

Techniques d'Egalisation

3 janvier 2012

Plan

- 1 Communications avec interférences symboles
- 2 Estimation de canal
- 3 Egalisation linéaire
- 4 Structures d'égalisation non linéaire
- 5 Maximum de Vraisemblance

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal émis en bande de base

On considère une modulation de type QAM d'ordre M .

$$s(t) = \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h_e(t - kT), \quad s_k \in \mathbb{C}$$

- $s_k = I_k + jQ_k$: séquence de symboles émis appartenant à une constellation M-QAM \mathcal{S} ($|\mathcal{S}| = M = 2^m$),
- T : période symbole,
- $h_e(t)$: filtre de mise en forme à l'émission.

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal émis en bande transposée (signal modulé)

$$\begin{aligned}
 \tilde{s}(t) &= \operatorname{Re}[s(t)e^{j2\pi f_0 t}] \\
 &= \operatorname{Re}[s(t)]\cos(2\pi f_0 t) - \operatorname{Im}[s(t)]\sin(2\pi f_0 t) \\
 &= I(t)\cos(2\pi f_0 t) - Q(t)\sin(2\pi f_0 t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

avec

- $I(t) = \sum_k i_k h_e(t - kT)$: signal en phase (PAM voie I),
- $Q(t) = \sum_k q_k h_e(t - kT)$: signal en quadrature (PAM voie Q),

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal reçu en bande transposée (signal modulé)

$$\begin{aligned}
 \tilde{r}(t) &= \alpha_0 \tilde{s}(t) + \sum_{l=1}^{L-1} \alpha_l \tilde{s}(t - \tau_l) + \tilde{b}(t) \\
 &= \operatorname{Re}[r(t)e^{j2\pi f_0 t}]
 \end{aligned} \tag{2}$$

avec $b(t)$: bruit blanc thermique Gaussien

$$\begin{aligned}
 \tilde{b}(t) &= \operatorname{Re}[b(t)e^{j2\pi f_0 t}] \\
 &= \operatorname{Re}[b(t)]\cos(2\pi f_0 t) - \operatorname{Im}[b(t)]\sin(2\pi f_0 t) \\
 &= b_i(t)\cos(2\pi f_0 t) - b_q(t)\sin(2\pi f_0 t)
 \end{aligned}$$

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Signal reçu équivalent en bande de base

$$\begin{aligned}
 r(t) &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k \left[\sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \exp(-j2\pi f_0 \tau_l) h_e(t - kT - \tau_l) \right] + b(t) \\
 &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h_c * h_e(t - kT) + b(t) \\
 &= h_c * s(t) + b(t)
 \end{aligned} \tag{3}$$

avec $h_c(t)$: canal de propagation *équivalent* en bande de base

$$\begin{aligned}
 h_c(t) &= \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l e^{-j2\pi f_0 \tau_l} \delta(t - \tau_l) \\
 H_c(f) &= \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l e^{-j2\pi f_0 \tau_l} e^{-j2\pi \tau_l f}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Canal à interférences entre symboles

Modélisation - Filtrage adapté blanchissant

Filtrage adapté et modèle équivalent bande de base

$$\begin{aligned}y(t) &= h_r * r(t) + h_r * b(t) \\&= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h_r * h_c * h_e(t - kT) + h_r * b(t) \\&= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h(t - kT) + b_r(t)\end{aligned}\tag{5}$$

avec $h(t) = h_r * h_c * h_e(t)$: enveloppe complexe du canal global
équivalent en bande de base

- Récepteur optimal : *Whitened Matched Filter* [Forney]

- 1 $h_r(t)$ est le filtre adapté à $g(t) = h_c * h_e(t)$,
- 2 échantillonnage au rythme symbole T_s , IES toujours présente et nécessité d'un filtre blanchissant,
- 3 détection au sens ML ou critère de détection sous-optimaux.

pas très réaliste dans un contexte canal $h_c(t)$ variable
rapidement en temps.

