

In[3827]:=

```
(*Лабораторная работа 4
ст. гр. 221703
Корнеев Егор
Вариант 10 *)
```

```
(*Задание 1*)
```

```
Clear[x];
```

[ОЧИСТИТЬ](#)

In[3828]:=

```
f[x_] := 14 x3 - 151 x2 + 479 x - 396
```

In[3829]:=

```
Plot[f[x], {x, -1, 5}, AxesOrigin -> {0, 0}, ImageSize -> Small]
```

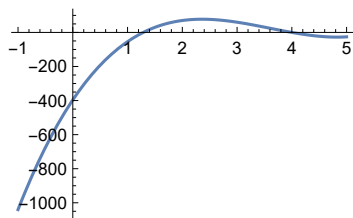
[график функции](#)

[точка пересечения осей](#)

[размер изобра...](#)

[малый](#)

Out[3829]:=



In[3830]:=

```
(*Отделяем графически корни алгебраического уравнения*)
```

In[3831]:=

In[3832]:=

```
a = 1; b = 1.5; countOfItters = 1; e = 0.001; maxIters = 100;
```

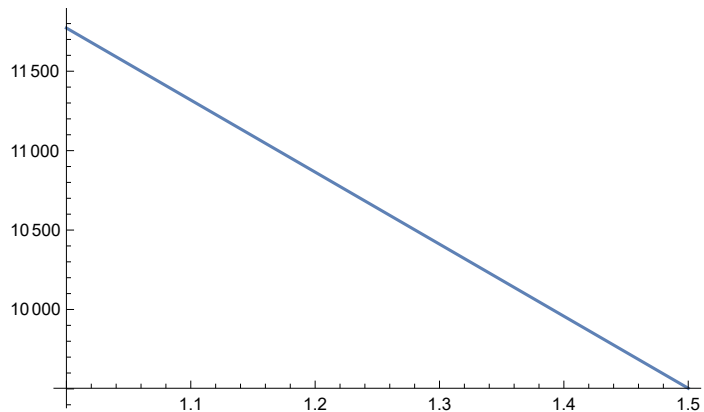
```
(*Находим корень, который находится на данном отрезке*)
```

In[3833]:=

```
Plot[f[a] * f'[x], {x, a, b}] (*f[a] * f'[x] > 0, следовательно берем первую систему*)
```

[график функции](#)

Out[3833]:=



In[3834]:=

```

x0 = b;
min = x0;
g[x_] = a -  $\frac{f[a]}{f[x] - f[a]} * (x - a);$ 
sr = g[x0];

```

In[3838]:=

```

While[countOfItters < maxIters,
  (*Находим корень и количество итераций с помощью метода хорд*)
  max = g[sr];
  If[ $\frac{(max - sr)^2}{Abs[max + min - 2 * sr]}$  < e,
    Break[];
  countOfItters++;
  min = sr;
  sr = max;
];

```

In[3839]:=

```

countOfItters

```

Out[3839]=

```

2

```

In[3840]:=

```

N[max] (*корень*)

```

Out[3840]=

```

1.28656

```

In[3841]:=

```

N[ $\frac{(max - sr)^2}{Abs[max + min - 2 * sr]}$ ] (*условие окончания итераций выполнилось, меньше e*)

```

Out[3841]=

```

0.000860681

```

In[3842]:=

```

x1 = g[x0]; (*Находим уравнения двух хорд*)
f1 = f[x1];
x2 = g[x1];
f2 = f[x2];

```

In[3846]:=

```

x1

```

Out[3846]=

```

1.32143

```

In[3847]:=

f0 = f[x0]

Out[3847]=

30.

In[3848]:=

f1

Out[3848]=

5.5963

In[3849]:=

f2

Out[3849]=

0.882788

In[3850]:=

A = $\begin{pmatrix} x1 & 1 \\ x0 & 1 \end{pmatrix}$ **B = $\begin{pmatrix} f1 \\ f0 \end{pmatrix}$**

Out[3850]=

{ {1.32143, 1}, {1.5, 1} }

Out[3851]=

{ {5.5963}, {30.} }

In[3852]:=

solv = LinearSolve[A, B]**Решить линейные уравн**

Out[3852]=

{ {136.661}, {-174.991} }

In[3853]:=

h1[x_] = solv[[1]] * x + solv[[2]] (*1-я хорда*)

Out[3853]=

{ -174.991 + 136.661 x }

In[3854]:=

A = $\begin{pmatrix} x2 & 1 \\ x0 & 1 \end{pmatrix}$ **B = $\begin{pmatrix} f2 \\ f0 \end{pmatrix}$**

Out[3854]=

{ {1.29125, 1}, {1.5, 1} }

Out[3855]=

{ {0.882788}, {30.} }

In[3856]:=

solv = LinearSolve[A, B]**Решить линейные уравн**

Out[3856]=

{ {139.481}, {-179.221} }

In[3857]:=

h2[x_] = solv[[1]] * x + solv[[2]] (*2-я хорда*)

