

In[127]:=

(\*Вариант 10\*)

(\*Корнеев Егор\*)

(\*Задание 1\*)

(\*n=6\*)

$$f[x_] = \frac{\text{Sinh}\left[\sqrt{x^2 + x + 5}\right] + \pi}{\sqrt{3x^8 + 11x^4 + 33}}$$

Out[127]=

$$\frac{\pi + \text{Sinh}\left[\sqrt{5 + x + x^2}\right]}{\sqrt{33 + 11x^4 + 3x^8}}$$

In[2]:= a = 0; b = 6; n = 6; h =  $\frac{b - a}{n}$ ;

data = N[Table[{a + i \* h, f[a + i \* h]}, {i, 0, n}]]

⋮ [таблица значений](#)

(\*посчитаем значения функции на отрезке [0,n], разделя отрезок на равные части\*)

Out[3]= {{0., 1.35195}, {1., 1.48099}, {2., 0.540904},  
{3., 0.236911}, {4., 0.173183}, {5., 0.173726}, {6., 0.212533}}

In[4]:= Buff[x\_] = 1;

L[x\_] = 0;

In[6]:= (\*строим интерполяционный многочлен Лагранжа\*)

sum = 0;

For[i = 1, i ≤ n + 1, i++,

[цикл ДЛЯ](#)

  proizv = 1;

  Buff[x\_] = 1;

  For[j = 1, j ≤ n + 1, j++,

[цикл ДЛЯ](#)

    If[

[условный оператор](#)

      i == j, Continue[];

[продолжить](#)

  ];

  Buff[x\_] = Buff[x] \* (x - data[[j, 1]]);

  proizv = proizvod \* (data[[i, 1] - data[[j, 1]]);

];

summand = data[[i, 2]] / proizvod;

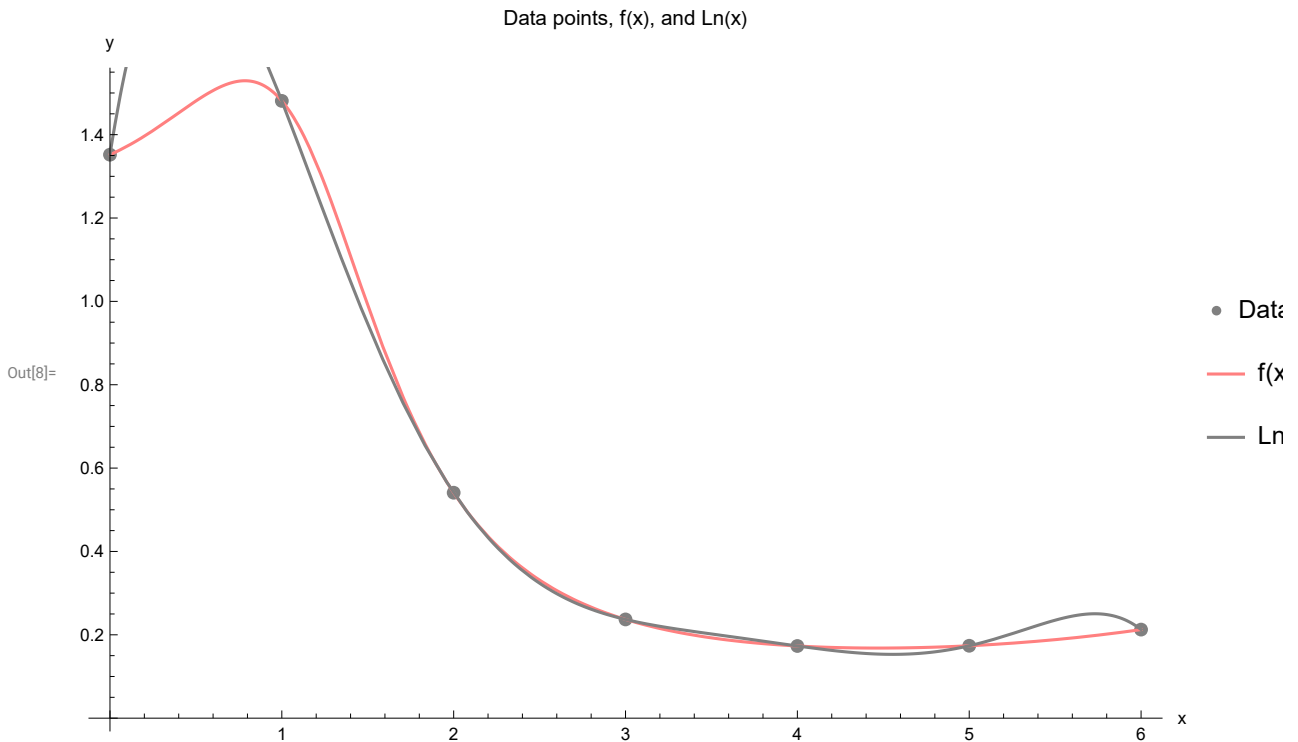
L[x\_] = (L[x] + Buff[x] \* summand);

]

```

In[8]:= Show[ListPlot[data, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Data points"}],
  Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Pink, PlotLegends → {"f(x)"}],
  Plot[L[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Ln(x)"}],
  AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and Ln(x)", ImageSize → Large]

```



```

In[9]:= Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]; (*создаем массив для конечных разностей*)

```

```

In[10]:= For[k = 1, k ≤ n, k++,
  For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]
  (*Определим элементы массива dif, которые соответствуют пустым клеткам таблицы*)
];

```

```

In[11]:= For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
  (*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка*)

```

```

In[12]:= For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем конечные разности*)
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
    dif[i, k] = dif[i + 1, k - 1] - dif[i, k - 1]
  ]
];

```

```

In[13]:= tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];

```

In[14]:= **PaddedForm[TableForm[tab], {6, 5}]** (\*получаем таблицу конечных разностей\*)  
 [форма числ... [табличная форма

Out[14]//PaddedForm=

1.35195	0.12903	-1.06911	1.70520	-2.10103	2.32086	-2.39069
1.48099	-0.94008	0.63609	-0.39582	0.21983	-0.06984	
0.54090	-0.30399	0.24027	-0.17600	0.14999		
0.23691	-0.06373	0.06427	-0.02601			
0.17318	0.00054	0.03826				
0.17373	0.03881					
0.21253						

In[15]:=  $t = \frac{x - a}{h}$ ; **pn1[x\_] = dif[0, 0];**  
**p[t\_] = 1** (\*строим первый интерполяционный многочлен Ньютона pn1(x)\*)

Out[15]=

1

In[16]:= **For**[**k = 1, k ≤ n, k++**,  
 [цикл для  
 $p[t_] = p[t] * (t - k + 1);$   
 $pn1[x_] = pn1[x] + \frac{dif[0, k]}{k!} * p[t]$   
**]**

In[17]:= **pn1[x]**

Out[17]=

$1.35195 + 0.129032 x - 0.534557 (-1 + x) x + 0.284201 (-2 + x) (-1 + x) x -$   
 $0.0875428 (-3 + x) (-2 + x) (-1 + x) x + 0.0193405 (-4 + x) (-3 + x) (-2 + x) (-1 + x) x -$   
 $0.00332041 (-5 + x) (-4 + x) (-3 + x) (-2 + x) (-1 + x) x$

