Codes LDPC

4 novembre 2011

Plan

Plan

Codes LDPC

Introduction

- $\boxed{1963}$: Gallager, codes LDPC régulier, décodeur A et B
- $\boxed{1981}$: Tanner, codes définis sur les graphes.
- $\boxed{1995}$: MacKay, décodage par BP
- $\boxed{2001}$: Richardson et Urbanke, codes LDPC irréguliers et évolutions de densités.

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Introduction

Définition

$$\mathcal{C}_H = \{\mathbf{c} \in GF(2)^{\times N} | H.\mathbf{c}^\top = \mathbf{0}\}$$

- H est la matrice de parité du code de taille $M \times N$,
- Si H de rang plein : $R = K/N$ avec $K = N - M$,
- Equations de parité : $\bigoplus_{j:h_{ij}\neq 0} c_j = 0, \quad \forall i = 1 \dots M$,
- H est dîte à faible densité si

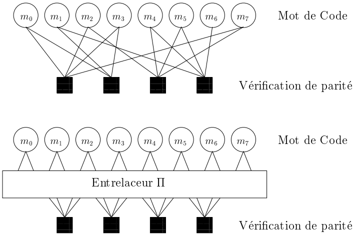
$$\frac{\text{éléments non nuls}}{N.M} \underset{N \mapsto +\infty}{\longrightarrow} 0$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Représentation

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice de Parité



Graphe bipartite associé dît de Tanner

Graphe de Tanner

- Noeuds de variables : associés au bits du mot de codes,
- Noeuds de parité : associés au équations de parités,
- branches : lien entre noeuds de variables et noeuds de parité. Un noeud de variable n sera connecté au noeud de parité m si $h_{mn} = 1$ dans la matrice.

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes LDPC réguliers

- Paramètres : (d_v, d_c),
- d_v : nombre de $'1'$ par colonne,
- d_c : nombre de $'1'$ par ligne,
- $R \geq 1 - d_v/d_c$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrice de Parité $(2, d_c)$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes LDPC irréguliers

- Polynômes associés aux nœuds de variables et de parité :

$$\lambda(x) = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i x^{i-1} \quad \rho(x) = \sum_{j=2}^{d_c} \rho_j x^{j-1}$$

avec

  - λ_i : proportion de branches connectées à un nœud de variable de degré i,
  - d_v : nombre maximum de branches connectées à un nœud de variable,
  - ρ_j : proportion de branches connectées à un nœud de parité de degré j,
  - d_c : nombre maximum de branches connectées à un nœud de contrainte de parité,

- Rendement :

$$R \geq 1 - \frac{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j / j}{\sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i / i} \tag{1}$$

Plan

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Décodage par Propagation de croyance (Belief Propagation, BP)

Décodage itératif des codes LDPC

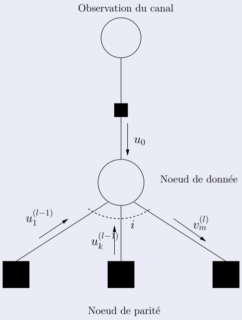
- Décodage par Maximum de vraisemblance trop complexe,
- Mise en oeuvre d'un algorithme itératif de décodage : algorithme de propagation de croyances (Belief Porpagation, BP) par mise à jour successive de "messages" (croyances) en sortie de noeud de variables et de parité,
- Hypothèses : entrelacement parfait
  $\Rightarrow$ les messages arrivant à un noeud de variable ou de parité sont considérés comme indépendants
  $\Rightarrow$ hypothèse d'**arbre local** qui permet un calcul explicite des messages (probabilités ou log-rapport de probabilités (LLR)) transitant sur les branches du graphe de Tanner associé,
- les messages transitant sur le graphe sont par nature extrinsèques,
- Algorithme BP : algorithme itératif sous-optimal à relativement faible complexité.