Out[3857]=

{ -179.221 + 139.481 x }

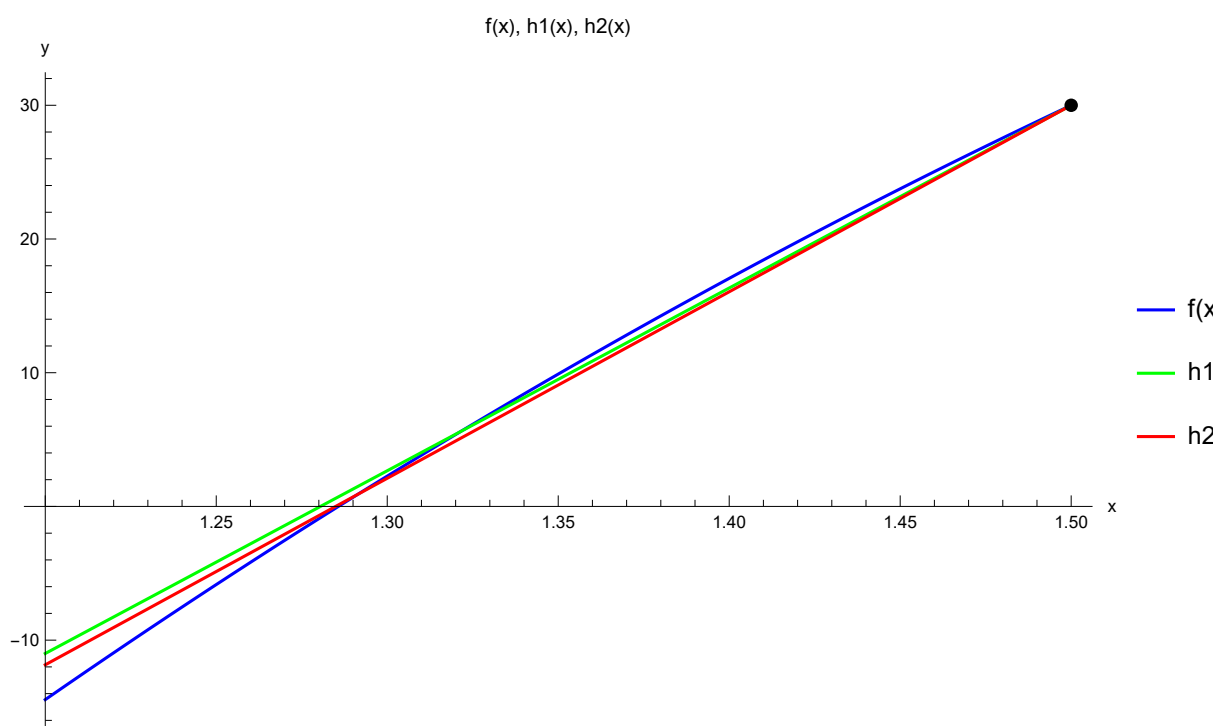
In[3858]:=

(*График функции и хорд*)

In[3859]:=

```
Show[Plot[f[x], {x, 1.2, 1.5}, PlotStyle → Blue, PlotLegends → {"f(x)"}],
  Plot[h1[x], {x, 1.2, 1.5}, PlotStyle → Green,
    PlotLegends → {"h1(x) – график первого приближения"}], Plot[h2[x], {x, 1.2, 1.5},
    PlotStyle → Red, PlotLegends → {"h2(x) – график второго приближения"}],
  AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "f(x), h1(x), h2(x)",
  ImageSize → Large, Epilog → {PointSize[Large], Point[{x0, f0}]}]
```

Out[3859]=



In[3860]:=

(*Задание 2*)

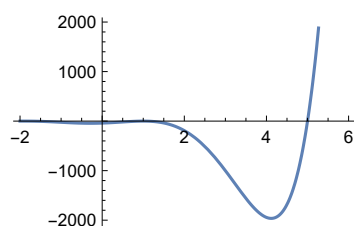
$$f[x_] := x^6 - x^5 - 19x^4 - 15x^3 + 46x^2 + 28x - 40$$

In[3861]:=

```
Plot[f[x], {x, -2, 6}, AxesOrigin → {0, 0}, ImageSize → Small]
```

(*Отделяем графически корни*)

Out[3861]=



In[3862]:=

Solve[f[x] == 0] (*Находим корни с помощью функций пакета Математика*)
[|решить уравнения](#)

Out[3862]=

$$\{\{x \rightarrow -2\}, \{x \rightarrow -2\}, \{x \rightarrow -2\}, \{x \rightarrow 1\}, \{x \rightarrow 1\}, \{x \rightarrow 5\}\}$$

In[3863]:=

NSolve[f[x] == 0]
[|численное решение уравнений](#)