In[18]:= **pn1[x\_] = Simplify[pn1[x]]**  
 [упростить

Out[18]=

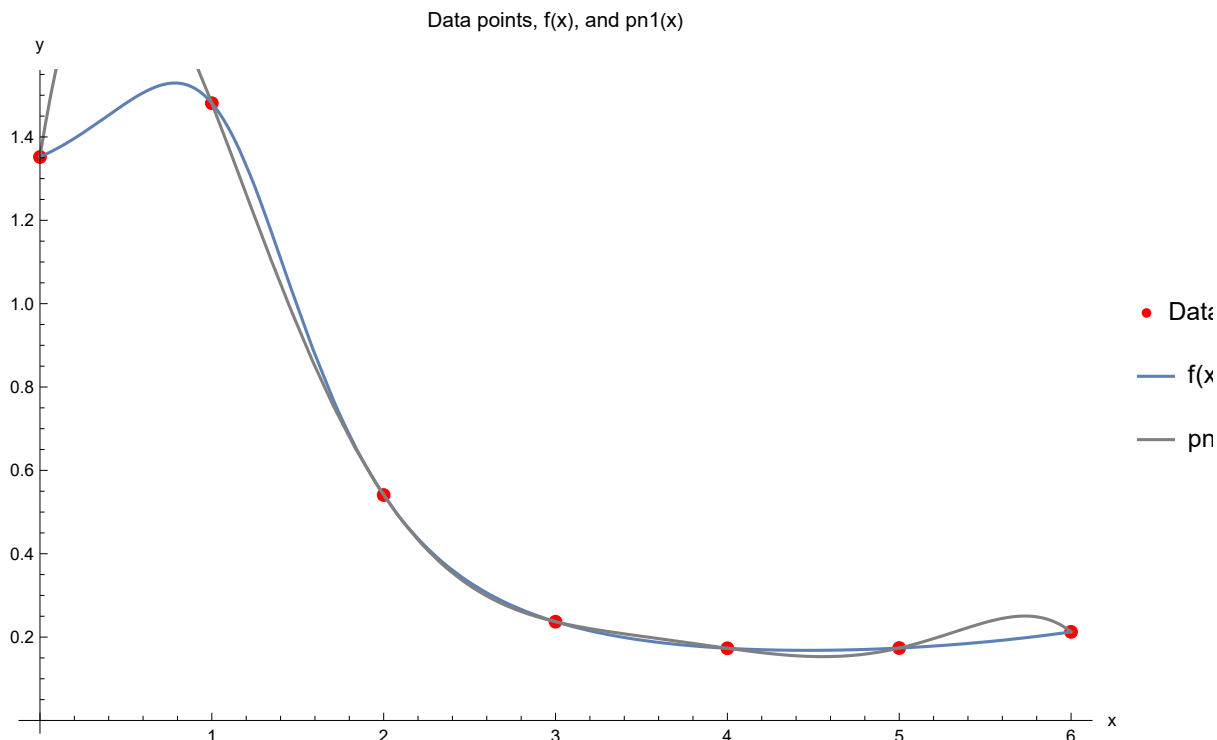
$1.35195 + 2.61987 x - 4.22694 x^2 + 2.23346 x^3 - 0.563182 x^4 + 0.0691465 x^5 - 0.00332041 x^6$

```

In[19]:= Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
[показать] [диаграмма разброса] [стиль графика] [красный] [легенды графика]
Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → pink, PlotLegends → {"f(x)"}],
[график функции] [стиль графика] [розовый] [легенды графика]
Plot[pn1[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"pn1(x)"}],
[график функции] [стиль графика] [серый] [легенды графика]
AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and pn1(x)", ImageSize → Large]
[обозначения на осях] [пометка графика] [размер изображения] [крупный]

```

Out[19]=



```

In[20]:= Np[x_] = InterpolatingPolynomial[data, x] (*строим интерполяционный
[интерполяционный многочлен]
многочлен Ньютона Np(x) с помощью функции InterpolatingPolynomial*)
[интерполяционный многочлен]

```

Out[20]=

$$0.212533 + (-6. + x) (-0.189904 + (0.0605926 + (0.0621898 + (-0.0174038 + (0.0126996 - 0.00332041 (-2. + x)) (-5. + x)) (-1. + x)) (-3. + x)) (0. + x))$$

```

In[21]:= Np[x_] = Simplify[Np[x]]
[упростить]

```

Out[21]=

$$1.35195 + 2.61987 x - 4.22694 x^2 + 2.23346 x^3 - 0.563182 x^4 + 0.0691465 x^5 - 0.00332041 x^6$$

```
In[22]:= f[2.4316] (*Считаем значения всех функций/многочленов в точке 2.4316*)
L[2.4316]
pn1[2.4316]
Nr[2.4316]
```

```
Out[22]= 0.350875
```

```
Out[23]= 0.343952
```

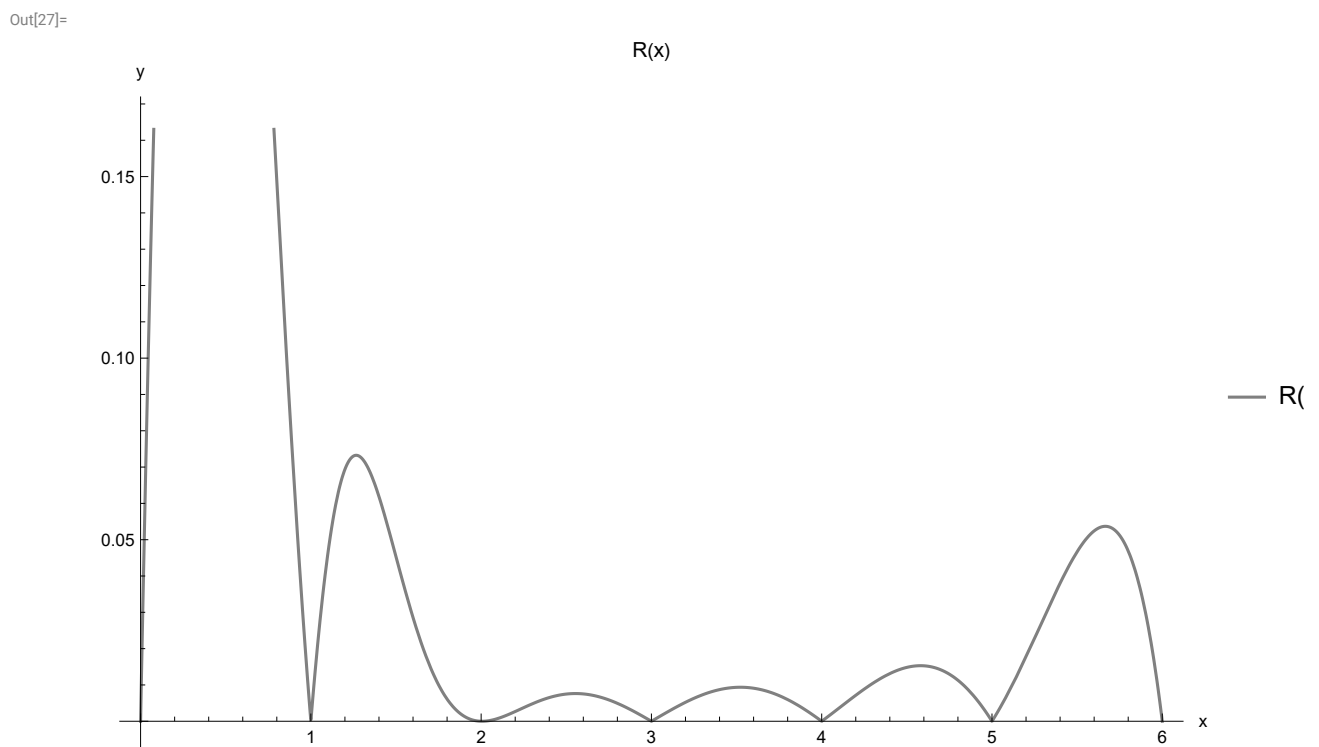
```
Out[24]= 0.343952
```

```
Out[25]= 0.343952
```

```
In[26]:= R[x_] = Abs[f[x] - Nr[x]] (*функция погрешности интерполирования многочленом Ньютона*)
|абсолютное значение
```

```
Out[26]= Abs[-1.35195 - 2.61987 x + 4.22694 x^2 - 2.23346 x^3 +
0.563182 x^4 - 0.0691465 x^5 + 0.00332041 x^6 +  $\frac{\pi + \text{Sinh}[\sqrt{5 + x + x^2}]}{\sqrt{33 + 11 x^4 + 3 x^8}}$ ]
```

```
In[27]:= Show[Plot[R[x], {x, 0, n}, PlotStyle -> Gray, PlotLegends -> {"R(x)"}],
|покр... |график функции |стиль графика |серый |легенды графика
AxesLabel -> {"x", "y"}, PlotLabel -> "R(x)", ImageSize -> Large]
|обозначения на осях |пметка графика |размер изоб... |крупный
```



```
In[28]:= (*находим максимум погрешности R(x) на отрезке [0,6]
с помощью функции найти максимум FindMaximum пакета Mathematica*)
FindMaximum[R[x], {x, 0, n}]
```

найти максимум

Out[28]=

```
{0.402046, {x -> 0.372543}}
```

```
In[29]:= (*n=10*)
a = 0; b = 6; n = 10; h = (b - a) / n;
data = N[ Table[{a + i * h, f[a + i * h]}, {i, 0, n}]]
```

... таблица значений

```
DataForSplain = data (*сохранил данные для 4 задания*)
```

Out[30]=

```
{{0., 1.35195}, {0.6, 1.50591}, {1.2, 1.33212},
{1.8, 0.685663}, {2.4, 0.360695}, {3., 0.236911}, {3.6, 0.187258},
{4.2, 0.169776}, {4.8, 0.170404}, {5.4, 0.184714}, {6., 0.212533}}
```

Out[31]=

```
{{0., 1.35195}, {0.6, 1.50591}, {1.2, 1.33212},
{1.8, 0.685663}, {2.4, 0.360695}, {3., 0.236911}, {3.6, 0.187258},
{4.2, 0.169776}, {4.8, 0.170404}, {5.4, 0.184714}, {6., 0.212533}}
```

```
In[32]:= Buff[x_] = 1;
```

```
L[x_] = 0;
```

```
In[34]:= (*строим интерполяционный многочлен Лагранжа*)
```

```
sum = 0;
```

```
For[i = 1, i ≤ n + 1, i++, proizv = 1;
```

цикл для

```
Buff[x_] = 1;
```

```
For[j = 1, j ≤ n + 1, j++, If[i == j, Continue[]];
```

цикл для

условный... продолжить

```
Buff[x_] = Buff[x] * (x - data[[j, 1]]);
```

```
proizv = proizv * (data[[i, 1] - data[[j, 1]]);];
```

```
summand = data[[i, 2]] / proizv;
```

```
L[x_] = (L[x] + Buff[x] * summand);
```

