

■ Выполнил : Корнеев Егор

■ Группа : 221703

■ Вариант : 11

**f[i\_, j\_] := Which[i > j, 1, i == j, i + 1, i < j, 2]**

условный оператор с множественными ветвями

**A = Array[f, {7, 7}] (\*Задаем массив по определенной функции\*)**

массив

Out[ ]:=

$\{\{2, 2, 2, 2, 2, 2, 2\}, \{1, 3, 2, 2, 2, 2, 2\}, \{1, 1, 4, 2, 2, 2, 2\},$   
 $\{1, 1, 1, 5, 2, 2, 2\}, \{1, 1, 1, 1, 6, 2, 2\}, \{1, 1, 1, 1, 1, 7, 2\}, \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 8\}\}$

In[ ]:= **g[i\_] := 22 i - i<sup>2</sup>**

**B = Array[g, 7] (\*Задаем массив по определенной функции\*)**

массив

Out[ ]:=

$\{21, 40, 57, 72, 85, 96, 105\}$

In[ ]:= **inversedA = Inverse[A]**

обратная матрица

Out[ ]:=

$\left\{\left\{\frac{13}{14}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, -\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{42}\right\}, \left\{-\frac{1}{14}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{12}, -\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{42}\right\},\right.$   
 $\left\{-\frac{1}{14}, 0, \frac{1}{3}, -\frac{1}{12}, -\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{42}\right\}, \left\{-\frac{1}{14}, 0, 0, \frac{1}{4}, -\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{42}\right\},$   
 $\left\{-\frac{1}{14}, 0, 0, 0, \frac{1}{5}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{42}\right\}, \left\{-\frac{1}{14}, 0, 0, 0, 0, \frac{1}{6}, -\frac{1}{42}\right\}, \left\{-\frac{1}{14}, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{1}{7}\right\}\}$

**normMaximumA = Max[Table[ $\sum_{j=1}^7 \text{Abs}[A[i, j]]$ , {i, 1, 7}]]**

максимум таблицы абсолютное значение

**(\*Нахождение нормы-максимум для массива A\*)**

**normMaximumInversedA = Max[Table[ $\sum_{j=1}^7 \text{Abs}[\text{inversedA}[i, j]]$ , {i, 1, 7}]]**

максимум таблицы абсолютное значение

**(\*Нахождение нормы-минимум для массива A<sup>-1</sup>\*)**

**condA = normMaximumA \* normMaximumInversedA (\*Нахождение числа обусловленности\*)**

Out[ ]:=

14

Out[ ]:=

$\frac{25}{14}$

Out[ ]:=

25

```

In[ ]:= X = N[LinearSolve[A, B]] (*Нахождение решений для исходных массивов A и B*)
      |··| решить линейные уравнения
Out[ ]:=
{-25.95, -6.95, 1.55, 6.55, 9.8, 12., 13.5}

In[ ]:= B1 = B
      B2 = B
      B3 = B
      temp = B[[7]]
Out[ ]:=
{21, 40, 57, 72, 85, 96, 105}

Out[ ]:=
{21, 40, 57, 72, 85, 96, 105}

Out[ ]:=
{21, 40, 57, 72, 85, 96, 105}

Out[ ]:=
105

In[ ]:= B1[[7]] = temp + temp * 0.0001
      (*Увеличиваем правую часть последнего уравнения на 0.01%*)
      B2[[7]] = temp + temp * 0.001
      (*Увеличиваем правую часть последнего уравнения на 0.1%*)
      B3[[7]] = temp + temp * 0.01
      (*Увеличиваем правую часть последнего уравнения на 1%*)
Out[ ]:=
105.011

Out[ ]:=
105.105

Out[ ]:=
106.05

In[ ]:= X1 = LinearSolve[A, B1] (*Нахождение решений для массивов A и B1*)
      |··| решить линейные уравнения
      X2 = LinearSolve[A, B2] (*Нахождение решений для массивов A и B2*)
      |··| решить линейные уравнения
      X3 = LinearSolve[A, B3] (*Нахождение решений для массивов A и B3*)
      |··| решить линейные уравнения
Out[ ]:=
{-25.9503, -6.95025, 1.54975, 6.54975, 9.79975, 11.9998, 13.5015}

Out[ ]:=
{-25.9525, -6.9525, 1.5475, 6.5475, 9.7975, 11.9975, 13.515}

Out[ ]:=
{-25.975, -6.975, 1.525, 6.525, 9.775, 11.975, 13.65}

