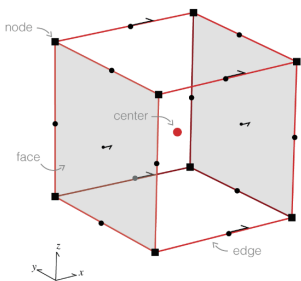


TP2: PINNs et réduction de modèle

Cours de SciML2

Emmanuel Franck^{1,2}

¹Macaron Team, INRIA, ²IRMA, Unistra



Résumé

il s'agit de l'examen final du cours d'apprentissage et calcul scientifique.

1. CONTEXTE

On souhaite résoudre l'EDP de Burgers paramétrique visqueuse déterminée par la formule suivante

$$\begin{aligned} \partial_t u + \partial_x \left(\frac{u^2}{2} \right) - \varepsilon \partial_{xx} u &= 0, \quad x \in [0, 1] \\ u(0, x) &= u_0(x), \quad x \in [-1, 1] \\ u(t, -1) &= u(t, 1) = 0, \quad t > 0 \end{aligned} \tag{1}$$

avec $\varepsilon \in [0.02, 0.2]$ le coefficient de viscosité.

2. EXERCICE 1: DF

Question 2.1 (Différences finis): Ecrivez un code différence finis en Pytorch qui résout cette équation pour un ε donné afin d'avoir des solutions de référence.

Vous pourrez utiliser les schémas du cours de A. Thomann couplé avec un schéma classique de type différence finie centrée pour la dérivée seconde.

3. EXERCICE 1: PINNS

Question 3.1 (PINNs): Pouvez vous à l'aide d'un PINNs résoudre l'équation paramétrique précédente. On cherchera donc une solution de type $u_\theta(t, x, \varepsilon)$.

Les conditions limites et initiales pourront être imposées faiblement comme fortement. Commentez dans votre rapport ce choix. On attend de vous une comparaison assez complète avec une solution de références et une étude de l'effet des hyper-paramètres. Vous pouvez prendre un intervalle avec ε plus petit pour commencer.

Question 3.2 (PINNs discret): Résolvez la même chose avec un PINNs discret qui va calculer $u_{\theta(t)}(x, \varepsilon)$ et effectuez des comparaisons pertinentes avec l'approche précédentes.

4. EXERCICE 2: RÉDUCTION DE MODÈLE

Published Dec 27, 2024

Informations

- Rendu: programme python
- Documents: Tous les documents autorisés

Affiliation

- Niveau: Master CSMI
- Université: Unistra
- Année: 2024-2025

Question 4.1 (Données): Générer un tenseur de données qui contient des solutions spatiales de notre EDP pour plusieurs temps et valeur de epsilon.

Question 4.2 (Réduction de dimension): Utilisez une méthode POD pour construire notre espace réduit.

Question 4.3 (Réduction de modèle): Calculer le modèle réduit (sans hyper-réduction) par la méthode de Galerkin, comparez les résultats aux solutions de références et aux solutions PINNs pour plusieurs dimension de réduction.

Question 4.4 (Apprentissage de modèle): Apprenez le modèle réduit par une approche supervisé et comparez les résultats aux solutions de références et aux solutions PINNs pour plusieurs dimension de réduction.

5. EXERCICE 3: BONUS RÉDUCTION DE MODÈLE

Cela donnera des points en plus sur la moyenne générale (si le reste est fait).

Question 5.1 (Réduction de dimension): Utilisez un auto-encodeur pour construire notre espace réduit et apprenez le modèle réduit par la méthode de votre choix (apprentissage de flot, d'EDO, RNN) etc