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Décodage par Propagation de croyance

Mise à jour des noeuds de variables

les messages considérés sont des LLR $v = \log(\frac{p(c=0|\{z\})}{p(c=1|\{z\})})$



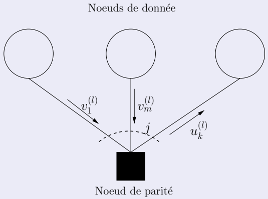
$$v_m^{(l)} = u_0 + \sum_{k=1,k\neq m}^{i} u_k^{(l-1)}, \forall m = 1 \dots i$$
$$u_0 = \log(\frac{p(x=0|y)}{p(x=1|y)}) = \log(\frac{p(y|x=0)}{p(y|x=1)})$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Décodage par Propagation de croyance

Mise à jour des noeuds de parité

les messages considérés sont des LLR $u = log(\frac{p(c'=0|\{z'\})}{p(c'=1|\{z'\})})$



$$\tanh \frac{u_k^{(l)}}{2} = \prod_{m=1,m\neq k}^{j} \tanh \frac{v_m^{(l)}}{2}, \forall k = 1 \ldots j$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Décodage par Propagation de croyance

Décodage et décision

$$v_{\mathrm{app},n} = u_0 + \sum_{k=1}^{i} u_k^{(L)}, \forall n = 1 \dots N$$

$$\hat{m}_n = \frac{1 - \mathrm{sign}(v_{\mathrm{app},n})}{2}, \forall n = 1 \dots N$$

Messages initiaux pour différents canaux

- BEC : $u_0 \in \{+\infty, -\infty, 0\}$,
- BSC : $u_0 = (-1)^{y[n]} \log(\frac{1-p}{p})$,
- Gaussien : $u_0 = \frac{2}{\sigma_b^2} y[n]$,

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Algorithme BP simplifié : Min-Sum

$$u_k^{(l)} = \left[\prod_{m=1, m\neq k}^{j} \operatorname{sign}(v_m^{(l)})\right] \left[\min_{m\neq k}\left(|v_m^{(l)}|\right)\right], \forall k = 1 \ldots j$$

Algorithme Min-Sum atténué

$$u_k^{(l)} = \alpha_k^{(l)} \left[\prod_{m=1, m\neq k}^{j} \operatorname{sign}(v_m^{(l)})\right] \left[\min_{m\neq k}\left(|v_m^{(l)}|\right)\right], \forall k = 1 \ldots j$$

$0 < \alpha < 1$ est un facteur d'atténuation, éventuellement variable.

Algorithme Min-Sum avec offset

$$u_k^{(l)} = \left[\prod_{m=1, m\neq k}^{j} \operatorname{sign}(v_m^{(l)})\right] \left[\max\left\{\min_{m\neq k}\left(|v_m^{(l)}|\right) - \beta, 0\right\}\right], \forall k = 1 \ldots j$$

$0 < \alpha < 1$ est un facteur d'atténuation, éventuellement variable.

Plan

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes LDPC Quasi-Cycliques : un exemple

$$
= \left[\begin{array}{ccccc|ccccc|ccccc|ccccc}
1&0&1&0&0&1&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&1&0&1&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&1&0&0&0&1&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&1&0&0&0&1&1&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
\hdashline
1&1&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&1&1&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0\\
0&0&1&1&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&1&1&0&1&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\
1&0&0&0&1&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1
\end{array}\right].
$$

Matrice de Parité d’un code quasi-cyclique

$$
\left.\begin{array}{l}
\mathbf{c} = [00110|01100|10000|00011] \\
\tilde{\mathbf{c}} = [00011|00110|01000|10001]
\end{array}\right\} \text{deux mots de codes}
$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes Quasi-cycliques : définitions et propriétés

Définitions

1. chaque mot de code de taille $N = n \times L$ comportent n sections de L bits,
2. toute permutation circulaire des mots de codes restreinte à la longueur d’une section est un mot de code.

Représentation

- **Matrice polynomiale :** ces matrices peuvent être représentées par une matrice dîte polynomiale dont les éléments sont des polynômes associés à la matrice de permutation,

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & & & & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes Quasi-cycliques : définitions et propriétés

Exemple :

$$H = \begin{pmatrix} I+P^2 & I+P^4 & I & 0 \\ I+P & P+P^3 & 0 & I \end{pmatrix}$$

Définitions

- Matrice de base : on peut associer à la matrice H une matrice de base H_B dont les éléments sont le nombre de monômes à chaque éléments non nul de taille $L \times L$,
- Ordre de lift/extension/expansion : on dît que H est obtenue par extension ou "lifting" de H_B d'ordre L.