Canal à interférences entre symboles

Modélisation - Filtrage adapté partiel

Filtrage adapté et modèle équivalent bande de base

$$\begin{aligned}
 y(t) &= h_r * r(t) + h_r * b(t) \\
 &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h_r * h_c * h_e(t - kT) + h_r * b(t) \\
 &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h(t - kT) + b_r(t)
 \end{aligned} \tag{6}$$

avec $h(t) = h_r * h_c * h_e(t)$: enveloppe complexe du canal global
équivalent en bande de base

- Récepteur sous-optimal : *Partial Matched Filter*

- ① $h_r(t)$ est le filtre adapté à $h_e(t)$,
- ② échantillonnage au rythme symbole T_s , IES toujours présente, mais plus nécessité d'un filtre blanchissant,
- ③ détection au sens ML ou critère de détection sous-optimaux (égalisation linéaire).

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Modèle discret équivalent bande de base (Temps symbole)

$$\begin{aligned}
 y[n] &\triangleq y(nT) \\
 &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h((n-k)T) + b_r(nT) \\
 &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h_{n-k} + b[n]
 \end{aligned} \tag{7}$$

avec $h[n] = h_r * h_c * h_e(nT)$: réponse impulsionnelle discrète du canal équivalent en bande de base.

Canal à interférences entre symboles

Modélisation

Bruit échantillonné

$b_r(t)$ est Gaussien car filtré de $b(t)$, $b[n]$ non corrélés et Gaussiens donc indépendants

$$\overset{\circ}{\Gamma}_b(f) = N_0$$

$$\overset{\circ}{\Gamma}_{b_r}(f) = N_0 |H_e(f)|^2$$

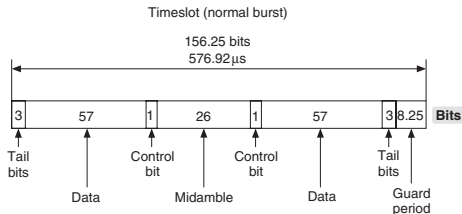
$$\gamma_b(p) = N_0 \delta(p) \quad (8)$$

Estimation de canal

Principe

Séquence d'apprentissage

- pour égaliser, nécessité de connaître une estimation de $h[n]$,
- utilisation de séquences pilotes dites d'apprentissage



Estimation de canal

Principe - inter-corrélation

Identification par inter-corrélation

- On suppose une séquence de symboles connus $s[n]$ i.i.d. tels que

$$\gamma_s(p) = \sigma_s^2 \delta(p)$$

- Calcul de de l'inter-corrélation entre $y[n] = \sum_k h_k s_{n-k} + b[n]$ et $s[n]$:

$$\gamma_{y,s}(p) = \mathbb{E}(y[n]s^*[n-p]) = \sigma_s^2 h[p]$$

- en pratique, $s[n]$ non réellement i.i.d., mais $s[n]$ doit donc avoir de bonnes propriétés d'auto-corrélation (séquences *pseudo-aléatoires*).

Estimation de canal

Principe - estimateur max. de vraisemblance

Modèle pour estimation

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{h} + \mathbf{b}$$

avec

- $\mathbf{y} = [y[0], \dots, y[N_{app} - 1]]$, $\mathbf{h} = [h[0], \dots, h[L - 1]]$,
 $\mathbf{b} = [b[0], \dots, b[N_{app} - 1]]$,

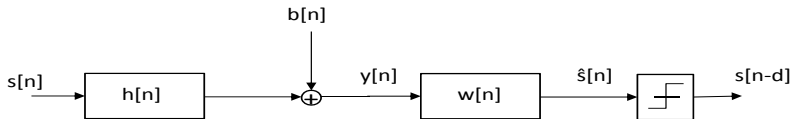
- $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_0 & s_{-1} & \dots & s_{-L+1} \\ s_1 & & & \\ \vdots & & & \\ s_{N_{app}-1} & s_{N_{app}-2} & \dots & s_{N_{app}-L} \end{pmatrix}$

Estimateur Maximum de vraisemblance

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{h}} &= (\mathbf{S}^\dagger \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^\dagger \mathbf{y} = \hat{\mathbf{R}}_s \hat{\Gamma}_{ys} \\ &= \mathbf{S}^\# \mathbf{y} \text{ (pseudo-inverse)} \end{aligned} \quad (9)$$

Egalisation linéaire

Principes



- $w[n]$ est un filtre dît égaliseur,
- différentes structures possibles : FIR ou IIR,
- différents critères d'optimisation pour la décision : ZF ou MMSE (Wiener).