Out[3863]=

$$\{\{x \rightarrow -2.\}, \{x \rightarrow -2.\}, \{x \rightarrow -2.\}, \{x \rightarrow 1.\}, \{x \rightarrow 1.\}, \{x \rightarrow 5.\}\}$$

In[3864]:=

Roots[f[x] == 0, x]
[|корни многочлена](#)

Out[3864]=

$$x == -2 \mid \mid x == -2 \mid \mid x == -2 \mid \mid x == 1 \mid \mid x == 1 \mid \mid x == 5$$

In[3865]:=

FindRoot[f[x] == 0, {x, -2}]
[|найти корень](#)

Out[3865]=

$$\{x \rightarrow -2.\}$$

In[3866]:=

FindRoot[f[x] == 0, {x, 2}]
[|найти корень](#)

Out[3866]=

$$\{x \rightarrow 1.\}$$

In[3867]:=

FindRoot[f[x] == 0, {x, 4.5}]
[|найти корень](#)

Out[3867]=

$$\{x \rightarrow 5.\}$$

In[3868]:=

Factor[f[x]] (*Раскладываем многочлен f (x) на множители,используя функцию Factor*)
[|факторизовать](#) [|факторизов](#)

Out[3868]=

$$(-5 + x) (-1 + x)^2 (2 + x)^3$$

In[3869]:=

(*Задание 3*)

In[3870]:=

f[x_] = Log2[x + 5]
[|двоичный лог](#)

Out[3870]=

$$\frac{\text{Log}[5 + x]}{\text{Log}[2]}$$

In[3871]:=

g[x_] = 4 - $\sqrt{2x^2 + 1}$

Out[3871]=

$$4 - \sqrt{1 + 2x^2}$$

In[3872]:=

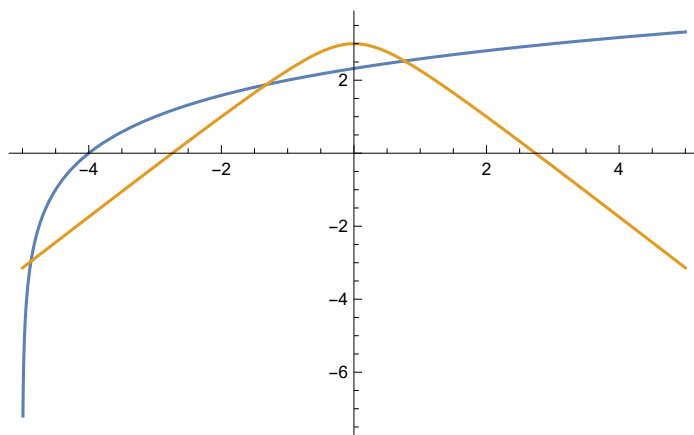
```
Plot[{f[x], g[x]}, {x, -5, 5}]
```

```
␣график функции
```

(*Отделяем графически корни трансцендентного уравнения с помощью функции Plot*)

```
␣график функции
```

Out[3872]=



In[3873]:=

```
(*Метод Ньютона*)
```

```
p[x_] = Log2[x + 5] - 4 + Sqrt[2 x^2 + 1]
```

```
␣двоичный логарифм
```

Out[3873]=

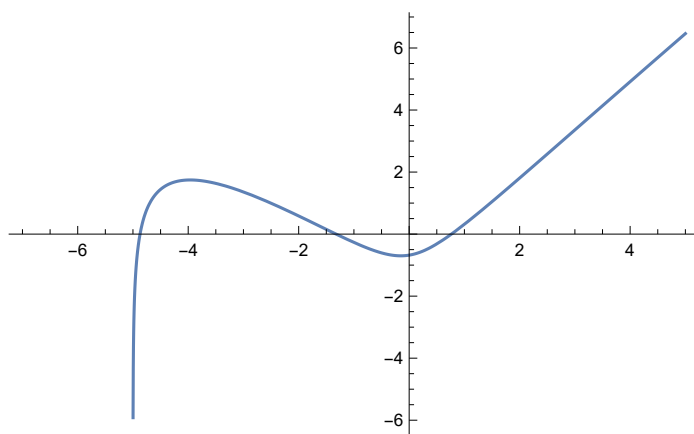
$$-4 + \sqrt{1 + 2x^2} + \frac{\text{Log}[5 + x]}{\text{Log}[2]}$$

