

5장. 불 대수



- 01. 기본 논리식의 표현
- 02. 불 대수 법칙
- 03. 논리회로의 논리식 변환
- 04. 논리식의 회로구성
- 05. 불 대수식의 표현 형태
- 06. 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

01 기본 논리식의 표현



- ❖ 불 대수학(Boolean Algebra)은 이진 논리값($\{0,1\}$ 또는 {참, 거짓})을 대상으로 하는 연산을 다루는 대수학
- ❖ 기본적인 불 대수식은 **AND, OR, NOT** 연산을 이용하여 표현
- ❖ **AND** 식은 곱셈의 형식(\cdot)으로 표현하고, **OR** 식은 덧셈의 형식($+$)으로 표현
- ❖ **NOT** 식은 \bar{A} 또는 A' 로 표현
- ❖ 완전한 논리식은 입력 항목들의 상태에 따른 출력을 결정하는 식

$A=0$ and $B=1$ 일 때 출력을 1로 만들려는 경우
출력 논리식

$$F = \bar{A}B$$

$A=0$ or $B=1$ 일 때 출력을 1로 만들려는 경우
출력 논리식

$$F = \bar{A} + B$$

$(A=0 \text{ and } B=1) \text{ or } (A=1 \text{ and } B=0)$ 일 때
출력을 1로 만들려는 경우 출력 논리식

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

01 기본 논리식의 표현



❖ 2입력 논리식 예

입력		출력
A	B	F
0	0	—
0	1	—
1	0	—
1	1	—

$$F = \overline{A} + \overline{B}$$

A=0 또는 B=0일 때,
1을 출력하는 논리식

A=1이거나 (B=0이고 C=1)일 때,
1을 출력하는 논리식

❖ 3입력 논리식 예

$$F = A + \overline{B} C$$

입력							출력
A	B	C	A=1	\overline{B}	C	$\overline{B} C$	$A + \overline{B} C$
0	0	0		1			0
0	0	1		1	1	1	1
0	1	0					0
0	1	1			1		0
1	0	0	1	1			1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1				1
1	1	1	1		1		1



□ 불 대수 공리[Boolean Algebra Axioms]

P1	$A = 0 \text{ or } A = 1$
P2	$0 \cdot 0 =$
P3	$1 \cdot 1 =$
P4	$0 + 0 =$
P5	$1 + 1 =$
P6	$1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 =$
P7	$1 + 0 = 0 + 1 =$
P8	$\hat{0} = 1$
P9	$\hat{1} = 0$



Tip

공리(axiom, 公理)

논리적 체계를 구성하기 위해 가장 기본이 되는 몇 가지 명제들을 증명 없이 받아들이기로 하고 사용하는 것

02 불 대수 법칙



□ 불 대수 기본 법칙

기본법칙

1. $A+0=0+A=$	2. $A \cdot 1=1 \cdot A=$	3. $A+1=1+A=$
4. $A \cdot 0=0 \cdot A=$	5. $A+A=$	6. $A \cdot A=A$
7. $A + \overline{A} =$	8. $A \cdot \overline{A} =$	9. $\overline{\overline{A}} = A$

교환법칙

10. $A+B=B+A$	11. $AB=BA$
---------------	-------------

결합법칙

12. $(A+B)+C=A+(B+C)$	13. $(AB)C=A(BC)$
-----------------------	-------------------

14. $A(B+C)=AB+AC$	15. $A+BC=(A+B)(A+C)$
--------------------	-----------------------

02 불 대수 법칙



□ 불 대수 기본 법칙

$$16. \overline{A + B} = \overline{A} \overline{B}$$

$$17. \overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

흡수 법칙(absorptive law)

$$18. A + AB = A$$

$$19. A(A+B) = A$$

합의의 정리(consensus theorem)

$$20. AB + BC + \overline{A}C = AB + \overline{A}C$$

$$21. (A + B)(B + C)(\overline{A} + C) = (A + B)(\overline{A} + C)$$



Tip

쌍대성(duality)

불 대수 공리나 기본 법칙에서 좌우 한 쌍에서 0과 1을 서로 바꾸고 동시에 ‘·’과 ‘+’를 서로 바꾸면 다른 한 쪽이 얻어지는 성질. 한 쪽을 다른 쪽의 쌍대(dual)라고 한다. 예를 들어, 기본 법칙 ①과 ②는 쌍대성이 성립하며 ③과 ④, ⑤와 ⑥, ⑦과 ⑧도 마찬가지이다.

02 불 대수 법칙



□ 진리표를 이용한 분배법칙 $A+BC=(A+B)(A+C)$ 의 증명

A	B	C	좌측식		우측식		
			$B \cdot C$	$A+B \cdot C$	$A+B$	$A+C$	$(A+B)(A+C)$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					

동일한 결과



□ 드모르간의 정리 증명

A	B	$A+B$	좌측식	\overline{A}	\overline{B}	우측식
			$\overline{A+B}$			$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

동일한 결과

□ 드모르간의 일반식

$$\overline{A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n} = \overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3} \cdots \overline{A_n}$$

$$\overline{A_1 A_2 A_3 \cdots A_n} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3} + \cdots + \overline{A_n}$$

02 불 대수 법칙



예제 5-1 [표 5-7]의 합의의 정리를 불 대수의 기본 법칙과 진리표를 이용하여 증명하여라.