```

```

In[*]:= pr1 = condA * 
$$\frac{\text{Norm}[\text{Abs}[B - B1], 1]}{\text{Norm}[B + B - B1, 1]}$$

(*Вычисление прогнозируемой предельной относительной погрешности для B1*)
pr1 = condA * 
$$\frac{\text{Norm}[\text{Abs}[B - B2], 1]}{\text{Norm}[B + B - B2, 1]}$$

(*Вычисление прогнозируемой предельной относительной погрешности для B2*)
pr1 = condA * 
$$\frac{\text{Norm}[\text{Abs}[B - B3], 1]}{\text{Norm}[B + B - B3, 1]}$$


Out[*]=
0.000551483

Out[*]=
0.00551592

Out[*]=
0.055269

```

(\*Вычисление прогнозируемой предельной относительной погрешности для B3\*)

```

In[*]:= absX1 = Norm[ Abs [X1 - X] , 1] (*Вычисление абсолютной погрешности X1*)
          _норма _абсолютное значение
absX2 = Norm[ Abs [X2 - X] , 1] (*Вычисление абсолютной погрешности X2*)
          _норма _абсолютное значение
absX3 = Norm[ Abs [X3 - X] , 1] (*Вычисление абсолютной погрешности X3*)
          _норма _абсолютное значение

Out[*]=
0.003

Out[*]=
0.03

Out[*]=
0.3

```

```

In[*]:= relX1 = 
$$\frac{\text{absX1}}{\text{Norm}[X1, 1]}$$
 (*Вычисление относительной погрешности X1*)
relX1 = 
$$\frac{\text{absX2}}{\text{Norm}[X2, 1]}$$
 (*Вычисление относительной погрешности X2*)
relX1 = 
$$\frac{\text{absX3}}{\text{Norm}[X3, 1]}$$
 (*Вычисление относительной погрешности X3*)

Out[*]=
0.000039318

Out[*]=
0.000393133

Out[*]=
0.0039267

```

## ■ Задание 1.2

In[\*]:=  $f[i\_ , j\_ ] := \frac{1}{i + j - 1}$

A = Array[f, {7, 7}] (\*Задаем массив по определенной функции\*)

массив

Out[\*]=

$$\left\{ \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9} \right\}, \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10} \right\}, \left\{ \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11} \right\}, \right. \\ \left. \left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12} \right\}, \left\{ \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13} \right\} \right\}$$

In[\*]:=  $g[i\_ ] := 3 i - 22$

B = Array[g, 7] (\*Задаем массив по определенной функции\*)

массив

Out[\*]=

{-19, -16, -13, -10, -7, -4, -1}

In[\*]:= **inversedA = Inverse[A]**

обратная матрица

Out[\*]=

$$\left\{ \{49, -1176, 8820, -29400, 48510, -38808, 12012\}, \right. \\ \{-1176, 37632, -317520, 1128960, -1940400, 1596672, -504504\}, \\ \{8820, -317520, 2857680, -10584000, 18711000, -15717240, 5045040\}, \\ \{-29400, 1128960, -10584000, 40320000, -72765000, 62092800, -20180160\}, \\ \{48510, -1940400, 18711000, -72765000, 133402500, -115259760, 37837800\}, \\ \{-38808, 1596672, -15717240, 62092800, -115259760, 100590336, -33297264\}, \\ \left. \{12012, -504504, 5045040, -20180160, 37837800, -33297264, 11099088\} \right\}$$

In[ ]:=

```
normMaximumA = Max[Table[ $\sum_{j=1}^7 \text{Abs}[A[[i, j]]]$ , {i, 1, 7}]]
```

ма... [таблица j=1] абсолютное значение

(\*Нахождение нормы-максимум для массива A\*)

```
normMaximumInversedA = Max[Table[ $\sum_{j=1}^7 \text{Abs}[\text{inversedA}[[i, j]]]$ , {i, 1, 7}]]
```

ма... [таблица j=1] абсолютное значение

(\*Нахождение нормы-минимум для массива  $A^{-1}$ \*)

```
condA = normMaximumA * normMaximumInversedA (*Нахождение числа обусловленности*)
```

Out[ ]:=

$\frac{363}{140}$

Out[ ]:=

379 964 970

Out[ ]:=

$\frac{1\,970\,389\,773}{2}$

In[ ]:=

```
X = N[ LinearSolve[A, B]] (*Нахождение решений для исходных массивов A и B*)
```

