3.4

(1) $\sigma_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&3&4&5&6&1\end{pmatrix}$, $\sigma_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\5&3&4&2&6&1\end{pmatrix}$

$\sigma_1\cdot\sigma_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&4&5&3&1&2\end{pmatrix}$ $\sigma_2\cdot\sigma_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\3&4&2&6&1&5\end{pmatrix}$

$\sigma_1^{-1}=\begin{pmatrix}2&3&4&5&6&1\\1&2&3&4&5&6\end{pmatrix}$

(4) 素数阶群一定是循环群

证：设 G 为素数阶群

$|G|=p$，p为素数 由拉格朗日定理，G的子群阶一定为1或p。 的元素阶也一定为1或p.

则除G中的单位元以外，其他非单位元g的阶均为p，即$g^p=e$.

又$\langle g\rangle$阶也为p，则$\langle g\rangle=G$，故素数阶的群一定是循环群

且每个非单位元都是生成元.

(7) p为奇素数，证明：$\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$中的可逆元对乘法构成一个循环群，并求其阶

$\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$中除去加法单位元0以外 $\{\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}\}/\{0\}$含有$p^2-1$个元素

设a、b为$\{\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}\}/\{0\}$中的两个可逆元，则有 $a\cdot a^{-1}=e$

则 $ab\cdot b^{-1}\cdot a^{-1}=e$，则$a\cdot b$的可逆元为$b^{-1}a^{-1}$ $b\cdot b^{-1}=e$

满足封闭性.

又$(ab)\cdot c=a(bc)$ 满足结合律 有乘法单位元e，每个元素

都有可逆元.

$\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$中的可逆元满足 $(a,p^2)=1$，p为奇素数，则a不能为p的倍数

(则)$G=\{\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}\}/\{kp\}$ $k=0,1,\cdots p-1$ ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ 其中共有 p^2-p 个元素、G在乘法下构成一个群 $|G|=p^2-p$

~~[illegible]~~