$$AB + BC + \overline{A}C = AB + \overline{A}C$$

$$(A + B)(B + C)(\overline{A} + C) = (A + B)(\overline{A} + C)$$

풀이 • 불 대수의 기본법칙을 이용한 증명

$$\begin{aligned} AB + BC + \overline{A}C &= AB + (A + \overline{A})BC + \overline{A}C = AB + ABC + \overline{A}BC + \overline{A}C \\ &= A(B \cdot 1 + BC) + \overline{A}(C \cdot 1 + BC) = AB(1 + C) + \overline{A}C(1 + B) \\ &= AB + \overline{A}C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A + B)(B + C)(\overline{A} + C) &= (A + B)(A\overline{A} + B + C)(\overline{A} + C) \\ &= (A + B + 0)(A + B + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + 0 + C) \\ &= (A + B + 0 \cdot C)(\overline{A} + 0 \cdot B + C) \\ &= (A + B)(\overline{A} + C) \end{aligned}$$

02 불 대수 법칙



- 진리표를 이용한 증명 $AB + BC + \overline{A}C = AB + \overline{A}C$

입력			좌측식				우측식		
A	B	C	AB	BC	$\overline{A}C$	$AB + BC + \overline{A}C$	AB	$\overline{A}C$	$AB + \overline{A}C$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	1	0	1

동일한 결과

02 불 대수 법칙



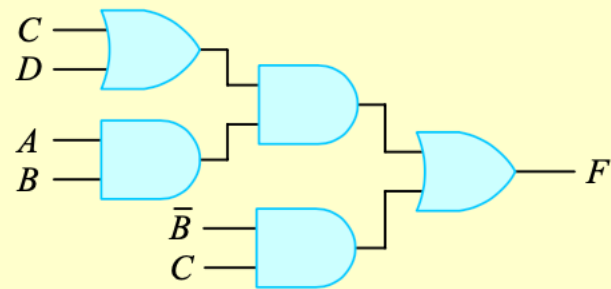
- 진리표를 이용한 증명 $(A + B)(B + C)(\bar{A} + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$

입력			좌측식				우측식		
A	B	C	$A + B$	$B + C$	$\bar{A} + C$	$(A + B)(B + C)(\bar{A} + C)$	$A + B$	$\bar{A} + C$	$(A + B)(\bar{A} + C)$
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

동일한 결과

End of Example

논리회로

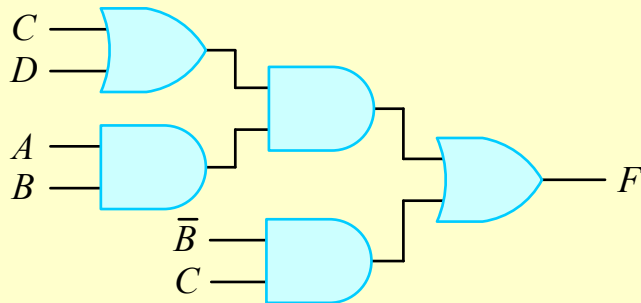


03 논리회로의 논리식 변환

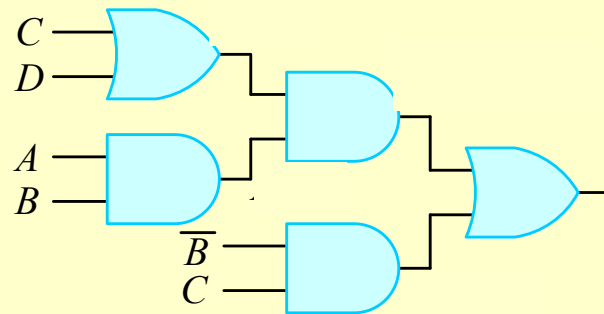


- ❖ 원래의 회로에 게이트를 거칠 때마다 게이트의 출력을 적어주면서 한 단계씩 출력 쪽으로 나아가면 된다.