In[3874]:=

```
Plot[p[x], {x, -7, 5}]
```

```
␣график функции
```

Out[3874]=



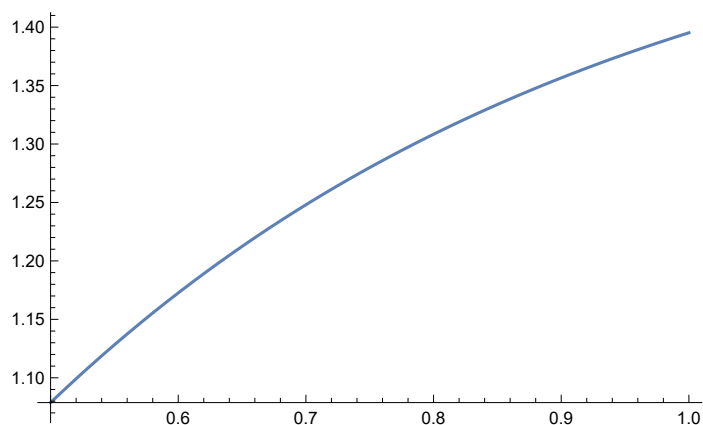
In[3875]:=

```
a = 0.5; b = 1; (*Проверяем условие f'(x)
и f''(x) сохраняют знак на отрезке[a,b].*)
```

In[3876]:=

Plot[p1[x], {x, a, b}][График функции](#)

Out[3876]:=



In[3877]:=

d[x_] = p''[x]

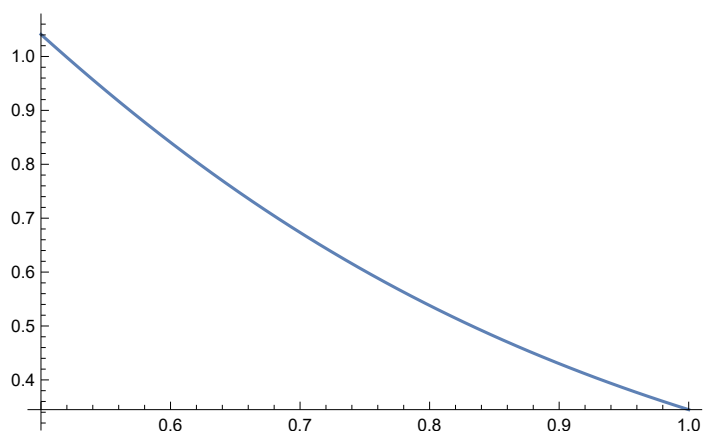
Out[3877]:=

$$-\frac{4x^2}{(1+2x^2)^{3/2}} + \frac{2}{\sqrt{1+2x^2}} - \frac{1}{(5+x)^2 \text{Log}[2]}$$

In[3878]:=

Plot[d[x], {x, a, b}][График функции](#)

Out[3878]:=



In[3879]:=

N[p[1] * d[1]] (*В качестве начального приближения x следует брать тот
[численное приближение](#)
 конец отрезка [a,b], для которого выполняется условие $p[x] * p''[x] > 0$ *)

Out[3879]:=

0.109314

In[3880]:=

countOfItters = 0; e = 0.001; maxItters = 100;
x0 = a (*Находи корень уравнения и количество итераций с помощью метода Ньютона*)

Out[3880]:=

0.5

In[3881]:=

```

While[countOfItters < maxItters,
  countOfItters++;
  
$$x1 = x0 - \frac{p[x0]}{p'[x0]};$$

  If[Abs[x1 - x0] < e,
    Break[]];
  x0 = x1;
];

```

In[3882]:=

```
countOfItters (*количество итераций*)
```

Out[3882]:=

3

In[3883]:=

```
x1 (*корень*)
```

Out[3883]:=

0.764561

In[3884]:=

```
FindRoot[p[x] == 0, {x, 0.5}] (*Находим корень с помощью функции пакета Математика*)
```

Out[3884]:=

{x → 0.764561}

In[3885]:=

```
(*Метод секущих*)
```

In[3886]:=

```

countOfItters = 0; e = 0.001; maxItters = 100;
x0 = a; (*Находим корень уравнения и количество итераций с помощью метода секущих,
начальное приближение берем из метода Ньютона*)

```

In[3887]:=

```

x0 = 0.5;
x1 = 0.6

```

Out[3888]:=

0.6

In[3889]:=

```

While[countOfItters < maxItters,
  countOfItters++;
  
$$x2 = x1 - \frac{x1 - x0}{p[x1] - p[x0]} * p[x1];$$

  If[Abs[x1 - x0] < e,
    Break[]];
  x0 = x1;
  x1 = x2;
];

```

In[3890]:=

```
countOfItters (*Количество итераций*)
```

Out[3890]=

4

In[3891]:=

```
x2 (*Корень*)
```

Out[3891]=

0.764561

In[3892]:=

```

(*Задание 4*)
(*1 корень*)
a = 0.5;
b = 1;

```

In[3894]:=

1.

Out[3894]=

1.