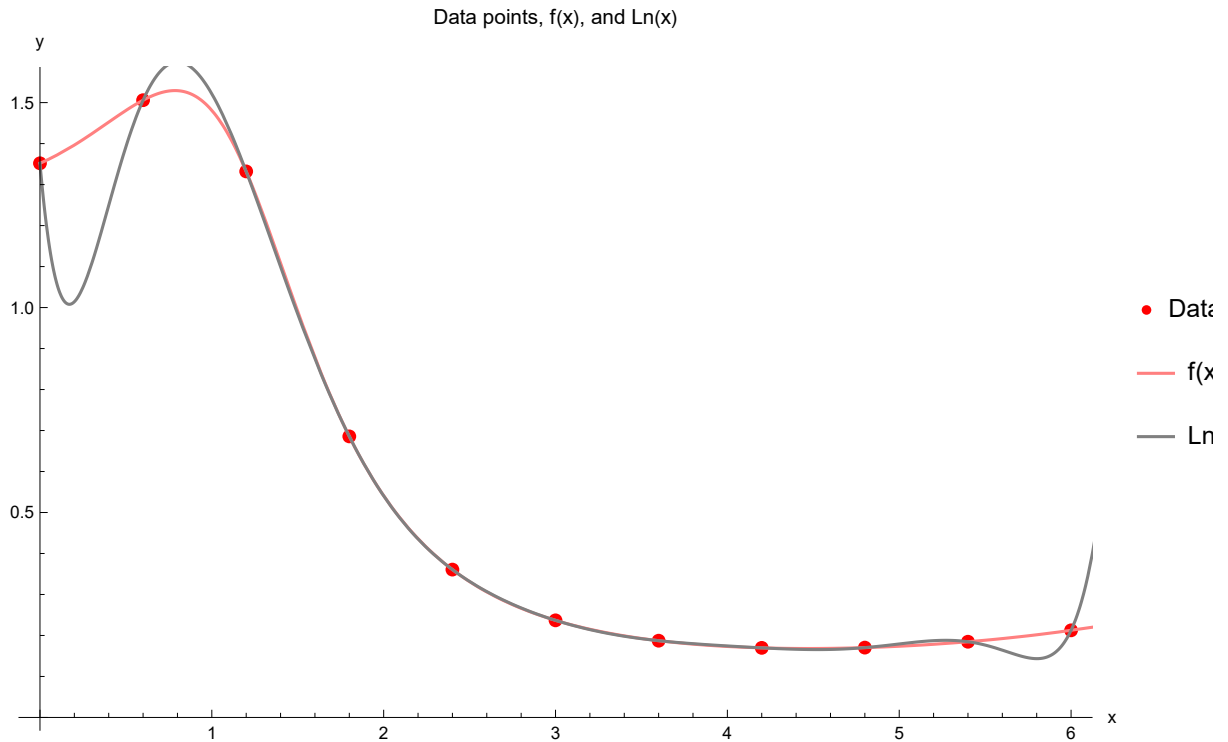
```
]
```

```

In[36]:= Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
  Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Pink, PlotLegends → {"f(x)"}],
  Plot[L[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Ln(x)"}],
  AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and Ln(x)", ImageSize → Large]

```

Out[36]=



```

In[37]:= Clear[dif];
  Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]; (*создаем массив для конечных разностей*)
  For[k = 1, k ≤ n, k++, For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]]
  (*Определим элементы массива dif, которые соответствуют пустым клеткам таблицы*)

```

```

In[40]:= For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
  (*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка*)

```

```

In[41]:= For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем конечные разности*)
  For[i = 0, i ≤ n - k, i++,
    dif[i, k] = dif[i + 1, k - 1] - dif[i, k - 1]]
  ];

```

```

In[42]:= tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];

```

In[43]:= **PaddedForm[TableForm[tab], {10, 9}]** (\*получаем таблицу конечных разностей\*)  
 [форма числа] [табличная форма]

Out[43]//PaddedForm=

1.351954653	0.153951267	-0.327733586	-0.144944721	0.939115725	-1.85359
1.505905920	-0.173782319	-0.472678308	0.794171003	-0.914480138	0.90773
1.332123601	-0.646460627	0.321492696	-0.120309135	-0.006742313	0.09183
0.685662975	-0.324967931	0.201183561	-0.127051447	0.085089064	-0.05718
0.360695044	-0.123784370	0.074132114	-0.041962384	0.027903032	-0.01827
0.236910674	-0.049652256	0.032169730	-0.014059351	0.009631239	-0.00537
0.187258418	-0.017482525	0.018110379	-0.004428113	0.004255250	
0.169775893	0.000627854	0.013682266	-0.000172862		
0.170403747	0.014310120	0.013509404			
0.184713867	0.027819524				
0.212533391					

In[44]:=  $t = \frac{x - a}{h};$  pn1[x\_] = dif[0, 0];  
 p[t\_] = 1 (\*строим первый интерполяционный многочлен Ньютона pn1(x)\*)

Out[45]=

1

In[46]:= **For**[**k** = 1, **k** ≤ **n**, **k**++, **p**[**t**\_] = **p**[**t**] \* (**t** - **k** + 1);  
 [цикл для

$pn1[x_] = pn1[x] + \frac{dif[0, k]}{k!} * p[t]$   
 ]

In[47]:= **pn1[x\_] = Simplify[pn1[x]]**  
 [упростить]

Out[47]=

$1.35195 - 4.76894 x + 21.1867 x^2 - 34.0133 x^3 + 27.9651 x^4 - 13.7075 x^5 +$   
 $4.2577 x^6 - 0.84853 x^7 + 0.105364 x^8 - 0.00742946 x^9 + 0.000227331 x^{10}$

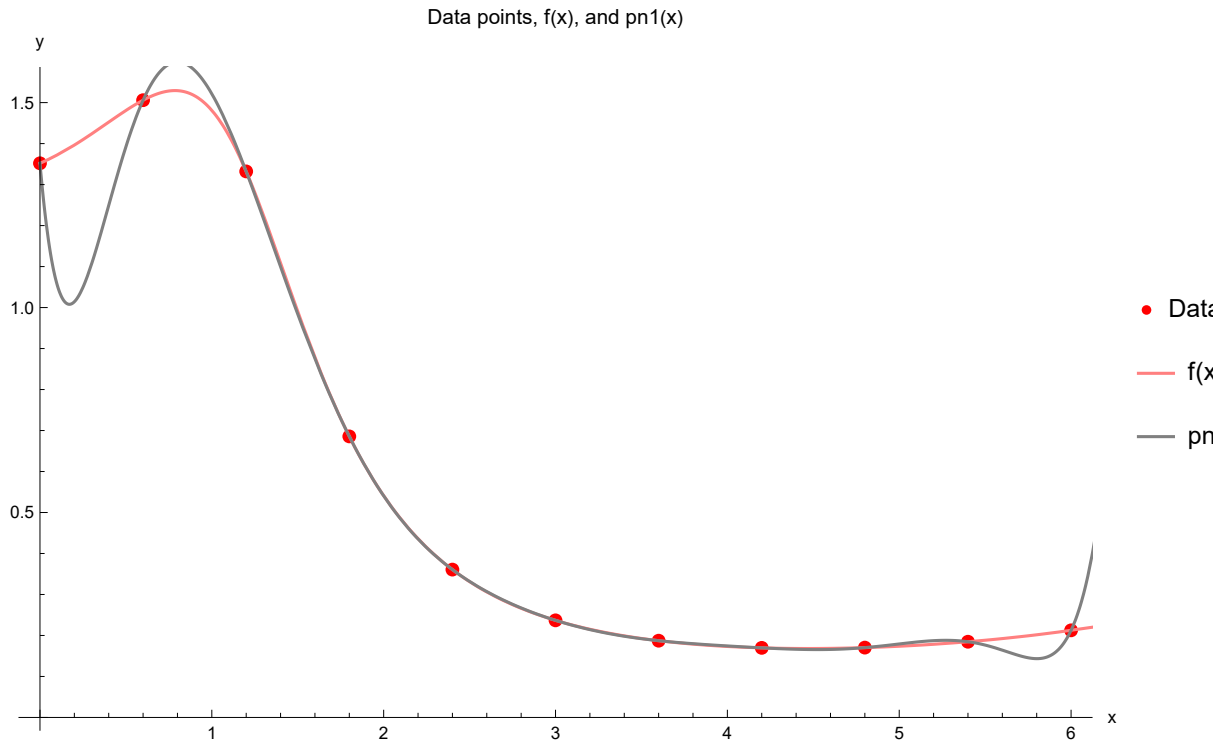


```

In[48]:= Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
  Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Pink, PlotLegends → {"f(x)"}],
  Plot[pn1[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"pn1(x)"}],
  AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and pn1(x)", ImageSize → Large]

```

Out[48]=



```

In[49]:= Np[x_] = InterpolatingPolynomial[data, x] (*строим интерполяционный многочлен Ньютона
  Np(x) с помощью функции интерполяционный многочлен InterpolatingPolynomial*)