Egalisation linéaire

Critère zéro-forcing (ZF) : imposer les IES nulles en absence de bruit

structure non contrainte

En Temporel

Domaine transformé en Z

$$\hat{s}[n] = w_{ZF} * y(n) = s[n - d] \iff \hat{s}(z) = w_{ZF}(z)h(z)s(z) = s(z)z^{-d}$$

$$w_{zf} * h[n] = \delta[n - d] \iff w_{zf}(z) = \frac{z^{-d}}{h(z)}$$

structure contrainte FIR (sans délai) : $w_{zf} = \{w_k, k = -N \dots + N\}$

$$w_{zf} * h[n] = \sum_{k=-N}^N w_k h_{n-k} = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n = \pm 1, \dots, \pm N \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} h[0] & \dots & \dots & h[-N] & \dots & \dots & h[-2N] \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ h[N-1] & \dots & & h[-1] & \dots & & h[-N-1] \\ h[N] & \dots & & h[0] & \dots & & h[-N] \\ h[N+1] & \dots & & h[1] & \dots & & h[-N+1] \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \\ h[2N] & \dots & & h[N] & \dots & & h[0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{-N} \\ \vdots \\ w_{-1} \\ w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Egalisation linéaire

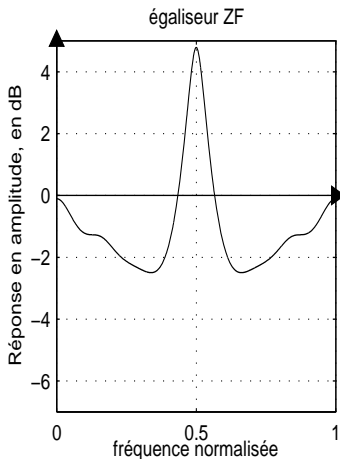
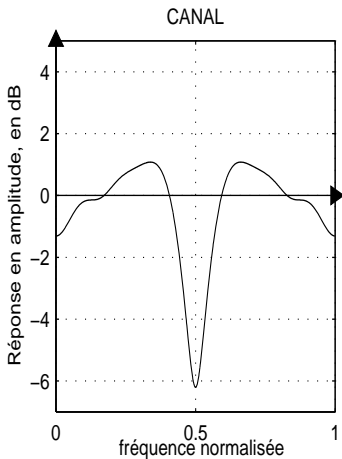
Critère zéro-forcing (ZF) - Analyse en présence de bruit

structure non contrainte	
En Temporel	Domaine fréquentiel
$\hat{s}[n] = s[n - d] + \underbrace{w_{ZF} * b[n]}_{b_f[n]}$	$\overset{\circ}{\gamma}_{b_f}(\nu) = \sigma_b^2 \left \overset{\circ}{w}_{zf}(\nu) \right ^2$ \Downarrow $\sigma_{b_f}^2 = \sigma_b^2 \int_{[1]} \frac{1}{ \overset{\circ}{h}(\nu) ^2} d\nu$
structure contrainte FIR (sans délai)	
$b_f[n] = \sum_{k=-N}^N w_k b_{n-k}$	$\sigma_{b_f}^2 = \sigma_b^2 \sum_{k=-N}^N w_k ^2 = \sigma_b^2 E_w$

- **Amplification du bruit** : si $\exists \nu_0 \in [0, 1]$, tel que $\overset{\circ}{h}(\nu_0) = 0$, le gain du filtre ZF peut devenir infini et donc la puissance de bruit filtré est peut être très grande,
- faible complexité mais forte amplification du bruit