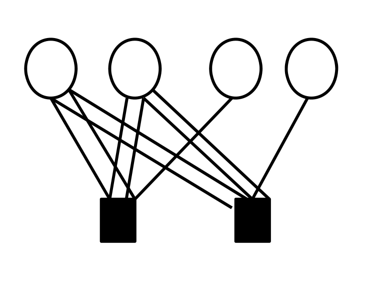
$$H_B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes Quasi-cycliques : définitions et propriétés

Représentation par protographes

- on peut associer un graphe de Tanner à H_B qui représente la description synthétique des connections de H,
- le graphe résultant est appelé protographe (projected-graph),



Représentation du graphe projeté (protographe)

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes Quasi-cycliques : intérêts pratiques

- le codage peut être réalisé de manière linéaire en temps car la matrice génératrice peut être réalisée à l’aide de simples registres à décalage,
- representation de H simplifiée par utilisation conjointe de la matrice de base et des polynômes associés à l’extension,
- le décodage peut-être réalisé de manière fortement parallélisée
$\Rightarrow$ codes ayant en général un très bon compromis complexité/performance
$\Rightarrow$ de facto, le type de codes utilisés dans les standards

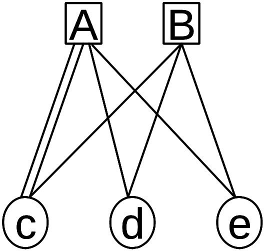
Plan

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes basés protographes : définition

Définition

Protographe = graphe bipartite de petite taille à partir duquel on construit un graphe plus grand par une procédure dîte de “copies et permutations”

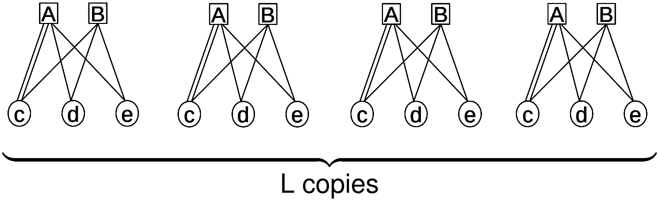


Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes basés protographes : construction

Etape de copie

1. le protographe est recopié L fois pour obtenir L répliques.
2. L est choisi de manière arbitraire pour obtenir la taille de mot de code souhaitée $N = n$.

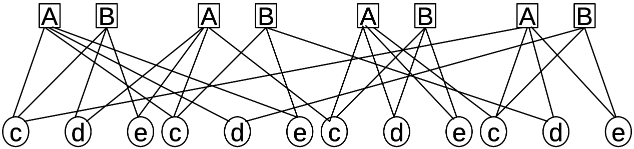


Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes basés protographes : construction

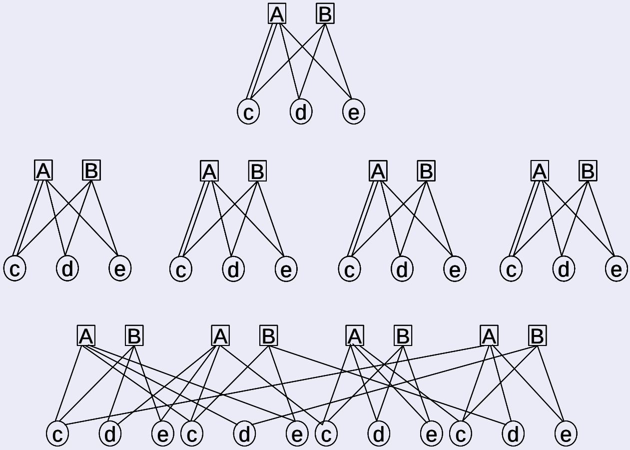
Etape de permutations

1. les branches des différentes répliques sont permutées entre les différentes répliques,
2. contrainte de permutation : si un nœud de variable V_j est relié avec un nœud de contrainte C_i dans le protographe, le nœud V_j de chaque réplique ne pourra être connecté qu'à un des L nœuds C_i de chaque réplique,



Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes basés Protographes



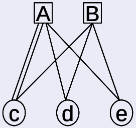
Représentation complète de la procédure de construction

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes basés Protographes : propriétés

Propriétés

- si les permutations sont définies à l'aide de matrices circulantes alors ont obtient un code QC-LDPC,
- le protographe peut être également décrit par sa matrice d'adjacence ou matrice de base H_B,



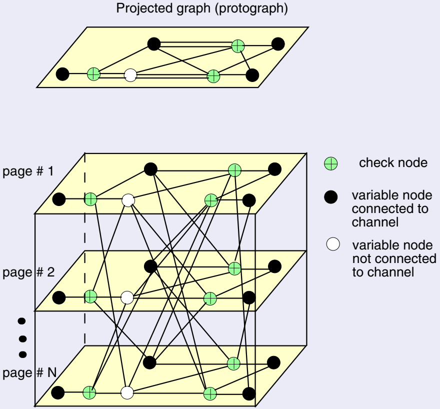
$$H_B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

architecture hautement paralélisable et encodage aisé si QC,

codes protographes = codes LDPC dîts structurés

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes basés Protographes



Représentation d’un protographe comme un graphe projeté

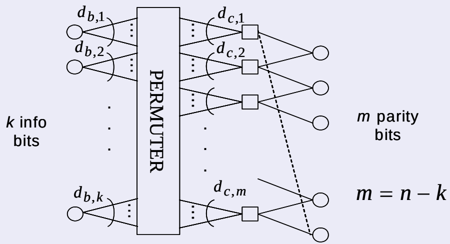
Plan

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes Irregular Repeat Accumulate

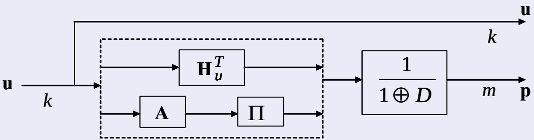
Structure

(a)



(b)

	$d_{b,i}$	$d_{c,j}$	$m = n - k$
RA	q	1	$m > k,\ m = qk$
IRA	variable	variable	$m \geq 1,\ k \geq 1$



Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes Irregular Repeat Accumulate

Structure

- structure IRA classique : $H = [H_u H_p]$, H_u matrice de permutation

$$H_p = \begin{bmatrix} 1 & & & & (1) \\ 1 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & 1 & 1 & \\ & & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- structure QC-IRA : $H_{QC} = [H_{p,QC} H_{p,QC}]$

$$H_{p,QC} = \begin{bmatrix} I & & & & P \\ I & I & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & I & I & \\ & & & I & I \end{bmatrix}$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

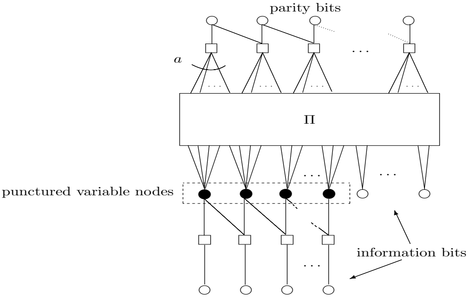
Codes Irregular Repeat Accumulate

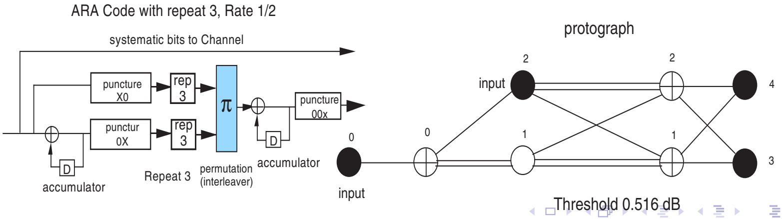
Standardisation

- ETSI DVB-S2 : codes LDPC IRA, $N = 64800, 16200$. $R = 1/4, \cdots, 9/10$.
- IEEE 802.11n et 802.16e : codes type QC-IRA avec accumulateur modifié pour encodage aisé.