[...] [решить линейные уравнения]

Out[ ]:=

$\{875., -40992., 449820., -1.9488 \times 10^6, 3.91545 \times 10^6, -3.65904 \times 10^6, 1.28528 \times 10^6\}$

In[ ]:=

```
B1 = B
B2 = B
B3 = B
temp = B[[7]]
```

Out[ ]:=

$\{-19, -16, -13, -10, -7, -4, -1\}$

Out[ ]:=

$\{-19, -16, -13, -10, -7, -4, -1\}$

Out[ ]:=

$\{-19, -16, -13, -10, -7, -4, -1\}$

Out[ ]:=

-1

```

In[ ]:= B1[[7]] = temp + temp * 0.0001
(*Увеличиваем правую часть последнего уравнения на 0.01%*)
B2[[7]] = temp + temp * 0.001
(*Увеличиваем правую часть последнего уравнения на 0.1%*)
B3[[7]] = temp + temp * 0.01
(*Увеличиваем правую часть последнего уравнения на 1%*)

Out[ ]:=
-1.0001

Out[ ]:=
-1.001

Out[ ]:=
-1.01

In[ ]:= X1 = LinearSolve[A, B1] (*Нахождение решений для массивов A и B1*)
| решить линейные уравнения
X2 = LinearSolve[A, B2] (*Нахождение решений для массивов A и B2*)
| решить линейные уравнения
X3 = LinearSolve[A, B3] (*Нахождение решений для массивов A и B3*)
| решить линейные уравнения

Out[ ]:=
{873.799, -40941.5, 449315., -1.94678 × 106, 3.91167 × 106, -3.65571 × 106, 1.28417 × 106}

Out[ ]:=
{862.988, -40487.5, 444775., -1.92862 × 106, 3.87761 × 106, -3.62574 × 106, 1.27418 × 106}

Out[ ]:=
{754.88, -35947., 399370., -1.747 × 106, 3.53707 × 106, -3.32607 × 106, 1.17429 × 106}

In[ ]:= pr1 = condA *  $\frac{\text{Norm}[\text{Abs}[B - B1], 1]}{\text{Norm}[B + B - B1, 1]}$ 
(*Вычисление прогнозируемой предельной относительной прогрешности для B1*)
pr1 = condA *  $\frac{\text{Norm}[\text{Abs}[B - B2], 1]}{\text{Norm}[B + B - B2, 1]}$ 
(*Вычисление прогнозируемой предельной относительной прогрешности для B2*)
pr1 = condA *  $\frac{\text{Norm}[\text{Abs}[B - B3], 1]}{\text{Norm}[B + B - B3, 1]}$ 

Out[ ]:=
1407.42

Out[ ]:=
14074.4

```

```
In[ ]:= 140762.355336478`
absX1 = Norm[ Abs[X1 - X], 1] (*Вычисление абсолютной погрешности X1*)
      _норма _абсолютное значение
absX2 = Norm[ Abs[X2 - X], 1] (*Вычисление абсолютной погрешности X2*)
      _норма _абсолютное значение
absX3 = Norm[ Abs[X3 - X], 1] (*Вычисление абсолютной погрешности X3*)
      _норма _абсолютное значение
```

```
Out[ ]:=
140762.
```

```
Out[ ]:=
10797.6
```

```
Out[ ]:=
107976.
```

```
Out[ ]:=
1.07976 × 106
```

```
In[ ]:= relX1 =  $\frac{\text{absX1}}{\text{Norm}[X1, 1]}$  (*Вычисление относительной погрешности X1*)
relX1 =  $\frac{\text{absX2}}{\text{Norm}[X2, 1]}$  (*Вычисление относительной погрешности X2*)
relX1 =  $\frac{\text{absX3}}{\text{Norm}[X3, 1]}$  (*Вычисление относительной погрешности X3*)
```

```
Out[ ]:=
0.00095643
```

```
Out[ ]:=
0.00964735
```

```
Out[ ]:=
0.105646
```

(\*Вывод:исходя из двух решенных примеров,я могу сделать вывод о том, что,чем больше число обусловленности матрицы А,тем больше относительная погрешность (даже при прибавлении очень маленьких чисел к вектору В) \*