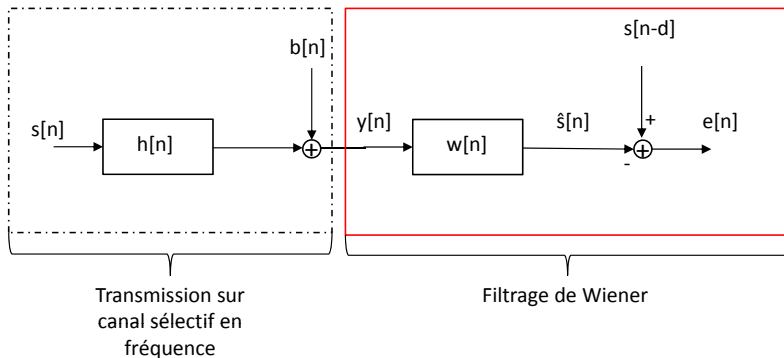
Egalisation linéaire

Critère zéro-forcing (ZF) - Illustration



Egalisation linéaire

Critère EQMM - filtrage de Wiener pour l'égalisation



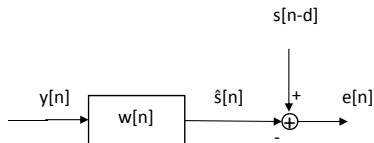
Filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation

Trouver le filtre optimal $w_{opt}(z)$ qui minimiser la fonction de coût

$$J_w = \mathbb{E} (|e[n]|^2), \quad e[n] = s[n-d] - \hat{s}[n], \quad s[n] = w * y[n]$$

Egalisation linéaire

Critère EQMM - filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation



Filtrage de Wiener : cadre générale

Trouver le filtre optimal $w_{opt}(z)$ qui minimiser la fonction de coût

$$J(\mathbf{w}) = \mathbb{E} (|e[n]|^2) , e[n] = s[n-d] - \hat{s}[n]$$

Egalisation linéaire

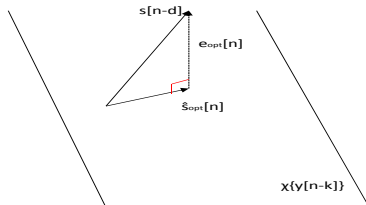
Critère EQMM - filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation

Principe d'orthogonalité

$$\text{CNS : } \mathbb{E}(e_{\text{opt}}[n]y[n-k]^*) = 0, \forall k \in \mathbb{Z}$$

Interprétation géométrique

- Opérateur $\mathbb{E}(XY^*) = \langle X, Y \rangle$ définit un produit scalaire sur $\mathcal{H} = L^2(\Omega)$ si variables centrées,
- l'erreur optimale est donc obtenue si elle est orthogonale à l'espace des observations (meilleure estimation obtenue)



Egalisation linéaire

Critère EQMM - filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation

Wiener non contraint

- Expression du filtre de Wiener non contraint :

Domaine en z : $w_{\infty}(z) = \frac{\sigma_s^2 z^{-d} h^*(z^{-1})}{\sigma_s^2 h(z) h^*(z^{-1}) + \sigma_b^2}$

avec $h^*(z) = \sum_n h^*(n) z^{-n}$

Domaine fréquentiel : $\overset{\circ}{w}_{\infty}(\nu) = e^{-j2\pi\nu d} \frac{\sigma_s^2 \overset{\circ}{h}^*(\nu)}{\sigma_s^2 |\overset{\circ}{h}(\nu)|^2 + \sigma_b^2}$

- Equivalence à fort SNR avec le filtre ZF :

$$w_{\infty}(z) \approx w_{zf}(z)$$

Egalisation linéaire

Critère EQMM - filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation

Wiener RIF de taille N

$$\hat{s}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} w_k y_{n-k} \text{ et } \mathbb{E}(e_{opt}[n]y[n-p]^*) = 0, \forall p \in [0, N-1]$$

