

자료구조 (Data Structure)

6주차: 힙

지난 시간 요약

- 최대 힙: 자식이 부모보다 데이터가 작은 이진 트리
- 최소 힙: 자식이 부모보다 데이터가 큰 이진 트리

최대힙 데이터 추가

- 1) 배열의 마지막에 새 데이터를 추가한다
- 2) 새 데이터가 부모보다 크면 교환한다
- 3) 새 데이터가 루트가 되거나, 부모보다 작거나 같을 때까지 반복한다

최대힙 데이터 삭제

- 1) 루트 데이터를 반환한다
- 2) 배열의 마지막 데이터를 루트에 복사한다
- 3) 복사된 데이터가 자식보다 작으면 교환한다
- 4) 복사된 데이터가 트리 끝에 도달하거나, 자식보다 크거나 같을 때까지 3)을 반복한다

최소힙 데이터 추가

- 1) 배열의 마지막에 새 데이터를 추가한다
- 2) 새 데이터를 부모와 비교하여, 부모가 더 크면 교환한다
- 3) 새 데이터가 루트가 되거나, 부모가 더 작거나 같을 때까지 2)를 반복한다

최소힙 데이터 삭제

- 1) 루트 데이터를 반환한다
- 2) 배열의 마지막 데이터를 루트에 복사한다
- 3) 복사한 데이터를 자식과 비교하여, 자식이 더 작으면 교환한다
- 4) 복사한 데이터가 끝에 도달하거나, 자식이 더 크거나 같을 때까지 3)을 반복한다

오늘 목표

- 1) 실무에서 구현된 힙 (리눅스 소스 코드)
- 2) 중간고사 문제 풀이

실무에서 구현된 힙

- 출처: github.com/torvalds/linux
- 파일: `include/linux/min_heap.h`
- 버전: 최초
- Min Heap 코드는 최소 힙을 관리하는 기능을 제공
- 최소 힙은 이진 트리 구조로, 각 노드의 값이 자식 노드들의 값보다 작거나 같은 특징이 있다.
- 결과적으로 가장 작은 요소가 루트에 있다.

실무에서 구현된 힙 - 구조체

```
struct min_heap {  
    int nr;        // 현재 힙에 저장된 데이터 개수  
    int size;      // 배열에 저장 가능한 최대 개수  
    int *data;     // 데이터를 저장하는 배열의 포인터  
};
```

실무에서 구현된 힙 - 초기화

```
void min_heap_init(struct min_heap *heap,  
                   int *data, int size)  
{  
    heap->nr = 0;  
    heap->size = size;  
    heap->data = data;  
}
```

실무에서 구현된 힙 - 초기화 테스트

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int values[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {
```

```
    .nr = 0,
```

```
    .size = sizeof(values) / sizeof(values[0]),
```

```
    .data = values,
```

```
};
```

실무에서 구현된 힙 - 기능 확장 방법

```
struct min_heap_callbacks {  
    /* 데이터 비교 함수, 거꾸로 하면 최대힙 */  
    int (*less)(const int *lhs, const int *rhs);  
  
    /* 데이터 교환 함수, 구조체 데이터에 필수 */  
    void (*swap)(int *lhs, int *rhs);  
};
```

실무에서 구현된 힙 - 작다 함수, 크다 함수

```
int less_than(const int *lhs, const int *rhs)
{
    return *lhs < *rhs;
}
```

```
int greater_than(const int *lhs, const int *rhs)
{
    return *lhs > *rhs;
}
```

실무에서 구현된 힙 - 작다 함수, 크다 함수

- 다음 코드를 실행한 후 x와 y의 값은?

```
int numbers[] = {10, 20, 30};
```

```
int x = less_than(&numbers[0], &numbers[1]);
```

```
int y = greater_than(&numbers[0], &numbers[1]);
```

실무에서 구현된 힙 - 교환 함수

```
void swap_int(int *lhs, int *rhs)
{
    int temp = *lhs;
    *lhs = *rhs;
    *rhs = temp;
}
```

실무에서 구현된 힙 - 교환 함수

- 다음 코드를 실행한 후 numbers 배열의 상태는?

