

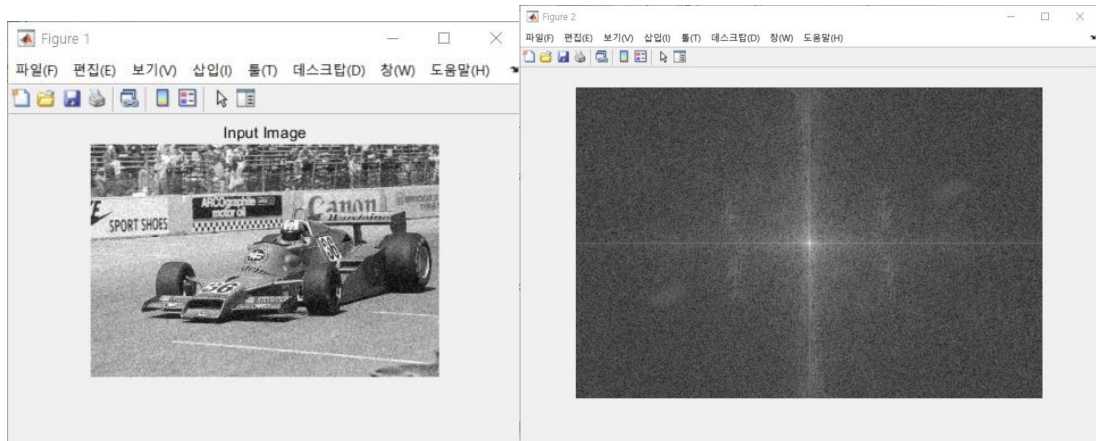
Digital Image Processing, Assignment #2: Frequency domain filtering

고려대학교 컴퓨터학과

2015410113 신채호

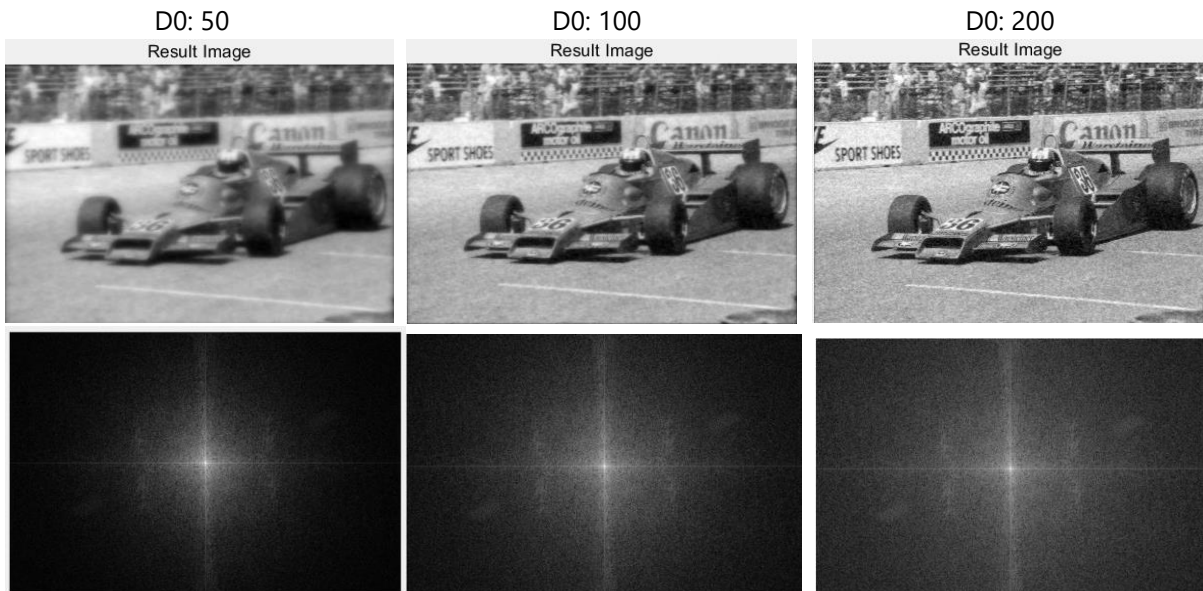
1. Low-pass Filter

먼저 noise가 포함된 racing-noisy.png 이미지와 해당 fourier spectrum은 다음과 같다.

