

Examen du 1^{er} semestre

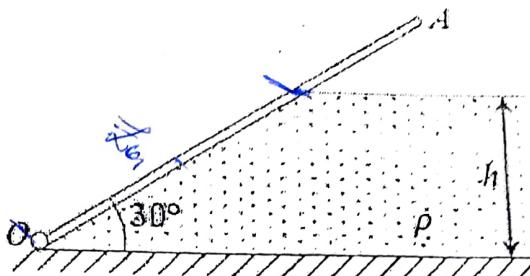
Mécanique des Fluides

Corrigé

Exercice 1 (6 pts)

Trouver la hauteur h du niveau de l'eau pour qu'il y ait équilibre, sachant que la plaque OA est rectangulaire, homogène, de largeur ℓ et de masse M .

On donne: $OA = 2.5 \text{ m}$, $\ell = 1.5 \text{ m}$, $M = 6000 \text{ kg}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Plaque OA en équilibre $\Rightarrow R d_x = F d$ (1) (0,6)

$$\rightarrow F = Mg \quad (0,8)$$

$$\rightarrow R = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{Mg}{\sin \alpha} \quad (0,8)$$

$$\rightarrow d_R = \frac{d}{\sin \alpha} + \frac{\frac{1}{2} \ell g}{\rho g \sin \alpha} \quad (0,5)$$

$$d_R = \frac{R}{2} + \frac{\frac{1}{2} \ell g^2 / 12}{\rho g \sin \alpha} = \frac{R}{2} \quad (0,6)$$

$$\rightarrow d_x = R - d_R = \frac{R}{\sin \alpha} \quad (0,5)$$

$$(0,6) d_x = \frac{OA}{2} \cos \alpha$$

$$(1) \Rightarrow \frac{gg \frac{R}{\sin \alpha}}{3 \sin \alpha} = Mg \frac{OA \cos \alpha}{2} \quad \alpha = 30^\circ$$

$F(\text{Poids})$

$$\Rightarrow R = \left(\frac{3M \cdot OA \sin^2 \alpha \cos \alpha}{g \cdot \ell} \right)^{1/3} \quad (0,5)$$

$$R = 1,866 \text{ m} \quad (0,5)$$

Exercice 2 (6 pts)

Du pétrole s'écoule à travers un coude vertical à 90° et 60 cm de diamètre. Le débit volumique de l'écoulement est de 1800 l/s. La pression à l'entrée du coude est $P_1 = 2.5$ bar.

On donne la densité du pétrole $d_p = 0.87$.

1- Déterminer la pression à la sortie du coude.

Th. BERNOULLI (1) - (2)

$$(0.5) \quad P_1/g_p + \frac{V_1^2}{2g_p} + 0 = P_2/g_p + \frac{V_2^2}{2g_p} + g(R + D/2), \quad V_1 = 1.8 \text{ m/s}$$

$$P_2 = P_1 - d_p g (R + D/2) = P_1 - d_p g (R + 0.3) = 24473 \text{ kPa}$$

2- Déterminer l'intensité et la direction de la force exercée par le pétrole sur le coude.

Th. Euler / Volume de Contrôle

$$\sum \vec{F}_{ext} = q_m (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

$$(1/2) \quad R_x + P_1 S_1 = -q_m \quad 60^\circ \text{ C}$$

$$R_x = -P_1 S_1 - q_m V_1, \quad S_1 = S_2 = \frac{\pi D^2}{4} = 0.2827 \text{ m}^2$$

$$V_1 = V_2 = \frac{q_m}{d_p g} = 6.367 \text{ m/s}$$

$$q_m = d_p g V_1 = d_p g V_2 = 1566 \text{ kg/s}$$

$$(1/2) \quad R_x = -80645.88 \text{ N} = -80.64 \text{ kN}$$

$$(1/4) \quad R_y - P_2 S_2 = q_m V_2$$

$$R_y = P_2 S_2 + q_m V_2 = 78309.36 \text{ N} = 78.31 \text{ kN}$$

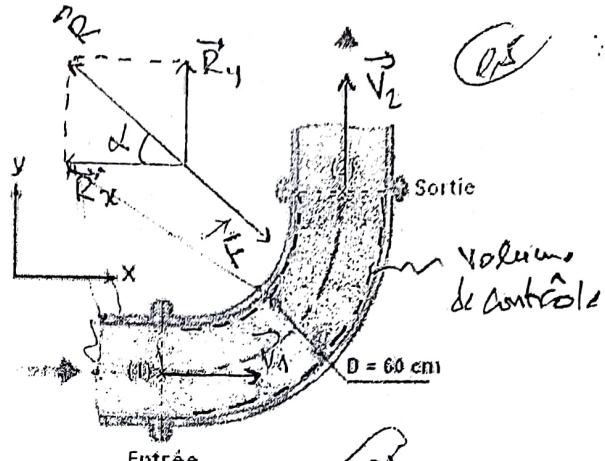
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 112.41 \text{ kN}$$

$$\text{Direct: } \alpha = \arctan\left(\frac{R_y}{|R_x|}\right) = 44.2^\circ$$

La force exercée par le fluide sur le coude est :

$$\vec{F} = -\vec{R} \text{ (voir fig.)}$$

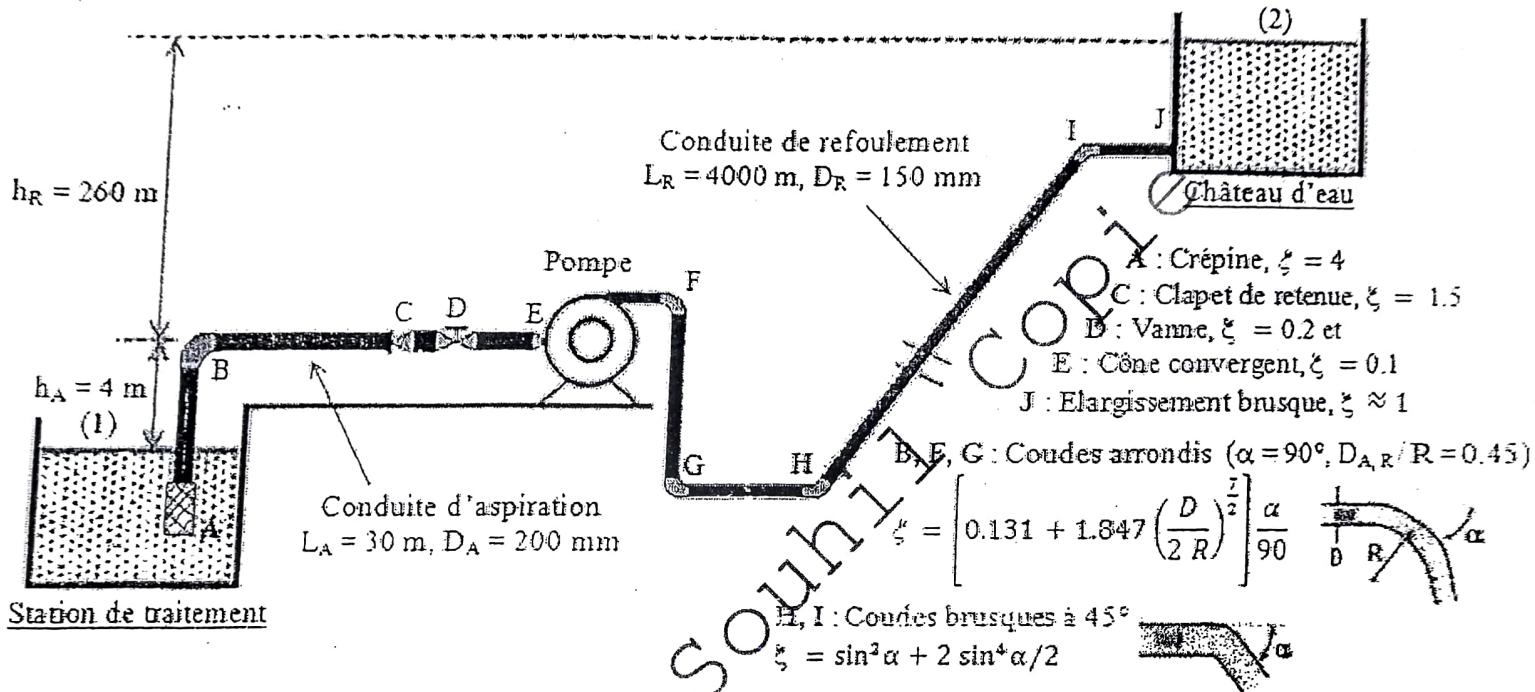
(0.5)