논리회로



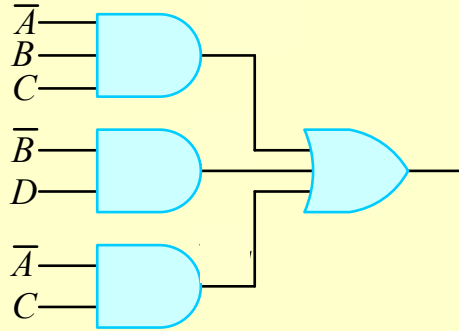
논리식 유도 과정



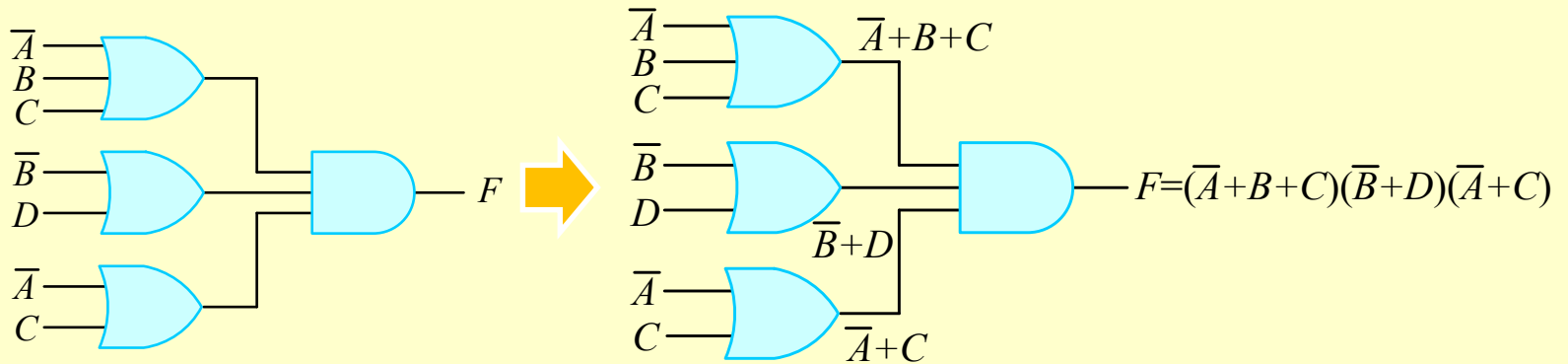
03 논리회로의 논리식 변환



예 1

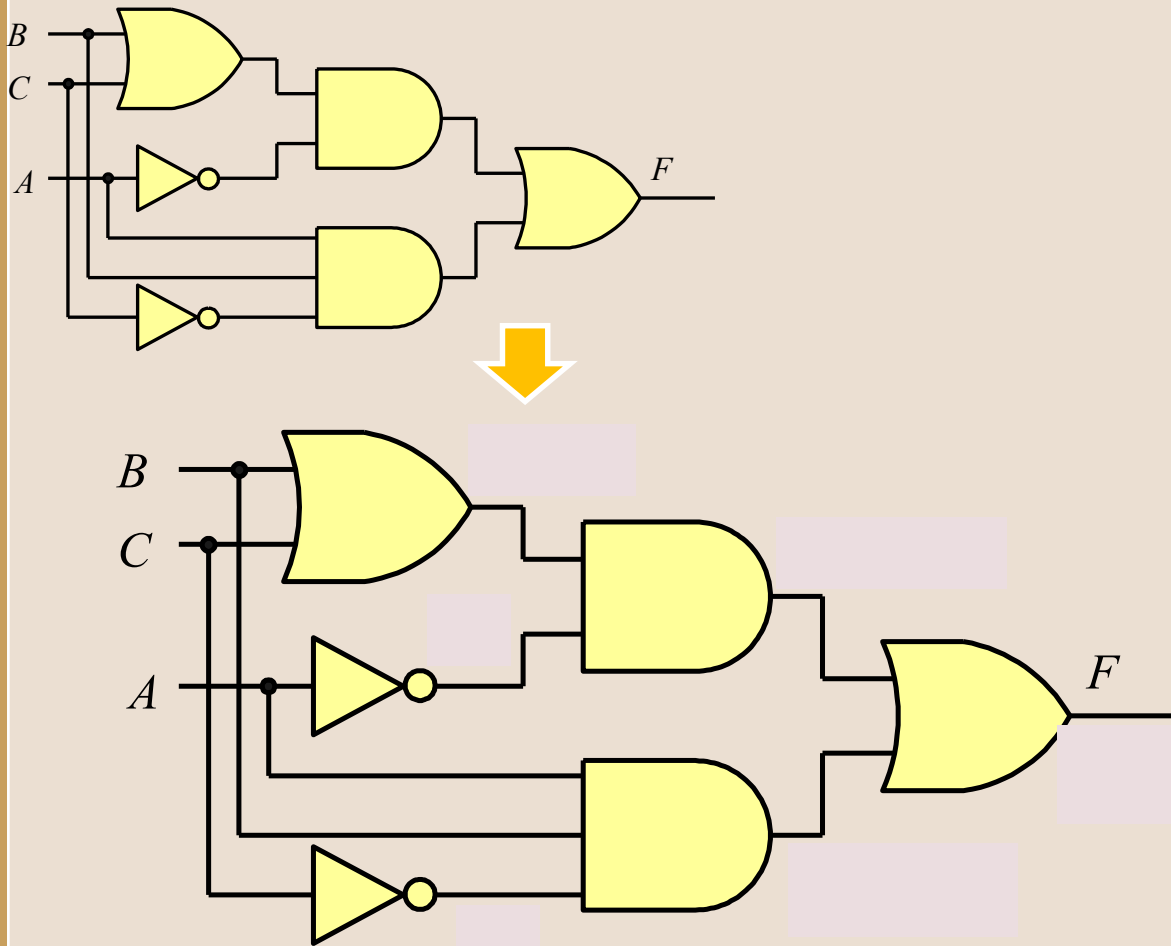


예 2





예 3



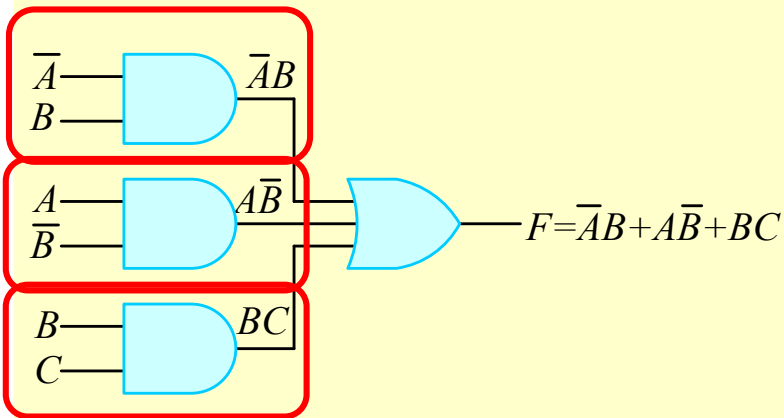
04 논리식의 논리회로 구성



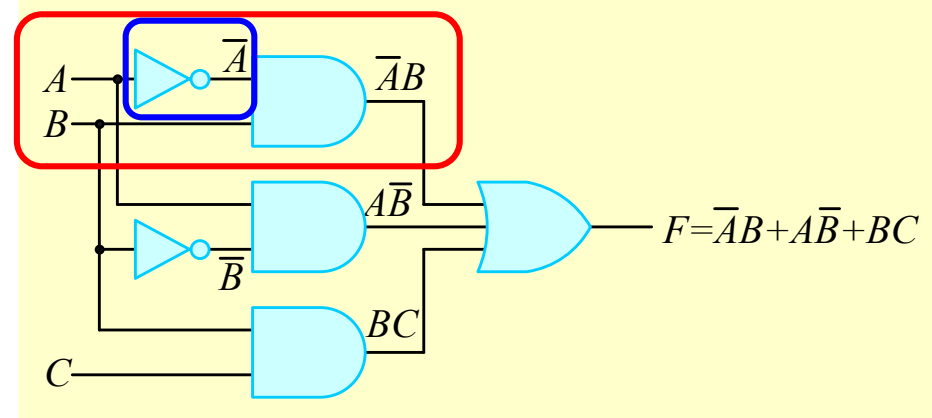
- ❖ AND, OR, NOT을 이용하여 논리식으로부터 회로를 구성.(AND-OR로 구성된 회로)