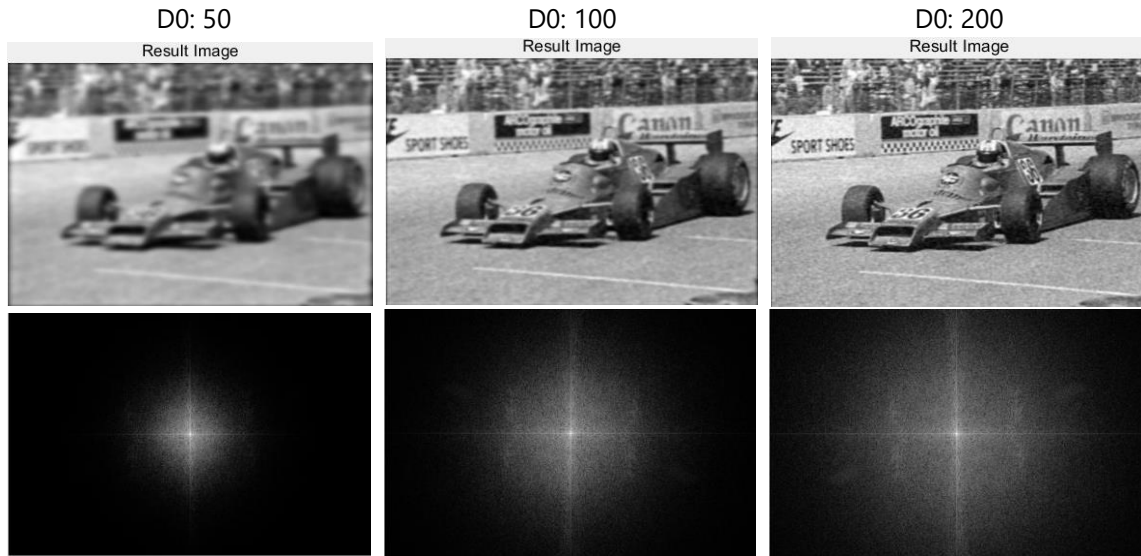


이 이미지를 smoothing 시켜서 noise가 덜 나타나도록 하기 위해 Butterworth filter를 적용시켜 주었다. Filter의 차수인 n 과 cut-off frequency인 D_0 값에 따른 변화를 보기위해 n 값이 1~3의 값을 가질 때, D_0 를 50, 100, 200으로 바꿔보며 각각 실험을 해 보았다.