Exercice 3 (8 pts)

L'alimentation en eau potable d'un village est assurée par un château d'eau, approvisionné par l'intermédiaire d'une longue conduite amenant l'eau d'une station de traitement placée en contrebas (voir figure). Les conduites d'aspiration (longueur $L_A = 30 \text{ m}$, diamètre $D_A = 200 \text{ mm}$) et de refoulement (longueur $L_R = 4000 \text{ m}$, diamètre $D_R = 150 \text{ mm}$) sont en acier galvanisé de rugosité $\epsilon = 0.05 \text{ mm}$. Pour satisfaire les besoins du village, la pompe doit refouler vers le château d'eau 4000 m^3 d'eau par jour.

On donne : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$, abaque de Moody (voir la 3^{ème} feuille).



1- Calculer le débit volumique de l'écoulement.

$$q_v = \frac{4000}{24 \times 3600} = 0,0463 \text{ m}^3/\text{s} = 46,3 \text{ l/s} \quad (0,25)$$

2- Indiquer les régimes d'écoulement dans les conduites d'aspiration et de refoulement.

$$\text{Aspiration: } Re = \frac{V_A D_A}{\nu} \quad , \quad V_A = \frac{4 q_v}{\pi D_A^2} = 1,474 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$Re = 294800 > 10^5 \Rightarrow \text{Régime Turbulent en surface}$$

$$\text{Refoulement: } V_R = \frac{4 q_v}{\pi D_R^2} = 2,62 \text{ m/s} \quad (0,25)$$

$$Re = \frac{V_R D_R}{\nu} = 393066,67 > 10^5 \Rightarrow \text{R. turbulent sur queut}$$

3- Calculer les coefficients de frottements linéaires correspondants et vérifier les résultats avec les valeurs données par l'abaque de Moody (le tracé sur l'abaque pour retrouver ces valeurs est obligatoire).

$$\lambda_A = 0,79 \sqrt{\frac{\epsilon}{D_A}} = 0,0125 D \quad , \quad \lambda_R = 0,79 \sqrt{\frac{\epsilon}{D_R}} = 0,01442 \quad (0,25)$$

Voir les points sur l'abaque de Moody

4. Calculer les pertes de charge totales du circuit hydraulique.

$$J_{1-2} = J_L + J_s \quad (0,25)$$

$$J_L = \lambda_A \frac{L_A}{D_A} \frac{V_A^2}{2} + \lambda_B \frac{L_B}{D_B} \frac{V_B^2}{2} = 2,035 \cdot 1320,1 = 1322,13 \text{ J/kg}$$

$$J_s = J_s^A + J_s^R \quad (0,25)$$

$$J_s^A = (\xi_A + \xi_B + \xi_c + \xi_e + \xi_d + \xi_f) \frac{V_A}{2}, \xi_{B,F,G} = 0,131 + 1847 \left(\frac{D_{AP}}{2R} \right)^2 = 1,41$$

$$J_s^A = 6,45 \text{ J/kg} \quad (0,25)$$

$$J_s^R = (\xi_F + \xi_G + \xi_H + \xi_I + \xi_J) \frac{V_R}{2}, \xi_H = 2 \sin 45^\circ + 2 \sin \frac{45^\circ}{2} = 0,543 \quad (0,25)$$

$$J_s^R = 8,13 \text{ J/kg} \quad (0,25)$$

$$J_s = 14,58 \text{ J/kg}, J_{1-2} = 1336,70 \text{ J/kg} \quad (0,25)$$

5- Calculer la pression absolue à l'entrée de la pompe.

Th. BERNOULLI (1) - Entrée pompe (EP),

$$\frac{P_{atm}}{g} + 0 + 0 = \frac{P_{EP}}{g} + \frac{V_A^2}{2} + g h_A + J_{1-EP} \quad (0,50)$$

$$P_{EP} = P_{atm} - g \left(\frac{V_A^2}{2} + g h_A + J_{1-EP} \right), J_{1-EP} = J_L^A + J_s^A = 8,485 \text{ J/kg} \quad (0,25)$$

$$P_{EP} = 50,43 \text{ kPa} \quad (0,25)$$

6- Sachant que le rendement global de la pompe est de 80%, calculer la puissance reçue par la pompe du réseau électrique.

Th. BERNOULLI (1)-(2),

$$\frac{P_{atm}}{g} + 0 + 0 = \frac{P_{atm}}{g} + 0 + g(h_A + h_R) + \frac{W_n}{g_{fun}} + J_{1-2} \quad (0,25)$$

$$W_n = -g q_v [(h_A + h_R) g + J_{1-2}] = 184,12 \text{ kW} \quad (0,5)$$

$$\eta_p = \frac{W_n}{W_n / w_a} \Rightarrow W_n = W_n / \eta_p = 230,15 \text{ kW} \quad (0,50)$$

$$P_0 - \rho_1 g z_3 = -\rho_2 g z_2 + P_D$$

Exercice 1 (4 pts)

On considère un tube en U contenant trois liquides: de l'eau ($\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$), du mercure ($\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$) et de l'essence ($\rho_3 = 700 \text{ kg/m}^3$).

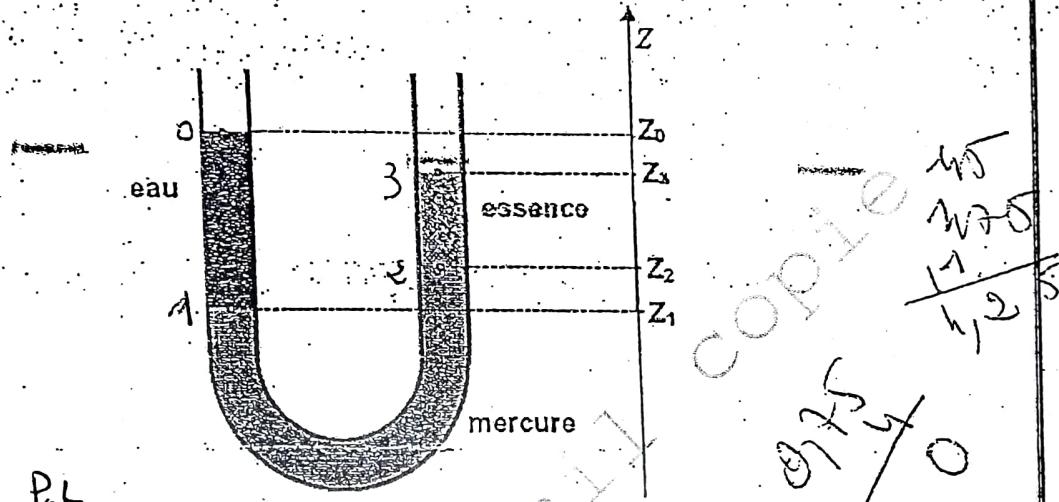
On demande de calculer Z_0 , Z_1 , Z_2 et Z_3 .