## ■ Задание 2

```
In[ ]:= A =  $\begin{pmatrix} 20 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 12 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 14 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 11 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ 
```

```
B = {20, 11, 14, 8, 11}
```

```
Out[ ]:=
{{20, 7, 0, 0, 0}, {3, 12, 8, 0, 0}, {0, 10, 14, 3, 0}, {0, 0, 5, 11, 3}, {0, 0, 0, 10, 11}}
```

```
Out[ ]:=
{20, 11, 14, 8, 11}
```

```
In[*]:= firstdiag = {0, 3, 10, 5, 10} (*Выписываем поддиагональ*)
seconddiag = {20, 12, 14, 11, 11} (*Выписываем главную диагональ*)
thirddiag = {7, 8, 3, 3, 0} (*Выписываем наддиагональ*)
```

```
Out[*]=
{0, 3, 10, 5, 10}
```

```
Out[*]=
{20, 12, 14, 11, 11}
```

```
Out[*]=
{7, 8, 3, 3, 0}
```

```
In[*]:= L = {- 7/20, 0, 0, 0, 0} (*Назначаем первый элемент массива прогоночных коэффициентов L*)
M = {1, 0, 0, 0, 0} (*Назначаем первый элемент массива прогоночных коэффициентов M*)

findL[i_] := - thirddiag[[i]] / (seconddiag[[i]] + firstdiag[[i]] * L[[i - 1]]
(*Функция для нахождения элементов массива L при i≥2*)

findM[i_] := (B[[i]] - firstdiag[[i]] * M[[i - 1]]) / (seconddiag[[i]] + firstdiag[[i]] * L[[i - 1]]
(*Функция для нахождения элементов массива M при i≥2*)
```

```
Out[*]=
{- 7/20, 0, 0, 0, 0}
```

```
Out[*]=
{1, 0, 0, 0, 0}
```

```
In[*]:= L[[2]] = findL[2]
L[[3]] = findL[3]
L[[4]] = findL[4]
L[[5]] = findL[5]
```

```
Out[*]=
- 160/219
```

```
Out[*]=
- 657/1466
```

```
Out[*]=
- 4398/12841
```

```
Out[*]=
0
```



```
In[*]:= M[[2]] = findM[2]
M[[3]] = findM[3]
M[[4]] = findM[4]
M[[5]] = findM[5]
```

```
Out[*]=

$$\frac{160}{219}$$

```

```
Out[*]=
1
```

```
Out[*]=

$$\frac{4398}{12841}$$

```

```
Out[*]=
1
```

```
In[*]:= L
```

```
Out[*]=

$$\left\{ -\frac{7}{20}, -\frac{160}{219}, -\frac{657}{1466}, -\frac{4398}{12841}, 0 \right\}$$

```

```
In[*]:= { - 7/20, - 160/219, - 657/1466, - 4398/12841, 0 } (*Массив прогоночных коэффициентов L*)
```

```
Out[*]=

$$\left\{ -\frac{7}{20}, -\frac{160}{219}, -\frac{657}{1466}, -\frac{4398}{12841}, 0 \right\}$$

```

```
In[*]:= M
```

```
Out[*]=

$$\left\{ 1, \frac{160}{219}, 1, \frac{4398}{12841}, 1 \right\}$$

```

```
In[*]:= { 1, 160/219, 1, 4398/12841, 1 } (*Массив прогоночных коэффициентов M*)
```

```
Out[*]=

$$\left\{ 1, \frac{160}{219}, 1, \frac{4398}{12841}, 1 \right\}$$

```

```
In[*]:= X = {0, 0, 0, 0, 0}
```

```
Out[*]=
{0, 0, 0, 0, 0}
```

```

In[ ]:= (*Находим решение системы обратной прогонкой*)
X[[5]] = M[[5]]
X[[4]] = L[[4]] * X[[5]] + M[[4]]
X[[3]] = L[[3]] * X[[4]] + M[[3]]
X[[2]] = L[[2]] * X[[3]] + M[[2]]
X[[1]] = L[[1]] * X[[2]] + M[[1]]

Out[ ]:=
1

Out[ ]:=
0

Out[ ]:=
1

Out[ ]:=
0

Out[ ]:=
1

In[ ]:= X
Out[ ]:=
{1, 0, 1, 0, 1}

In[ ]:= {1, 0, 1, 0, 1}
(*Выражение  $b_i \geq a_i + c_i$  верно строго для всех  $i = 1, 5$  и хотя бы для одного  $i$  выполняется  $a_i \neq 0$  и  $c_i \neq 0$  значит знаменатели всех прогоночных коэффициентов не образуются в нуль и СЛАУ имеет единственное решение*)

Out[ ]:=
{1, 0, 1, 0, 1}

```