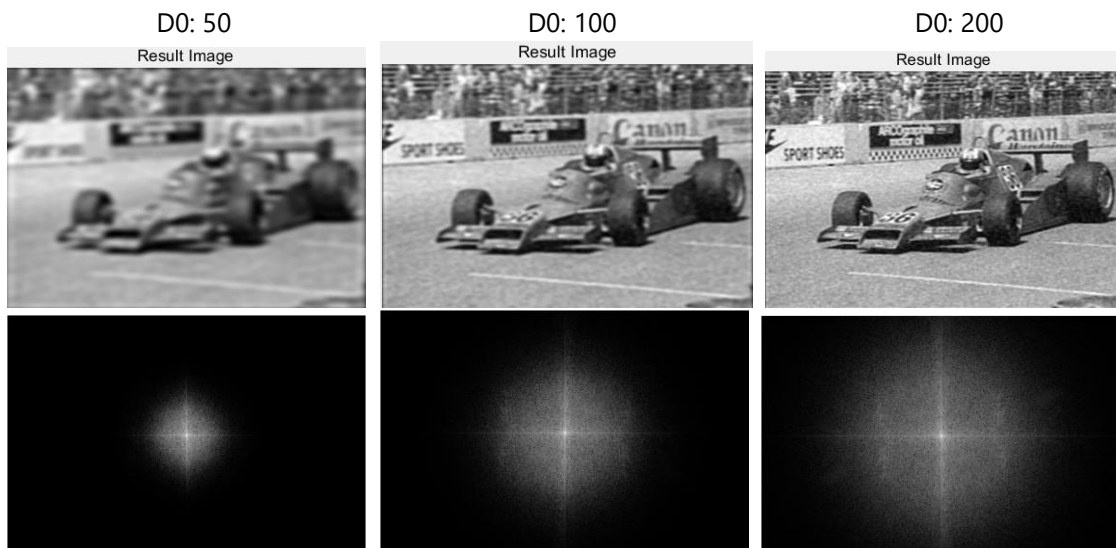
1) $n=1$, D_0 : 50, 100, 200



2) $n=2$, $D0: 50, 100, 200$



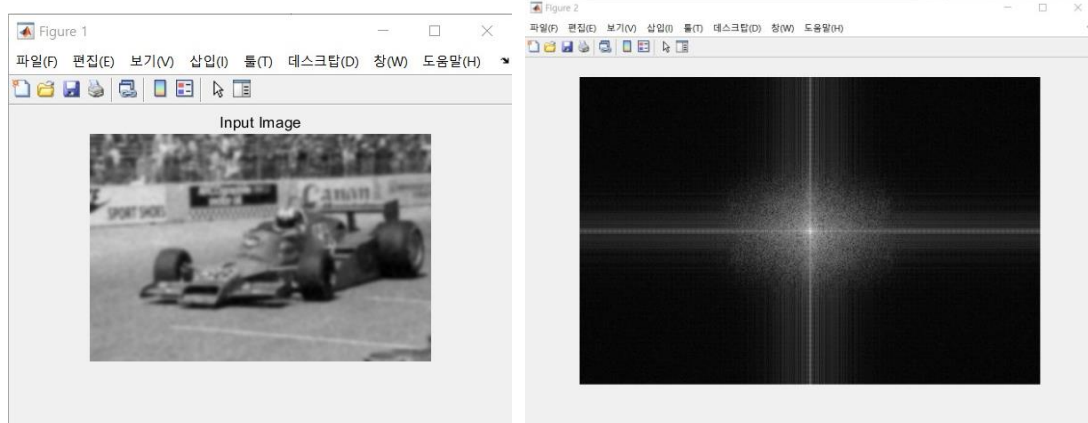
3) $n=3$, $D0: 50, 100, 200$



$D0$ 는 cut-off frequency 이므로 $D0$ 값이 작아질수록 smoothing 효과가 커지는 것을 볼 수 있었다. $D0$ 가 50인 경우에는 50이 넘는 frequency를 모두 cut-off 시켜 상당히 크게 smoothing이 일어났고, 200의 경우에는 50과 달리 blur가 거의 없지만 noise가 약간 남아있는 듯한 느낌이 들었다. Degree를 나타내는 n 은 커질수록 경사가 커지므로 ILPF와 비슷해지고 작아질수록 GLPF와 비슷해지는데, $D0$ 가 50일 때의 각 n 값들의 결과를 보면 확실히 n 이 3일 때 detail이 더 없어져 blur의 효과가 크게 나타나는 것이 보였다.

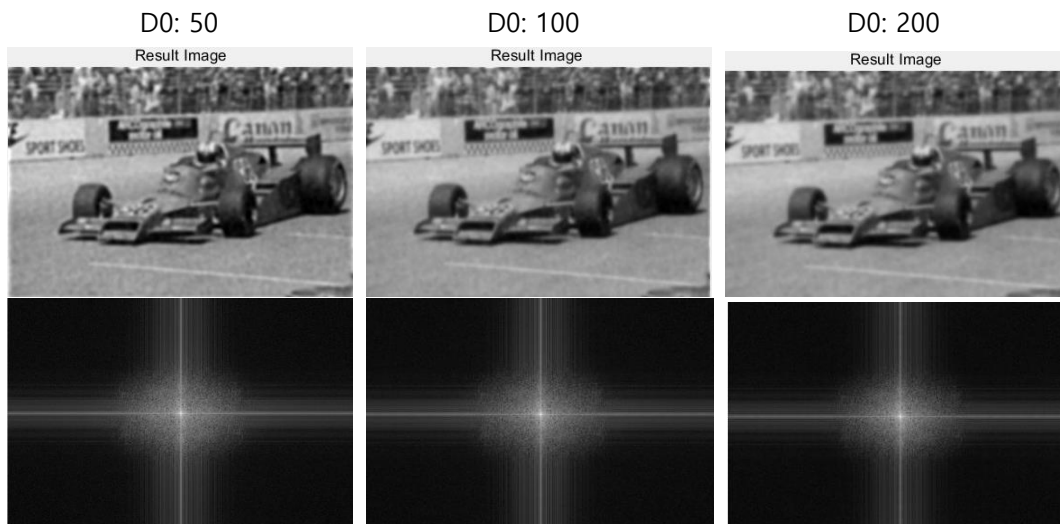
2. High-pass Filter

먼저 blur가 된 racing-blur.png 이미지와 fourier spectrum은 다음과 같다.