On donne:

$$Z_0 - Z_1 = 0,2 \text{ m}$$

$$Z_3 - Z_2 = 0,1 \text{ m}$$

$$Z_1 + Z_2 = 1,0 \text{ m}$$



$$P_1 - P_0 = \rho_1 g (z_0 - z_1)$$

$$P_2 - P_0 = \rho_2 g (z_1 - z_2)$$

$$P_3 - P_2 = \rho_3 g (z_2 - z_3) \times$$

$$\text{Patom (a) + (b) + (c)} \Rightarrow \rho_1 (z_0 - z_1) + \rho_2 (z_1 - z_2) + \rho_3 (z_2 - z_3) = 0$$

$$\Rightarrow z_0 - z_1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} (z_0 - z_1) - \frac{\rho_3}{\rho_2} (z_2 - z_1) = 0,0046 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_0 - z_1 = 0,0046 \text{ m} \\ z_0 + z_1 = 1 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_0 = 0,495 \text{ m} \\ z_1 = 0,5048 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1 = 0,495 \text{ m} \\ z_2 = 0,5048 \text{ m} \end{cases}$$

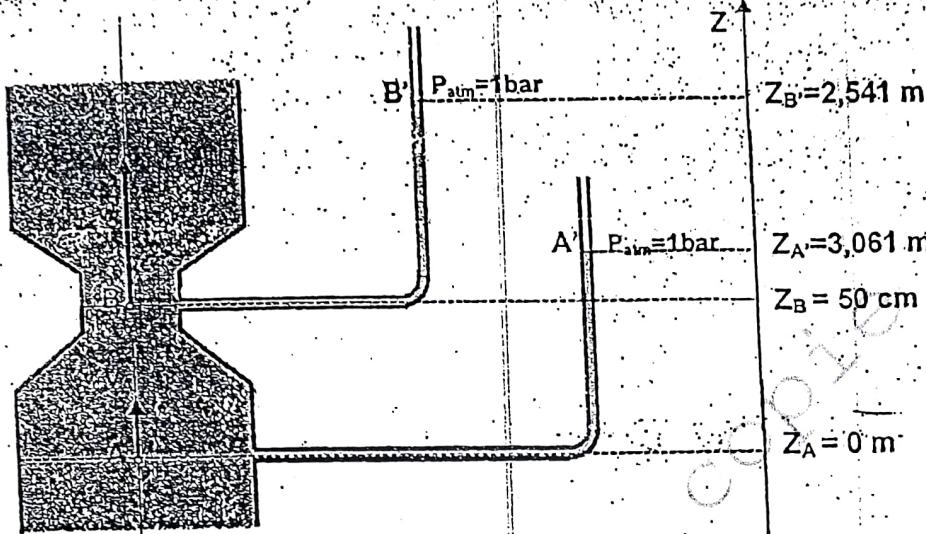
$$\Rightarrow \begin{cases} z_2 = 0,495 \text{ m} \\ z_3 = 0,5048 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_3 = 0,495 \text{ m} \\ z_0 = 0,5048 \text{ m} \end{cases}$$

$$\frac{V_B^2 - V_A^2}{16} = \times \frac{1}{16} - 1 = \frac{1-16}{16} = -\frac{15}{16} = \frac{3 \times 5}{16}$$

Exercice 2 (4 pts)

Dans le tube de Venturi représenté ci-dessous, l'eau (fluide parfait) s'écoule de bas en haut. Le diamètre du tube en A est $d_A = 30 \text{ cm}$, et en B il est de $d_B = 15 \text{ cm}$. Afin de mesurer la pression P_A au point A et la pression P_B au point B, deux manomètres à colonne d'eau sont connectés au Venturi.



1) Calculer les pressions aux points A et B.

$$P_B = P_{atm} + \rho g (z_B - z_A) = 1,2 \text{ bar}$$

$$P_A = P_{atm} + \rho g (z_A - z_B) = 1,3 \text{ bar}$$

3) Ecrire l'équation de continuité (conservation de la masse) entre les points A et B. En déduire la vitesse d'écoulement V_B en fonction de V_A .

$$\text{Continuité: } S_A V_A = S_B V_B \Rightarrow V_B = \left(\frac{d_A}{d_B} \right)^2 V_A = 4 V_A$$

4) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les points A et B. En déduire la vitesse d'écoulement V_B .

$$\text{Bernoulli: } \frac{1}{2} V_A^2 + \rho g z_A + \frac{P_A}{\rho} = \frac{1}{2} V_B^2 + \rho g z_B + \frac{P_B}{\rho}$$

$$V_A = \frac{2}{4^2 - 1} \left(\frac{P_A - P_B}{\rho} + g(z_A - z_B) \right) = 0,8246 \text{ m/s}$$

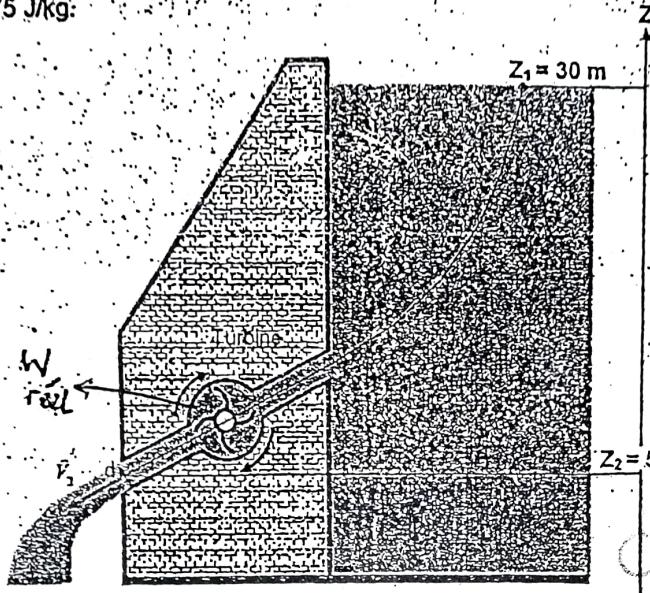
$$V_B = 3,2 \text{ m/s}$$

Nom : Prénom :

Matricole : Sec/Gr :

Exercice 3 (4 pts)

Le barrage représenté ci-dessous est équipé d'une turbine dont les aubes sont entraînées par un jet d'eau. La conduite de sortie est de diamètre $d = 2,5 \text{ m}$. Le débit volumique q_v à travers la conduite est de $25 \text{ m}^3/\text{s}$. On suppose que le niveau d'eau dans le barrage varie lentement et les pertes de charges sont évaluées à $|J_{12}| = 32,75 \text{ J/kg}$.