- Expression générale :

$$R_y \mathbf{w} = [(\gamma_{sy}(p-d))_{p=0 \dots N-1}] = \Gamma_{sy}$$

- Expression détaillée :

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{H} \mathbf{S}_n + \mathbf{B}_n$$

$$\mathbf{w} = \sigma_s^2 (\sigma_s^2 \mathbf{H}^* \mathbf{H}^\top + \sigma_b^2)^{-1} \mathbf{H}^* \mathbf{1}_d$$

$$\mathbf{1}_d = [0 \dots 0 \quad \underbrace{1}_{\text{position } d} \quad 0 \dots 0]^\top$$

Egalisation linéaire

Critère EQMM - filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation

Modèle matriciel détaillé 1/2

$$\mathbf{Y}_n = [y[n] \ \dots \ y[n - N + 1]]^\top$$

$$\mathbf{B}_n = [b[n] \ \dots \ b[n - N + 1]]^\top$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h[0] & \dots & h[L-1] & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & h[0] & \dots & h[L-1] & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & h[0] & \dots & h[L-1] \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}_n = [s[n] \ \dots \ s[n - N - L + 2]]^\top$$

Egalisation linéaire

Critère EQMM - filtrage de Wiener appliquée à l'égalisation

Modèle matriciel détaillé 2/2

$$\mathbf{R}_y = \begin{pmatrix} \gamma_Y(0) & \gamma_Y(-1) & \cdots & \gamma_Y(-N+1) \\ \gamma_Y(1) & \gamma_Y(0) & \cdots & \gamma_Y(-N+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_Y(N-1) & \gamma_Y(N-2) & \cdots & \gamma_Y(0) \end{pmatrix} = \mathbb{E}(\mathbf{Y}_n^* \mathbf{Y}_n^T)$$

$$\Gamma_{sy} = [(\gamma_{sy}(p-d))_{p=0 \dots N-1}] = \mathbb{E}(s[n-d] \mathbf{Y}_n^*)$$

Erreur quadratique moyenne minimum et décomposition du critère

$$J(\mathbf{w}) = \sigma_s^2 + \mathbf{w}^\dagger \mathbf{R}_y \mathbf{w} - 2\text{Re}(\mathbf{w}^\dagger \Gamma_{sy})$$

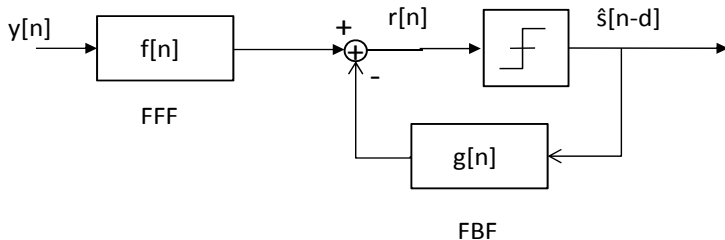
↓

$$\sigma_{e,\text{opt}}^2 = \sigma_s^2 - \Gamma_{sy}^\dagger \mathbf{w} = \sigma_s^2 - \mathbf{w}^\dagger \Gamma_{sy}$$

$$= \sigma_s^2 - \mathbf{w}^\dagger \mathbf{R}_y \mathbf{w} = \sigma_s^2 \left(1 - \underbrace{\mathbf{w}^\dagger \mathbf{H}^* \mathbf{H}^\dagger \mathbf{w}}_{\text{IES}} - \underbrace{\text{snr}^{-1} \|\mathbf{w}\|^2}_{\text{bruit}} \right)$$

Egalisation non linéaire

Decision feedback Equalization(DFE) : principe



DFE : data-aided equalization

- **Motivation** : Le filtrage linéaire classique peut laisser de l'IES résiduelle,
- **Idée** : Utiliser les *décisions* précédentes pour éliminer en partie cette IES résiduelle,
- **Structure** : Egaliseur non linéaire par nature.
- **Question** : comment choisir les filtres $f[n]$ et $g[n]$

