Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Einführung in die Informatik
Sommersemester 2016

Prof. Dr. Wolfram Burgard
Alexander Schiotka
Andreas Kuhner

Übungsblatt 8

Abgabe bis Freitag, 20.06.2016, 23:59 Uhr

Hinweis:

Aufgaben immer per E-Mail (eine E-Mail pro Blatt und Gruppe) an den zuständigen Tutor schicken (bei Programmieraufgaben Java Quellcode und evtl. benötigte Datendateien).

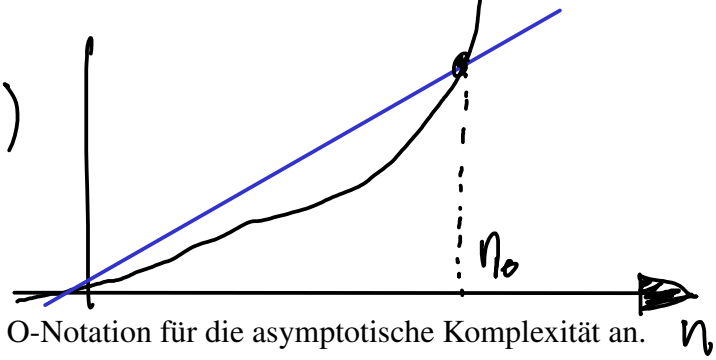
Aufgabe 8.1

Betrachten Sie den Auszug der Klasse `MyTuple`, die ein Tupel aus drei Objekten darstellt.

```
public class MyTuple<A,B,C> {
  public void setA( ... ) { ... }
  public void setB( ... ) { ... }
  public void setC( ... ) { ... }

  public ... getA(){ ... }
  public ... getB(){ ... }
  public ... getC(){ ... }

  public String toString() {
    ...
  }

  A a;
  B b;
  C c;
}
```

1. Vervollständigen Sie die `set` - und `get`-Methoden der Klasse `MyTuple`.
2. Vervollständigen Sie die `toString` Methoden der Klasse `MyTuple`, so dass sie einen String der Form "$(\cdots,\cdots,\cdots)$" ausgibt.
   Hinweis: Verwenden Sie die `toString`-Methoden der drei Member-Variablen.
3. Implementieren Sie eine Klasse `MyTupleList<A,B,C>`, die eine Liste aus `MyTuple<A,B,C>`-Elementen enthält. Die Liste soll hierbei mit Hilfe der Klasse `ArrayList` repräsentiert werden.
4. Implementieren Sie für die Klasse `MyTupleList<A,B,C>` eine Methode `addTuple(MyTuple<A,B,C> tuple)`, die ein Tupel in die Liste einfügt.

$f(n) \leq c \cdot g(n)$



Aufgabe 8.2

$\exists n_0$

$c \in \mathbb{R}$

$g(n)$

$f(n)$

- Geben Sie die Definition der O-Notation für die asymptotische Komplexität an.
- Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

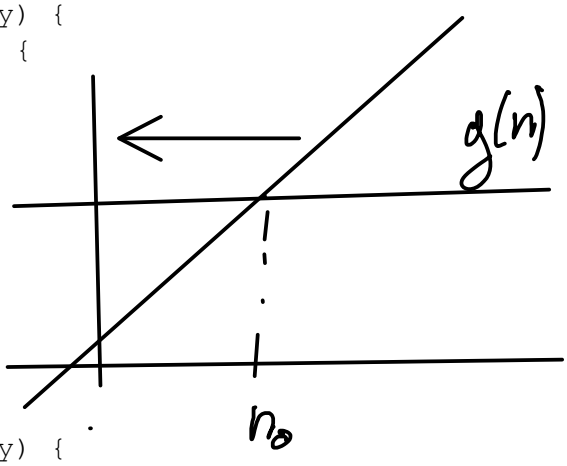
  (a) $n^2 + 27n \in O(n^2)$, (b) $2^{n+1} \in O(2^n)$

  (c) $n^2 \in O(n)$ (d) $f(n) \in O(n^2)$ mit $f(n) = \begin{cases} 1000 & \text{für } n < 100 \\ n^2 & \text{für } n >= 100 \end{cases}$
- Bestimmen Sie die Komplexität der Methoden `alg1` und `alg2` in Abhängigkeit der Länge n der übergebenen ArrayList Objekte. Geben Sie dabei die **best**- und **worst case** Laufzeit in der O-Notation an. Gehen Sie davon aus, dass die Methode `System.out.println(i)` in $O(1)$ liegt. Begründen Sie Ihre Antwort.
  Hinweis: $\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$