Cut-off frequency에 따른 결과값의 변화를 보기 위해 $n = 2$, $k = 1$ 로 고정을 시킨 후 $D0$ 가 50, 100, 200일 때의 변화를 관찰해봤다.

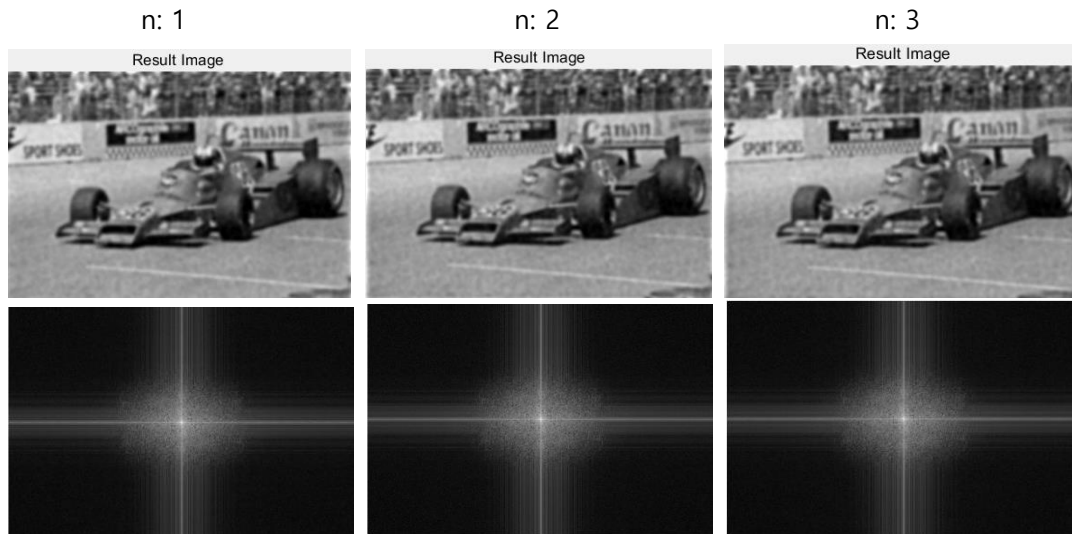
1). $n=2$, $k=1$, $D0=50, 100, 200$



$D0$ 가 200인 경우에는 너무 LPF에서 filter된 frequency가 적어 high-boost filter에서도 blur가 거의 비슷하게 남아있었다. $D0$ 가 100인 경우도 크게 다르진 않지만 약간은 더 효과가 있었고, $D0$ 가 50이 되니까 blur 효과가 input image보다 확실히 적어진 것이 느껴졌다.

$D0$ 가 50은 되어야 효과가 확실히 나타나므로 $D0 = 50$, $k = 1$ 로 고정을 시키고, n 이 1부터 3까지 변하며 달라지는 결과를 출력해 보았다.