Egalisation non linéaire

Decision feedback Equalization(DFE) : principe

Block DFE : Modélisation matricielle pour critère MMSE

$$r[n] = \mathbf{F}^\top \mathbf{Y}_n - \mathbf{G}^\top \hat{\mathbf{S}}_{n-d-1} = \mathbf{w}^\top \tilde{\mathbf{Y}}_n$$

$$\mathbf{F} = [f_0, \dots, f_{N-1}]^\top$$

$$\mathbf{G} = [g_1, \dots, g_{M-1}]^\top$$

$r[n]$ ne dépend que des symboles passés $\hat{s}(n-d-k)$

$$\mathbf{Y}_n = [y[n], \dots, y[n-N+1]]^\top, \hat{\mathbf{S}}_{n-d-1} = [\hat{s}[n-d-1], \dots, \hat{s}[n-d-M+1]]^\top$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_n = [\mathbf{Y}_n^\top, -\hat{\mathbf{S}}_{n-d-1}^\top]^\top$$

Optimisation avec critère MMSE

Trouver les filtres optimaux $f_{opt}[n]$ et $g_{opt}[n]$ qui minimisent la fonction de coût

$$J(\mathbf{w}) = \mathbb{E} (|e[n]|^2), \quad e[n] = s[n-d] - r[n]$$

Egalisation non linéaire

Decision feedback Equalization(DFE) : principe

Optimisation avec critère MMSE, suite

- **Résolution** : Le problème initial revient au problème classique de Wiener consistant à optimiser le filtre \mathbf{w} avec comme vecteur d'observations étendu $\tilde{\mathbf{Y}}_n$:

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{Y}}} \mathbf{w} = \Gamma_{s\tilde{\mathbf{Y}}}$$

avec

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{Y}}} = \mathbb{E}(\tilde{\mathbf{Y}}_n^* \tilde{\mathbf{Y}}_n^\top), \Gamma_{s\tilde{\mathbf{Y}}} = \mathbb{E}(s[n-d] \tilde{\mathbf{Y}}_n^*)$$

- **Problème** : $\tilde{\mathbf{Y}}_n$ dépend de $\hat{\mathbf{S}}_{n-d-1}$ dont on connaît difficilement les propriétés statistiques du fait de la non linéarité,
- **Hypothèse de travail (approx. Fort SNR)** : les symboles décidés sont tous corrects,

$$\hat{\mathbf{S}}_{n-d-1} = \mathbf{S}_{n-d-1}$$

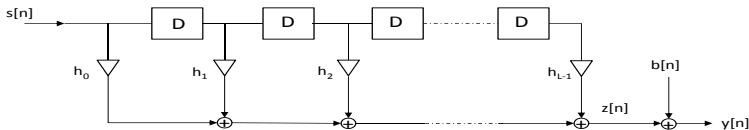
⇒ dans ce cas on peut expliciter les différents termes et on peut résoudre (voir TD).

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Modèle discret équivalent bande de base

$$\begin{aligned} y[n] &= \sum_{k \in \mathbb{N}} s_k h_{n-k} + b[n] \\ &= \sum_{k=0}^{L_h-1} h[k] s[n-k] + b[n] \end{aligned} \quad (10)$$

$$= h_0 s[n] + \underbrace{\sum_{k=1}^{L_h-1} h[k] s[n-k]}_{IES} + b[n] \quad (11)$$



