

Sử dụng xích Markov trong phân tích dữ liệu ca mắc COVID-19 tại Việt Nam

Nguyễn Hữu Tuấn Minh
Khoa Khoa học & Kỹ thuật thông tin
Trường Đại học Công nghệ Thông tin
21520348@gm.uit.edu.vn

Huỳnh Nguyễn Trọng Khang
Khoa Khoa học & Kỹ thuật thông tin
Trường Đại học Công nghệ Thông tin
21520958@gm.uit.edu.vn

Tóm tắt — COVID-19 là một bệnh về đường hô hấp mang tính truyền nhiễm gây ra bởi chủng virus SARS-CoV-2 và các biến thể của nó. Loại virus này được phát hiện lần đầu ở Vũ Hán, Trung Quốc và xuất hiện tại Việt Nam lần đầu tiên vào ngày 23/01/2020. Virus gây viêm đường hô hấp cấp ở người và có thể lây lan trực tiếp từ người sang người. Tính đến ngày 20/10/2022 Việt Nam đã ghi nhận hơn 11,5 triệu ca mắc COVID-19 và hơn 43000 ca tử vong. Nghiên cứu này sử dụng mô hình xích Markov với thời gian rời rạc để mô phỏng số ca mắc mới COVID-19 qua từng tuần tại Việt Nam. Một xích Markov là một quá trình ngẫu nhiên thỏa mãn tính chất Markov: nó là một quá trình mà các kết quả ở tương lai có thể được dự đoán chỉ dựa trên trạng thái hiện tại, mà không phải là quá trình để hệ thống này đi đến trạng thái hiện tại. Mô hình xích Markov có thể tạo ra một trạng thái ổn định, tức một vector trạng thái có giá trị không thay đổi theo thời gian. Nghiên cứu sử dụng dữ liệu về số ca mắc mới COVID-19 mới tại Việt Nam từ ngày 01/01/2020 đến ngày 01/11/2022. Sử dụng mô hình xích Markov ở trạng thái ổn định, ta thấy số ca mắc mới COVID-19 trong một tuần tại Việt Nam dưới 20000 có tỉ lệ xảy ra cao nhất, với xác suất 0.6986. Kết quả nghiên cứu có thể cung cấp cho chính phủ cũng như những nhà hoạch định chính sách những gợi ý quan trọng trong việc xây dựng các kế hoạch, chính sách ứng phó với dịch bệnh.

Từ khóa — COVID-19, xích Markov, trạng thái ổn định.

I. GIỚI THIỆU

COVID-19 là một bệnh về đường hô hấp mang tính truyền nhiễm gây ra bởi chủng virus SARS-CoV-2 và các biến thể của nó. Đây là một loại virus bắt nguồn từ khu chợ lớn chuyên bán hải sản và động vật ở Vũ Hán, tỉnh Hồ Bắc, Trung Quốc. Virus gây viêm đường hô hấp cấp ở người và cho thấy có sự lây lan từ người sang người. Ngoài chủng virus corona mới phát hiện này, đã có thêm nhiều chủng khác được biết tới ngày nay có khả năng lây lan từ người sang người.

COVID-19 chủ yếu ảnh hưởng đến đường hô hấp và gây ra các triệu chứng giống như cúm, bao gồm sốt, ho, khó thở, đau cơ và mệt mỏi, nặng hơn còn có thể có viêm phổi, hội chứng suy hô hấp, nhiễm trùng huyết và có thể gây tử vong. Phương thức lây lan chủ yếu của nó hiện nay là thông qua các giọt dịch hô hấp do người bệnh hắt hơi, ho hoặc thở ra.

Loài virus này xuất hiện lần đầu tại Vũ Hán, Trung Quốc vào tháng 12/2019. Đầu năm 2020, Thái Lan, Nhật Bản và Hàn Quốc lần lượt báo cáo những trường hợp mắc bệnh đầu tiên. Ngày 21/01/2020 Mỹ ghi nhận ca mắc bệnh đầu tiên. Sau đó Châu Âu cũng xuất hiện ca mắc Covid-19 đầu tiên vào ngày 24/01/2020. Tổ chức y tế thế giới (WHO) đã tuyên bố COVID-19 là một tình huống khẩn cấp toàn cầu vào ngày 30/01/2020 và là một đại dịch toàn cầu vào ngày 11/03/2020. Tính đến ngày 20/10/2022 đã có hơn 626 triệu ca mắc COVID-19 và hơn 6,5 triệu ca tử vong trên toàn thế giới do đại dịch này.

