

Travaux Pratiques : Algorithme d'Euclide.

▪ Tâches réalisées : Le pgcd.

1) Exemples manuels :

❖ $a = 900$ et $b = 250$.

$$\begin{aligned} 900 &= 250 \times 3 + 150 \\ 250 &= 150 \times 1 + 100 \\ 150 &= 100 \times 1 + 50 \\ 100 &= 50 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

900	250	250	150	150	100	100	50	50
750	3	150	1	100	1	050	000	000
150		100		050		000		000

Donc le
 $\text{Pgcd}(900, 250) = 50$

❖ $a = 634\ 542$ et $b = 340$.

$$\begin{aligned} 634\ 542 &= 340 \times 1\ 866 + 102 \\ 340 &= 102 \times 3 + 34 \\ 102 &= 34 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

634542	340	340	102	102	34	34
340	186	306	2	102	000	000
2945	2	034	3	000	000	000
2720	2	000	000	000	000	000
2254	2	000	000	000	000	000
2040	2	000	000	000	000	000
2142	2	000	000	000	000	000
2040	2	000	000	000	000	000
102	2	000	000	000	000	000

Donc le
 $\text{Pgcd}(634\ 542, 340) = 34$

2) Implémentation d'algorithme d'euclide:

On a l'Algorithme d'Euclide pour trouver le pgcd de a et b utilisant le boucle tan que :

Algorithme d'Euclide :

Variables : a, b et r : Entiers

Début

Lire (a, b).

Tanque le reste n'est pas nul, faire :

- $a = bq_1 + r_1$
- $b = r_1q_2 + r_2$
- $r_1 = r_2q_3 + r_3$
- ...
- $r_{k-2} = r_{k-1}q_k + r_k$
- $r_{k-1} = r_kq_k + 0$

Fin Tan que

Fin.

On a l'Algorithme d'Euclide par code :

Mon Algorithme est réalisé par trois langues de programmation : HTML (structure), CSS (style), JAVASCRIPT(Interaction).

La partie HTML

```
<!DOCTYPE html>
<head>
    <title> Algorithme d'Euclide</title>
    <link rel="stylesheet" href="style.css">
    <video autoplay muted loop id="bg-video">
        <source src="V1.mp4" type="video/mp4">
    </video>
</head>
<body>
    <section>
        <h1> Trouver le PGCD de a et b</h1>
        <form onsubmit="calculerPGCD(); return false;">
            <div class="input-box">
                <input
                    type="number"
                    placeholder="Nombre a"
                    id="a"
                    min="1"
                    required>
            </div>

            <div class="input-box">
                <input
                    type="number"
                    placeholder="Nombre b"
                    id="b"
                    min="1"
                    required>
            </div>

            <button type="button" onclick="calculerPGCD()>Calculer</button>
        </form>
        <div id="resultat"></div>
    </section>
</body>
```

La partie Javascript.

```

<script>
    function calculerPGCD() {
        let a = parseInt(document.getElementById('a'))
        let b = parseInt(document.getElementById('b'))

        let aOriginal = a, bOriginal = b; // garder l

        // Vérification de saisie
        if (isNaN(a) || isNaN(b) || a <= 0 || b <= 0)
            document.getElementById('resultat').innerHTML =
                'Veuillez saisir deux nombres entiers positifs'
            return;
    }

    // Algorithme d'Euclide
    while (b != 0) {
        let r = a % b;
        a = b;
        b = r;
    }

    // Afficher le résultat
    document.getElementById('resultat').innerHTML =
        `Le PGCD de ${aOriginal} et ${bOriginal} est ${r}`
}

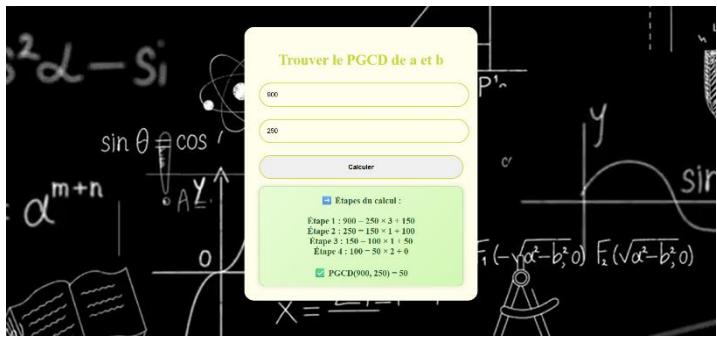
```

La partie Style.CSS.