Décodage par Maximum de Vraisemblance

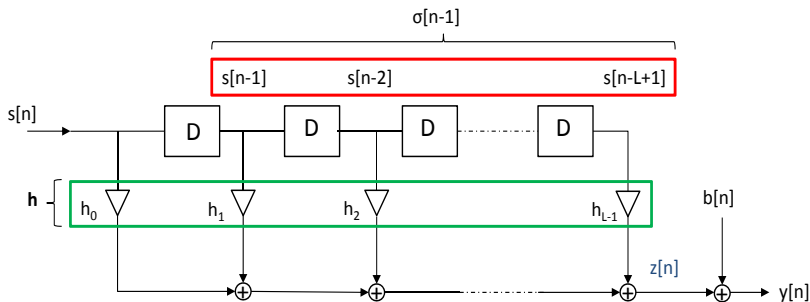
Critère de décodage MLSE

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{s}} &= \arg \max_{\mathbf{s}'} p(\mathbf{y}|\mathbf{s}') \\
 &= \arg \max_{\mathbf{s}'} \prod_n p(y_n|\mathbf{s}') \\
 &= \arg \min_{\{\mathbf{s}_n\}} \sum_n |y_n - \sum_{k=0}^{L-1} h_k s_{n-k}|^2
 \end{aligned}$$

- $\mathbf{s} = [s_1 s_2 \dots s_N]$, $\mathbf{y} = [y_1 y_2 \dots y_N]$, $y[n] \sim \mathcal{N}(\sum_k h_k s_{n-k}, N_0)$,
- la séquence optimale est celle qui minimise la distance euclidienne la plus faible.
- utilisation de la structure markovienne du canal pour réaliser un décodage MLSE avec complexité raisonnable.

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Modèle convolutif et Représentation d'état



$$\begin{aligned}
 y[n] &= \mathbf{h}^T \begin{bmatrix} s_n \\ \sigma_{n-1} \end{bmatrix} + b[n] \\
 &= z[n] + b[n]
 \end{aligned}$$

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Représentation en treillis

- Représentation fonctionnelle associée :

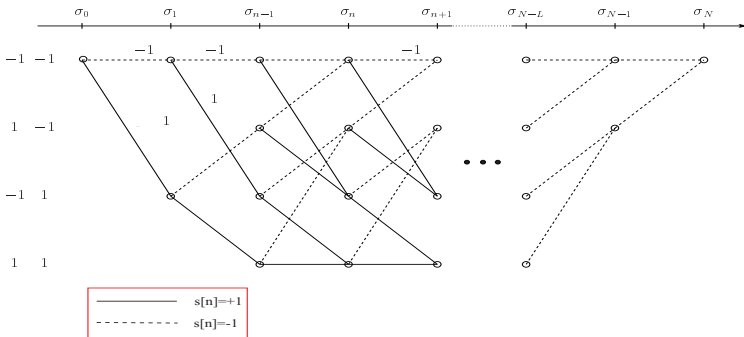
- Equation d'évolution : passage d'un état à σ_{n-1} à σ_n .

$$\sigma_n = F_1(\sigma_{n-1}, s_n)$$

- Equation d'observation : génération des sorties observables

$$z_n = \sum_{k=0}^{L-1} h_k s_{n-k}$$

$$z_n = F_2(\sigma_{n-1}, s_n) = F_3(\sigma_{n-1}, \sigma_n)$$



Décodage par Maximum de Vraisemblance

Représentation en treillis

propriétés

- Chaque chemin sur le treillis représente une séquence de symboles émis possibles :

séquence MLSE \Leftrightarrow chemin le plus probable, ie
de plus petite distance euclidienne
cumulée sur le treillis

- Idée de Viterbi : utiliser la structure du treillis pour énumérer et sélectionner “intelligemment” les candidats.
- Ceci est possible en remarquant que

$$\{s[n] | n = 1 \dots N\} \iff \{\sigma[n] | n = 0 \dots N\}$$

Espace des séquences

Espaces des Etats

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Algorithme de Viterbi

MLSE revisité

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{s}} &= \arg \min_{\{\mathbf{s}_n\}} \sum_n |y_n - \sum_{k=0}^{L-1} h_k \mathbf{s}_{n-k}|^2 \\ &\quad \Updownarrow \\ \hat{\mathbf{s}} &= \arg \min_{\{\sigma_n\}} \sum_n |y_n - z_n(\sigma_{n-1}, \sigma_n)|^2\end{aligned}$$