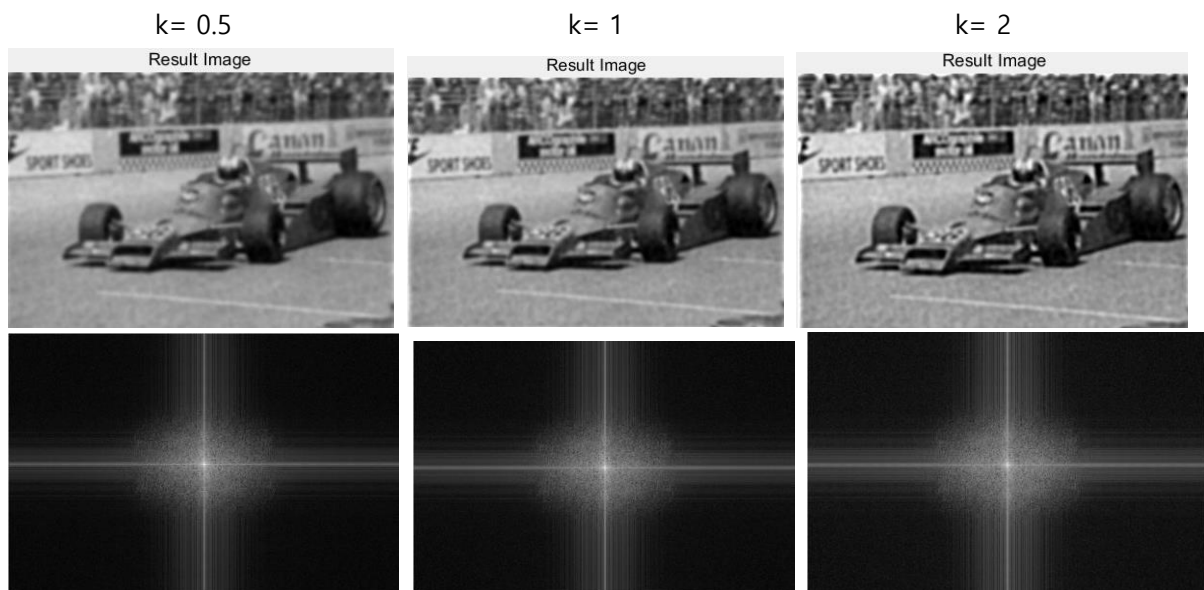
2). $k=1$, $D0=50$, $n=1, 2, 3$



Degree인 n 의 값에 따른 변화는 셋이 크게 차이가 나진 않았다. 값이 커질수록 약간 더 선명하게 보이는 효과가 있는 듯하지만 크게 차이가 나지 않아 육안으로 판별하기는 힘든 것 같다.

$D0$ 와 n 을 각각 50, 2로 고정시키고, k 값을 0.5, 1, 2로 변화시키며 결과값을 출력해 보았다.

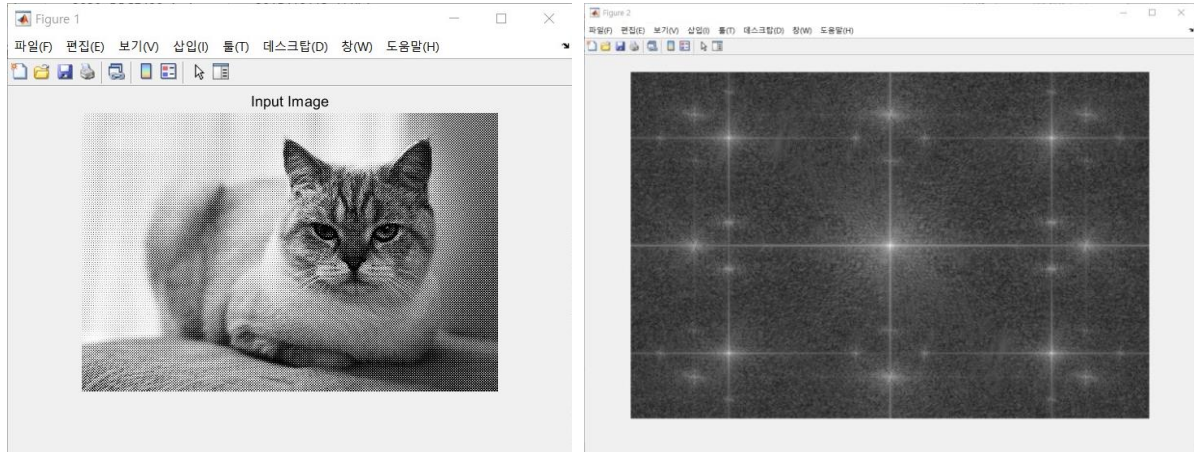
3). $D0=50$, $n=2$, $k=0.5, 1, 2$



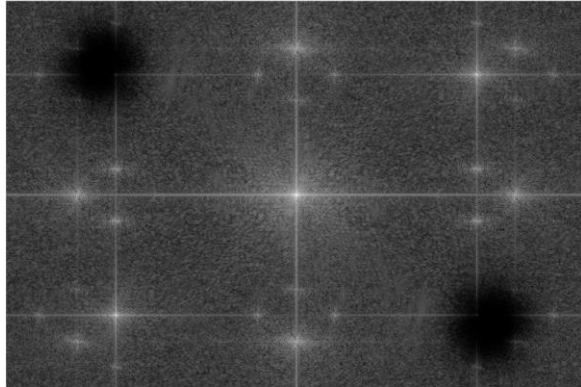
High-boost filter는 원래의 이미지에서 low-pass filter mask를 빼서 filtering을 하는데, 이때 k 만큼 곱해서 빼주며 filtering의 효과를 조절한다. 위 결과를 보면 k 가 커질수록 blur가 없어지는 효과가 더 커지는 것을 볼 수 있었다.