$$\overline{A}B + A\overline{B} + BC$$

보수입력 사용



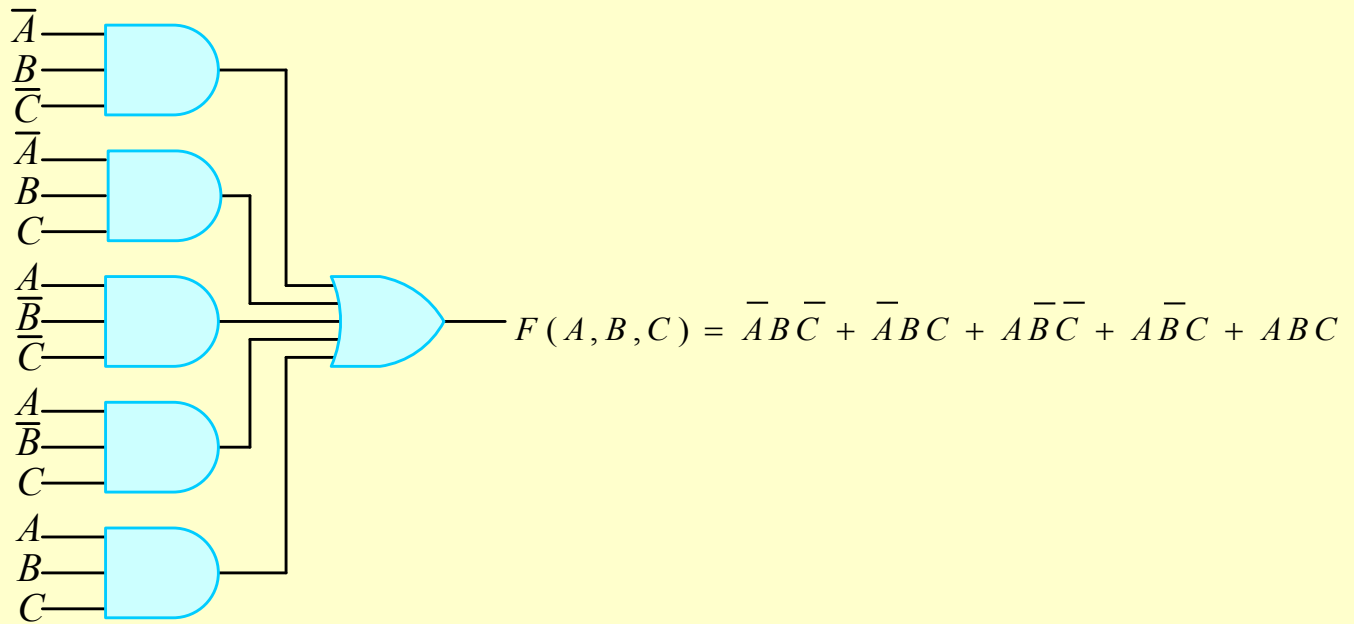
NOT 게이트 사용



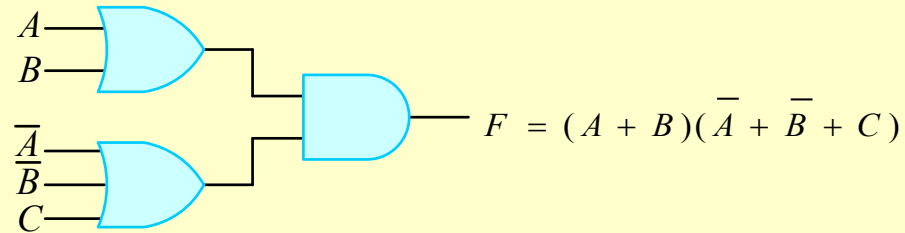
04 논리식의 논리회로 구성



AND-OR



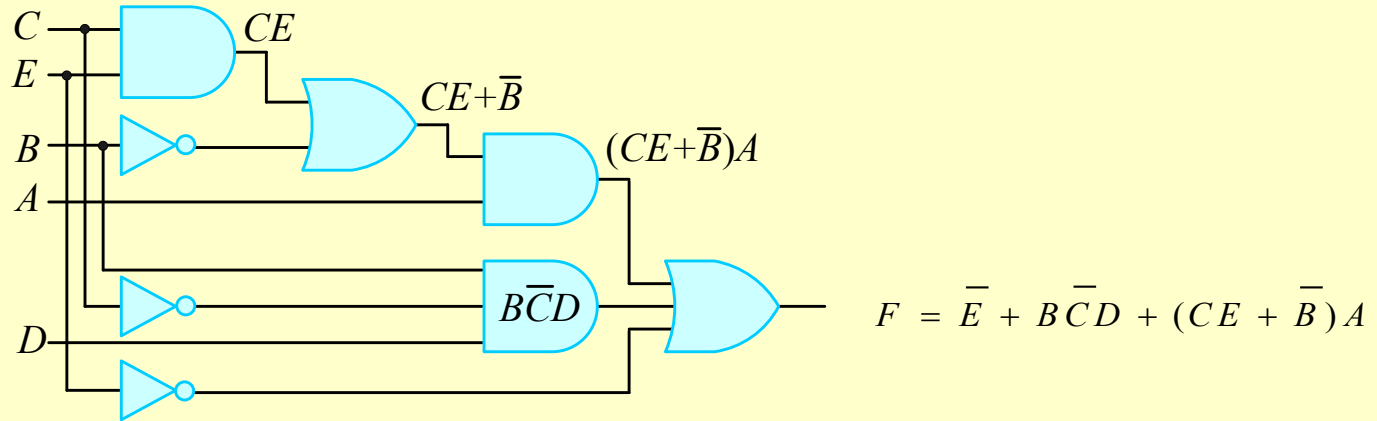
OR-AND



04 논리식의 논리회로 구성



다단계
논리회로



05 불 대수식의 표현 형태



□ 2개의 표준형(Standard Forms) – 유일하지 않은 형태

❖ SOP(Sum-Of-Products) – 곱의 합

❖ POS(Product-Of-Sums) – 합의 곱

□ 2개의 캐노니컬형(Canonical Forms) – 유일한 형태

❖ Sum-Of-Minterms – 최소항의 곱

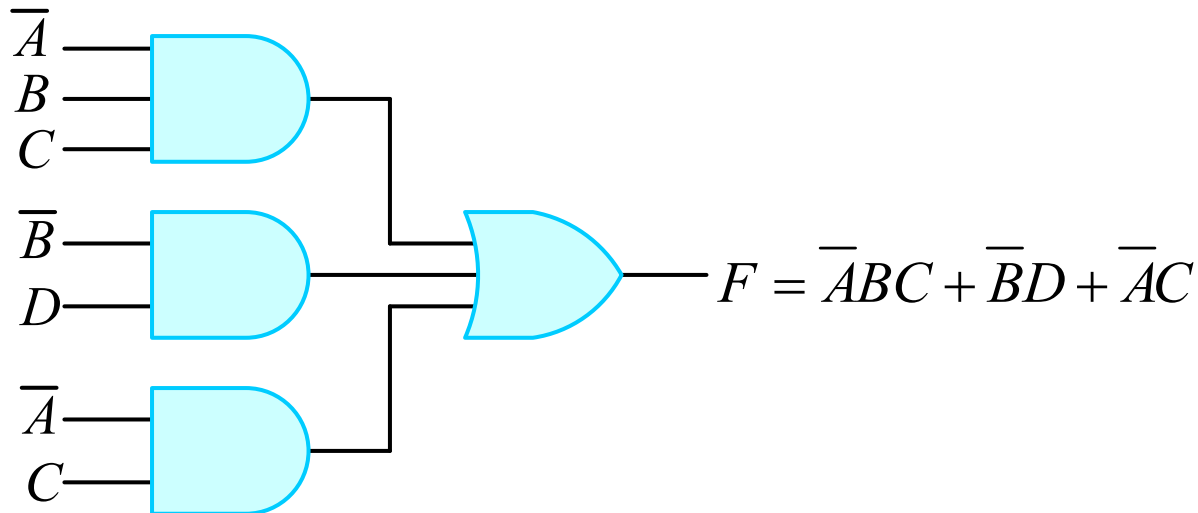
❖ Product-Of-Maxterms – 최대항의 곱



곱의 합과 최소항

□ 곱의 합(Sum of Product, SOP)

- ❖ SOP의 구성은 1 단계는 AND항(곱의 항, product term)으로 구성되고, 2 단계는 OR항(합의 항, sum term)으로 만들어진 논리식.





□최소항(Minterm)

- ❖ 최소항 : 표준 곱의 항
- ❖ 표준 곱의 항이란 함수의 모든 변수를 포함하고 있음.
- ❖ 예: 4변수 A, B, C, D 일 때:

최소항의 예

$$\begin{array}{c} \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} \\ A B C D \end{array}$$

곱의 합(SOP)
의 예

$$F = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} \overline{C} D + \overline{A} \overline{B} C \overline{D} + A B C D$$

$$F = B + \overline{A} C + A \overline{B} \overline{C} D$$

$$F = \overline{A} + B + C$$

$$F = A \overline{C}$$

최소항

최소항 아님

05 불 대수식의 표현 형태



□ 진리표로부터 최소항식을 표현하는 방법

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$(A=0 \text{ AND } B=1)$ OR $(A=1 \text{ AND } B=0)$ OR $(A=1 \text{ AND } B=1)$ 일 때, $F=1$ 이다. 또는

$(\bar{A}=1 \text{ AND } B=1)$ OR $(A=1 \text{ AND } \bar{B}=1)$ OR $(A=1 \text{ AND } B=1)$ 일 때, $F=1$ 이다. 또는

$\bar{A}B=1$ OR $A\bar{B}=1$ OR $AB=1$ 일 때, $F=1$ 이다.

