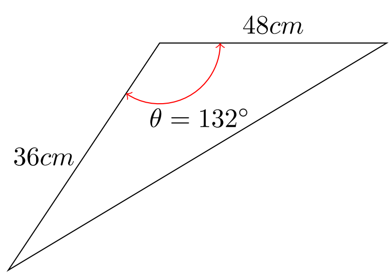
Finn alle trekanter ABC med areal lik $3.5cm$ der $AB = 3.2cm$ og $AC = 2.5cm$. Vi bruker formelen og finner at $\theta = 61°$ og finner supplementvinkelen.

2 Cosinus setningen

Gitt en trekant som ikke er nødvendigivis rettvinklet. Da har vi at:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\theta$$

2.1 Eksempel 1



I denne figuren kjenner vi to sider og vinkelen mellom sidene. Vi kan da bruke cosinussetningen til å finne ut av hva den siste siden må være.

$$\begin{aligned} x^2 &= 36^2 + 48^2 - 2 \cdot 36 \cdot 48 \cdot \cos 132° \approx 5912,5 \\ x &= \sqrt{5912,5} \approx 77 \end{aligned}$$

2.2 Bevis

Dette er kun bevist for $\theta < 90^{circ}$ For trekanten ABC der θ tilhører A

- Trekk først en linje ned fra C ned til A og la x være avastenden fra der denne linja treffer AB.

- Observer så at

$$b^2 = x^2 + h^2 \qquad \cos\theta = \frac{x}{b} \qquad x = b\cos\theta$$

Bruk pythagorias til å vise at $a^2 = h^2 + (c-x)^2$. Da får vi at $a^2 = h^2 + c^2 - 2cx + x^2 = b^2 + c^2 - 2cb\cos\theta$
For å komme frem til dette er stattet vi $h^2 + x^2$ med b^2 og brukte at $x = b\cos\theta$