In[3895]:=

```
M = FindMaximum[p1[x], {x, a, b}]
```

```


```

```
(*Находим максимальное значение производной на отрезке [0.5, 1]*)
```

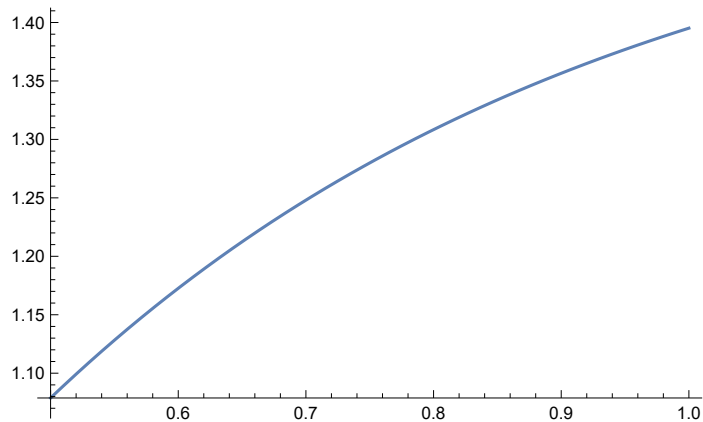
Out[3895]=

```
{1.55691, {x → 3.10053}}
```

In[3896]:=

**Plot[p1[x], {x, a, b}] (*Смотрим,
[\[график функции\]](#)
 какой знак у производной на данном отрезке, чтобы определить знак λ *)**

Out[3896]=



In[3897]:=

2 / M[[1]] (* $|\lambda| < 2/M$ - условие для λ *)

Out[3897]=

1.2846

In[3898]:=

**$\lambda = 1$ (*Берем λ меньше по модулю этого
 числа и по знаку совпадающее со знаком производной*)**

Out[3898]=

1

In[3899]:=

$\varphi[x_] = x - \lambda * p[x]$ (*Переходим к уравнению пригодному для итераций*)

Out[3899]=

$$4 + x - \sqrt{1 + 2x^2} - \frac{\text{Log}[5 + x]}{\text{Log}[2]}$$

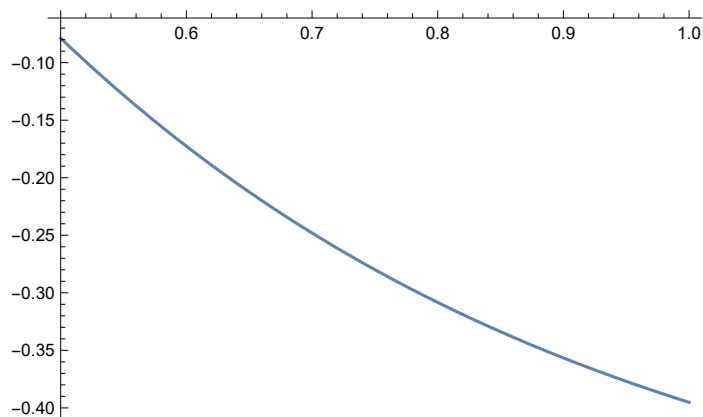
In[3900]:=

**$\varphi1[x_] = D[\varphi[x], x]$; (*Находим производную и смотрим, чтобы значение
[\[дифференцировать\]](#)
 производной на данном отрезке в каждой точке по модулю было меньше единицы*)**

In[3901]:=

Plot[$\varphi1[x]$, {x, a, b}]
[\[график функции\]](#)

Out[3901]=



```
In[3902]:=
countOfItters = 0; e = 0.001; maxIters = 100; iterations = 0; (*Находим 1-
ый корень уравнения и количество итераций с помощью метода простой итерации*)
```

```
In[3903]:=
x0 = 0.75; (*x0 (начальное приближение) - любое число из отрезка [a, b]*)
```

```
In[3904]:=
For[iterations, iterations < maxIters, iterations++,
  Цикл ДЛЯ
    x1 = φ[x0];
    If[Abs[x1 - x0] < e,
      ... абсолютное значение
      Break[]];
    прервать цикл
    x0 = x1;];
```

```
In[3905]:=
x1 (*первый корень*)
```

```
Out[3905]=
0.764462
```

```
In[3906]:=
iterations (*потребовавшееся число итераций*)
```

```
Out[3906]=
3
```

```
In[3907]:=
p[x_] = Log2[x + 5] - 4 + √(2 x² + 1)
          двоичный логарифм
```

```
Out[3907]=
-4 + √(1 + 2 x²) + (Log[5 + x]) / Log[2]
```

```
In[3908]:=
p1[x_] = p'[x]
```

```
Out[3908]=
(2 x) / √(1 + 2 x²) + 1 / ((5 + x) Log[2])
```

```
In[3909]:=
a = -2
b = -1
```

```
Out[3909]=
-2
```

```
Out[3910]=
-1
```

