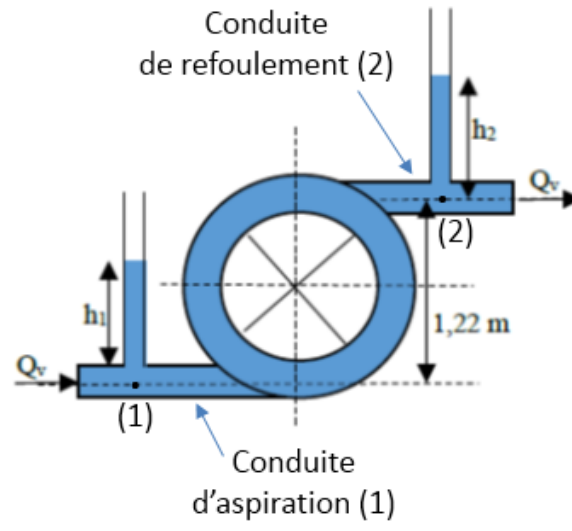


**Corrigé du TD N°03 de MDF**  
**(L2 GM, groupes K3 et K6)**  
**Dynamique des fluides incompressibles parfaits**

**Exercice 7 :**



**1- Calcul des pressions  $P_1$  et  $P_2$**

On applique la loi fondamentale de la statique des fluides.  
Sachant que le fluide (ici l'eau) est incompressible  
( $\rho = \text{constante}$ ) :

$$. P_1 = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g(h_1 + 0,5d_1)$$

$$\mathbf{P_1 = 103 \text{ kPa}}$$

$$. P_2 = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g(h_2 + 0,5d_2)$$

$$\mathbf{P_2 = 106 \text{ kPa}}$$

## 2- Calcul des vitesses $v_1$ et $v_2$

Le débit volumique est donné par la relation:

$q_V = S.v$  ( $v$  étant la vitesse moyenne du fluide à travers la section  $S$ )

Le débit massique est donné par la relation:

$$q_m = \rho.S.v \quad \text{d'où : } q_m = \rho. q_V$$

avec  $q_{m1} = q_{m2} = q_m$  (conservation de la masse)

et  $q_{V1} = q_{V2} = q_V$  (car  $\rho = \rho_1 = \rho_2 = \text{constante}$  puisque le fluide est incompressible)

$$v_1 = q_V/S_1 = 4.q_V/\pi d_1^2 = \mathbf{2,12 \text{ m/s}}$$

$$v_2 = q_V/S_2 = 4.q_V/\pi d_2^2 = \mathbf{4,78 \text{ m/s}}$$

### **3- Calcul de la puissance électrique $W_a$ à l'arbre de la pompe**

On applique le théorème de Bernoulli entre (1) et (2) pour le cas d'un écoulement avec échange de travail (présence d'une pompe) :

$$v_1^2/2 + P_1/\rho + g.z_1 = v_2^2/2 + P_2/\rho + g.z_2 + W_{\text{net}}/q_m$$

comme  $q_m = \rho \cdot q_V$  et  $z_2 = 1,22$  m (sachant que  $z_1 = 0$ ), on a :

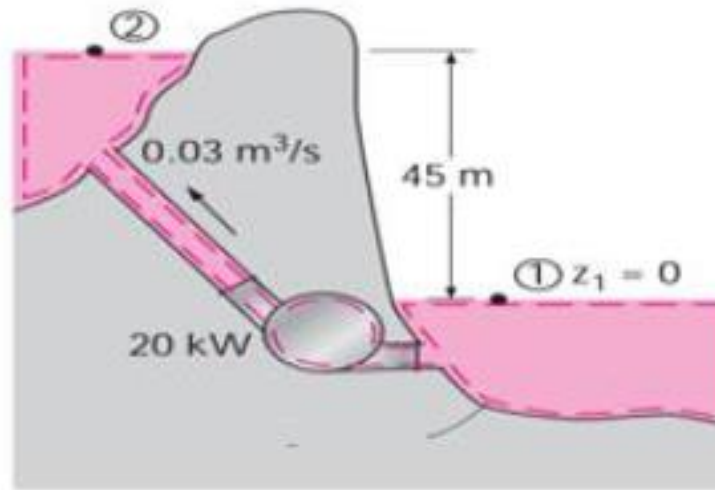
$$W_{\text{net}} = q_V[(P_1 - P_2) + 0,5\rho(v_1^2 - v_2^2) - \rho.g.z_2]$$

$$\mathbf{W_{\text{net}} = - 3,66 KW}$$

or le rendement de la pompe est donné par le rapport :