Tại Việt Nam, Thủ tướng Chính phủ Nguyễn Xuân Phúc đã ban hành quyết định 173/QĐ-TTg, công bố dịch viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona gây

ra vào ngày 01/02/2020. Tính đến ngày 20/10/2022 Việt Nam đã ghi nhận hơn 11,5 triệu ca nhiễm COVID-19 và hơn 43000 ca tử vong.

Xích Markov là một quá trình ngẫu nhiên mô tả một dãy các biến cố khả dĩ trong đó xác suất của một biến cố chỉ phụ thuộc vào trạng thái của biến cố trước đó. Xích Markov có nhiều ứng dụng trong đời sống, một trong số đó là đo lường những biến cố/sự kiện diễn ra liên tục và đủ dài. Nhiều nghiên cứu liên quan đến xích Markov, nói về sự lây lan của các loại virus như H1N1, Ebola đã được thực hiện. Trong những nghiên cứu đó, sự lây lan của virus được mô tả thông qua số lượng ca mắc mới trong những khoảng thời gian rời rạc liên tiếp.

Nghiên cứu này sử dụng lý thuyết về xích Markov để mô tả số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam từ ngày 01/01/2020 đến ngày 01/11/2022. Mục tiêu của nghiên cứu là chỉ ra xác suất một số lượng ca mắc COVID-19 mới được ghi nhận ở trạng thái ổn định. Trạng thái ổn định (steady state) xảy ra khi xác suất để một lượng ca mắc mới COVID-19 được ghi nhận là không đổi theo thời gian.

II. MÔ HÌNH NGHIÊN CỨU

1. Xích Markov rời rạc

Khái niệm xích Markov lần đầu được đề cập bởi nhà toán học người Nga A.A. Markov (1856 – 1922) vào năm 1906. Lý thuyết này được tiếp tục phát triển và hoàn thiện bởi các nhà toán học như Kolmogorov, Feller. Đến thập niên 60 của thế kỷ XX, phương pháp xích Markov đã được sử dụng rộng rãi trong các ngành khoa học cơ bản và khoa học ứng dụng. Hiện nay, xích Markov được áp dụng khá phổ biến trong các ngành nghiên cứu dự báo và đã trở thành một trong những công cụ tiêu chuẩn trong việc hỗ trợ ra quyết định.

Một xích Markov là một quá trình ngẫu nhiên thỏa mãn tính chất Markov: nó là một quá trình mà các kết quả ở tương lai có thể được dự đoán chỉ dựa trên trạng thái hiện tại, mà không phải là quá trình để hệ thống này đi đến trạng thái hiện tại.

Nếu tập các giá trị i đếm được thì ta có xích Markov rời rạc. Nếu $i \in [0, \infty)$ thì ta có xích Markov liên tục. Trong nghiên cứu này, tác giả giả định rằng chuỗi Markov nằm trong một không gian trạng thái hữu hạn có thể đếm được (mô hình thời gian rời rạc). Xích Markov với thời gian rời rạc là một quá trình ngẫu nhiên rời rạc $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$, trong quá trình này trạng thái tương lai chỉ phụ thuộc vào trạng thái hiện tại mà không phụ thuộc vào các trạng thái quá khứ.