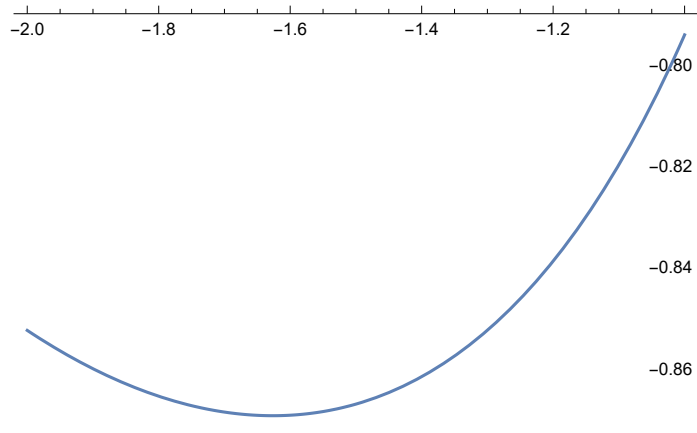
```
In[3911]:=
M = First@FindMaximum[{Abs[p[x]], a ≤ x ≤ b}, x]
      первый найти максимум абсолютное значение
      (*Находим максимальное значение производной на отрезке [-2, -1]*)
```

```
Out[3911]=
0.267949
```

In[3912]:=

`Plot[p1[x], {x, a, b}]` (*Смотрим какой знак у производной на данном отрезке,
 график функции
 чтобы определить знак λ *)

Out[3912]:=



In[3913]:=

`2 / M (*|λ| < 2/M - условие для λ*)`

Out[3913]:=

7.4641

In[3914]:=

`λ = -1` (*Берем λ меньше по модулю этого
 числа и по знаку совпадающее со знаком производной*)

Out[3914]:=

-1

In[3915]:=

-1

Out[3915]:=

-1

In[3916]:=

-2

Out[3916]:=

-2

In[3917]:=

`φ[x_] = x - λ * p[x]`
 (*Переходим к уравнению пригодному для итераций*)

Out[3917]:=

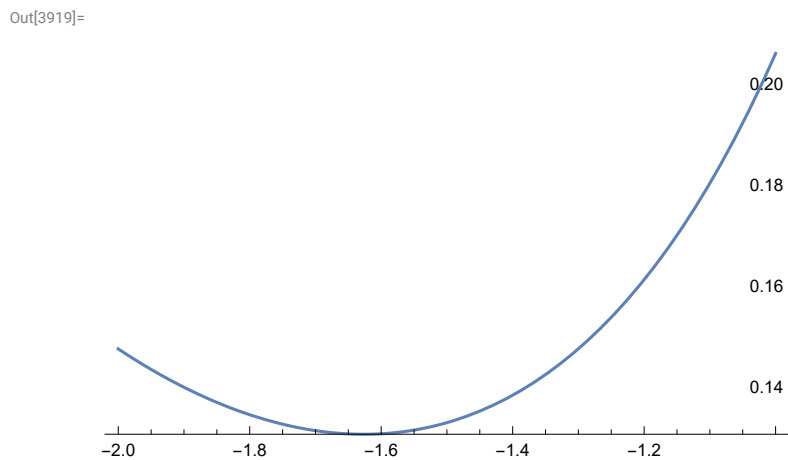
$$-4 + x + \sqrt{1 + 2x^2} + \frac{\text{Log}[5 + x]}{\text{Log}[2]}$$

In[3918]:=

`φ1[x_] = D[φ[x], x];`
 дифференцировать
 (*Находим производную и смотрим, чтобы значение производной
 на данном отрезке в каждой точке по модулю было меньше единицы*)

```
In[3919]:= Plot[ $\varphi_1[x]$ , {x, a, b}]
```

график функции



```
In[3920]:= countOfItters = 0; e = 0.001; maxIters = 100; iterations = 0;
(*Находим 2-
ой корень уравнения и количество итераций с помощью метода простой итерации*)
```

```
In[3921]:= x0 = -1.35; (*x0 (начальное приближение) - любое число из отрезка [a, b]*)
```

```
In[3922]:= For[iterations, iterations < maxIters, iterations++,
цикл ДЛЯ
    x1 =  $\varphi[x_0]$ ;
    If[Abs[x1 - x0] < e,
    ... абсолютное значение
        Break[]];
    x0 = x1;];
```

```
In[3923]:= x1 (*второй корень*)
```

```
Out[3923]= -1.32308
```

```
In[3924]:= iterations (*потребовавшееся число итераций*)
```

```
Out[3924]= 2
```

```
In[3925]:= (*Находим 3 корень*)
```

```
In[3926]:= a = -5
```

```
Out[3926]= -5
```

```
In[3927]:= b = -4
```

```
Out[3927]= -4
```

In[3928]:=

M = First@FindMaximum[{Abs[p[x]], a ≤ x ≤ b}, x]

первый найти максимум абсолютное значение

(*Находим максимальное значение производной на отрезке [-5, -4]*)