```

Out[49]=

```

0.212533 +
(-6. + x) (-0.189904 + (0.0605926 + (0.0537294 + (-0.0170414 + (0.00429687 + (0.00124703 +
  (-0.00218547 + (0.000809347 + (-0.000745927 + 0.000227331
    (-1.8 + x) (-4.2 + x) (-2.4 + x) (-0.6 + x) )
  (-5.4 + x) (-4.8 + x) (-1.2 + x) (-3. + x) (0. + x) )

```

```

In[50]:= Np[x_] = Simplify[Np[x]]

```

Out[50]=

```

1.35195 - 4.76894 x + 21.1867 x^2 - 34.0133 x^3 + 27.9651 x^4 - 13.7075 x^5 +
  4.2577 x^6 - 0.84853 x^7 + 0.105364 x^8 - 0.00742946 x^9 + 0.000227331 x^10

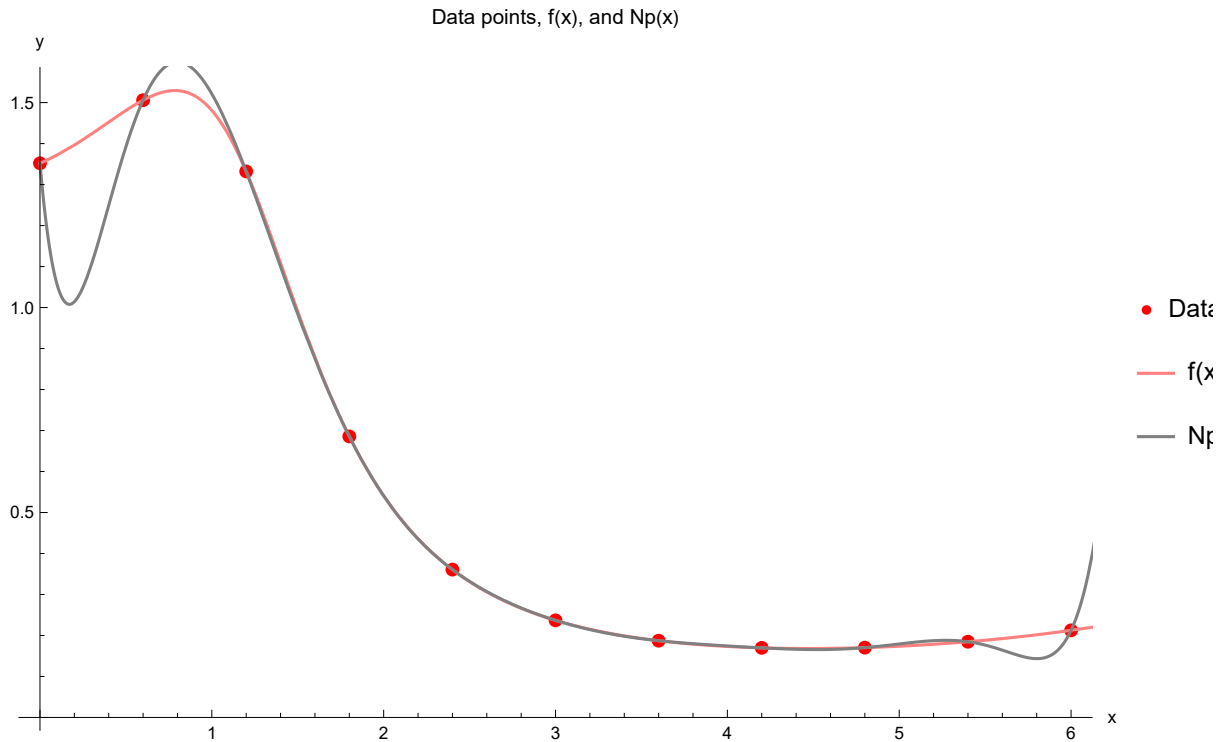
```

```

In[51]:= Show[ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
  [показывать диаграмму разбиения] [стиль графика] [крупность] [легенды графика]
  Plot[f[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Pink, PlotLegends → {"f(x)"}],
  [график функции] [стиль графика] [розовый] [легенды графика]
  Plot[Np[x], {x, 0, n}, PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Np(x)"}],
  [график функции] [стиль графика] [серый] [легенды графика]
  AxesLabel → {"x", "y"}, PlotLabel → "Data points, f(x), and Np(x)", ImageSize → Large]
  [обозначения на осях] [пометка графика] [размер изображения] [крупный]

```

Out[51]=



```

In[65]:= f[2.4316] (*Считаем значения всех функций/многочленов в точке 2.4316*)
L[2.4316]
pn1[2.4316]
Np[2.4316]

```

Out[65]=

0.350875

Out[66]=

0.351038

Out[67]=

0.351038

Out[68]=

0.351038

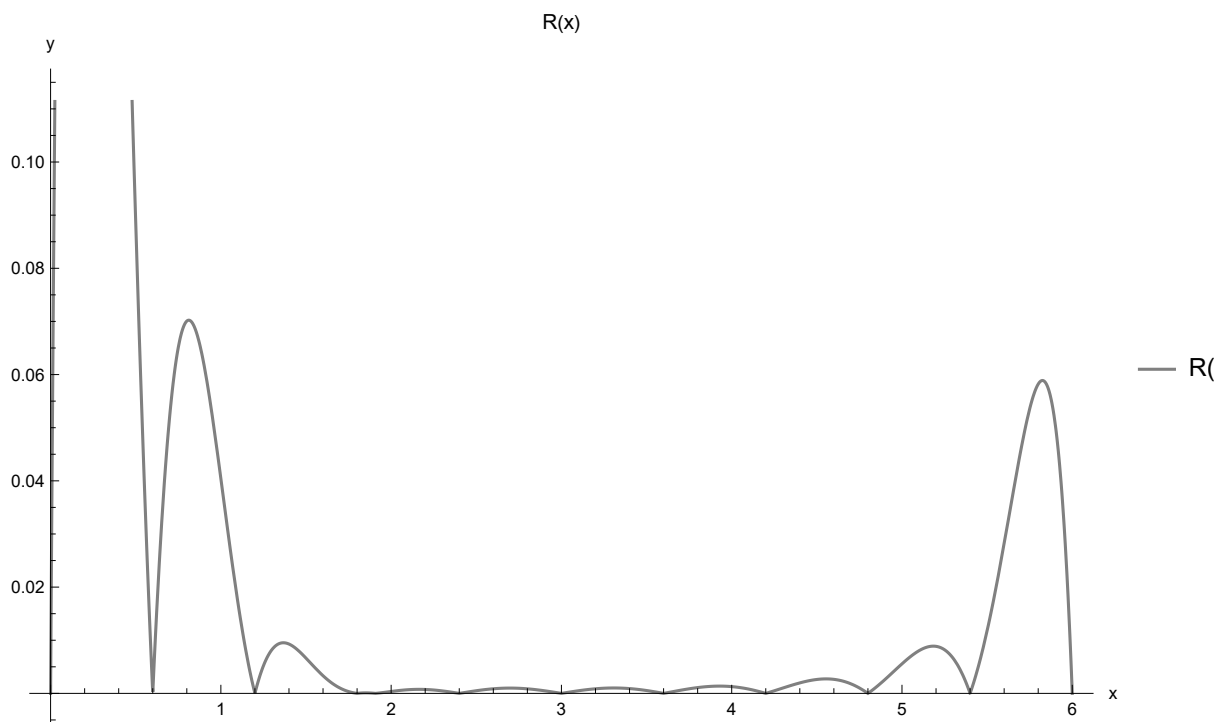
In[69]:= **R[x\_] = Abs[f[x] - Np[x]]** (\*функция погрешности интерполирования многочленом Ньютона\*)  
|абсолютное значение

Out[69]=

$$\text{Abs} \left[ -1.35195 + 4.76894 x - 21.1867 x^2 + 34.0133 x^3 - 27.9651 x^4 + 13.7075 x^5 - 4.2577 x^6 + \right. \\ \left. 0.84853 x^7 - 0.105364 x^8 + 0.00742946 x^9 - 0.000227331 x^{10} + \frac{\pi + \text{Sinh} \left[ \sqrt{5 + x + x^2} \right]}{\sqrt{33 + 11 x^4 + 3 x^8}} \right]$$

In[71]:= **Show[Plot[R[x], {x, 0, 6}, PlotStyle -> Gray, PlotLegends -> {"R(x)"}],**  
|показать график функции |стиль графика |серый |легенды графика  
**AxesLabel -> {"x", "y"}, PlotLabel -> "R(x)", ImageSize -> Large]**  
|обозначения на осях |пометка графика |размер изображения |крупный

Out[71]=



In[72]:= (\*находим максимум погрешности R(x) на отрезке [0,6] с  
 помощью функции найти максимум FindMaximum пакета Mathematica\*)  
|найти максимум

**FindMaximum[R[x], {x, 0, 6}]**  
|найти максимум

Out[72]=

{0.383245, {x -> 0.187988}}

(\*ЗАДАНИЕ 2\*)