```
int numbers[] = {10, 20, 30};
```

```
swap_int(&numbers[0], &numbers[2]);
```


실무에서 구현된 힙 - 힙으로 만들기

```
void min_heapify_all(struct min_heap *heap,  
                    const struct min_heap_callbacks *funcs)  
{  
    int i;  
  
    for (i = heap->nr / 2 - 1; i >= 0; i--)  
        min_heap_sift_down(heap, i, funcs);  
}
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기 1 / 4

```
void min_heap_sift_down(struct min_heap *heap,  
                        int pos,  
                        const struct min_heap_callbacks *funcs)  
{  
    int *left, *right, *parent, *smallest;  
    int *data = heap->data;  
    for (;;) {  
        if (pos * 2 + 1 >= heap->nr)  
            break;
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기 2 / 4

```
left = data + (pos * 2 + 1);
```

```
parent = data + pos;
```

```
smallest = parent;
```

```
if (funcs->less(left, smallest))
```

```
    smallest = left;
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기 3 / 4

```
if (pos * 2 + 2 < heap->nr) {  
    right = data + (pos * 2 + 2);  
    if (funcs->less(right, smallest))  
        smallest = right;  
}
```

```
if (smallest == parent)  
    break;
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기 4 / 4

```
funcs->swap(smallest, parent);
```

```
if (smallest == left)
```

```
    pos = pos * 2 + 1;
```

```
else
```

```
    pos = pos * 2 + 2;
```

```
}
```

```
}
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
min_heap_sift_down(&heap, 3, &callbacks);
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
min_heap_sift_down(&heap, 2, &callbacks);
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
min_heap_sift_down(&heap, 1, &callbacks);
```


실무에서 구현된 힙 - 데이터 내리기

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
min_heap_sift_down(&heap, 0, &callbacks);
```

실무에서 구현된 힙 - 힙으로 만들기

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
min_heapify_all(&heap, &callbacks);
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 삭제 1 / 2

```
void min_heap_pop(struct min_heap *heap,  
                  const struct min_heap_callbacks *funcs)  
{  
    int *data = heap->data;  
    if (heap->nr <= 0) {  
        printf("Popping an empty heap\n");  
        return;  
    }  
}
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 삭제 2 / 2

```
heap->nr--;  
data[0] = data[heap->nr];  
min_heap_sift_down(heap, 0, funcs);  
}
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 삭제

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
min_heapify_all(&heap, &callbacks);
```

```
min_heap_pop(&heap, &callbacks);
```

```
min_heap_pop(&heap, &callbacks);
```

```
min_heap_pop(&heap, &callbacks);
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 추가 1 / 2

```
void min_heap_push(struct min_heap *heap, int val,  
                  const struct min_heap_callbacks *funcs)  
{  
    int *data = heap->data;  
    int *child, *parent;  
    int pos;  
    if (heap->nr >= heap->size) {  
        printf("Pushing into a full heap\n");  
        return;  
    }
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 추가 2 / 2

```
pos = heap->nr;  
data[pos] = val;  
heap->nr++;  
for (; pos > 0; pos = (pos - 1) / 2) {  
    child = data + pos;  
    parent = data + (pos - 1) / 2;  
    if (funcs->less(parent, child)) break;  
    funcs->swap(parent, child);  
}  
}
```

실무에서 구현된 힙 - 데이터 추가

- 다음 코드를 실행한 후 heap의 상태는?

```
int data[] = {3, 1, 2, 4};
```

```
struct min_heap heap = {.nr = 0, .size = 4, .data = data};
```

```
struct min_heap_callbacks fs = {
```

```
    .less = less_than, .swap = swap_int, };
```

```
heap.nr = 4;
```

```
int values[] = {3, 4, 1, 2};
```

```
for (int i = 0; i < 4; i++) {
```

```
    min_heap_push(&heap, values[i], &callbacks);
```

```
}
```


2018년 중간고사 문제 1. Time complexity

- 다음에 주어진 code들에 대해 time complexity를 big-oh (O) notation을 사용하여 표현하십시오.
그리고, 그렇게 판단하는 이유도 함께 기술하십시오.
(주: 각 3점씩, 수식이 맞아도 이유가 잘못되면 0점)

2018년 중간고사 문제 1-(1)

```
int f1(int n)
{
    int result = n * n;
    return result;
}
```

2018년 중간고사 문제 1-(2)

```
int f2(int n)
{
    int result = 0;
    while (n > 1) {
        n = n / 2;
        result += 1;
    }
    return result;
}
```

2018년 중간고사 문제 1-(3)