$$f = \bar{A}B + A\bar{B} + AB$$

05 불 대수식의 표현 형태



□ 2변수 최소항의 표현 방법

A	B	최소항	기호
0	0	$\overline{A} \overline{B}$	m_0
0	1	$\overline{A} B$	m_1
1	0	$A \overline{B}$	m_2
1	1	$A B$	m_3

$$F(A, B) = \overline{A} \overline{B} + \overline{A} B + A \overline{B}$$

$$= m_1 + m_2 + m_3$$

$$= \sum m(1, 2, 3)$$

입력		출력	
A	B	F	
0	0	0	m_0
0	1	1	m_1
1	0	1	m_2
1	1	1	m_3

05 불 대수식의 표현 형태



□ 3변수 최소항의 표현 방법

$A \ B \ C$	최소항	기호
0 0 0	$\overline{A} \ \overline{B} \ \overline{C}$	m_0
0 0 1	$\overline{A} \ \overline{B} \ C$	m_1
0 1 0	$\overline{A} \ B \ \overline{C}$	m_2
0 1 1	$\overline{A} \ B \ C$	m_3
1 0 0	$A \ \overline{B} \ \overline{C}$	m_4
1 0 1	$A \ \overline{B} \ C$	m_5
1 1 0	$A \ B \ \overline{C}$	m_6
1 1 1	$A \ B \ C$	m_7

05 불 대수식의 표현 형태



□ 3변수 최소항의 표현 방법

$A B C$	F	최소항	기호
0 0 0	1	$\overline{A} \overline{B} \overline{C}$	m_0
0 0 1	1	$\overline{A} \overline{B} C$	m_1
0 1 0	0	$\overline{A} B \overline{C}$	m_2
0 1 1	1	$\overline{A} B C$	m_3
1 0 0	0	$A \overline{B} \overline{C}$	m_4
1 0 1	1	$A \overline{B} C$	m_5
1 1 0	0	$A B \overline{C}$	m_6
1 1 1	1	$A B C$	m_7

$$F(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7)$$

$$= \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C + A B C$$

$$\overline{F}(A, B, C) = \sum m(2, 4, 6)$$

$$= \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} \overline{C} + A B \overline{C}$$

$$F(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C + A B C$$

$$= \overline{F} = \sum m(2, 4, 6) = \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} \overline{C} + A B \overline{C}$$

$$\overline{F}(A, B, C) = \sum m(2, 4, 6) = \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} \overline{C} + A B \overline{C}$$

$$= \sum m(0, 1, 3, 5, 7) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} B C + A B C$$

05 불 대수식의 표현 형태



예제 5-3 다음 진리표를 이용하여 F 와 \bar{F} 를 최소항식으로 나타내어라.

$A B C$	F	\bar{F}
0 0 0	0	1
0 0 1	1	0
0 1 0	1	0
0 1 1	1	0
1 0 0	1	0
1 0 1	1	0
1 1 0	0	1
1 1 1	0	1

풀이

$$F(A, B, C) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5)$$

$$= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$\bar{F}(A, B, C) = \sum m(0, 6, 7)$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

End of Example



□ 4변수 최소항의 표현 방법

$A B C D$	최소항	기호	$A B C D$	최소항	기호
0 0 0 0	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	m_0	1 0 0 0	$A \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	m_8
0 0 0 1	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	m_1	1 0 0 1	$A \overline{B} \overline{C} D$	m_9
0 0 1 0	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	m_2	1 0 1 0	$A \overline{B} C \overline{D}$	m_{10}
0 0 1 1	$\overline{A} \overline{B} C D$	m_3	1 0 1 1	$A \overline{B} C D$	m_{11}
0 1 0 0	$\overline{A} B \overline{C} \overline{D}$	m_4	1 1 0 0	$A B \overline{C} \overline{D}$	m_{12}
0 1 0 1	$\overline{A} B \overline{C} D$	m_5	1 1 0 1	$A B \overline{C} D$	m_{13}
0 1 1 0	$\overline{A} B C \overline{D}$	m_6	1 1 1 0	$A B C \overline{D}$	m_{14}
0 1 1 1	$\overline{A} B C D$	m_7	1 1 1 1	$A B C D$	m_{15}

[Example]

$$F(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 5, 9, 11, 15)$$

$$F = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} \overline{C} D + \overline{A} \overline{B} C \overline{D} + \overline{A} \overline{B} C D + \overline{A} B C \overline{D} + \overline{A} B C D$$



예제 5-4 다음 논리식을 최소항식으로 변환하여라.

$$F(A, B, C, D) = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B} + A\overline{B}\overline{C}D$$

풀이

- 첫 번째 항 $\overline{A}\overline{B}C$ 에는 변수 \overline{D} 또는 D 가 없으므로 $\overline{D} + D$ 를 곱한다.

$$\overline{A}\overline{B}C = \overline{A}\overline{B}C(\overline{D} + D) = \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD$$

- 두 번째 항 $\overline{A}\overline{B}$ 에는 \overline{C}, C 와 \overline{D}, D 가 없으므로 $(\overline{C} + C)(\overline{D} + D)$ 를 곱한다.

$$\overline{A}\overline{B} = \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C)(\overline{D} + D) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD$$

- 세 번째 항 $A\overline{B}\overline{C}D$ 은 이미 최소항이므로 F 의 최소항식은 다음과 같다

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}\overline{B} + A\overline{B}\overline{C}D \\ &= \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}\overline{B}CD + A\overline{B}\overline{C}D \\ &= \sum m(0, 1, 2, 3, 10, 11, 13) \end{aligned}$$

End of Example



합의 곱과 최대항

- ❖ 합의 곱 구성 : 1 단계는 OR항(합의 항, sum term)으로 구성되고, 2 단계는 AND항(곱의 항, product term)으로 만들어진 논리식.
- ❖ 모든 변수를 포함하는 OR항을 맥스텀(maxterm) 또는 최대항이라 한다.

