

## Travaux Pratiques : Algorithme d'Euclide.

### ▪ Tâches réalisées : Le pgcd.

#### 1) Exemples manuels :

❖  $a = 900$  et  $b = 250$ .

$$\begin{aligned} 900 &= 250 \times 3 + 150 \\ 250 &= 150 \times 1 + 100 \\ 150 &= 100 \times 1 + 50 \\ 100 &= 50 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 900 & 250 \\ \hline 750 & 3 \\ 150 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 250 & 150 \\ \hline 150 & 1 \\ 100 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 150 & 100 \\ \hline 100 & 1 \\ 050 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 100 & 50 \\ \hline 100 & 2 \\ 000 & \\ \hline \end{array}$$

Donc le  
Pgcd (900, 250) = 50

❖  $a = 634\,542$  et  $b = 340$ .

$$\begin{aligned} 634\,542 &= 340 \times 1\,866 + 102 \\ 340 &= 102 \times 3 + 34 \\ 102 &= 34 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 634542 & 340 \\ \hline 340 & 186 \\ 2945 & \\ 2720 & \\ \hline 2254 & \\ 2040 & \\ \hline 2142 & \\ 2040 & \\ \hline 102 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 340 & 102 \\ \hline 306 & 2 \\ 034 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 102 & 34 \\ \hline 102 & 3 \\ 000 & \\ \hline \end{array}$$

Donc le  
Pgcd (634 542, 340) = 34

#### 2) Implémentation d'algorithme d'euclide:

On a Algorithme d'Euclide pour trouver le pgcd de a et b utilisant le boucle tan que :

Algorithme d'Euclide :

Variables :  $a, b$  et  $r$  : Entiers

Début

Lire (a, b).

Tanque le reste n'est pas nul, faire :

- $a = bq_1 + r_1$
- $b = r_1q_2 + r_2$
- $r_1 = r_2q_3 + r_3$
- ...
- $r_{k-2} = r_{k-1}q_k + r_k$
- $r_{k-1} = r_kq_k + 0$

Fin Tan que

Fin.

On a l'Algorithme d'Euclide par code :

Mon Algorithme est réalisé par trois langues de programmation : HTML (structure), CSS (style), JAVASCRIPT(Interaction).

## La partie Style.CSS.

```

<!DOCTYPE html>
<head>
  <title> Algorithme d'Euclide</title>
  <link rel="stylesheet" href="style.css">
  <video autoplay muted loop id="bg-video">
    <source src="V1.mp4" type="video/mp4">
  </video>
</head>
<body>
  <section>
    <h1>Trouver le PGCD de a et b</h1>

    <form onsubmit="calculerPGCD(); return false;">
      <div classe="input-box">
        <input
          type="number"
          placeholder="Nombre a"
          id="a"
          min="1"
          required>
      </div>

      <div classe="input-box">
        <input
          type="number"
          placeholder="Nombre b"
          id="b"
          min="1"
          required>
      </div>

      <button type="button" onclick="calculerPGCD()">Calculer

    </button>
  </form>
  <div id="resultat"></div>

```

```
<script>
    function calculerPGCD() {
        let a = parseInt(document.getElementById('a')
        let b = parseInt(document.getElementById('b')

        let aOriginal = a, bOriginal = b; // garder l

        // Vérification de saisie
        if (isNaN(a) || isNaN(b) || a <= 0 || b <= 0)
            document.getElementById('resultat').inner
            return;
        }

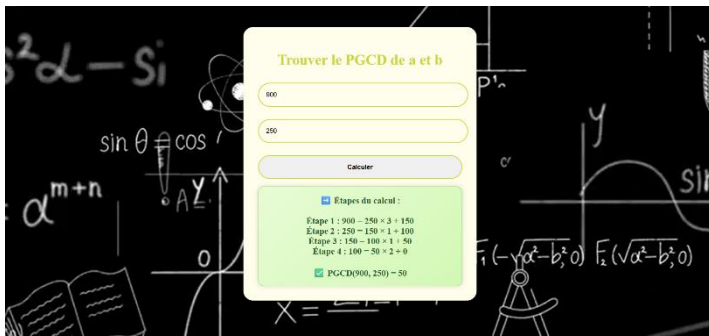
        // Algorithme d'Euclide
        while (b != 0) {
            let r = a % b;
            a = b;
            b = r;
        }

        // Afficher le résultat
        document.getElementById('resultat').innerHTML
            +> Le PGCD de ${aOriginal} et ${bOriginal}
    }
</script>
```

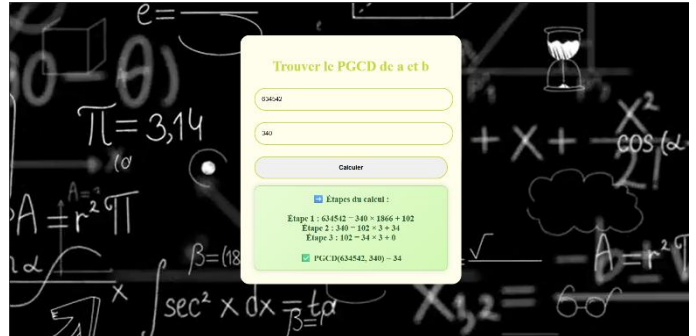
[illegible]

### Les résultats de des tests :

On calcule les mêmes exemples précédents



Exemple 1 :  $a = 900$  et  $b = 250$ .



Exemple 2 :  $a = 634\,542$  et  $b = 340$ .

### Conclusion :

L'algorithme d'Euclide montre une grande efficacité, car il permet de calculer le PGCD rapidement tout en réduisant le temps et l'effort. De plus, ses résultats sont fiables et corrects.

### 3) Implémentation d'Algorithme d'Euclide étendu Les équations diophantiennes

$$ax + by = c:$$

L'algorithme d'Euclide étendu suivre le théorème de Bézout pour vérifier les équations diophantiennes  $ax + by = c$  :

L'équation possède des solutions  $(x, y) \in \mathbb{Z}$  si et seulement si  $\text{pgcd}(a, b) \mid c$ .

Si cette condition est vérifiée l'Algorithme d'Euclide étendu calcule la solution particulière en utilisant l'Algorithme d'Euclide qui trouve pgcd. Puis il calcule la solution générale.

Si cette condition n'est pas vérifiée l'algorithme affiche (cette équation n'admet pas de solutions entières).

Les résultats d'exécution d'algorithme d'Euclide étendu :

**Équation diophantienne linéaires**  
 $ax + by = c$

3003  
3455  
544

Résoudre

✓ L'équation admet des solutions entières.

● Solution particulière :  
(  $x_0 = -303552$ ,  $y_0 = 263840$  )

● Solution générale :  
 $x = -303552 + 3455 \times n$  et  $y = 263840 - 3003 \times n$   
(  $n \in \mathbb{Z}$  )

(E) :  $3003x + 9945y = 544$