In[73]:= **n = 6**

Out[73]=

6

```
In[74]:= cheb[x_] = Cos[ $\frac{\pi * (2 * x + 1)}{2 * n + 2}$ ] (*Многочлен Чебышева*)
```

```
Out[74]=
```

```
Cos[ $\frac{1}{14} \pi (1 + 2 x)$ ]
```

```
In[75]:= Clear[data]
```

```
In[76]:= data = N[Table[ $\left\{\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} * \text{cheb}[i], f\left[\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} * \text{cheb}[i]\right]\right\}$ , {i, 0, n}]]
```

```
Out[76]=
```

```
{{5.92478, 0.208242}, {5.34549, 0.182875}, {4.30165, 0.168805},  
{3., 0.236911}, {1.69835, 0.777439}, {0.654506, 1.5168}, {0.0752163, 1.36691}}
```

```
In[77]:= data = Reverse[data]
```

```
Out[77]=
```

```
{{0.0752163, 1.36691}, {0.654506, 1.5168}, {1.69835, 0.777439},  
{3., 0.236911}, {4.30165, 0.168805}, {5.34549, 0.182875}, {5.92478, 0.208242}}
```

```
In[78]:= Clear[dif]
```

```
In[79]:= Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}] (*Создаем массив для разделенных разностей*)
```

```
Out[79]=
```

```
{{dif[0, 0], dif[0, 1], dif[0, 2], dif[0, 3], dif[0, 4], dif[0, 5], dif[0, 6]},  
{dif[1, 0], dif[1, 1], dif[1, 2], dif[1, 3], dif[1, 4], dif[1, 5], dif[1, 6]},  
{dif[2, 0], dif[2, 1], dif[2, 2], dif[2, 3], dif[2, 4], dif[2, 5], dif[2, 6]},  
{dif[3, 0], dif[3, 1], dif[3, 2], dif[3, 3], dif[3, 4], dif[3, 5], dif[3, 6]},  
{dif[4, 0], dif[4, 1], dif[4, 2], dif[4, 3], dif[4, 4], dif[4, 5], dif[4, 6]},  
{dif[5, 0], dif[5, 1], dif[5, 2], dif[5, 3], dif[5, 4], dif[5, 5], dif[5, 6]},  
{dif[6, 0], dif[6, 1], dif[6, 2], dif[6, 3], dif[6, 4], dif[6, 5], dif[6, 6]}}
```

```
In[80]:= For[k = 1, k ≤ n, k++, For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]];
```

```
In[81]:= For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];
```

```
In[82]:= For[k = 1, k ≤ n, k++, (*Считаем разделенные разности*)
```

```
For[i = 0, i ≤ n - k, i++, dif[i, k] =  $\frac{\text{dif}[i + 1, k - 1] - \text{dif}[i, k - 1]}{\text{data}[[i + k + 1, 1] - \text{data}[[i + 1, 1]]}$ ;
```

```
]
```

```
In[83]:= tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]
           |массив
```

```
Out[83]=
{{1.36691, 0.258742, -0.595792, 0.246422, -0.0573657, 0.00948917, -0.00117389},
 {1.5168, -0.708307, 0.124939, 0.0039693, -0.00735518, 0.00262241, },
 {0.777439, -0.415264, 0.139416, -0.0305338, 0.00646566, , },
 {0.236911, -0.0523226, 0.0280544, -0.00320707, , , },
 {0.168805, 0.0134789, 0.0186745, , , , },
 {0.182875, 0.0437901, , , , , }, {0.208242, , , , , , }}
```

```
In[84]:= PaddedForm[TableForm[tab], {6, 5}] (*получаем таблицу разделенных разностей*)
           |форма числ... |табличная форма
```

```
Out[84]//PaddedForm=
1.36691      0.25874      -0.59579      0.24642      -0.05737      0.00949      -0.00117
1.51680      -0.70831      0.12494      0.00397      -0.00736      0.00262
0.77744      -0.41526      0.13942      -0.03053      0.00647
0.23691      -0.05232      0.02805      -0.00321
0.16880      0.01348      0.01867
0.18287      0.04379
0.20824
```

```
In[85]:= Pnr[x_] = tab[[1, 1]];
           Q[x_] = 1;
```

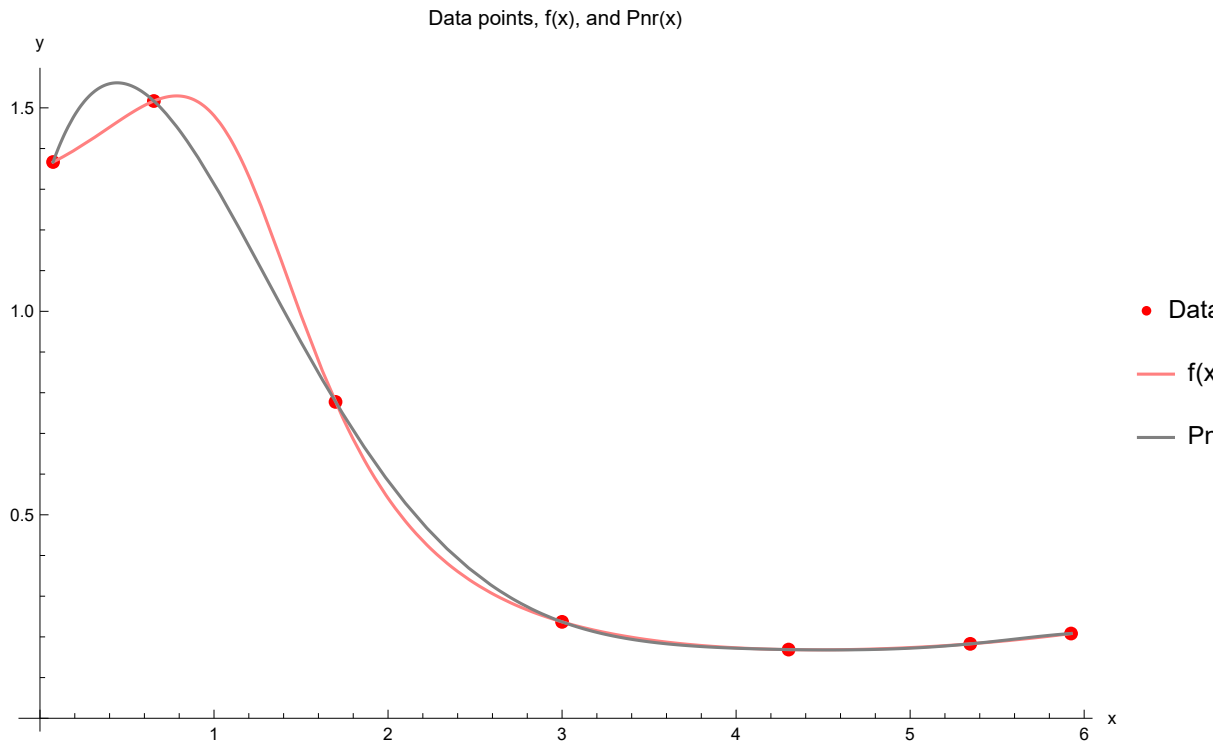
```
In[87]:= For[i = 2, i ≤ n + 1, i++, (*Строим интерполяционный многочлен Ньютона*) Q[x_] = 1;
           |цикл для
           For[k = 1, k ≤ i - 1, k++,
           |цикл для
             Q[x_] = Q[x] * (x - data[[k, 1]]);
           ];
           Q[x_] = Q[x] * tab[[1, i]];
           Pnr[x_] = Pnr[x] + Q[x];];
```

```

In[88]:= Show[ ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
  пока... диаграмма разб... стиль графика кра... легенды графика
  Plot[f[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]}, PlotStyle → Pink,
  график функции минимум всё максимум всё стиль графика розовый
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Pnr[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]},
  легенды графика график функции минимум всё максимум всё
  PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Pnr(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  стиль графика серый легенды графика обозначения на осях
  PlotLabel → "Data points, f(x), and Pnr(x)", ImageSize → Large]
  пометка графика размер изоб... крупный