- 1) Calculer la vitesse V_2 d'écoulement d'eau à la sortie de la conduite.

$$V_2 = \frac{4 q_v}{\pi d^2} = 5,033 \text{ m/s}$$

- 2) Déterminer la puissance disponible sur l'arbre de la turbine si son rendement η est de 60%

~~$$\text{Bernoulli: } \frac{V_1^2}{2} + g z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{W_{\text{ext}}}{\rho g} + J_{12}$$~~

~~$$\text{Or: } P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}, \quad V_1 = 0$$~~

~~$$W_{\text{ext}} = \rho g \left[g(z_1 - z_2) - \frac{V_2^2}{2} - J_{12} \right]$$~~

~~$$W_{\text{real}} = \eta \cdot W_{\text{ext}}$$~~

~~$$W_{\text{real}} = \eta \rho g \left[g(z_1 - z_2) - \frac{V_2^2}{2} - J_{12} \right]$$~~

~~$$W_{\text{real}} = 3 \text{ MW}$$~~

6,485

Nom : Prénom :

Matricule : Sec/Gr :

Exercice 1 : (3 points)

De l'air se trouve à l'intérieur d'un cylindre fermé par un piston de diamètre $D = 150 \text{ mm}$. Un manomètre à mercure connecté au cylindre indique 60 mm de Hg, voir figure ci-contre. $P_{\text{Hg}} = 13600 \text{ Pa/m}^3$ $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$

1- Déterminer la pression régnant dans le cylindre ;

a- En kPa :

$$P_{\text{air}} = P_{\text{atm}} + \rho g h \quad (0,5) \\ = 10^5 + 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,06 = 108005 \text{ Pa} \quad (0,5)$$

b- En mm de mercure (Hg) :

$$P_{\text{air}} = \frac{\rho g H}{Hg} \Rightarrow H = \frac{P_{\text{air}}}{\rho g} = \frac{108005}{13600 \cdot 9,81} = 0,809 \text{ m} = 80,9 \text{ cm.} \quad (0,5)$$

2- Déterminer la Masse du piston

$$\text{Équilibre du piston} \Leftrightarrow P_{\text{atm}} + \frac{Hg}{S} \cdot P_{\text{air}} \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow M = \frac{1}{2} (P_{\text{air}} - P_{\text{atm}}) = \frac{\pi D^2}{4 \cdot g} (P_{\text{air}} - P_{\text{atm}}) \\ = \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4 \cdot 9,81} (108005 - 100000) = 14,4 \text{ kg.} \quad (1)$$

Exercice 2 : (4 points)

Soit le réservoir contenant de l'eau et un liquide

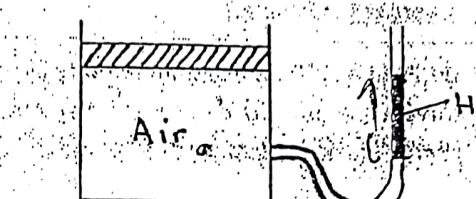
inconnu comme indiqué sur la figure ci-contre.

En tenant compte des données représentées sur

la figure et en considérant que les deux liquides sont

immiscibles (qui ne se mélangent pas) calculer la

densité du liquide inconnu $\rho_{\text{liquid}} = 1000 \text{ kg/m}^3$



$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

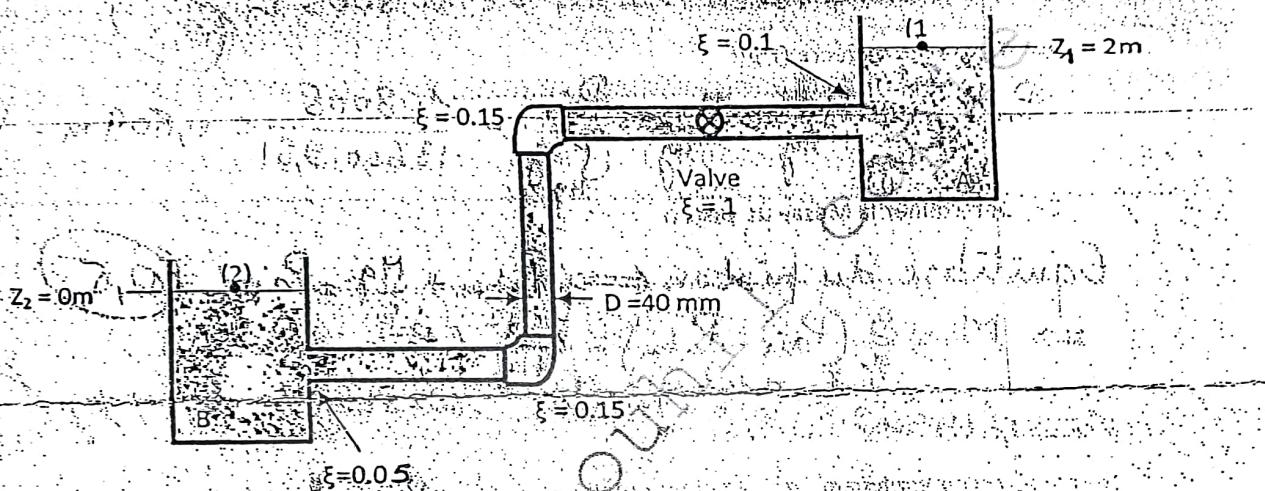
$$(0,5)$$

$$(0,5)$$

Exercice 3 : (5 points)

De l'eau à 12°C est acheminée du réservoir A au réservoir B tel qu'indiqué sur la figure ci-contre, à travers une conduite en acier de diamètre 40mm, de longueur L=25 m et de coefficient de pertes de charge (ou de frottements) $\lambda=0.032$.

Déterminer le débit volumique Q à travers la conduite. On donne $g=9,81 \text{ m/s}^2$



Eq. de Bernoulli entre (1) et (2) avec pertes de charge :

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + gZ_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + gZ_2 + h_f + \sum \xi \quad (1)$$

Donc

$$gZ_2 + h_f + \sum \xi = \frac{V_2^2}{2D} + \frac{V_1^2}{2D} [g \text{ entrée } + g \text{ sortie } + 2g \text{ tube } + 2g \text{ valve}] \quad (2)$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2gZ_2 + h_f + \sum \xi}{2D}} = \sqrt{\frac{2gZ_2 + 2g \text{ entrée } + 2g \text{ tube } + 2g \text{ valve}}{2D}}$$

$$\text{AN: } V = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2}$$

$$= \sqrt{0,032 \cdot 25 + 0,05 + 0,1 + 2 \cdot 0,15 + 1}$$

$$= 1,83 \text{ m/s}$$

$$\text{et } Q_V = V \cdot A = V \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 1,83 \cdot \frac{\pi \cdot (0,04)^2}{4} = 0,004 \text{ m}^3/\text{s}$$

Nom :

Prenom :

Inmat :

Sec/gr :

$$P = \frac{\rho RT}{M} = P_0 e^{-\frac{M}{RT} g(R - R_0)}$$

EXO 1 (06 pts): Un tube en U contient du mercure dans la branche A on verse de l'eau, dans la branche B : on verse de l'alcool. On constate que les surfaces libres de l'eau et de l'alcool sont dans le même plan horizontal et que le mercure présente une différence de niveau de 0.5 cm entre les deux branches.

Calculer h et h' (la hauteur de l'eau et d'alcool). On donne : $\rho_{\text{mercure}}=13,6 \text{ g/cm}^3$ et $\rho_{\text{alcool}}=0,8 \text{ g/cm}^3$.