Out[3928]=

1.74456

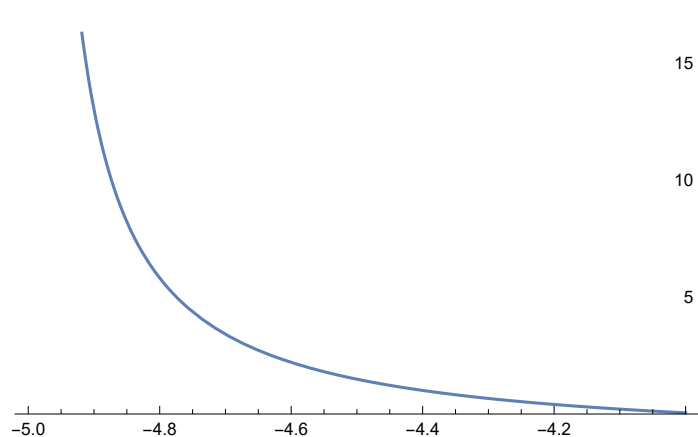
In[3929]:=

Plot[p1[x], {x, a, b}]

график функции

(*Смотрим, какой знак у производной на данном отрезке, чтобы определить знак λ*)

Out[3929]=



In[3930]:=

2 / M (*|λ| < 2/M - условие для λ*)

Out[3930]=

1.14642

In[3931]:=

λ = 0.1

(*Берем λ меньше по модулю этого числа и по знаку совпадающее со знаком производной*)

Out[3931]=

0.1

In[3932]:=

φ[x_] = x - λ * p[x]

(*Переходим к уравнению пригодному для итераций*)

Out[3932]=

$$x - 0.1 \left(-4 + \sqrt{1 + 2x^2} + \frac{\text{Log}[5 + x]}{\text{Log}[2]} \right)$$

In[3933]:=

φ1[x_] = D[φ[x], x];

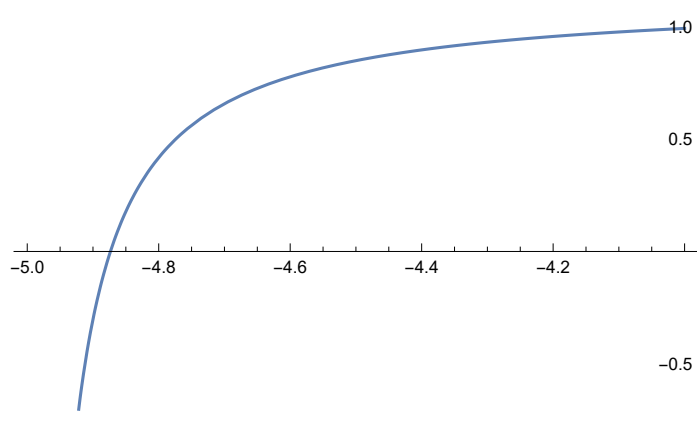
дифференцировать

(*Находим производную и смотрим, чтобы значение производной на данном отрезке в каждой точке по модулю было меньше единицы*)

In[3934]:=

Plot[$\varphi_1[x]$, {x, a, b}]**График функции**

Out[3934]:=



In[3935]:=

countOfItters = 0; e = 0.001; maxIters = 100; iterations = 0;**(*Находим 3-****ий корень уравнения и количество итераций с помощью метода простой итерации*)**

In[3936]:=

In[3937]:=

x0 = -4.3; (*x₀ (начальное приближение) – любое число из отрезка [a, b]*)

In[3938]:=

In[3939]:=

For[iterations, iterations < maxIters, iterations++,**Цикл для****x1 = $\varphi[x_0]$;****If**[Abs[x1 - x0] < e,**... Абсолютное значение****Break**[]];**Прервать цикл****x0 = x1;];**

In[3940]:=

In[3941]:=

x1 (*третий корень*)

Out[3941]:=

-4.87163

In[3942]:=

iterations (*потребовавшееся число итераций*)

Out[3942]:=

6

In[3943]:=

(*5 задание*)
(*Решаем уравнение из задания 3 с помощью функций пакета Математика*)
Solve[p[x] == 0, Reals]
 |решить уравнения |множество действительных чисел

Out[3943]:=

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow -4.87164 \right\}, \left\{ x \rightarrow -1.32299 \right\}, \left\{ x \rightarrow 0.764561 \right\} \right\}$$

In[3944]:=

NSolve[p[x] == 0, Reals]
 |численное решение... |множество дейст

Out[3944]:=

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow -4.87164 \right\}, \left\{ x \rightarrow -1.32299 \right\}, \left\{ x \rightarrow 0.764561 \right\} \right\}$$

In[3945]:=

FindRoot[p[x] == 0, {x, -4}]
 |найти корень

Out[3945]:=

$$\{x \rightarrow -4.87164\}$$

In[3946]:=

FindRoot[p[x] == 0, {x, -1}]
 |найти корень

Out[3946]:=

$$\{x \rightarrow -1.32299\}$$

In[3947]:=

FindRoot[p[x] == 0, {x, 1}]
 |найти корень

Out[3947]:=

$$\{x \rightarrow 0.764561\}$$

In[3948]:=

(*Задание 6*)