Nói cách khác, cho $\{X_1, X_2, \dots\}$ là một quá trình ngẫu nhiên với thời gian rời rạc, có không gian trạng thái là Z . Khi đó $\{X_1, X_2, \dots\}$ là xích Markov với thời gian rời rạc nếu với mọi vector x_1, x_2, \dots, x_{n+1} , trong đó $x_i \in Z$; và với mọi $k = 1, 2, \dots$, ta có:

$$P(X_{k+1} = x_{k+1} | X_k = x_k) = P(X_{k+1} = x_{k+1} | X_1 = x_1; X_2 = x_2; \dots; X_k = x_k)$$

2. Ma trận xác suất chuyển đổi trạng thái

Trong nghiên cứu này, tác giả mô phỏng số ca mắc COVID-19 tại Việt Nam bằng cách sử dụng mô hình xích Markov với thời gian rời rạc. Giả sử ta có n trạng thái của số ca mắc mới COVID-19 có thể được ghi nhận. Tình hình dịch COVID-19 tại Việt Nam có thể được mô phỏng bằng ma trận chuyển đổi trạng thái như sau:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

Trong đó, giá trị của phần tử nằm ở hàng i , cột j của ma trận là một xác suất có điều kiện:

$$p_{ij} = P(X_t = j | X_{t-1} = i)$$

Với $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$ và $t = 0, 1, 2, \dots$. Phần tử này thể hiện xác suất số ca mắc COVID-19 mới tại Việt Nam chuyển từ trạng thái i vào thời điểm thứ $t-1$ sang trạng thái j vào thời điểm thứ t . Xác suất này được gọi là xác suất chuyển một bước của xích Markov. Chẳng hạn, xác suất p_{11} cho thấy xác suất số ca mắc COVID-19 ở thời điểm thứ $t-1$ nằm ở trạng thái 1 và vẫn ở trạng thái này vào thời điểm thứ t .

Dựa trên các tính chất cơ bản của xác suất thống kê và xích Markov, ta có những tính chất cơ bản sau của ma trận chuyển đổi xác suất :

- i) $p_{ij} \geq 0, \forall i, j: 1 \leq i, j \leq n$
- ii) $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1, \forall i, j: 1 \leq i, j \leq n$

Ngoài ra, gọi π là xác suất số ca mắc COVID-19 nằm ở một trạng thái nào đó. Vector π khi đó được gọi là vector xác suất trạng thái, được biểu diễn như sau:

$$\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$$

Trong đó, π_i thể hiện tỉ lệ số ca mắc COVID-19 nằm ở trạng thái thứ i , và các giá trị $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ là các tỷ lệ được tạo thành từ một phân phối cố định:

$$\pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_n = 1$$

Gọi $\pi^{(i)}$ là giá trị của vector π tại thời điểm thứ i . Khi đó, xích Markov với thời gian rời rạc có thể được sử dụng để dự đoán giá trị của vector π tại thời điểm $t = 1, 2, 3, \dots, k$ với k rất lớn ($k \rightarrow \infty$):

$$\begin{aligned}\pi^{(2)} &= \pi^{(1)} P_{ij} \\ \pi^{(3)} &= \pi^{(2)} P_{ij} \\ &\dots \\ \pi^{(k-1)} &= \pi^{(k-2)} P_{ij} \\ \pi^{(k)} &= \pi^{(k-1)} P_{ij}\end{aligned}$$

3. Phân tích trạng thái ổn định

Trạng thái ổn định là một trạng thái của vector xác suất trạng thái π trong xích Markov rời rạc. Vector π có trạng thái ổn định khi giá trị của nó không thay đổi qua thời gian, tức vector π ở thời điểm $t-1$ có giá trị bằng với vector π ở thời điểm t . Suy ra, vector π thỏa mãn phương trình:

$$\pi = \pi \cdot P_{ij}$$

Từ phương trình ma trận trên, ta có thể xây dựng hệ $n+1$ phương trình như sau:

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \pi_1 P_{11} + \pi_2 P_{21} + \dots + \pi_n P_{n1} \\ \pi_2 &= \pi_1 P_{12} + \pi_2 P_{22} + \dots + \pi_n P_{n2} \\ &\dots \\ \pi_n &= \pi_1 P_{1n} + \pi_2 P_{2n} + \dots + \pi_n P_{nn} \\ \pi_1 + \pi_2 + \dots + \pi_n &= 1\end{aligned}$$

Việc tìm ra vector π ở trạng thái ổn định, từ đó suy tỉ lệ số ca mắc COVID-19 nằm ở từng trạng thái ở trạng thái ổn định là một điều hết sức quan trọng. Nó là cơ sở để chính phủ cũng như các nhà hoạch định chính sách có thể quyết định các biện pháp phù hợp nhất để xử lý những tác động của dịch COVID-19.

III. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Các dữ liệu về số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam phục vụ cho nghiên cứu này được lấy từ trang web <https://covid19.who.data>. Dữ liệu sử dụng trong nghiên cứu này được tính từ ngày 01/01/2020 đến ngày 01/11/2022.

1. Xác định các trạng thái

Để có thể phân tích số ca mắc mới tại Việt Nam trong các tuần với mô hình xích Markov, ta cần phải xác định các trạng thái cũng như ma trận chuyển đổi trạng thái của xích Markov này, rồi từ đó tìm xác suất xảy ra của từng trạng thái ở trạng thái ổn định. Các trạng thái trong xích Markov trong bài nghiên cứu này thể hiện mức độ nghiêm trọng của tình hình dịch COVID-19 dựa trên số ca mắc mới trong một tuần. Ở trường hợp này, số ca mắc mới COVID-19 ở Việt Nam được đánh giá dựa trên 4 mức độ ở tiêu chí 1, quyết định số 4800/QĐ-BYT của Bộ Y tế. Cụ thể:

- Mức độ 1: từ 0 đến dưới 20 ca/100,000 người/1 tuần.
- Mức độ 2: từ 20 đến dưới 50 ca/100,000 người/1 tuần.

- Mức độ 3: từ 50 đến dưới 150 ca/100,000 người/1 tuần.
- Mức độ 4: từ 150 ca/100,000 người/1 tuần.

Làm tròn dân số Việt Nam thành 100 triệu người, số ca mắc mới COVID-19 có thể được phân loại thành các mức độ như sau:

- Mức độ 1: từ 0 đến dưới 20,000 ca/1 tuần
- Mức độ 2: từ 20,000 đến dưới 50,000 ca/1 tuần
- Mức độ 3: từ 50,000 đến dưới 150,000 ca/1 tuần
- Mức độ 4: từ 150,000 ca/1 tuần trở lên

Các khoảng trên có thể được xem như các trạng thái trong xích Markov, do đó có 4 trạng thái trong xích Markov mà ta đang xem xét. Trong đó, lưu ý rằng, số ca mắc COVID-19 mới trong 1 tuần có thể chuyển từ trạng thái này sang trạng thái khác mà không xảy ra trạng thái hấp thụ trong ma trận chuyển tiếp xác suất, tức tồn tại một số tuần $T_0 > 0$ sao cho nếu tại tuần 0 số ca mắc COVID-19 mới ở trạng thái i thì tại tuần T_0 số ca mắc COVID-19 mới có thể nằm ở bất kỳ trạng thái nào.

Tiếp theo, ta cần phải phân tích những lần thay đổi trạng thái của xích Markov ta đang xem xét. Sự chuyển đổi trạng thái là sự thay đổi của dữ liệu ở lần ghi nhận thứ i đối với chính nó ở lần ghi nhận trước đó. Ví dụ, trong bộ dữ liệu ta đang nghiên cứu, có một lần số ca mắc mới COVID-19 trong một tuần chuyển từ mức trên 150000 ca/tuần (trạng thái 4) xuống mức dưới 20000 ca/ tuần (trạng thái 1). Lưu ý rằng, dữ liệu ở trạng thái i cũng có thể chuyển đổi sang chính trạng thái đó. Ví dụ, có 22 lần số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam giữ nguyên ở mức từ 50000 đến dưới 150000 ca sau một tuần. Tương tự như vậy, ta có thể ghi nhận lại tất cả những lần chuyển đổi trạng thái và cho chúng vào một bảng: ở hàng thứ i , cột thứ j ta sẽ ghi lại số lần số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam chuyển từ trạng thái i sang trạng thái j .