최대항의 예

$$\begin{aligned}\overline{A} + B + C + \overline{D} \\ A + B + C + D\end{aligned}$$

합의 곱(POS)
의 예

$$\left. \begin{aligned}\overline{(A + B + C + D)}(A + B + C + D) \\ (A + B)(A + C) \\ A(A + C) \\ A \\ A + B\end{aligned} \right\}$$

← 최대항

← 최대항 아님

05 불 대수식의 표현 형태



□ 최대항 표현 방법

$A B$	최대항	기호
0 0	$A + B$	M_0
0 1	$A + \overline{B}$	M_1
1 0	$\overline{A} + B$	M_2
1 1	$\overline{A} + \overline{B}$	M_3

<2변수인 경우>

$A B C$	최대항	기호
0 0 0	$A + B + C$	M_0
0 0 1	$A + B + \overline{C}$	M_1
0 1 0	$A + \overline{B} + C$	M_2
0 1 1	$A + \overline{B} + \overline{C}$	M_3
1 0 0	$\overline{A} + B + C$	M_4
1 0 1	$\overline{A} + B + \overline{C}$	M_5
1 1 0	$\overline{A} + \overline{B} + C$	M_6
1 1 1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$	M_7

<3변수인 경우>

05 불 대수식의 표현 형태



[Example]

$$F(A, B) = (A + B)(A + \bar{B})(\bar{A} + B)$$

$$= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2$$

$$= \prod M(0, 1, 2)$$

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

05 불 대수식의 표현 형태



예제 5-5

다음 최대항식을 진리표로 만들어 보고, 논리식을 구해보아라.

$$F(A, B, C) = \prod M(0, 1, 3, 5, 7)$$

풀이

$A B C$	F	최대항	기호
0 0 0	0	$A + B + C$	M_0
0 0 1	0	$A + B + \bar{C}$	M_1
0 1 0	1	$A + \bar{B} + C$	M_2
0 1 1	0	$A + \bar{B} + \bar{C}$	M_3
1 0 0	1	$\bar{A} + B + C$	M_4
1 0 1	0	$\bar{A} + B + \bar{C}$	M_5
1 1 0	1	$\bar{A} + \bar{B} + C$	M_6
1 1 1	0	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$	M_7

진리표

논리식 $F(A, B, C) = \prod M(0, 1, 3, 5, 7)$

$$= (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + C)$$

End of Example



예제 5-6

다음 논리식을 최대항식으로 변화하여라.

$$F(A, B, C, D) = (A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D)$$

풀이

- 첫 번째 항 $\overline{D}D$ 를 합하고 분배법칙 $A + BC = (A + B)(A + C)$ 을 적용한다.

$$A + \overline{B} + C = A + \overline{B} + C + \overline{D}D = (A + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + C + D)$$

- 두 번째 항 $\overline{A}A$ 를 합하고 마찬가지로 분배법칙을 적용한다.

$$\overline{B} + C + \overline{D} = \overline{A}A + \overline{B} + C + \overline{D} = (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + C + \overline{D})$$

- 세 번째 항 $A + \overline{B} + \overline{C} + D$ 는 이미 최대항이므로 최종식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) &= (A + \overline{B} + C)(\overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D) \\ &= (A + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + C + D)(\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D})(A + \overline{B} + \overline{C} + D) \\ &= \prod M(4, 5, 6, 13) \end{aligned}$$

End of Example



최소항과 최대항과의 관계

- ❖ 최소항은 출력이 1인 항을 SOP로 나타낸 것이고, 최대항은 출력이 0인 항을 POS로 나타낸 것이다.
- ❖ 최소항과 최대항은 상호 보수의 성질을 가진다.

$A B C$	F	\bar{F}	최소항 기호	최대항 기호	관 계
0 0 0	0	1	$\bar{A} \bar{B} \bar{C}$ m_0	$A + B + C$ M_0	$M_0 = \bar{m}_0$
0 0 1	1	0	$\bar{A} \bar{B} C$ m_1	$A + B + \bar{C}$ M_1	$M_1 = \bar{m}_1$
0 1 0	1	0	$\bar{A} B \bar{C}$ m_2	$A + \bar{B} + C$ M_2	$M_2 = \bar{m}_2$
0 1 1	1	0	$\bar{A} B C$ m_3	$A + \bar{B} + \bar{C}$ M_3	$M_3 = \bar{m}_3$
1 0 0	1	0	$A \bar{B} \bar{C}$ m_4	$\bar{A} + B + C$ M_4	$M_4 = \bar{m}_4$
1 0 1	1	0	$A \bar{B} C$ m_5	$\bar{A} + B + \bar{C}$ M_5	$M_5 = \bar{m}_5$
1 1 0	0	1	$A B \bar{C}$ m_6	$\bar{A} + \bar{B} + C$ M_6	$M_6 = \bar{m}_6$
1 1 1	0	1	$A B C$ m_7	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$ M_7	$M_7 = \bar{m}_7$

05 불 대수식의 표현 형태

$$F(A, B, C) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5)$$

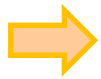
$$= \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C$$

$$= \overline{\overline{A}\overline{B}C} + \overline{\overline{A}B\overline{C}} + \overline{\overline{A}BC} + \overline{A\overline{B}\overline{C}} + \overline{A\overline{B}C}$$

$$= \overline{\overline{A}\overline{B}C} \cdot \overline{\overline{A}B\overline{C}} \cdot \overline{\overline{A}BC} \cdot \overline{A\overline{B}\overline{C}} \cdot \overline{A\overline{B}C}$$

$$= (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$= \prod M(1, 2, 3, 4, 5)$$



$$F(A, B, C) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5)$$

$$= \overline{\prod M(1, 2, 3, 4, 5)}$$

$$= \prod M(0, 6, 7)$$

$$= \sum m(0, 6, 7)$$

$A B C$	F	\overline{F}
0 0 0	0	1
0 0 1	1	0
0 1 0	1	0
0 1 1	1	0
1 0 0	1	0
1 0 1	1	0
1 1 0	0	1
1 1 1	0	1