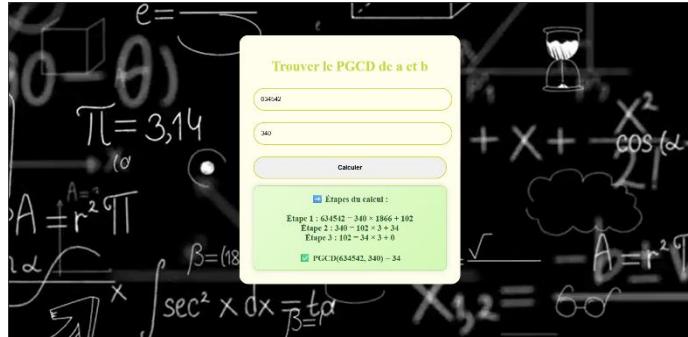
```
1 import url('https://font
2 "a
3 padding: 0;
4 box-sizing: border-bo
5 font-family: "Poppins",
6
7 }
8
9 body{
10   display: flex;
11   justify-content: cente
12   align-items: center;
13   height: 90vh;
14   background-type: vide
15 }
16
17 section{
18   background-color: #f
19   padding: 30px;
20   width: 420px;
21   border-radius: 20px;
22 }
23
24 section h1{
25   font-size: 30px;
26   text-align: center;
27   color: #C8083B;
28   margin-bottom: 30px;
29 }
30
31 .input-box{
32   width: 100%;
33   position: relative;
34   margin-bottom: 20px;
35 }
36
37 .input-box input{
38   width: 100%
39   padding: 15px;
40   border-radius: 25px;
41   outline: none;
42   background-color: tra
43   border: 2px solid #e
44   color: #0000ff;
45 }
46
47 .input-box input:placeholder{
48   color: #C8083B;
49 }
50
51 button{
52   width: 100%
53   padding: 15px;
54   border-radius: 25px;
55   outline: none;
56   border: 0;
57   font-weight: bold;
58   cursor: pointer;
59   border: 2px solid #e
60   transition: 0.5s;
61 }
62
63 button:hover{
64   background-color: tra
65   border: 2px solid #e
66   color: #C8D8B8;
67 }
68
69 #bg-video{
70   position: fixed;
71   top: 0;
72   left: 0;
```

Les résultats de des tests :

On calcule les mêmes exemples précédents



Exemple 1 : $a = 900$ et $b = 250$.



Exemple 2 : $a = 634\ 542$ et $b = 340$.

Conclusion :

L'algorithme d'Euclide montre une grande efficacité, car il permet de calculer le PGCD rapidement tout en réduisant le temps et l'effort. De plus, ses résultats sont fiables et corrects.

3) Implémentation d'Algorithme d'Euclide étendu Les équations diophantiennes

$$ax + by = c :$$

L'algorithme d'Euclide étendu suivre le théorème de Bézout pour vérifier les équations diophantiennes $ax + by = c$:

L'équation possède des solutions $(x, y) \in \mathbb{Z}$ si et seulement si $\text{pgcd}(a, b) | c$.

Si cette condition est vérifiée l'Algorithme d'Euclide étendu calcule la solution particulière en utilisant l'Algorithme d'Euclide qui trouve pgcd. Puis il calcule la solution générale.

Si cette condition n'est pas vérifiée l'algorithme affiche (cette équation n'admet pas de solutions entières).

Les résultats d'exécution d'algorithme d'Euclide étendu :

$y)^2 - (x-y)$

$\iff \alpha = c \quad \&$

$x + c = 0$

$(E) : 3003x + 9945y = 544$

Équation diophantienne linéaires
 $ax + by = c$

3003

3455

544

Résoudre

L'équation admet des solutions entières.

• Solution particulière :
($x_0 = -303552, y_0 = 263840$)

• Solution générale :
 $x = -303552 + 3455n$ et $y = 263840 - 3003n$
($n \in \mathbb{Z}$)