```
int f3(int n, int m)
{
    int result = 0;
    int i, j;
    for (i = 1; i < n; i *= 2)
        result += 1;
    for (j = 1; j < m; j *= 5)
        result += 1;
    return result;
}
```

2018년 중간고사 문제 2. Circular Queue

- 크기가 6인 circular queue에 다음과 같이 삽입과 삭제가 순서대로 진행되었을 경우, 각 단계에서의 circular queue의 내용을 적으시오.
(각 2점씩) 단, front와 rear는 초기값으로 0을 부여한다.
- enqueue(1), enqueue(2), enqueue(3)
- enqueue(7), enqueue(6), enqueue(5)
- dequeue(), dequeue()
- enqueue(4)

2018년 중간고사 문제 3. Stack

- 다음과 같이 infix notation을 postfix notation으로 변경할 수 있다.

$$3+4*2-7 \rightarrow 342*+7- \quad 2*(4+6)-9 \rightarrow 246+*9-$$

- 이러한 기능을 갖는 function을 개발한다고 할 때, 그 function의 알고리즘을 기술하시오.
Flow chart의 형태로 표현해도 좋고, pseudo code, 혹은 논리적으로 명확하고 간단한 우리글도 좋다.
단, 알고리즘대로 절차를 수행했을 때 변환이 완료될 수 있어야 한다.

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

- 아래 프로그램에서 ①, ②, ③을 수행하고 난 후 head가 가리키는 linked list가 어떤 모양인지 그림으로 나타내시오.

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <stdlib.h>
```

```
typedef struct node* nodePointer;
```

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
typedef struct node {  
    int data;  
    nodePointer prev;  
    nodePointer next;  
} node;
```


2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
nodePointer GetNewNode(int x) {  
    nodePointer newNode = malloc(sizeof(node));  
    newNode->data = x;  
    newNode->prev = NULL;  
    newNode->next = NULL;  
    return newNode;  
}
```

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
void f1(int x, nodePointer *ptr)
{
    nodePointer newNode = GetNewNode(x);
    if (*ptr == NULL) {
        *ptr = newNode;
        return;
    }
```

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
*ptr->prev = newNode;  
newNode->next = *ptr;  
*ptr = newNode;
```

```
}
```

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
void f2(int x, nodePointer *ptr)
{
    nodePointer temp = *ptr;
    nodePointer newNode = GetNewNode(x);
    if (*ptr == NULL) {
        *ptr = newNode;
        return;
    }
```

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
while (temp->next != NULL)
```

```
    temp = temp->next;
```

```
temp->next = newNode;
```

```
newNode->prev = temp;
```

```
}
```

2018년 중간고사 문제 4. Linked list

```
int main()
{
    nodePointer head = NULL;
    f1(2, &head);
    f2(3, &head);
    f1(4, &head);
    return 0;
}
```

2018년 중간고사 문제 5. Binary tree (12점)

1) Node의 개수가 n 일 때 최소 height와 최대 height를 갖는 경우, 그 값이 얼마인지 각각 예를 들어 설명하시오. (6점)

2018년 중간고사 문제 5. Binary tree (12점)

2) Node의 개수가 n 일 때 최소 width와 최대 width를 갖는 경우, 그 값이 얼마인지 각각 예를 들어 설명하시오.
(6점)

중간고사 문제 6. Binary tree traversal (9점)

- postorder traversal 결과가 D B F G E H C A 이고
inorder traversal 결과가 B D A F E G C H인
binary tree를 그림으로 나타내시오.
단, 중간 과정을 모두 적으시오.

2018년 중간고사 문제 보너스. (10점)

- 두 자연수의 나누기를 함수로 구현하는데, 빼기를 활용하면 아래 code와 같이 recursion으로 구현하는 것이 가능하다.

연산 결과는 C에서의 ‘/’의 결과와 같다. 즉, `divide(5, 2)`의 결과값은 2이고, `divide(6, 3)`의 결과값은 2이다. 다음 함수의 ①과 ②, ③에 들어갈 한 줄짜리 code를 적으시오.

2018년 중간고사 문제 보너스. (10점)

```
unsigned int divide(unsigned int x, unsigned int y)
{
    if (x < y) /* ① */
    else if (x == y) /* ② */
    else if (x > y) /* ③ */
}
```