```

Out[88]=



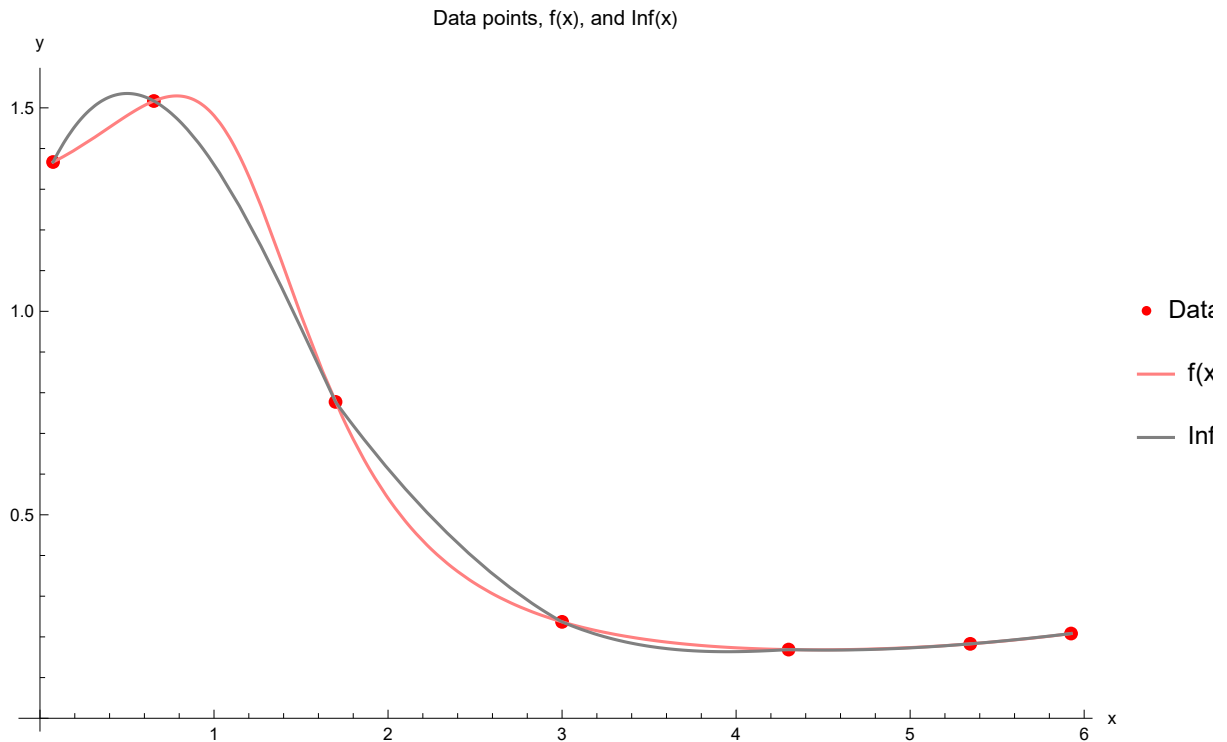
```

In[89]:= Inf = Interpolation[data];
  интерполировать

```

```
In[90]:= Show[ ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
  |пока... |диаграмма разб... |стиль графика |кра... |легенды графика
  Plot[f[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]}, PlotStyle → Pink,
  |график функции |минимум |всё |максимум |всё |стиль графика |розовый
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Inf[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]},
  |легенды графика |график функции |минимум |всё |максимум |всё
  PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Inf(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  |стиль графика |серый |легенды графика |обозначения на осях
  PlotLabel → "Data points, f(x), and Inf(x)", ImageSize → Large]
  |пометка графика |размер изоб... |крупный
```

Out[90]=



```
In[91]:= (*вычисляем значения функции f (x) и построенных
  |интерполяционных многочленов Pnr(x) и Inf(x) в точке x=2,4316*) f[2.4316]
  Pnr[2.4316]
  Inf[2.4316]
```

Out[91]=

0.350875

Out[92]=

0.380613

Out[93]=

0.417935

```
In[94]:= (*находим максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции*)
```

```
In[95]:= (*находим максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции*)
```

```
In[96]:= FindMaximum[Abs[f[x] - Pnr[x]], {x, data[[1, 1]], data[[7, 1]]}]
  |найти макси... |абсолютное значение
```

Out[96]=

{0.113657, {x → 0.330325}}

```
In[97]:= FindMaximum[Abs[f[x] - Inf[x]], {x, data[[1, 1], data[[7, 1]]}]
```

Найти максимум... Абсолютное значение

```
Out[97]:= {0.0779474, {x → 0.338156}}
```

```
In[98]:= (*n=10*)
n = 10
cheb[x_] = Cos[ $\frac{\pi * (2 * x + 1)}{2 * n + 2}$ ] (*Многочлен Чебышева*)
```

Косинус

```
Out[98]:= 10
```

```
Out[99]:= Cos[ $\frac{1}{22} \pi (1 + 2 x)$ ]
```

```
In[100]:= Clear[data]
```

Очистить

```
In[101]:= data = N[Table[{ $\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} * \text{cheb}[i]$ ,  $f[\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} * \text{cheb}[i]]$ }, {i, 0, n}]]
```

Таблица значений

```
data = Reverse[data]
```

Расположить в обратном порядке

```
Out[101]:= {{5.96946, 0.210762}, {5.7289, 0.198185}, {5.26725, 0.180425},
{4.62192, 0.168696}, {3.8452, 0.177356}, {3., 0.236911}, {2.1548, 0.456838},
{1.37808, 1.13487}, {0.732751, 1.5271}, {0.271104, 1.41546}, {0.0305357, 1.35776}}
```

```
Out[102]:= {{0.0305357, 1.35776}, {0.271104, 1.41546}, {0.732751, 1.5271},
{1.37808, 1.13487}, {2.1548, 0.456838}, {3., 0.236911}, {3.8452, 0.177356},
{4.62192, 0.168696}, {5.26725, 0.180425}, {5.7289, 0.198185}, {5.96946, 0.210762}}
```

```
In[103]:= Clear[dif]
```

Очистить



In[104]:=

**Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}] (\*Создаем массив для разделенных разностей\*)**

└массив

Out[104]:=

```
{ {dif[0, 0], dif[0, 1], dif[0, 2], dif[0, 3], dif[0, 4],
  dif[0, 5], dif[0, 6], dif[0, 7], dif[0, 8], dif[0, 9], dif[0, 10] },
  {dif[1, 0], dif[1, 1], dif[1, 2], dif[1, 3], dif[1, 4], dif[1, 5],
  dif[1, 6], dif[1, 7], dif[1, 8], dif[1, 9], dif[1, 10] },
  {dif[2, 0], dif[2, 1], dif[2, 2], dif[2, 3], dif[2, 4], dif[2, 5],
  dif[2, 6], dif[2, 7], dif[2, 8], dif[2, 9], dif[2, 10] },
  {dif[3, 0], dif[3, 1], dif[3, 2], dif[3, 3], dif[3, 4], dif[3, 5],
  dif[3, 6], dif[3, 7], dif[3, 8], dif[3, 9], dif[3, 10] },
  {dif[4, 0], dif[4, 1], dif[4, 2], dif[4, 3], dif[4, 4], dif[4, 5],
  dif[4, 6], dif[4, 7], dif[4, 8], dif[4, 9], dif[4, 10] },
  {dif[5, 0], dif[5, 1], dif[5, 2], dif[5, 3], dif[5, 4], dif[5, 5],
  dif[5, 6], dif[5, 7], dif[5, 8], dif[5, 9], dif[5, 10] },
  {dif[6, 0], dif[6, 1], dif[6, 2], dif[6, 3], dif[6, 4], dif[6, 5],
  dif[6, 6], dif[6, 7], dif[6, 8], dif[6, 9], dif[6, 10] },
  {dif[7, 0], dif[7, 1], dif[7, 2], dif[7, 3], dif[7, 4], dif[7, 5],
  dif[7, 6], dif[7, 7], dif[7, 8], dif[7, 9], dif[7, 10] },
  {dif[8, 0], dif[8, 1], dif[8, 2], dif[8, 3], dif[8, 4], dif[8, 5],
  dif[8, 6], dif[8, 7], dif[8, 8], dif[8, 9], dif[8, 10] },
  {dif[9, 0], dif[9, 1], dif[9, 2], dif[9, 3], dif[9, 4], dif[9, 5],
  dif[9, 6], dif[9, 7], dif[9, 8], dif[9, 9], dif[9, 10] },
  {dif[10, 0], dif[10, 1], dif[10, 2], dif[10, 3], dif[10, 4], dif[10, 5],
  dif[10, 6], dif[10, 7], dif[10, 8], dif[10, 9], dif[10, 10] } }
```

In[105]:=

**For[k = 1, k ≤ n, k++, For[i = n, i ≥ n - k, i--, dif[i, k] = ""]];**

└цикл для

└цикл для

**(\*Определим элементы массива dif, которые соответствуют пустым клеткам таблицы\*)**

In[106]:=

**For[i = 0, i ≤ n, i++, dif[i, 0] = data[[i + 1, 2]]];**

└цикл для

**(\*заполняем первый столбик таблицы значениями функции в точках с отрезка\*)**

In[107]:=

**For [ k = 1, k ≤ n, k++, (\*Считаем разделенные разности\*)**

└цикл для

**For [ i = 0, i ≤ n - k, i++, dif[i, k] =  $\frac{\text{dif}[i + 1, k - 1] - \text{dif}[i, k - 1]}{\text{data}[[i + k + 1, 1] - \text{data}[[i + 1, 1]]}$  ;**

└цикл для

]

]

In[108]:=

```
tab = Array[dif, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]
```

```
└─ массив
```