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

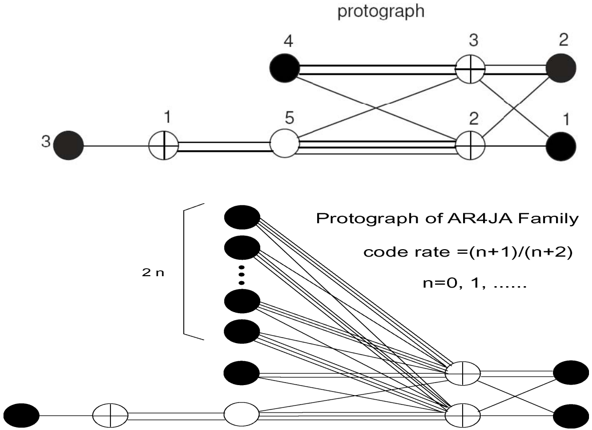
Codes Accumulate Repeat Accumulate (ARA)





Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes ARJA (Accumulate Repeat Jagged Accumulate), proposition CCSDS



Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Codes ARJA : performances

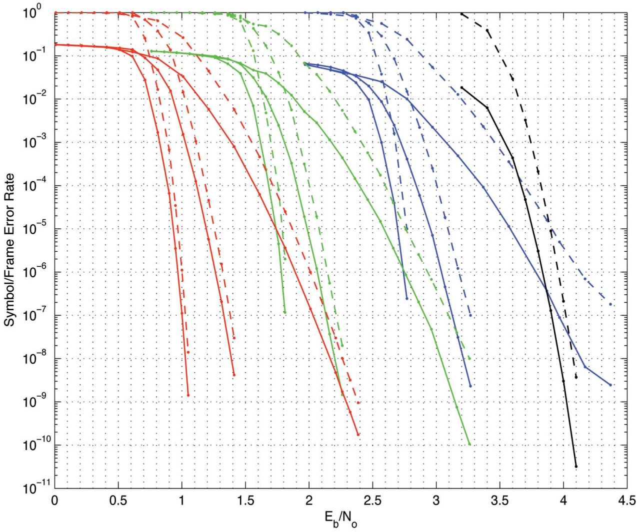
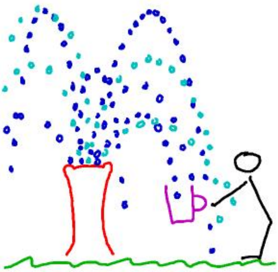


Fig. 13. ***Bit error rate (solid) and codeword error rate (dashed) for nine AR4JA codes and C_2, with code rates 1/2 (red), 2/3 (green), 4/5 (blue), and 0.8752 (black); and blocklengths $k = 16\,384, 4096, 1024$ (left to right in each group), and 7156 (code C_2).***

Problématique

Codes Fontaines [Byers99] :

- Avec K **symboles d'entrée** (info.), l'émetteur génère une suite “illimitée” de **symboles de sortie**.
- Un récepteur peut décoder n'importe quel sous-ensemble de $K(1+\epsilon)$ symboles de sortie reçus.
- Application : transmission multicast.

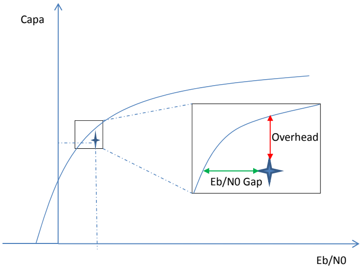


Copyright Pr. David J.C. MacKay's website

Codes *sans rendement*

- *Rendement a posteriori* $R_{LT} \triangleq \dfrac{\text{Nb symb. entrée}}{\text{Nb symb. sortie nécessaires pour décoder}}$
- Overhead ϵ : $R_{LT}(1+\epsilon) = C$ (écart à la capacité)

Problématique



Codes Fontaines [Byers99] :

- Avec K **symboles d'entrée** (info.), l'émetteur génère une suite "illimitée" de **symboles de sortie**.
- Un récepteur peut décoder n'importe quel sous-ensemble de $K(1+\epsilon)$ symboles de sortie reçus.
- Application : transmission multicast.