최소항을 부정하면
최대항

최대항을 부정하면
최소항



□ (1)식을 간소화하는 과정

$$(1) \quad \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

$$(2) \quad \overline{A}B + A\overline{B} + ABC$$

$$\begin{aligned} \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC &= (\overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC) + (A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C) + ABC \\ &= \overline{A}B(\quad) + A\overline{B}(\quad) + ABC \\ &= \overline{A}B \cdot \quad + A\overline{B} \cdot \quad + ABC \\ &= \end{aligned}$$



예제 5-7

다음 최대항식을 최소항식으로 바꾸어 나타내고 부정도 최소항식과 최대항식으로 나타내보아라.

$$F(A, B, C) = \prod M(0, 2, 3, 7)$$

풀이

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \prod M(0, 2, 3, 7) = (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \\ &= \overline{(A + B + C)(A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})} \\ &= \overline{\overline{ABC} + \overline{AB\bar{C}} + \overline{A\bar{B}C} + \overline{ABC}} = \overline{\sum m(0, 2, 3, 7)} \\ &= \prod M(1, 4, 5, 6) = \sum m(1, 4, 5, 6) \\ &= \overline{ABC} + \overline{AB\bar{C}} + \overline{A\bar{B}C} + \overline{ABC} \end{aligned}$$

$$\overline{F(A, B, C)} = \prod M(0, 2, 3, 7) = \sum m(0, 2, 3, 7) = \sum m(1, 4, 5, 6) = \prod M(1, 4, 5, 6)$$

End of Example



□ (1)식을 간소화하는 과정

$$(1) \quad \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + \boxed{\overline{A}\overline{B}C} + ABC$$

$$(3) \quad \overline{A}B + A\overline{B} + AC$$

동일한 항 추가

$X+X=X$ 를 이용

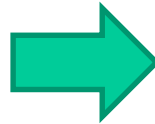


□ [1]식을 간소화하는 과정

$$(1) \quad \overline{A}B\overline{C} + \boxed{\overline{A}BC} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

$$(4) \quad \overline{A}B + A\overline{B} + BC$$

$$\overline{A}B + A\overline{B} + ABC$$



$$\overline{A}B + A\overline{B} + AC$$

$$\overline{A}B + A\overline{B} + BC$$



□ [2]식을 간소화하는 과정

$$(1) \quad \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

$$(2) \quad \overline{A}B + A\overline{B} + ABC$$

$$(3) \quad \overline{A}B + A\overline{B} + AC$$

$$(4) \quad \overline{A}B + A\overline{B} + BC$$

$$15. X + YZ = (X+Y)(X+Z)$$

$$\overline{A}B + A\overline{B} + ABC = \overline{A}B + A(\overline{B} + BC) = \overline{A}B + A(\overline{B} + B)(\overline{B} + C)$$

$$= \overline{A}B + A \cdot 1 \cdot (\overline{B} + C) = \overline{A}B + A\overline{B} + AC$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화



예제 5-8 불 대수 법칙을 이용하여 다음 논리식을 간소화하여라.

$$\overline{\overline{A}BC} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{\overline{A}BC}$$

풀이

$$\begin{aligned}\overline{\overline{A}BC} + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{\overline{A}BC} &= \boxed{\overline{\overline{A}BC} + \overline{\overline{A}BC}} + \boxed{\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC} \\ &= \overline{BC}(\overline{A} + A) + \overline{A}B(\overline{C} + C) \\ &= \overline{BC} + \overline{A}B\end{aligned}$$

End of Example



□ 간소화하는 과정 예

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= \sum m(0, 1, 3, 5, 7) \\
 &= \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC \\
 &= \overline{A}\overline{B}(\overline{C} + C) + \overline{A}C(\overline{B} + B) + AC(\overline{B} + B) \\
 &= \overline{A}\overline{B} + \overline{A}C + AC \\
 &= \overline{A}\overline{B} + C(\overline{A} + A) \\
 &= \overline{A}\overline{B} + C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{F}(A, B, C) &= \overline{\sum m(0, 1, 3, 5, 7)} = \sum m(2, 4, 6) \\
 &= \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + ABC \\
 &= B\overline{C}(\overline{A} + A) + AC(\overline{B} + B) \\
 &= B\overline{C} + AC = (A + B)\overline{C}
 \end{aligned}$$

06 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화



예제 5-9 다음 진리표에서 논리식을 구하고 불 대수 법칙을 이용하여 간소화하여라.

$A B C$	F	\bar{F}
0 0 0	0	1
0 0 1	1	0
0 1 0	1	0
0 1 1	1	0
1 0 0	1	0
1 0 1	1	0
1 1 0	0	1
1 1 1	0	1

풀이

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= \sum m(1, 2, 3, 4, 5) \\
 &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \boxed{ABC} \\
 &= \bar{B}C(\bar{A} + A) + \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) \\
 &= \bar{B}C + \bar{A}B + A\bar{B}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{F}(A, B, C) &= \sum m(0, 6, 7) \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}(\bar{C} + C) \\
 &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}
 \end{aligned}$$

End of Example



- ❖ 2개의 표준형(Standard Forms) – 유일하지 않음
 - SOP(Sum-Of-Products)
 - POS(Product-Of-Sums)
- ❖ 2개의 캐노니컬형(Canonical Forms) – 유일함
 - Sum-Of-Minterms
 - Product-Of-Maxterms