$O(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_0^+ \mid \exists c \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n > n_0 : f(n) \leq c\, g(n)\}$

$O(n^2)$

```
public void alg1(ArrayList<Integer> array) {
  for (int i = 0; i < array.size(); i++) {
    if (array.get(i) > 0) {
      for (int j = 0; j < i; ++j) {
        System.out.println(i);
      }
    } else {
      System.out.println(i);
    }
  }
}
```



$\sum_{i=1}^{n} ki = \frac{(n-1)n}{2} k = \frac{k(n^2-n)}{2}$

```
public void alg2(ArrayList<Integer> array) {
  for (int i = 1; i <= array.size(); ++i) {
    for (int j = 1; j <= i * i; ++j) {
      System.out.println(i);
    }
  }
}
```

$n = array.size()$

$\sum_{i=1}^{n} (i \cdot i) k = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$ println(i) in $\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$.

$n^3 \in O(n^3)$

$n^2 + 27n \in O(n^2)$

$\forall n >= 1: \quad n^2 + 27n <= n^2 + 27n^2$

$\iff \forall n >= 1: \quad n^2 + 27n <= 28n^2$

$C = 28, \quad n_0 = 1$

~~$n_0 = 0$~~

$2^{n+1} \in O(2^n)$

$2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$

$\iff \forall n >= n_0: \quad 2^{n+1} <= C \cdot 2^n$

$C = 2, \quad n_0 = 1$

$n^2 \notin O(n)$

$n^2 \in O(n) \quad \cancel{n} \cdot n \leq C \cdot \cancel{n} \mid \forall n \geq n_0$