Codes *sans rendement*

- *Rendement a posteriori* $R_{LT} \triangleq \dfrac{\text{Nb symb. entrée}}{\text{Nb symb. sortie nécessaires pour décoder}}$
- Overhead ϵ : $R_{LT}(1+\epsilon) = C$ (écart à la capacité)

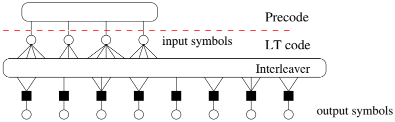
Structure

[Luby02]

- code LT caractérisé par une *distribution de degrés de sortie* $\Omega(x) = \sum_{i=1}^{d_c} \Omega_i x^i$
- $\Omega(x)$ est optimisé pour le décodage *itératif*

Génération des symboles codés :

1. Tirer un degré d selon $\Omega(x)$
2. Sélectionner d symboles d'entrée de manière uniforme.
3. Symbole codé émis = XOR des symboles d'entrée



⊞ Les codes LT atteignent la capacité sur le CBE.

⊟ Complexité de décodage : $\mathcal{O}(K \log(K))$ pour une probabilité arbitrairement faible.

[Shokrollahi04]

- Raptor code = précode (code externe) + code LT (code interne, rateless),
- Précode = code correcteur d'erreur de fort rendement,
- Complexité de décodage : $\mathcal{O}(K)$,
- Standardisé pour 3GPP-MBMS (codage pour la couche transport) avec décodage par élimination Gaussienne sur le BEC.

Plan

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : pourquoi ?

Motivations

1. Système itératif $\Leftrightarrow$ caractérisation des points fixes,
2. Prédire les performances asymptotiques pour une famille donnée $(\lambda(x), \rho(x))$ et un canal donné,
3. En deduire des familles "intéressantes" du point de vue du seuil de convergence, ie. approchant la capacité pour une complexité donnée,
4. une fois la famille sélectionnée, un code peut être construit qui hérite de ses performances asymptotiques (sélection d'un candidat d'une "bonne" famille),
5. limitations : valable dns le cadre asymptotique seulement.

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : cas BEC

Probabilité d'effacement en sortie d'un noeud de variable

- Hypothèses : entrelacement parfait (cadre asymtotique),
- Probabilité d'effacement à la sortie d'un noeud de variable de degré i :

$$x_v^{(\ell)}(i) = \epsilon(x_c^{(\ell)})^{(i-1)}$$

- Probabilité d'effacement moyenne à la sortie d'un noeud de variable :

$$x_v^{(\ell)} = \sum_i^{d_v} \lambda_i x_v^{(\ell)}(i) = \epsilon\lambda(x_c^{(\ell-1)})$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : cas BEC

Probabilité d'effacement à la sortie d'un noeud de variable de parité

- Probabilité d'effacement à la sortie d'un noeud de parité de degré j

$$x_c^{(\ell)}(j) = 1 - (1 - x_v^{(\ell)})^{(j-1)}$$

- Probabilité d'effacement moyenne à la sortie d'un noeud de variable :

$$x_c^{(\ell)} = \sum_i^{d_c} \rho_j x_u^{(\ell)}(j) = 1 - \rho(1 - x_v^{(\ell)})$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : cas BEC

Equation d'évolution

$$x_v^{(\ell)}(\epsilon) = \epsilon\lambda(1 - \rho(1 - x_v^{(\ell-1)})) = F(\epsilon, x_v^{(\ell-1)})$$

- $F(\epsilon, x)$ fonction croissante de x et ϵ,
- Monotonicité par rapport au paramètre de canal :

$$\text{Si } x_v^{(\ell)}(\epsilon) \underset{\ell\to+\infty}{\longrightarrow} 0, \text{ alors } x_v^{(\ell)}(\epsilon') \underset{\ell\to+\infty}{\longrightarrow} 0, \quad \forall 0 \leq \epsilon' \leq \epsilon$$

- Convergence vers un point fixe dans $[0, \epsilon]$, solution de

$$F(\epsilon, x) = x$$

Notion de seuil de convergence ("threshold")

$$\epsilon^* = \sup_{\epsilon} \{x_v^{(\ell)}(\epsilon) \underset{\ell\to+\infty}{\longrightarrow} 0\}$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : cas BEC