Bảng tần suất chuyển đổi trạng thái số ca mắc COVID-19 mới qua các tuần như sau:

Trạng thái	1	2	3	4
1	100	1	0	1
2	1	5	2	0
3	0	2	22	1
4	1	0	1	9

Bảng 1: Tần suất chuyển đổi trạng thái số ca mắc COVID-19 mới mỗi tuần tại Việt Nam

2. Ma trận xác suất chuyển đổi trạng thái

Bảng tần suất chuyển đổi trạng thái trên được sử dụng để xác định ma trận xác suất chuyển đổi trạng thái của xích Markov. Trong đó, dòng thứ i của ma trận biểu diễn xác suất xích Markov chuyển từ trạng thái thứ i sang một trạng

thái bất kỳ, nên tổng xác suất trong mỗi dòng phải bằng 1. Ví dụ, từ bảng tần suất trên ta thấy có 1 ngày số ca mắc mới COVID-19 chuyển từ trạng thái 2 sang trạng thái 1; 5 ngày vẫn giữ nguyên trạng thái 2; 2 ngày chuyển từ trạng thái 2 sang trạng thái 3. Do đó, đối với xích Markov, ở trạng thái 2 xích Markov có thể chuyển sang trạng thái 1, 2 hoặc 3; xác suất để xích Markov di chuyển từ trạng thái 2 sang trạng thái 1 là $\frac{1}{8} = 0.125$, sang trạng thái 2 là $\frac{5}{8} = 0.625$ và sang trạng thái 3 là $\frac{2}{8} = 0.25$. Các xác suất chuyển đổi trạng thái được biểu thị trong ma trận xác suất chuyển đổi trạng thái như sau:

$$P_{ij} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0.9804 & 0.0098 & 0 & 0.0098 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0.125 \\ 0 \\ 0.091 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.625 \\ 0.08 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.25 \\ 0.88 \\ 0.091 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0.04 \\ 0.818 \end{matrix} \end{matrix}$$

3. Phân tích trạng thái ổn định

Gọi π là vector xác suất trạng thái của xích Markov. Vì xích Markov trên có 4 trạng thái, nên vector π có thể được biểu diễn như sau:

$$\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$$

Trong đó, π_i thể hiện xác suất số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam trong một tuần nằm ở trạng thái thứ i. Dựa trên ma trận xác suất chuyển đổi trạng thái trên, ta có thể xác định vector π ở trạng thái ổn định. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 0.9804\pi_1 + 0.125\pi_2 + 0.091\pi_4 \\ \pi_2 &= 0.0098\pi_1 + 0.625\pi_2 + 0.08\pi_3 \\ \pi_3 &= 0.25\pi_2 + 0.88\pi_3 + 0.091\pi_4 \\ \pi_4 &= 0.0098\pi_1 + 0.04\pi_3 + 0.818\pi_4 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 &= 1 \end{aligned}$$

Giải phương trình trên, ta suy ra được các phần tử trong vector π có giá trị như sau:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= 0.6986 \\ \pi_2 &= 0.0548 \\ \pi_3 &= 0.1712 \\ \pi_4 &= 0.0754 \end{aligned}$$

Nghiệm trên có thể được diễn giải thành xác suất của các trạng thái trong bảng sau:

Số bệnh nhân COVID-19 mới	Xác suất
0-19999	0.6986
20000-49999	0.0548
50000-149999	0.1712

≥ 150000	0.0754
---------------	--------

Bảng 2: xác suất số ca mắc COVID-19 mới mỗi tuần tại Việt Nam

Từ bảng trên ta thấy, khả năng số ca mắc COVID-19 mới tại Việt Nam trong 1 tuần dưới 20000 ca là cao nhất với xác suất 0.6986. Xác suất này có giá trị cao thứ hai ở khoảng từ 50000-149999 ca với xác suất 0.1712. Những trạng thái còn lại có tỉ lệ xảy ra khá thấp (dưới 0.1). Như vậy có thể kết luận rằng, ở trạng thái ổn định (khi không bị tác động đáng kể bởi các nhân tố bên ngoài) tỉ lệ số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam trong một tuần dưới 20000 ca là cao nhất.