Pour la section de treillis n , à l'état $\sigma_n(\mathbf{s})$, on peut écrire

$$\begin{aligned}\Lambda_n(\sigma_n) &= \operatorname{argmin}_{\{\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}, \sigma_n\}} \sum_{k=0}^n |y_k - z_k(\sigma_{k-1}, \sigma_k)|^2 \\ &= \operatorname{argmin}_{\{\sigma_{n-1} \rightarrow \sigma_n\}} \left\{ \operatorname{argmin}_{\{\sigma_0, \dots, \sigma_{n-1}\}} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} |y_k - z_k|^2 \right\} + |y_n - z_n(\sigma_{n-1}, \sigma_n)|^2 \right\} \\ &= \operatorname{argmin}_{\underbrace{\{\sigma_{n-1} \rightarrow \sigma_n\}}_{\text{transitions possibles}}} \{ \Lambda_{n-1}(\sigma_{n-1}) + \lambda_n(\sigma_{n-1}, \sigma_n) \}\end{aligned}$$

transitions possibles

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Algorithme de Viterbi

Algorithme de Viterbi

- Pour chaque section n ($n = 1 \dots N$), pour chaque état $\sigma_n = s$ ($s = 0 \dots |S|$) :

- 1 calculer Λ_n tel que

$$\Lambda_n(\sigma_n) = \underset{\{\sigma_{n-1} \rightarrow \sigma_n\}}{\operatorname{argmin}} \{ \Lambda_{n-1}(\sigma_{n-1}) + \lambda_n(\sigma_{n-1}, \sigma_n) \}$$

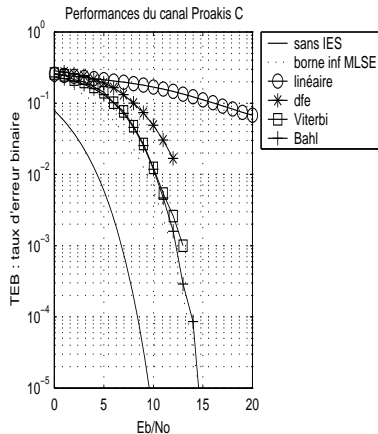
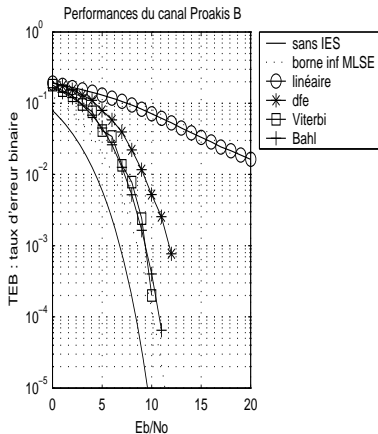
- 2 stocker l'état précédent σ_{n-1} (pour chaque état σ_n , on peut donc associer une séquence $\{\sigma_0, \dots, \sigma_n\}$ de distance euclidienne $\Lambda_n(\sigma_n)$)

- A la fin du treillis, il ne reste plus que $|S|$ chemins possibles, alors par parcours arrière des états du treillis

$$\hat{\mathbf{s}} = \left\{ \sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_{N-1}, \sigma_N \mid \underset{\sigma_N}{\operatorname{argmin}} \{ \Lambda_N(\sigma_N) \} \right\}$$

Décodage par Maximum de Vraisemblance

Algorithme de Viterbi : performance



Bibliographie

- B. P. Lathi and Zhi Ding, Modern Digital and Analog Communication Systems, Oxford University Press, 2009.
- John Barry, Edward Lee, David Merserschnitt, Digital Communications, Kluwer Academic Publisher, Third edition.
- Andreas F. Molisch, Wireless Communications, 2nd Edition, IEEE Press-Wiley, 2010.
- Digital Communications, 4th edition, John G. Proakis, Mc Graw-Hill.
- J. Choi, Adaptive and Iterative Signal Processing in Communications, Cambridge University Press, 2006.
- Zhi Ding and Ye Li, Blind Equalization and Identification , Marcel Dekker, New York, 2001.