Condition de stabilité

Pour le point fixe $x_v = 0$, les distributions de degrés doivent vérifiées :

$$\epsilon\lambda'(0)\rho'(1) < 1$$

Optimisation d'une séquence pour $\rho(x)$ fixé (notation vectorielle)

$$\underline{\lambda}_{opt} = \max_{\underline{\lambda}} \underline{1/d_v}^{\top}\underline{\lambda}$$

sous les contraintes :

[C$_1$] Contrainte de mélange : $\underline{\lambda}^{\top}\underline{1} = 1$

[C$_2$] Contrainte de proportion : $\lambda_i \in [0,1], \quad \forall i = 2 \ldots d_v$

[C$_3$] Contrainte de convergence : $\mathrm{F}\left(\underline{\lambda}, x, \frac{2}{\sigma^2}\right) < x, \ \forall x \in [0,1]$

[C$_4$] Condition de stabilité : $\lambda_2 < \frac{1}{\epsilon \sum_{j=2}^{dc} \rho_j (j-1)}$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : cas Gaussien

Canal Gaussien : approximation Gaussienne

- les messages log- rapports de vraisemblance du décodeur sont considérés comme Gaussiens consistents :

$$x \sim \mathcal{N}(\pm m, 2m)$$

- Fonction d'information mutuelle $J(.)$:

$$J(m) = 1 - \mathbb{E}_x(\log_2(1 + e^{-x})), \quad x \sim \mathcal{N}(+m, 2m)$$

Modélisation à la sortie d'un noeud de variable

$$x_v^{(\ell)} = \sum_{i=2}^{d_v} \lambda_i \mathrm{J}(\frac{2}{\sigma^2} + (i-1)\mathrm{J}^{-1}(x_c^{(\ell-1)}))$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Analysis et optimisation asymptotique : cas Gaussien

Modélisation à la sortie d'un noeud de parité

- “Reciprocal channel approximation” pour noeud de parité de degré j :

$$x_c^{(\ell)}(j) = 1 - J\left((j-1)J^{-1}\left(1 - x_v^{(\ell-1)}\right)\right)$$

- Information mutuelle moyenne en sortie de noeud de parité :

$$x_c^{(\ell)} = 1 - \sum_j \rho_j J\left((j-1)J^{-1}\left(1 - x_v^{(\ell-1)}\right)\right)$$

Seuil de convergence (“threshold”)

$$x_v^{(l)} = F(\lambda(x), \rho(x), x_v^{(l-1)}, \sigma^2)$$

$$\delta^* = \min_{\sigma^2}\left\{\frac{1}{2R\sigma^2} \middle| F(\lambda(x), \rho(x), x_v, \sigma^2) > x_v,\ \forall x_v \in [0,1]\right\} \quad (2)$$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Condition de stabilité

Pour le point fixe $x_v = 1$, les distributions de degrés doivent vérifiées :

$$\lambda'(0)\rho'(1) < \exp\left(\frac{1}{2\sigma^2}\right)$$

Optimisation d'une séquence pour $\rho(x)$ fixé (notations vectorielles)

$$\underline{\lambda}_{opt} = \max_{\underline{\lambda}} \underline{1/d_v}^{\top} \underline{\lambda}$$

sous les contraintes :

[C1] Contrainte de mélange : $\underline{\lambda}^{\top}\underline{1} = 1$

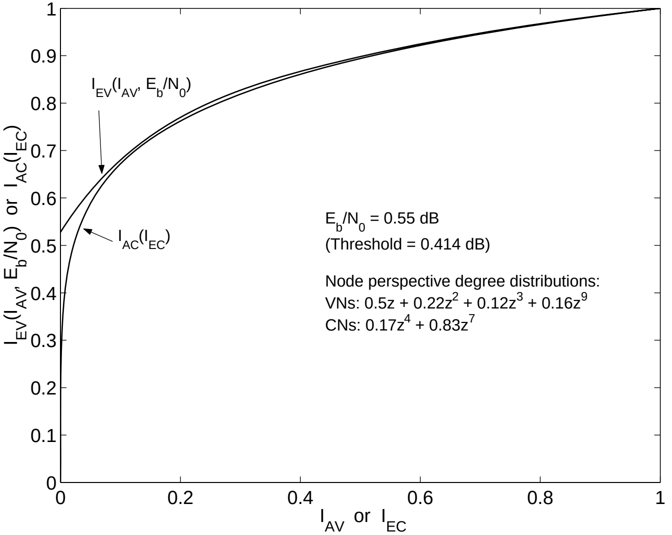
[C2] Contrainte de proportion : $\lambda_i \in [0, 1], \ \forall i = 2 \ldots d_v$