Out[108]=

```
{ {1.35776, 0.239853, 0.00280749, -0.571652, 0.414318, -0.146882,
  0.0317059, -0.0038276, -0.000143828, 0.000232745, -0.0000850628},
  {1.41546, 0.241825, -0.767518, 0.308471, -0.0218431, -0.025935, 0.0141319,
  -0.00458079, 0.00118243, -0.000272437, }, {1.5271, -0.607797, -0.186452,
  0.248863, -0.114537, 0.0355501, -0.00875442, 0.0018727, -0.000370011, },
  {1.13487, -0.872941, 0.377782, -0.107629, 0.023723, -0.00414679,
  0.000601844, -0.0000649449, , }, {0.456838, -0.260208, 0.112249,
  -0.030675, 0.00759542, -0.00152827, 0.000303657, , , },
  {0.236911, -0.0704628, 0.0365701, -0.00703466, 0.00213323, -0.000369922, , , , },
  {0.177356, -0.011149, 0.0206208, -0.0012133, 0.00103476, , , , , },
  {0.168696, 0.0181748, 0.0183353, 0.000984804, , , , , },
  {0.180425, 0.0384715, 0.0196623, , , , , , },
  {0.198185, 0.0522787, , , , , , , }, {0.210762, , , , , , , , } }
```

In[109]:=

```
PaddedForm[ TableForm[tab], {6, 5}] (*получаем таблицу разделенных разностей*)
```

```
└─ форма числа ──┐ └─ табличная форма
```

Out[109]//PaddedForm=

1.35776	0.23985	0.00281	-0.57165	0.41432	-0.14688	0.03171	-0.00014
1.41546	0.24182	-0.76752	0.30847	-0.02184	-0.02594	0.01413	-0.00027
1.52710	-0.60780	-0.18645	0.24886	-0.11454	0.03555	-0.00875	0.00023
1.13487	-0.87294	0.37778	-0.10763	0.02372	-0.00415	0.00060	-0.00037
0.45684	-0.26021	0.11225	-0.03068	0.00760	-0.00153	0.00030	
0.23691	-0.07046	0.03657	-0.00703	0.00213	-0.00037		
0.17736	-0.01115	0.02062	-0.00121	0.00103			
0.16870	0.01817	0.01834	0.00098				
0.18042	0.03847	0.01966					
0.19818	0.05228						
0.21076							

In[110]:=

```
Pnr[x_] = tab[[1, 1]];
```

```
Q[x_] = 1
```

Out[111]=

```
1
```

In[112]:=

```
For[i = 2, i ≤ n + 1, i++, (*Строим интерполяционный многочлен Ньютона*) Q[x_] = 1;
```

```
└─ цикл для
```

```
For[k = 1, k ≤ i - 1, k++, Q[x_] = Q[x] * (x - data[[k, 1]])];];
```

```
└─ цикл для
```

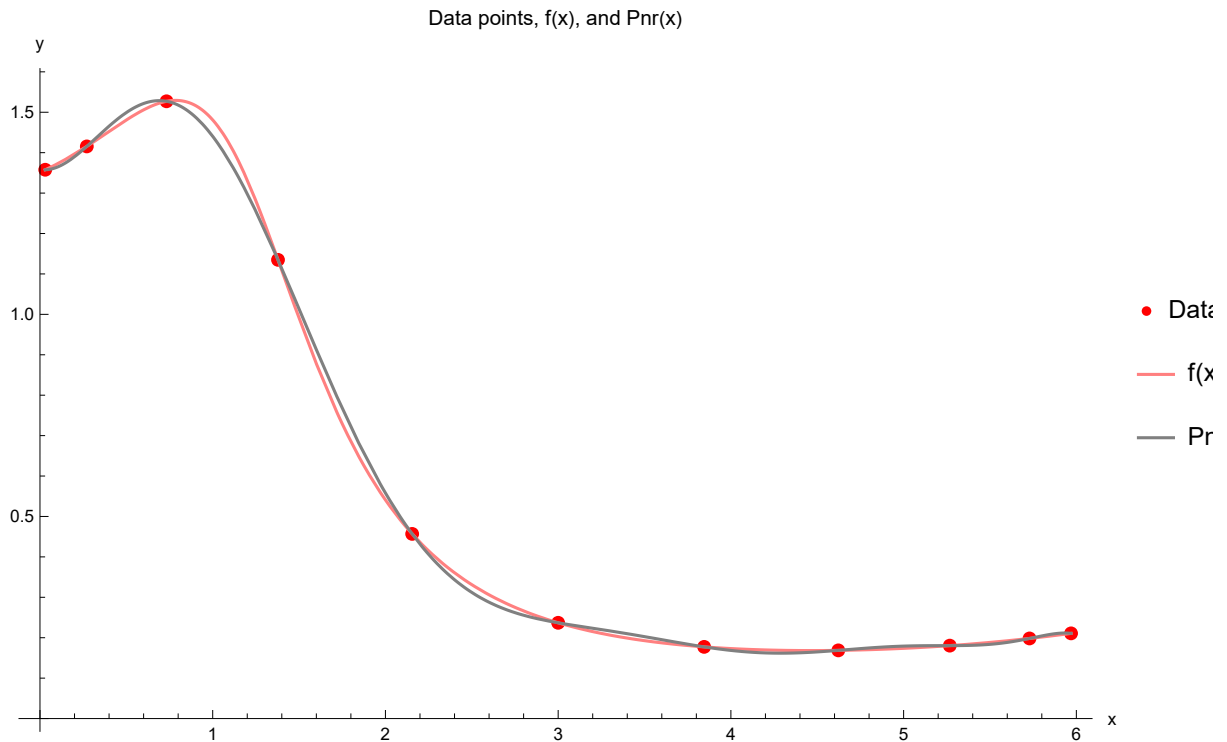
```
Q[x_] = Q[x] * tab[[1, i]];
```

```
Pnr[x_] = Pnr[x] + Q[x];];
```

In[113]:=

```
Show[ ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
      Plot[f[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]}, PlotStyle → Pink,
      PlotLegends → {"f(x)"}, Plot[Pnr[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]},
      PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Pnr(x)"}, AxesLabel → {"x", "y"},
      PlotLabel → "Data points, f(x), and Pnr(x)", ImageSize → Large]
```

Out[113]=



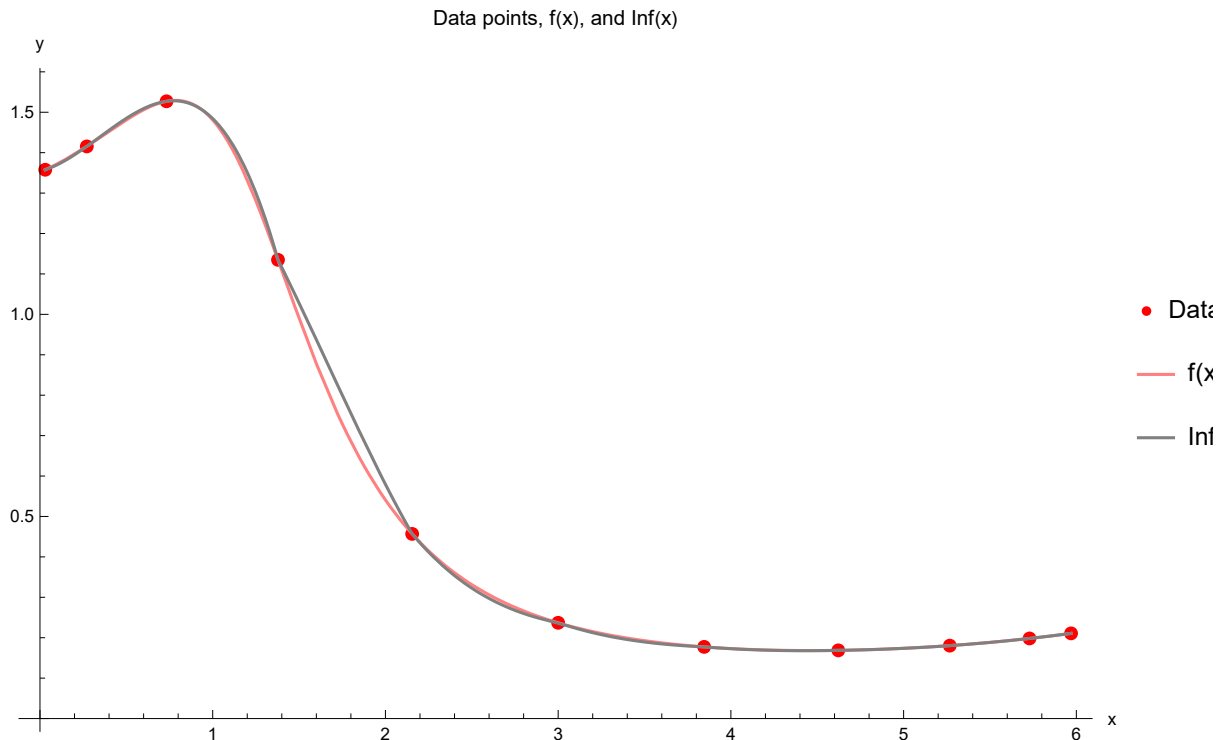
In[114]:=

```
Inf = Interpolation[data];
(*интерполирующую функцию Intf (x) n
с помощью функции интерполировать Interpolation*)
```