IV. KẾT LUẬN

Kết quả nghiên cứu đã chỉ ra rằng Việt Nam đã chịu tác động nặng nề bởi dịch COVID-19 với rất nhiều ca mắc bệnh được ghi nhận. Tuy nhiên, những nỗ lực chống dịch của Nhà nước và nhân dân ta đã phát huy hiệu quả khi ở trạng thái ổn định (khi không bị tác động đáng kể bởi các nhân tố bên ngoài) tỉ lệ số ca mắc mới COVID-19 tại Việt Nam trong một tuần dưới 20000 ca là cao nhất với xác suất 0.6986. Mặc dù có những thời điểm số ca mắc mới COVID-19 trong một tuần cao (tỉ lệ số ca mắc trên 19999 ca và dưới 50000 ca là 0.0548; trên 49999 ca và dưới 150000 ca là 0.1712; từ 150000 ca trở lên là 0.0754) nhưng việc tuân thủ các quy tắc phòng chống dịch COVID-19 như đeo khẩu trang nơi công cộng, rửa tay bằng xà phòng thường xuyên và tự cách ly khi nghi ngờ mắc bệnh, cùng với việc tăng cường bao phủ vaccine trên cả nước sẽ giúp số ca mắc mới COVID-19 giảm trong tương lai.

Nghiên cứu này có thể được mở rộng cho việc nghiên cứu các dịch bệnh khác, ở những lãnh thổ khác cũng như phân tích tác động của các dịch bệnh đối với đời sống và tình hình kinh tế - xã hội. Khi đó, kết quả nghiên cứu sẽ đưa ra câu trả lời toàn diện hơn cũng như cung cấp cho chính phủ những gợi ý quan trọng trong việc xây dựng các kế hoạch, chính sách ứng phó với dịch bệnh.

PHÂN CÔNG CÔNG VIỆC

Tên	Công việc
Nguyễn Hữu Tuấn Minh	Nêu ý tưởng, trình bày mô hình lý thuyết, thu thập dữ liệu
Huỳnh Nguyễn Trọng Khang	Xử lý dữ liệu, trình bày và hoàn thiện báo cáo

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] World Health Organization COVID-19 Data
<https://covid19.who.int/data>

[2] Yuliani P. Astuti, Gita D. Safitri (2021). Markov Chain for Analysis of the Daily Number of New Confirmed Positive COVID-19 Patients in East Java
<https://www.atlantispress.com/proceedings/ijcse-21/125966554>

[3] Huỳnh Thị Thúy Giang (2020). Ứng dụng mô hình chuỗi Markov rời rạc trong dự báo tác động của dịch bệnh COVID-19 đến một số lĩnh vực kinh tế ở Việt Nam
<https://sti.vista.gov.vn/tw/Lists/TaiLieuKHCN/Attachments/286368/CVv146S112020145.pdf>

[4] Phân tích Markov và ứng dụng
https://www.academia.edu/22879262/Ch%C6%B0%C6%A1ng_IV_PH%C3%82N_T%C3%8DCH_MARKOV_V%C3%80_%E1%BB%A8NG_D%E1%BB%A4NG

[5] S.M. Ross. Introduction to probability models. Pearson Education, Inc. Amerika, 2012

[6] J.R. Norris. Markov chains (No. 2). Cambridge university press, 1998

[7] Thomas Wetere Tulu, Boping Tian, Zunyou Wu (2017). Mathematical modeling, analysis and Markov Chain Monte Carlo simulation of Ebola epidemics
<https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.02.005>

[8] P. Lemey, M. Suchard, A. Rambaut (2020). Reconstructing the initial global spread of a human influenza pandemic: a Bayesian spatial-temporal model for the global spread of H1N1pdm, PLoS currents 1. DOI: 10.1371/currents.RRN1031

[9] Peterson K. Ozili, Thanktom G. Arun (2020). Spillover of COVID-19: impact on the Global Economy
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3562570

[10] Dr.R.Arumugam, M.Rajathi (2020). A Markov Model for Prediction of Corona Virus COVID-19 in India – A Statistical Study.
https://www.researchgate.net/profile/Rajathi-m/publication/340922968_A_Markov_Model_for_Prediction_of_Corona_Virus_COVID-19_in_India-A_Statistical_Study/links/5f1a784c92851cd5fa421583/A-Markov-Model-for-Prediction-of-Corona-Virus-COVID-19-in-India-A-Statistical-Study.pdf