$n \leq C$

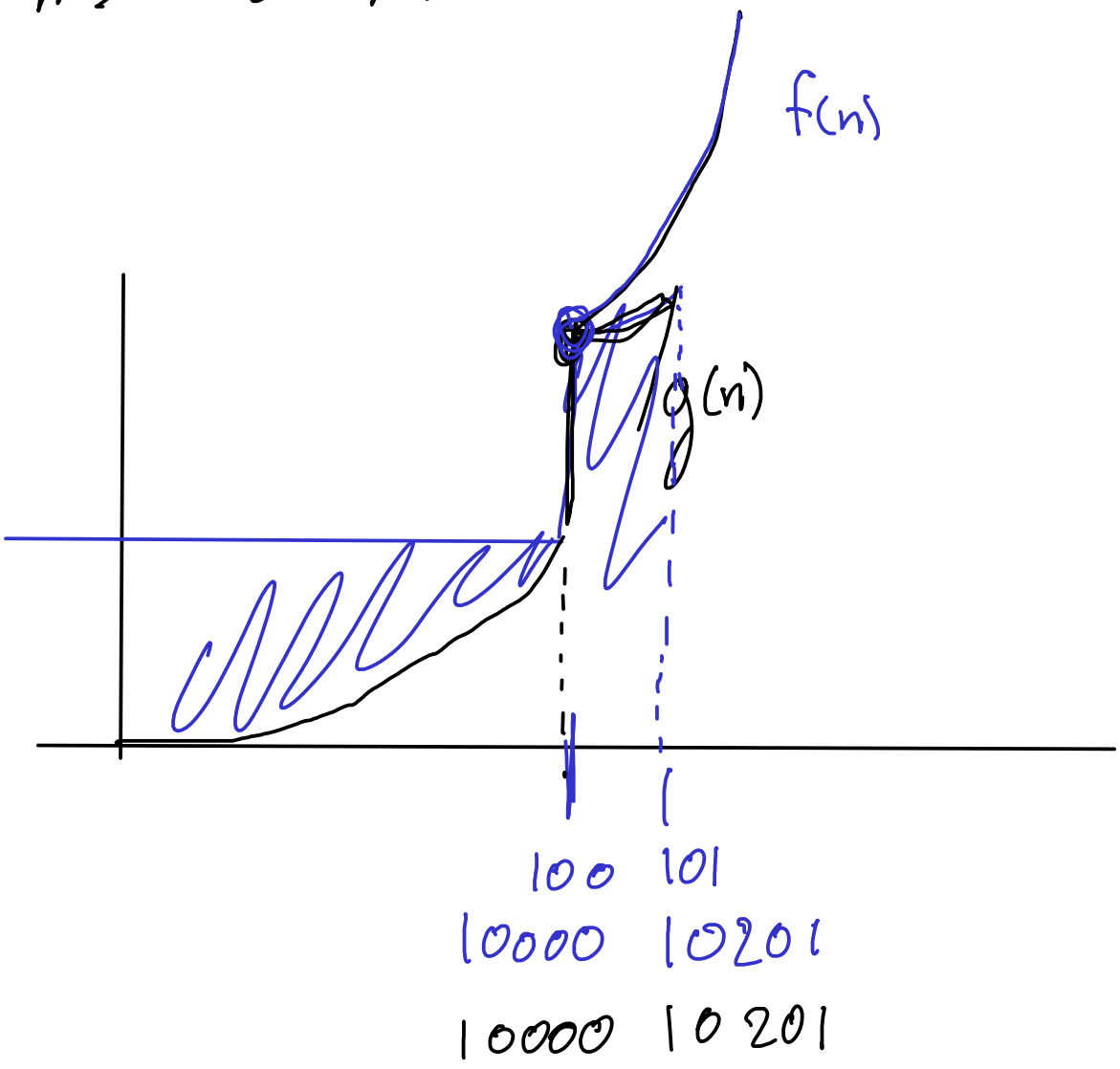
↯

(d) $f(n) \in O(n^2)$ mit $f(n) = \begin{cases} 1000 & \text{für } n < 100 \\ n^2 & \text{für } n >= 100 \end{cases}$ ⟶

$f(n) \in O(n^2)$ $\quad c = 1$ $\quad n_0 = 101$ ~~$n_0 = 101$~~

$n_0 = 100$

$\forall n >= n_0 : f(n) = n^2 <= n^2$



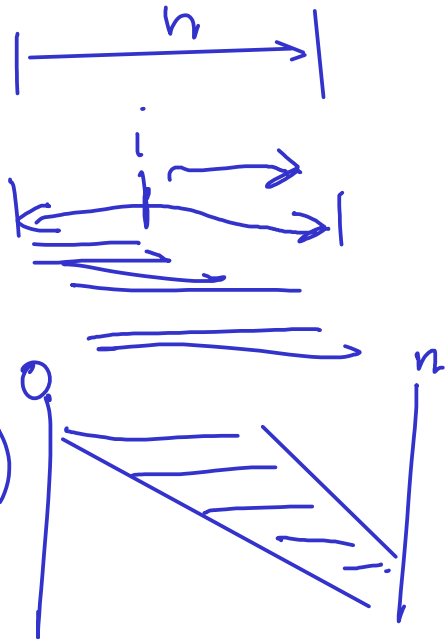
Aufgabe 8.3

Folgende Methode erhält eine **sortierte** ArrayList und soll überprüfen, ob die Liste zwei gleiche Zahlen enthält.

- Bestimmen Sie die Komplexität der Methode `containsDuplicates` in in Abhängigkeit der Länge n der übergebenen ArrayList. Geben Sie dabei die **best**- und **worst case** Laufzeit in der O-Notation an. Gehen Sie davon aus, dass die Methode `equals` in $O(1)$ liegt.
- Schreiben Sie ein Java-Programm, das die gleiche Aufgabe im best-case in $O(1)$ und im worst-case in $O(n)$ löst.

```
public boolean containsDuplicates(ArrayList<Integer> sortedList) {
  boolean contains_duplicates = false;
  for(int i = 0; i < sortedList.size(); ++i) {
    for(int j = i + 1; j < sortedList.size(); ++j) {
      if(sortedList.get(i).equals(sortedList.get(j))) {
        contains_duplicates = true;
      }
    }
  }
  return contains_duplicates;
}
```

$n \cdot [\, n \,]$



$(n-1)(n-2)(n-3)\ldots(1)$

$$\sum_{i=1}^{n-2} i = \frac{(n-1)(n-2)}{2} \in O(n^2)$$

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=1}^{(i)^2} (1) =$$