...in hauteur et in fluide \Rightarrow in pression...

$$P_A = P_0$$

$$P_A = f_{\text{eau}} gh + P_{\text{atm}}$$

$$P_B = f_{\text{Hg}} gh_{AB} + f_{\text{alcool}} gh' + P_{\text{atm}}$$

$$f_{\text{eau}} gh + P_{\text{atm}} = f_{\text{Hg}} gh_{AB} + f_{\text{alcool}} gh' + P_{\text{atm}}$$

$$f_{\text{eau}} gh = f_{\text{Hg}} gh_{AB} + f_{\text{alcool}} gh'$$

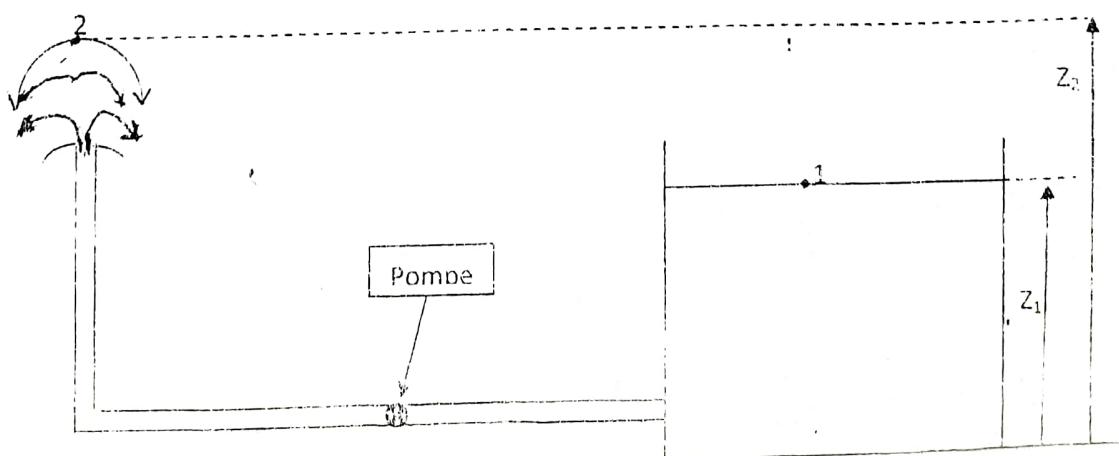
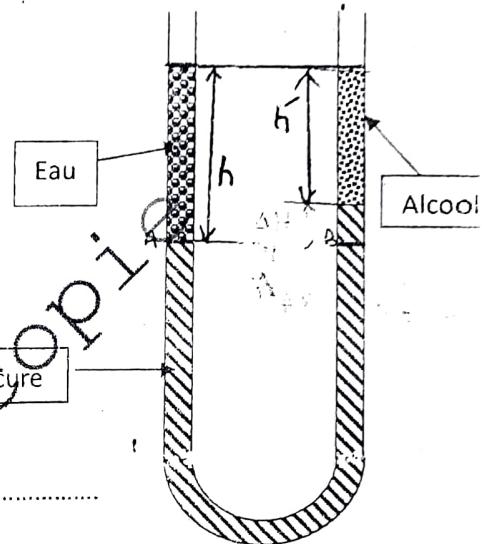
$$f_{\text{eau}} h = f_{\text{Hg}} h_{AB} + f_{\text{alcool}} h'$$

$$h = h' = h_{AB}$$

$$f_{\text{eau}} (P_0 + P_{AB}) = f_{\text{Hg}} h_{AB} + f_{\text{alcool}} h' \Rightarrow (f_{\text{eau}} - f_{\text{alcool}}) h = (f_{\text{Hg}} - f_{\text{eau}}) h_{AB}$$

$$h = \frac{f_{\text{Hg}} - f_{\text{eau}} h_{AB}}{f_{\text{eau}} - f_{\text{alcool}}} = \frac{13,6 - 1}{1 - 0,8} \cdot 0,5 = 31,5 \text{ cm} \quad h = h' + 0,5 = 32 \text{ cm}$$

Exo 2 (8 pts) : on alimente un jet d'eau à partir d'un réservoir au moyen d'une pompe de débit volumique $q_v = 2 \text{ l/s}$ et d'un tuyau de longueur $L=15 \text{ m}$ et de diamètre $d=30 \text{ mm}$ le tuyau comporte un coude de 90° ayant un coefficient de pertes de charges linéaire $\lambda=0,3$. le niveau de la surface libre du réservoir suppose lentement variable, et à une altitude $Z_1=3 \text{ m}$ au dessus du sol. Le jet s'élève jusqu'à une hauteur $Z_2=10 \text{ m}$. on suppose que les pressions $P_1=P_2=P_{\text{atm}}$, la viscosité dynamique de l'eau $\mu=10^{-3} \text{ Pa.s}$, $\rho_{\text{eau}}=1000 \text{ kg/m}^3$ et $g=9,81 \text{ m/s}^2$.



- 1- Calculer la vitesse d'écoulement d'eau dans la conduite.

$$Q_v = V_s \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow V = \frac{4 Q_v}{\pi d^2} = \frac{4 \times 2 \times 10^{-3}}{\pi (30 \cdot 10^{-3})^2} =$$

$$V = 2,83 \text{ m/s}$$

- 2- Calculer le nombre de Reynolds.

$$Re = \frac{10^3 \times 2,83 \times 30 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}}$$

$$Re = \frac{84900}{21} = 84900$$

- 3- En déduire la nature de l'écoulement.

~~2.000 < Re < 1.000~~ turbulent lisse

- 4- Calculer le coefficient de pertes de charges linéaire.

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}} = \frac{0,316}{(84900)^{0,25}} = 0,018$$

- 5- Calculer les pertes de charges linéaires en J/kg.

$$JL = \frac{\lambda}{2} \frac{V^2}{D} = \frac{0,018}{2} \frac{15}{30 \cdot 10^{-3}} \times (2,83)^2 = 36,04 \text{ J/kg}$$

- 6- Calculer le coefficient de pertes de charge singulière.

$$\zeta_s = \frac{1}{2} \xi \frac{V^2}{2} = \frac{1}{2} \times 0,3 \times (2,83)^2 = 1,20$$

- 7- Calculer la puissance nette de la pompe en Watts.

$$\text{Eq. de Bernoulli} \quad P_1 + g \beta_1 + \frac{V_1^2}{2} = P_2 + g \beta_2 + \frac{V_2^2}{2} + \zeta_s + \zeta_L + \frac{W_{turb}}{q_m}$$

$$q_m = 99,1 \text{ kg/m}^3$$

$$10^3 \times 2,83 \times 9,81 \times (3 - 10) = 1,2 \times 10^3 + 36,04 + 21,82 \text{ W}$$

$$P_1 = P_2 \quad \text{B.C.} \quad \beta_1 = \beta_2 \quad V_1 = V_2 \quad W_{turb} = q_m [g (\beta_1 - \beta_2) - (\zeta_s + \zeta_L)] = 99,1 \text{ W}$$

- 8- En déduire la puissance absorbée par la pompe sachant que son rendement est égal à 0,75.

$$\eta = \frac{W_{turb}}{W_{réel}} \Rightarrow W_{réel} = \frac{W_{turb}}{\eta} = \frac{21,82}{0,75} = 28,42 \text{ W}$$

dimension	unité	équivalence S.I.
-----------	-------	------------------

kg liquide	bar	1 bar = 10^5 Pa
------------	-----	---------------------------

kg	atm	$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
----	-----	-------------------------------------

atmosphère	millimètre	$760 \text{ mm Hg} = 1 \text{ atm}$
------------	------------	-------------------------------------

NOM: ... Lançien	utilisée PRENOM de mesure	SEC: ... GR:
------------------	---------------------------	--------------

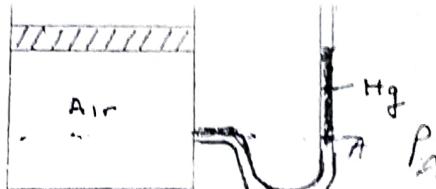
Exercice 1 : (3points)

De l'air se trouve à l'intérieur d'un cylindre fermé par un piston de diamètre $D = 200 \text{ mm}$. Un manomètre à mercure connecté au cylindre indique 117mm de Hg, voir figure ci-contre. $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ Kg/m}^3$ $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$

