

卷40： 概率统计

1. 一副扑克54张牌，分成6份，每份9张牌，大、小王在同一份的概率是多大？

- ✔

A. 8/53
- ✘

B. 7/54
- ✘

C. 9/53

解答：大小王随便放，有54选2种方法，

$$\binom{54}{2} = \frac{54 \times 53}{2} = 27 \times 53$$

一共有6份，每份9张，大小王在同一份里的放法是

$$6\binom{9}{2} = 9 \times 8 \times 3$$

概率为

$$\frac{9 \times 8 \times 3}{27 \times 53} = \frac{8}{53}$$

2. 有8个抽屉，现在有一个苹果，苹果放在这8个抽屉中（任意一个）的概率为4/5,不放的概率为1/5, ,现在我打开1号抽屉发现是空的，求下面7个抽屉中含有苹果的概率。

- ✘

A. 7/8
- ✔

B. 7/9
- ✘

C. 7/11

解答： 假设苹果放在这8个抽屉为事件 E ，第 i 个抽屉中苹果的个数为 A_i ，也就是

$$P(E) = 0.8, \sum_{i=1}^8 P(A_i = 1) = 0.8$$

根据题意，我们需要求

$$P(E|A_1 = 0)$$

根据贝叶斯公式，

$$P(E|A_1 = 0) = \frac{P(A_1 = 0|E)P(E)}{P(A_1 = 0)} = \frac{P(A_1 = 0|E)P(E)}{P(A_1 = 0|E)P(E) + P(A_1 = 0|\neg E)P(\neg E)} = \frac{\frac{7}{8} \times \frac{4}{5}}{\frac{7}{8} \times \frac{4}{5} + 1 \times \frac{1}{5}} = \frac{7}{9}$$

3. 有一种癌症，它在早期被治愈的概率为0.8；如果未能被治愈，病情则转入中期，中期的治愈率为0.4；若在中期未被治愈，病情则发展为晚期，晚期的治愈率为0.1。对于一个患该癌症的病人，如果他最终被治愈，那么他是在中期被治愈的概率为多大？

- ✘

A. 3/4
- ✔

B. 4/5
- ✘

C. 7/8

解答：一共有三种情况，早期治愈、中期治愈、晚期治愈。一个病人在早期被治愈的概率为

$$0.8$$

在中期被治愈的概率为

$$(1 - 0.8) \times 0.4 = 0.08$$

在晚期被治愈的概率为

$$(1 - 0.8) \times (1 - 0.4) \times 0.1 = 0.012$$

如果被治愈的话，那么在中期被治愈的概率为

$$\frac{0.08}{0.8 + 0.08 + 0.012} = \frac{80}{892}$$

4. 对于两个连续随机变量 X 和 Y ，它们期望的乘积一定等于它们乘积的期望吗？或者说 $E(XY) = E(X)E(Y)$ 一定对吗？

- ✘

A. 是的
- ✔

B. 不是

解答：显然不对。只有当协方差为0时，它们期望的乘积才等于它们乘积的期望。

5. 小王和小李玩一个猜球游戏。现在有四个盒子，记为A, B, C, D。小王将球随机地放入一个盒子中让小李猜。小李猜球在盒A中，但是并不确定，于是跟小王要求从B、C、D中去掉一个错误选项。小王说“球不在盒B中。”那么此时，球在盒C中的概率是多大？

- ✔

A. 3/8
- ✘

B. 1/3
- ✘

C. 1/4

解答：根据题意，现在已知球不在B中。所以一共有3种情况。第一种情况

$$A = 1, B = 0, C = 0, D = 0$$

这种情况下，小王说“球不在盒B中的概率是”是1/3，因为他可以说不在B中、也可以说不在C中、不在D中。第二种情况

$$A = 0, B = 0, C = 1, D = 0$$

这种情况下，小王说“球不在盒B中的概率是”是1/2，因为只有C和D两个盒子里没有球。第三种情况

$$A = 0, B = 0, C = 0, D = 1$$

这种情况下，小王说“球不在盒B中的概率是”同样是1/2。每种情况的可能性都是1/4所以此时球在盒C中的概率为

$$\frac{1/4 \times 1/2}{1/4 \times 1/3 + 1/4 \times 1/2 + 1/4 \times 1/2} = \frac{3}{8}$$