In[115]:=

```
Show[ ListPlot[data, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
  пока... диаграмма разб... стиль графика кра... легенды графика
  Plot[f[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]}, PlotStyle → Pink,
  график функции минимум всё максимум всё стиль графика розовый
  PlotLegends → {"f(x)"}], Plot[Inf[x], {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]},
  легенды графика график функции минимум всё максимум всё
  PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Inf(x)"}], AxesLabel → {"x", "y"},
  стиль графика серый легенды графика обозначения на осях
  PlotLabel → "Data points, f(x), and Inf(x)", ImageSize → Large]
  пометка графика размер изоб... крупный
```

Out[115]=



In[116]:=

```
(*вычисляем значения функции f (x) и построенных
интерполяционных многочленов Pnr (x) и Inf (x) в точке x=2,4316*)
Pnr[2.4316]
Inf[2.4316]
```

Out[116]=

0.350875

Out[117]=

0.332651

Out[118]=

0.343216

In[119]:=

```
(*находим максимумы абсолютных погрешностей интерполирования функции*)
FindMaximum[Abs[f[x] - Pnr[x]], {x, data[[1, 1]], data[[7, 1]]}]
найти макси... абсолютное значение
```

Out[119]=

{0.00890886, {x → 0.134523}}

In[134]:=

```
FindMaximum[Abs[f[x] - Inf[x]], {x, data[[1, 1]], data[[7, 1]]}]
```

[найди макси...](#) [абсолютное значение](#)

Out[134]=

```
{0.00244007, {x -> 0.13186}}
```

In[137]:=

```
Rn1[x_] := Abs[f[x] - Pnr[x]];
```

[абсолютное значение](#)

(\*абсолютная погрешность интерполирования многочленом Ньютона\*)

```
gr1 = Plot[Rn1[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thickness[0.005]}]
```

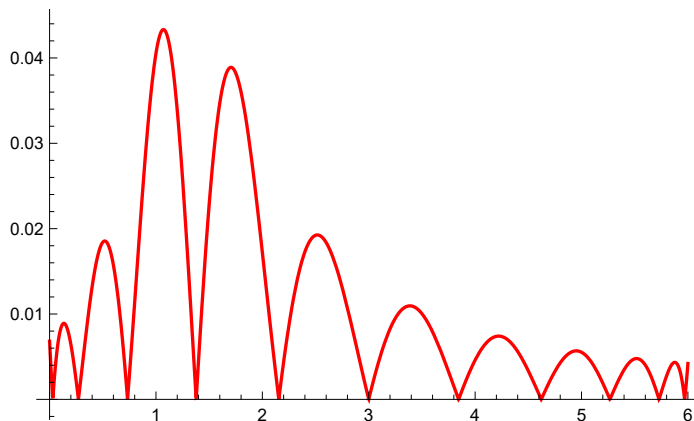
[график функции](#)

[стиль графика](#)

[кр...](#)

[толщина](#)

Out[138]=



In[139]:=

```
Rn2[x_] := Abs[f[x] - Inf[x]];
```

[абсолютное значение](#)

In[140]:=

```
gr2 = Plot[Rn2[x], {x, a, b}, PlotStyle -> {Red, Thickness[0.005]}]
```

[график функции](#)

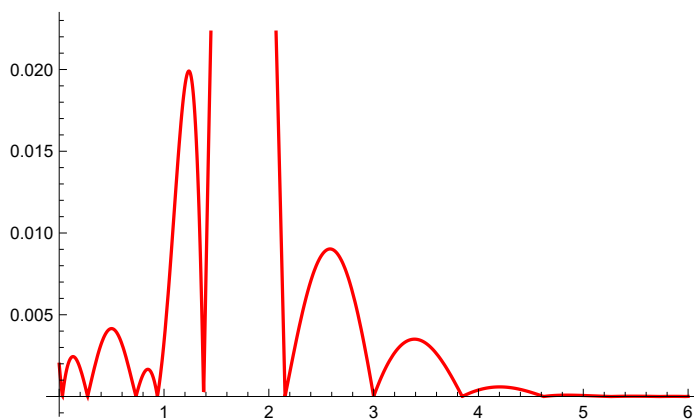
[стиль графика](#)

[кр...](#)

[толщина](#)

\*\*\* InterpolatingFunction: Input value {0.000122571} lies outside the range of data in the interpolating function. Extrapolation will be used.

Out[140]=



(\*Задание 3\*)

(\*На основании решенных нами заданий и полученных результатов можно сделать заключение о зависимости погрешности интерполирования от числа узлов и их расположения на отрезке. Чем больше узлов мы используем для интерполяции тем точнее будет интерполяционный полином. Также выбор оптимального распределения узлов (равномерное или неравномерное) может влиять на точность интерполяции. Неравномерно распределенные узлы, такие как узлы Чебышева, могут обеспечить более точное интерполирование в определенных случаях.\*)

In[128]:=

(\*Задание 4\*)

In[129]:=

DataForSplain(\*таблица значений функции  $f(x)$  в равноотстоящих точках отрезка  $[0,6]$ , полученной в задании 1 при  $n=10$ \*)

Out[129]=

```
{ {0., 1.35195}, {0.6, 1.50591}, {1.2, 1.33212},
  {1.8, 0.685663}, {2.4, 0.360695}, {3., 0.236911}, {3.6, 0.187258},
  {4.2, 0.169776}, {4.8, 0.170404}, {5.4, 0.184714}, {6., 0.212533} }
```

In[130]:=

Sf = Interpolation[DataForSplain, Method → "Spline"];

интерполировать метод

(\*интерполяция сплайном  $Sf(x)$  с помощью функции

интерполировать Interpolation[data, метод Method → "Spline"]\*)

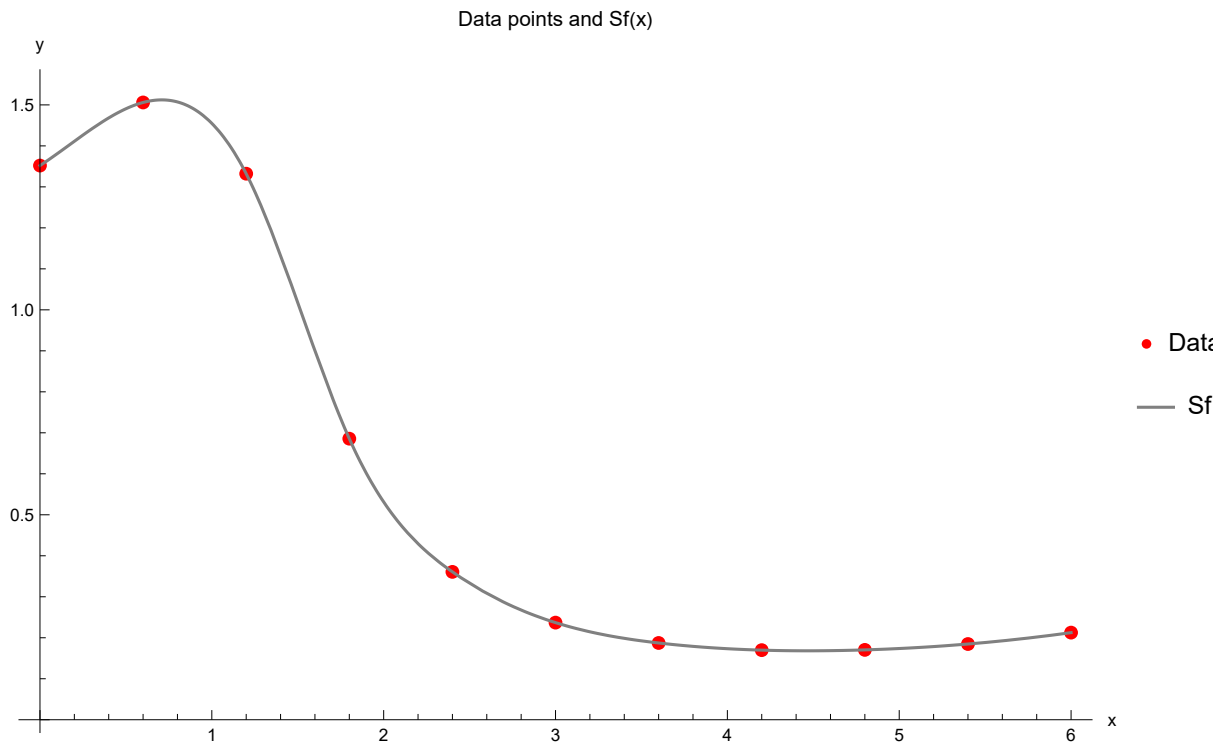
интерполировать

метод

In[131]:=

```
Show[ListPlot[DataForSplain, PlotStyle → Red, PlotLegends → {"Data points"}],
      Plot[Sf[x], {x, Min[DataForSplain[[All, 1]]], Max[DataForSplain[[All, 1]]],
            PlotStyle → Gray, PlotLegends → {"Sf(x)"}, AxesLabel → {"x", "y"},
            PlotLabel → "Data points and Sf(x)", ImageSize → Large]
```

Out[131]=



In[132]:=

```
(*вычисляем значения функции f (x) и Sf[x] в точке x=2,4316*)
f[2.4316]
Sf[2.4316]
```

Out[132]=

0.350875

Out[133]=

0.351566