1- Déterminer la pression régnant dans le cylindre ;

a- En KPa :

$$P_{\text{air}} = P_{\text{atm}} + \rho g h \quad (0,5) \\ = 100 + 13600 \cdot 9,81 \cdot 0,117 = 115609 \quad P_{\text{a}} = 115,61 \text{ kPa} \quad (0,5)$$



b- En mm de mercure (Hg):

$$P_{\text{air}} = \rho_{\text{Hg}} g H_{\text{Hg}} \Rightarrow H_{\text{Hg}} = \frac{P_{\text{air}}}{\rho_{\text{Hg}} g} = \frac{115609}{13600 \cdot 9,81} = 0,8665 \text{ m} = 86,65 \text{ cm} \quad (0,5)$$

2- Déterminer la Masse du piston

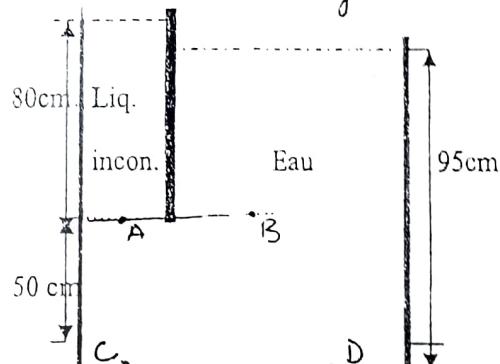
$$\text{Équilibre du piston} \Leftrightarrow P_{\text{atm}} + \rho g z = P_{\text{air}} \quad (0,5) \\ \Rightarrow M = \frac{\rho}{g} (P_{\text{air}} - P_{\text{atm}}) = \frac{\pi d^2}{4g} (P_{\text{air}} - P_{\text{atm}}) \\ = \frac{3}{\pi \cdot 0,2^2} (115609 - 100000) = 50 \text{ kg} \quad (1) \\ 4 \cdot 9,81$$

Exercice 2 : (4 points)

Soit le réservoir contenant de l'eau et un liquide inconnu comme indiqué sur la figure ci-contre.

En tenant compte des données représentées sur la figure et en considérant que les deux liquides sont immiscibles (qui ne se mélangent pas) calculer la

densité du liquide inconnu. $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ Kg/m}^3$



$$(2) \quad P_A = P_B \Leftrightarrow P_{\text{atm}} + \rho_{\text{Liq}} g z_{\text{Liq}} = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{eau}} g z_{\text{eau}} \quad (0,95-0,5)$$

$$(2) \quad \Rightarrow d_{\text{Liq}} = \frac{\rho_{\text{Liq}}}{\rho_{\text{eau}}} = \frac{0,45}{0,8} = 0,562 \quad (\rho_{\text{Liq}} = \frac{95-50}{80}) \quad (0,5)$$

Oublier

$$P_C = P_D \Leftrightarrow \rho_{\text{Liq}} g z_{\text{Liq}} + \rho_{\text{eau}} g z_{\text{eau}} + P_{\text{atm}} = \rho_{\text{eau}} g z_{\text{eau}} + P_{\text{atm}} \Rightarrow D_{\text{Liq}} = 0,8 = 0,95 - 0,5 = 0,5$$

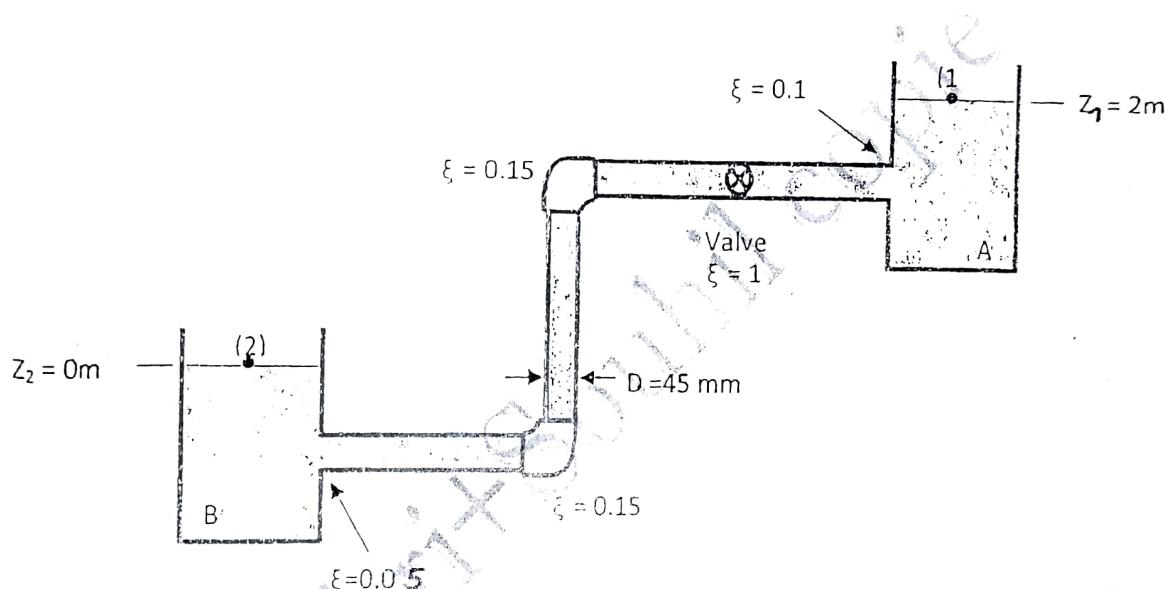
Nom Prenom

Immat : Sec/gr :

Exercice3 : (5 points)

De l'eau à 10 °C est acheminée du réservoir A au réservoir B tel qu'indiqué sur la figure ci-contre, à travers une conduite en acier de diamètre 45 mm, de longueur L=20 m et de coefficient de pertes de charge (ou de frottements) $\lambda = 0.032$.

Determiner le débit volumique Q à travers la conduite. On donne $g=9.81 \text{ m/s}^2$



Le débit volumique est donné par la relation $Q_v = V \cdot S = V \cdot \frac{\pi d^2}{4}$ pour cela cherchons V.

On applique l'éq de Bernoulli entre ① et ② avec perte de charge.

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gZ_2 + \frac{W}{9.81} + J_L + \sum J_z \quad (1)$$

$W=0$ (P.ay de travail de pompe ou de turbine)

$V_1 \approx V_2 \approx 0$ (Car grands réservoirs)

$P_1 = P_2 = P_{atm}$; $Z_1 = 2 \text{ m}$ et $Z_2 = 0 \text{ m}$.

On a donc : $J_L + \sum J_z = gZ_1$ avec $J_L = \frac{\lambda V^2 L}{2D}$ et $J_z = \xi \frac{V^2}{2}$.

