

卷34： 概率统计

1. 小王有一枚硬币，但是不知该硬币是否无偏，他准备做假设检验。零假设(H_0)是该硬币是公平的，也就是正面反面朝上的概率都是0.5，备择假设(H_1)是该硬币是不公平的。他将该硬币抛了6次，结果全部是正面朝上，则该假设检验的p值约为多少？

- ✔ A. 0.03
- ✘ B. 0.01
- ✘ C. 0.00

解答： 若硬币是公正的，那么6次都是正面的概率是 $1/64$ ，以及都是反面的概率也是 $1/64$ 。该假设检验是双侧检验，所以p值是 $1/64 + 1/64 \approx 0.03$ 。

2. 已知数据集 X ，以及目标值 Y ，如果要建立 $y = X\beta + \epsilon$ 的最小二乘线性回归(OLS)，回归系数的解析解为

- ✘ A. $(XX^T)^{-1}Xy$
- ✔ B. $(X^TX)^{-1}X^Ty$
- ✘ C. $(XX)^{-1}X^Ty$

解答： 参考答案：[最小二乘线性回归的推导](#)

3. 有 x_1, x_2, x_3 三个独立的随机变量，都服从均匀分布 $U(0, 3)$ 。求这三个随机变量的中位数大于2的概率。

- ✘ A. $1/3$
- ✔ B. $7/27$
- ✘ C. $2/9$

解答： 有两种可能。一种是三个数都大于2，另一种其中是两个数大于2，一个数小于2，所以概率为

$$p = \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{3} + 3 \frac{1}{3} \frac{1}{3} \frac{2}{3} = \frac{7}{27}$$

4. 关于t分布和正态分布，下面说法正确的是

- ✘ A. 正态分布的双尾更大(more heavy-tailed)
- ✔ B. t分布的双尾更大

解答： 换句话说，t分布的pdf中峰值更矮。

5. 从均匀分布 $U(0, 1)$ 依次产生4个随机数 x_1, x_2, x_3, x_4 ，求它们正好递增的概率。也就是 $\$P(x_1$

- ✔ A. $1/24$
- ✘ B. $1/12$
- ✘ C. $1/48$

解答： 4个数任意排序一共有 $4! = 24$ 种，所以是 $1/24$ 。也可以用多重积分来求解。