[C3] Contrainte de convergence : $\mathrm{F}\left(\underline{\lambda}, x, \frac{2}{\sigma^2}\right) > x, \ \forall x \in [0, 1]$

[C4] Condition de stabilité : $\lambda_2 < \frac{1}{\sum_{j=2}^{d_c} \rho_j (j-1)} e^{\frac{1}{2\sigma^2}}$

Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

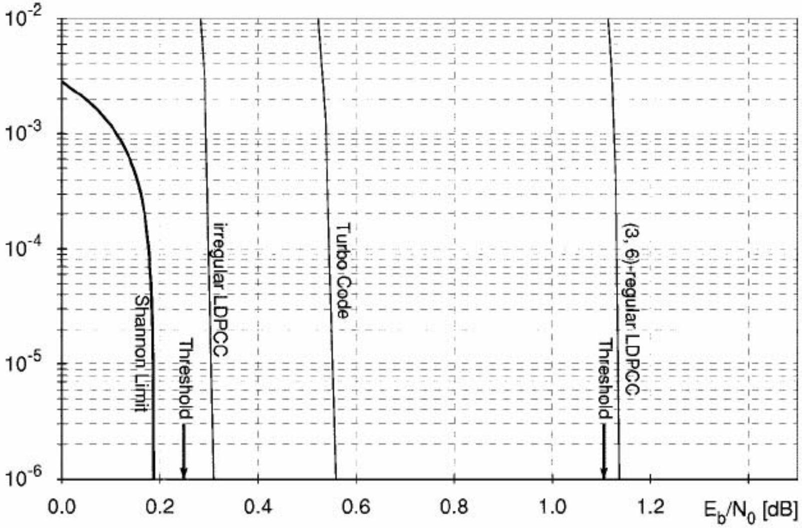
Analysis et optimisation asymptotique : EXIT charts



Plan

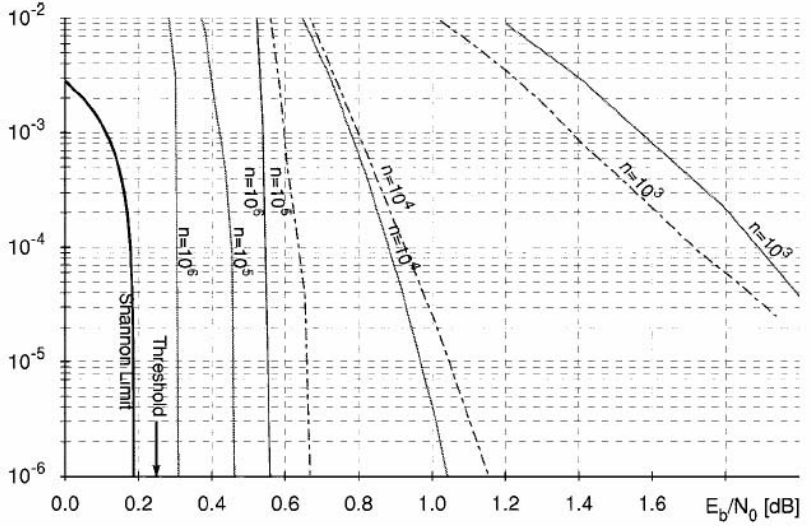
Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Performances asymptotiques



Codes Low-Density Parity-Check (LDPC)

Performances



Bibliographie

- W.E. Ryan, Shu Lin, *Channel codes : classical and modern*, Cambridge University Press, 2009.
- T. Richardson, R. Urbanke, *Modern coding theory*, Cambridge University Press, 2008.
- S.J. Johnson, *Iterative Error Correction : Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes*, Cambridge University Press, 2010.
- Todd K. Moon, Error Control Coding : Mathematical Methods and Algorithms, Wiley, 2005.