3. Notch Filter

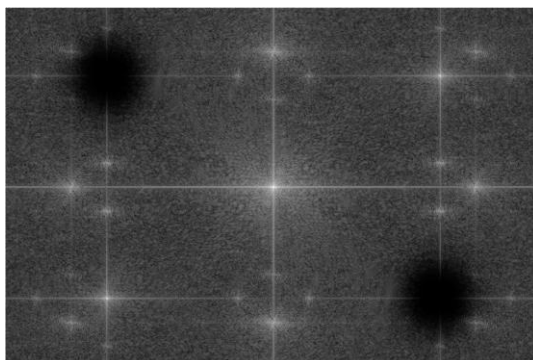
Notch filter는 특정 q 개의 location을 잡아 각 location 별로 중심 k 와 $-k$ 에 대해 filter를 적용하는 것이다. 먼저 input image와 fourier spectrum을 plot해서 어느 부분들의 filtering이 필요한지 유추해 보았다.



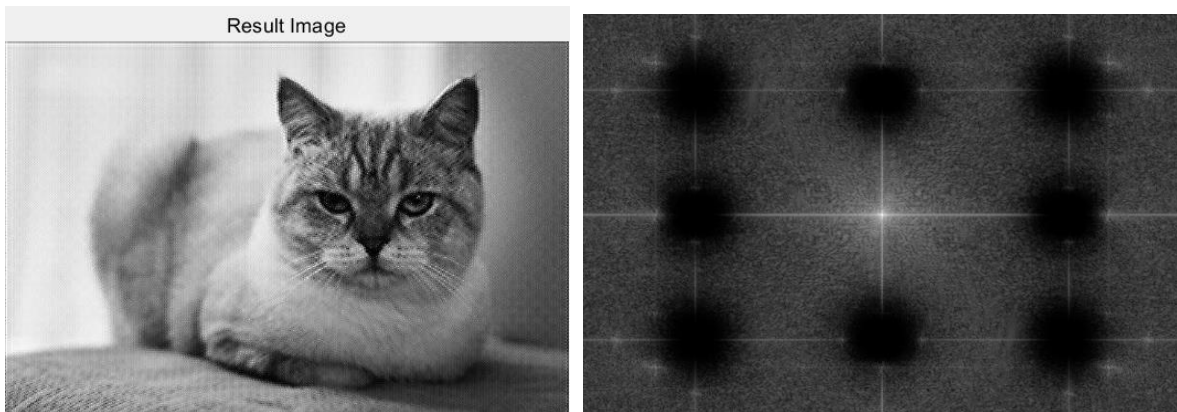
각 location의 중심 k 별로 k 와 $-k$ 에 대하여 필터를 적용하므로 fourier spectrum을 보면 왼쪽 위, 가운데 위, 오른쪽 위, 오른쪽 중간 이렇게 4개의 location을 찾아내면 대칭되는 부분의 artifact는 지워질 것이라고 생각하고 4개의 location에 대한 중심을 찾아보았다. 먼저 padding한 이미지의 row 크기를 P , column을 Q 라고 했을 때, 원래 LPF의 $P/3$, $Q/3$ 평행이동 한 후의 fourier spectrum을 확인해보니 다음과 같았다.



약간 중심보다 멀리 떨어져 있는 것이 확인되었으므로, U_k , V_k 의 값이 중심에 조금 더 가까워지도록 $P \cdot (37/120)$, $Q \cdot (37/120)$ 만큼 평행이동 한 것의 fourier spectrum을 확인해 보았다.



위와 같이 중심이 거의 맞았다. 위쪽의 경우 column쪽은 중심이 $Q/2$ 에 맞으면 되고, row 쪽은 위와 같이 $P*(37/120)$ 을 쓰면 되므로 $(P*(37/120), 0)$ 만큼 더 평행이동을 시키면 되고, 오른쪽 위는 row는 똑같고 column쪽을 처음 것과 반대방향인 $-Q(37/120)$ 으로 주면 되고, 오른쪽은 처음 것과 column쪽은 똑같고 row를 0만큼 평행이동 시키면 되므로, 이를 모두 따로 $H_0 \sim H_3$ 까지 4개의 location의 중심인 k 와 반대 방향 $-k$ 에 대한 filter 4개를 만들어 주었다. 이미지와 각 filter의 convolution은 frequency domain에서 각 filter들과 이미지의 곱으로 표현 가능하므로 $H = H_0 * H_1 * H_2 * H_3$ 형태인 하나의 filter로 묶어줘서 적용시켜 주었다. 결과는 다음과 같다.



위와 같이 input 이미지의 periodic 한 noise들이 없어진 것을 확인 가능했다.