$\eta = W_{\text{net}}/W_a$  (avec  $\eta = 0,8$ ) d'où  $\mathbf{W_a = - 4,58 KW}$  ( $W_a < 0$ , la pompe reçoit du travail).

### Exercice 8 :



#### - Calcul du rendement de la pompe $\eta$

On applique le théorème de Bernoulli entre (1) et (2) pour le cas d'un écoulement avec échange de travail (présence d'une pompe) :

$$v_1^2/2 + P_1/\rho + g.z_1 = v_2^2/2 + P_2/\rho + g.z_2 + W_{\text{net}}/q_m$$

comme  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 45$  m,  $v_1 = v_2 \approx 0$  et  $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ , alors :

$$g.z_2 + W_{\text{net}}/q_m = 0$$

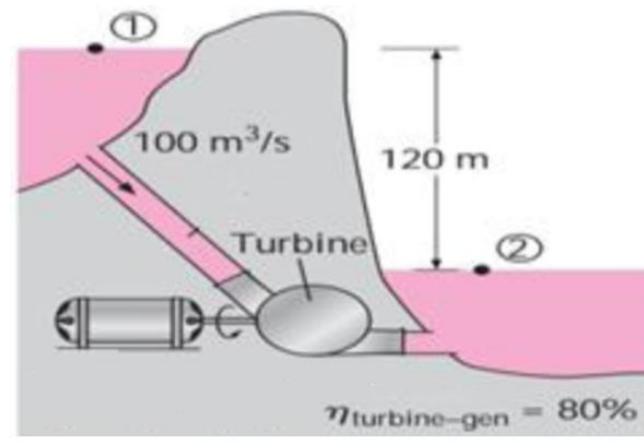
$$\text{d'où : } W_{\text{net}} = - g.z_2.\rho.q_v \quad \text{avec } q_m = \rho.q_v$$

$$W_{\text{net}} = - 13,5 \text{ KW}$$

or le rendement de la pompe est donné par le rapport :  
 $\eta = W_{\text{net}}/W_a$  d'où :  $\eta = -13,5/-20$  (avec la puissance absorbée par la pompe est de  $W_a = -20 \text{ KW}$ ;  $W_a < 0$  car la pompe reçoit du travail).

on trouve alors un rendement de  $\eta = 0,675 = 67,5 \%$ .

### Exercice 9 :



#### - Calcul de la puissance électrique générée $W_a$

On applique le théorème de Bernoulli entre (1) et (2) pour le cas d'un écoulement avec échange de travail (présence d'une turbine) :

$$v_1^2/2 + P_1/\rho + g.z_1 = v_2^2/2 + P_2/\rho + g.z_2 + W_{\text{net}}/q_m$$

comme  $z_2 = 0$ ,  $z_1 = 120 \text{ m}$ ,  $v_1 = v_2 \approx 0$  et  $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ , alors

$$g.z_1 = W_{\text{net}}/q_m$$

$$\text{d'où : } W_{\text{net}} = g.z_1 \cdot \rho \cdot q_v \quad \text{avec } q_m = \rho \cdot q_v$$

$$W_{\text{net}} = 120 \text{ MW}$$

or le rendement de la turbine est donné par le rapport :

$$\eta = W_a/W_{\text{net}} \text{ d'où : } W_a = \eta \cdot W_{\text{net}} \text{ (avec } \eta = 0,8)$$

$$W_a = 96 \text{ MW} \text{ (} W_a > 0, \text{ la turbine fournit du travail).}$$