Donc

$$\frac{V^2}{2} \left[\frac{\lambda L}{D} + \xi_{\text{entrée}} + \xi_{\text{sortie}} + 2 \xi_{\text{second}} + \xi_{\text{valve}} \right] = gZ_1 \quad (2)$$

Alors :

$$V = \sqrt{\frac{2gZ_1}{\frac{\lambda L}{D} + \xi_{\text{entrée}} + \xi_{\text{sortie}} + 2 \xi_{\text{second}} + \xi_{\text{valve}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.81 \cdot 2}{0.032 \cdot 20 + 0.05 + 0.1 + 2 \cdot 0.15 + 1}} = 1.58 \text{ m/s}$$

Questions de cours (8 points) :

Cocher sur la réponse juste

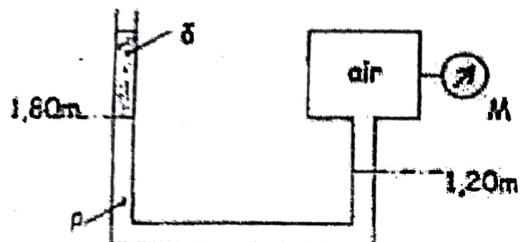
Pratique (Thermodynamique)
Tables [Cônes, [R]]

Thermodynamique				
1	Indiquez la variable intensive parmi celles-ci	<input checked="" type="checkbox"/> longueur	<input type="checkbox"/> masse	<input type="checkbox"/> volume massique
2	La température en (°C) est égale à :	<input checked="" type="checkbox"/> T(K)-273	<input type="checkbox"/> T(K)+732	<input checked="" type="checkbox"/> T(K)+273
3	Un système thermodynamique est constitué du (de, des)	<input type="checkbox"/> corps à étudier	<input type="checkbox"/> interactions entre le corps à étudié et son environnement	<input type="checkbox"/> limites du corps à étudier
4	L'énergie totale (mécanique) d'un corps dépend (seulement) de son :	<input type="checkbox"/> énergie cinétique	<input type="checkbox"/> énergie potentielle	<input type="checkbox"/> énergie interne
				<input checked="" type="checkbox"/> énergies cinétique, potentielle et interne
Mécanique des fluides				
5	Un liquide est un fluide:	<input type="checkbox"/> sa température de fusion est élevée	<input checked="" type="checkbox"/> incompressible	<input type="checkbox"/> compressible
				<input type="checkbox"/> sa température de liquéfaction est élevée
6	En descendant dans les profondeurs des mers et océans la pression de l'eau	<input checked="" type="checkbox"/> augmente	<input type="checkbox"/> diminue	<input type="checkbox"/> Reste constante
				<input type="checkbox"/> Aucune des trois réponses
7	Débit volumique (V : vitesse, S : Section de passage, p: masse volumique)	$Q=V.S$	$Q=S/V$	$Q=pV.S$ - manquante
8	Pour les fluides parfaits l'équation de Bernoulli	<input type="checkbox"/> $P+\rho gh+\frac{1}{2}p(v^2)=0$	<input type="checkbox"/> $P+\rho gh+\frac{1}{2}p(v^2)\neq \text{constante}$	<input checked="" type="checkbox"/> $P+\rho gh+\frac{1}{2}p(v^2)=\text{constante}$
				<input type="checkbox"/> autres

EXAMEN DE RATTRAPAGE

Durée : 02 heures. Documents non autorisés.

Exercice 1 (05 pts)



Dans le dispositif de la figure ci-contre, le manomètre M indique une pression de 0,15 bar. Trouver la hauteur du liquide de densité δ dans la branche de gauche.

On donne :

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 ; g = 9,81 \text{ m/s}^2 ; \delta = 0,9.$$

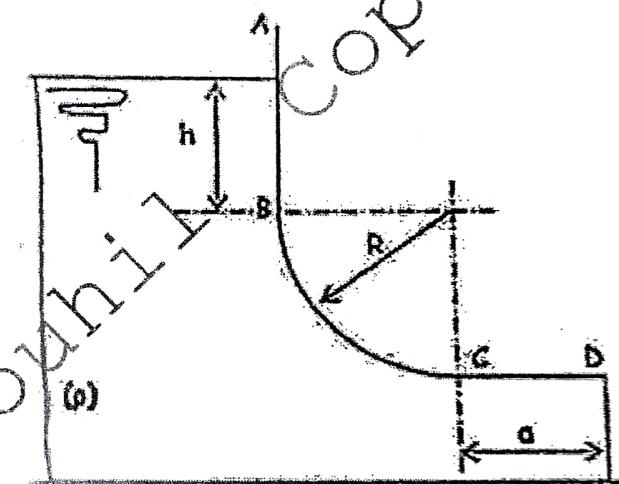
Exercice 2 (09 pts)

Un bassin d'eau est fermé par une porte métallique ABCD, de largeur L, perpendiculaire au plan de la figure ci-contre. Les parties AB et CD sont planes tandis que la partie BC est un quart de cylindre de rayon R.

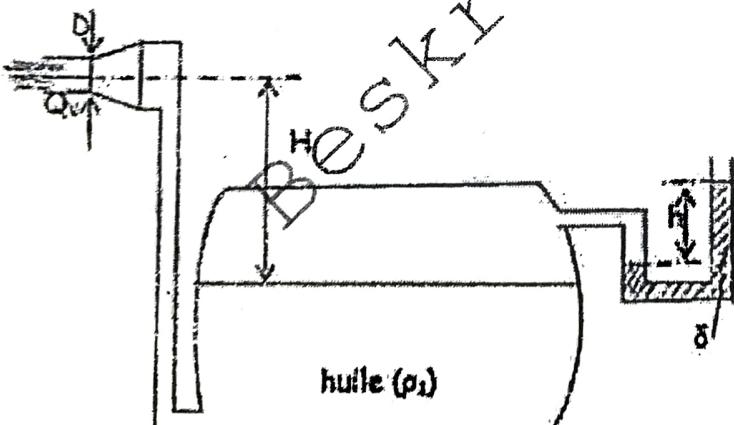
Déterminer en grandeur et direction les actions de l'eau sur les parties AB, BC et CD.

On donne :

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 ; g = 10 \text{ m/s}^2 ; h = 2 \text{ m} ; R = 2 \text{ m} ; a = 1,5 \text{ m} ; L = 4 \text{ m}.$$



Exercice 3 (06 pts)



On veut pomper une huile industrielle (ρ_1) à partir d'un réservoir à niveau constant, par une conduite terminée par une buse de diamètre D, avec un débit volume Q_v .

Avec les indications de la figure ci-contre, et en l'absence de frottements, trouver la hauteur d'élevation H.

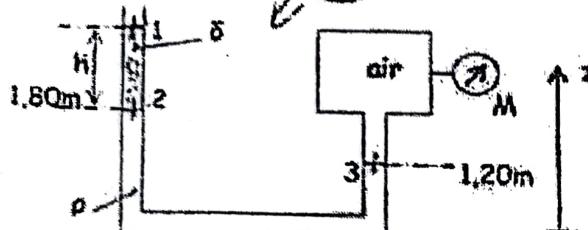
On donne :

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 ; \rho_1 = 820 \text{ kg/m}^3 ; g = 9,81 \text{ m/s}^2 ; \delta = 13,6 ; D = 4 \text{ cm} ; h = 20 \text{ cm} ; Q_v = 1,5 \text{ l/s}.$$

EXAMEN DE RATTRAPAGE

-Corrigé-

Exercice 1 (05 pts)



0,1

Appliquons l'ÉFH aux points (1) à (3) pris deux à deux dans le même liquide.