In[3949]:=

$$f[x_, y_] = x^3 + y^3$$

Out[3949]:=

$$x^3 + y^3$$

In[3950]:=

$g[x_, y_] = 4 - 5 \text{ArcTan}[x - 5]$
 |арктангенс

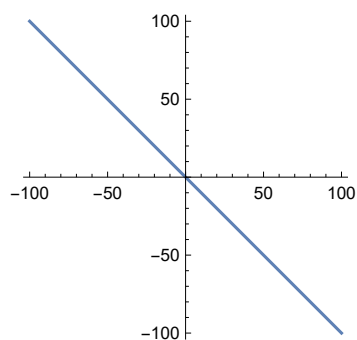
Out[3950]:=

$$4 + 5 \text{ArcTan}[5 - x]$$

In[3951]:=

```
g1 = ContourPlot[f[x, y] == 0, {x, -100, 100},
  контурный график
  {y, -100, 100}, Axes → True, Frame → False, ImageSize → Small]
  _оси  _ист... _рамка  _ложь  _размер изоб... _малый
```

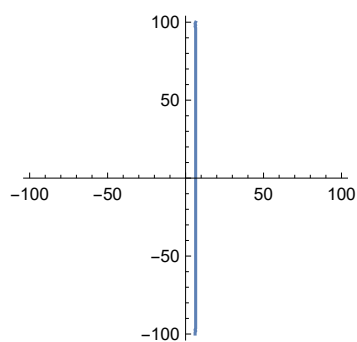
Out[3951]:=



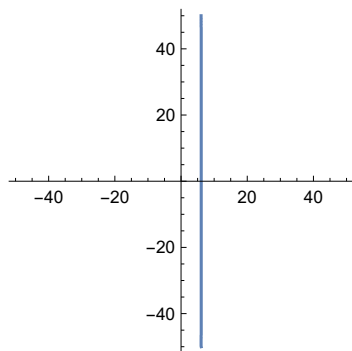
In[3952]:=

```
g2 = ContourPlot[g[x, y] == 0, {x, -100, 100}, {y, -100, 100}, Axes → True,
  контурный график  _оси  _истина
  Frame → False, ImageSize → Small]
  _рамка  _ложь  _размер изоб... _малый
```

Out[3952]:=



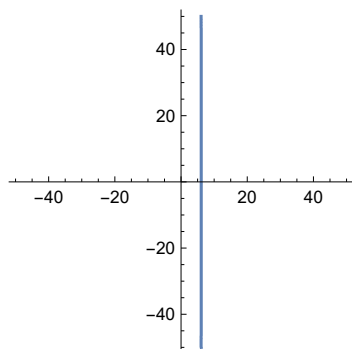
In[3953]:=



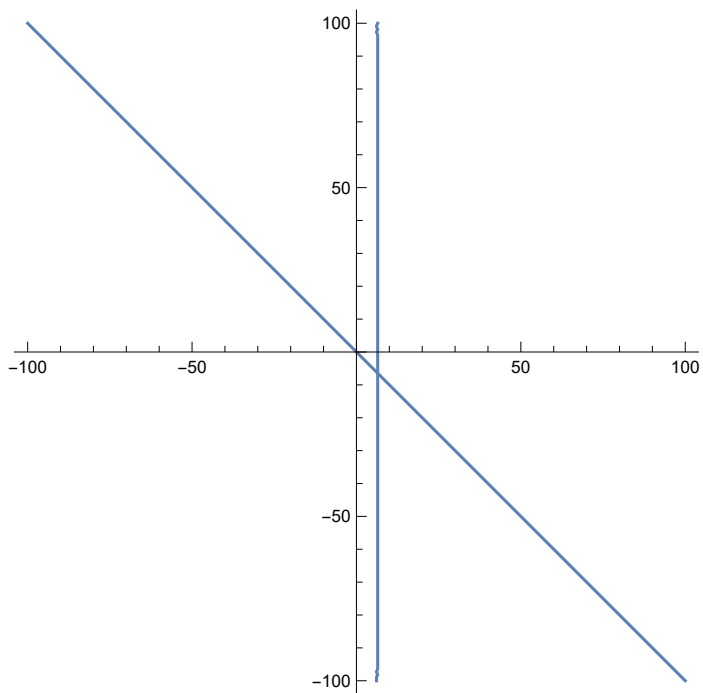
Show[g1, g2, ImageSize → Medium]

[показать](#) [размер изоб...](#) [средний](#)

Out[3953]:=



Out[3954]:=



In[3955]:=

(*Решаем данную систему с помощью функции пакета Математика*)

In[3956]:=

FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {x, 5}, {y, -5}]
[_найти корень](#)

Out[3956]:=

{x → 6.02964, y → -6.02964}

In[3957]:=

In[3958]:=