* Entre (1) et (2) dans δ :

$$p_2 - p_1 = \rho g \delta h \quad (a)$$

* Entre (2) et (3) dans l'eau:

$$p_3 - p_2 = \rho g (1.80 - 1.20) = 0.6 \rho g \quad (b)$$

$$(a) + (b) \Rightarrow p_3 - p_1 = \rho g \delta h + 0.6 \rho g$$

Or, $p_1 = p_{at}$ et $p_3 - p_{at} = p_{man}$, mesurée par le manomètre:
soit: $h = (p_{man}/\rho g) - 0.6/\delta$

$$\text{A.N.: } h = 0.7 \text{ m}$$

0,1

0,1

Exercice 2 (09 pts)

1°) Action sur la partie AB : \vec{F}_1

$$F_1 = \rho g Z_a S_1 \quad \text{où: } Z_a = OB/2 = h/2$$

$$S_1 = HL$$

Soit: $F_1 = \rho g h^3 L/2$; \vec{F}_1 est dirigée vers la droite et appliquée en C_1 tel que: $Z_{C_1} = 2h/3$

$$\text{A.N.: } F_1 = 8.10^4 \text{ N; } Z_{C_1} = 1.33 \text{ m}$$

2°) Action sur la partie BC. Il y a une composante horizontale F_x et une composante verticale F_z .

$$F_x = \rho g Z_{C_1} S_x \quad \text{où: } Z_{C_1} = h + R/2$$

$$S_x = RL$$

Soit: $F_x = \rho g (2h + R) RL/2$; \vec{F}_x est dirigée vers la droite et appliquée en C_x tel que:

$$Z_{C_x} = Z_{C_1} + \frac{R^2/2}{Z_{C_1}} \quad \text{où: } R^2/2 = R^2/12$$

$$\text{A.N.: } F_x = 42.10^4 \text{ N; } Z_{C_x} = 3.71 \text{ m}$$

$$F_z = \rho g V_1; \text{ où: } V_1 = \text{volume d'eau imaginaire contenu dans } OBCCO = V_{OBCC} + V_{CCCO} = hRL + \pi R^2 L/4$$

Fz = $\rho g RL(h + \pi R/4)$; \vec{F}_z est orientée vers le haut et passe par le centre de gravité G du volume V_1 défini par x_G tel que:

$$x_G = (x_{G1} S_1 + x_{G2} S_2) / (S_1 + S_2); \text{ où: } x_{G1} = R/2; S_1 = hR; x_{G2} = 0.5756R; S_2 = \pi R^2/4.$$

$$\text{A.N.: } F_z = 52.3.10^4 \text{ N; } x_G = 1.62 \text{ m.}$$

3°) Action sur la partie CD : \vec{F}_2

$$F_2 = \rho g V_2; \text{ où: } V_2 = \text{volume d'eau imaginaire contenu dans } CDD'C' = (h + R) RL;$$

Ou bien: $F_2 = p_{at} S_{CD}$; soit:

$$\vec{F}_2 = \rho g RL(h + R); \vec{F}_2 \text{ est dirigée vers le haut et appliquée en } G_2, \text{ milieu de } CD.$$

$$\text{A.N.: } F_2 = 30.10^4 \text{ N.}$$

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

0,1

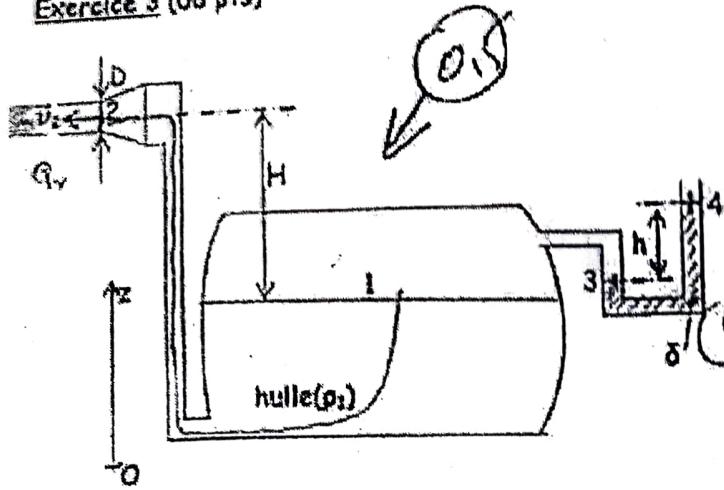
0,1

0,1

0,1

0,1

Exercice 3 (06 pts)



Le théorème de Bernoulli appliquée aux points (1) et (2) situés sur la même ligne de courant, s'écrit :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \\ \Leftrightarrow \frac{(p_1 - p_2)}{\rho g} + z_1 - z_2 = \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2g}$$

La conservation de masse s'écrit :

$$Q_v = v_2 S_2 \Leftrightarrow v_2 = 4Q_v / \pi D^2$$

et avec : $v_1 = 0$; $z_1 - z_2 = -H$; on obtient :

$$\frac{(p_1 - p_2)}{\rho g} - H = 8Q_v^2 / \pi^2 D^4 \quad \text{(a)}$$

Par ailleurs, l'EFH appliquée entre les points (1) et (3) puis entre (3) et (4) nous donne :

$$p_1 - p_3 = 0$$

$$p_3 - p_4 = \rho g \delta h$$

$$\Rightarrow p_1 - p_4 = \rho g \delta h$$

$$\text{or : } p_2 = p_4 = p_{at} \Rightarrow p_1 - p_2 = p_1 - p_4 = \rho g \delta h; \text{ soit :}$$

$$(a) \Leftrightarrow \rho \delta h / \rho_1 - H = 8Q_v^2 / \pi^2 D^4$$

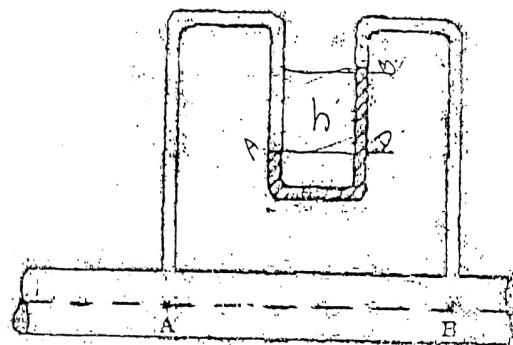
$$\Rightarrow H = \rho \delta h / \rho_1 - 8Q_v^2 / \pi^2 D^4$$

$$\text{A.N. : } H = 3,20 \text{ m}$$

BESKRI X SOUHI

Contrôle de DEC1
(Variante 2)

Exercice 1 :

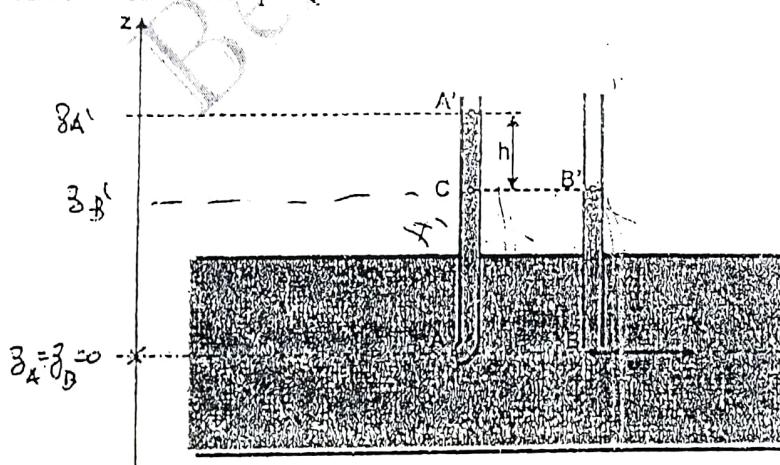


Un manomètre différentiel est maintenu entre deux sections A et B d'un tuyau horizontal où s'écoule de l'eau. La dénivellement du mercure dans le manomètre est de 0.6 m. Le niveau le plus proche de A étant le plus bas. Calculer la différence de pression entre A et B.

Exercice 2 :

On considère une conduite de diamètre intérieur $d = 40 \text{ mm}$ dans laquelle s'écoule de l'eau à une vitesse V . La canalisation est équipée de deux tubes plongeant dans le liquide. Au point B, le liquide a la même vitesse V que dans la conduite ($V_B = V$). Au point A (point d'arrêt) la vitesse d'écoulement est nulle ($V_A = 0$). On donne $h = 3.2 \text{ cm}$.

- 1) Appliquer l'équation de Bernoulli entre les points A et B pour calculer la vitesse V .
- 2) En déduire le débit volumique Q_v .



Bon courage