

**MDF**

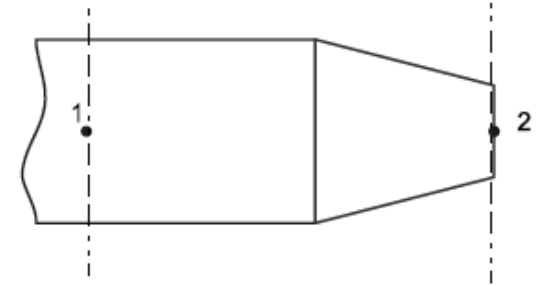
Série de TD N°3

Dynamique des fluides incompressibles parfaits

## Exercice 1

On désire remplir une piscine de  $300 \text{ m}^3$  avec de l'eau à l'aide d'une conduite de diamètre de  $15 \text{ cm}$  munie à son extrémité d'un convergent de diamètre  $8 \text{ cm}$ . Si le temps nécessaire au remplissage est de  $4 \text{ h}$ , calculer

1. le débit volumique de l'eau
2. les vitesses aux points 1 et 2



### Solution:

$$1) q_v = \frac{\text{Volume}}{\text{unités de temps}} = \frac{300}{4 \times 3600} = 0.0208 \text{ m}^3/\text{s}$$

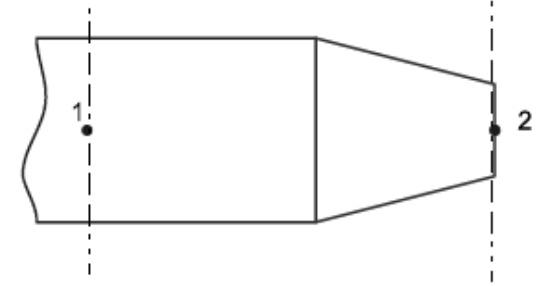
### 2) Conservation de débit massique

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \rightarrow \text{eau incompressible} \rightarrow q_{v1} = q_{v2} = q_v \rightarrow q_v = V_i \frac{\pi d_i^2}{4} \rightarrow V_i = \frac{4 q_v}{\pi d_i^2}$$

$$V_1 = \frac{4 \times 0.0208}{\pi 0.15^2} = 1,18 \text{ ms}^{-1}, \quad V_2 = \frac{4 \times 0.0208}{\pi 0.08^2} = 4,14 \text{ ms}^{-1}$$

## Exercice 2

Une conduite d'air comprimé de diamètre de 7.5 cm est munie à son extrémité d'un convergent de diamètre 2,5 cm délivre un débit massique de 0.01kg/s. Sachant qu'en 2 la masse volumique est de 1,2kg/m<sup>3</sup> et qu'en 1 la vitesse est de 2.26 m/s, calculer



1. le débit volumique de l'air en 1 et 2 et commenter.
2. la masse volumique en 1 et la vitesse en 2

### Solution:

$$1) \quad q_m = \rho q_v \rightarrow q_v = \frac{q_m}{\rho}$$

$$q_{v2} = \frac{q_m}{\rho_2} = \frac{0.01}{1.2} = 8.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_{v1} = V_1 S_1 = V_1 \frac{\pi d^2}{4} = 2.26 \frac{\pi * 0.075^2}{4} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s}$$

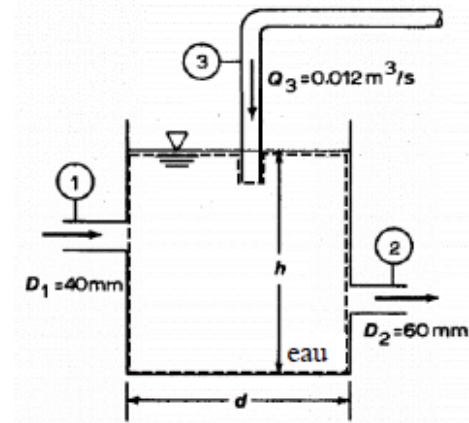
Commentaire : Le débit volumique ne se conserve pas pour les gaz (fluide compressible).

$$2) \quad \rho_1 = \frac{q_m}{q_{v1}} = \frac{0.01}{0.01} = 1 \text{ kg m}^{-3}$$

$$V_2 = \frac{4 q_{v2}}{\pi d_2^2} = \frac{4 * 0.01}{\pi 0.025^2} = 20.4 \text{ m s}^{-1}$$

### Exercice 3

Le réservoir montré sur la figure ci-contre est alimenté en eau par l'intermédiaire de deux conduites 1 et 3. Si la vitesse du fluide en 1 est de 5 m/s et le débit volumique en 3 est de  $0.012 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , Quelle doit être la vitesse de sortie de fluide pour que le niveau de l'eau dans le réservoir reste constant ? On suppose que l'eau est un fluide incompressible.



#### Solution:

En considérant l'eau dans le réservoir comme volume de contrôle, la conservation du débit massique s'écrit :

$$\frac{dm}{dt} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s$$

Pour avoir un niveau constant alors la masse de l'eau au cours du temps ne doit pas changer, ce qui donne :

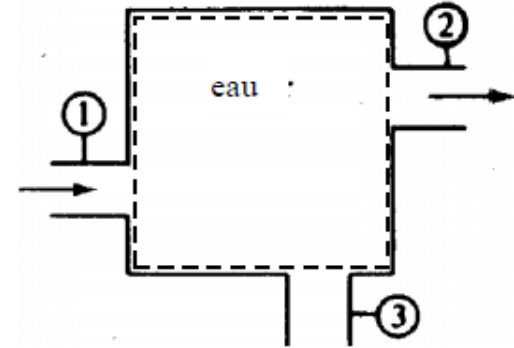
$$\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s = 0 \rightarrow \rho q_{v3} + \rho q_{v1} = \rho q_{v2}$$

$$q_{v3} + V_1 S_1 = V_2 S_2 \rightarrow V_2 = V_1 \frac{S_1}{S_2} + \frac{q_{v3}}{S_2} \rightarrow V_2 = V_1 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + 4 \frac{q_{v3}}{\pi d_2^2}$$

$$V_2 = 5 \left( \frac{40}{60} \right)^2 + 4 \frac{0.012}{\pi (0.06)^2} = 6.46 \text{ m s}^{-1}$$

## Exercice 4

Soit le réservoir représenté sur la figure ci-contre. De l'eau arrive à une vitesse de 5 m/s par l'intermédiaire de la conduite 1 de diamètre 10cm alors qu'un débit volumique de 10 m<sup>3</sup>/h est évacué par la conduite 2 de diamètre 20cm.



1. En supposant que le régime est permanent, montrer si la conduite 3 est une alimentation ou une évacuation en eau. sachant que son diamètre est de 18 cm.
2. Calculer la vitesse en 3 dans ces conditions.

### Solution :

1) Etant donné que le régime d'écoulement est permanent, le fluide incompressible ; alors sur le volume de contrôle :  $\sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s = 0$

Pour savoir si au niveau de l'ouverture 3 il y'a un apport ou une évacuation d'eau, il suffit de comparer les débits volumiques en 1 et 2

$$q_{v1} = V_1 S_1 = V_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = 5 \frac{\pi 0.1^2}{4} = 3.93 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_{v2} = 10.08 \text{ m}^3/\text{h} = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} < q_{v1}$$

On déduit qu'en 3 on aura un débit sortant.

$$2) \quad V_3 S_3 + q_{v2} = q_{v1} \rightarrow V_3 = \frac{q_{v1} - q_{v2}}{S_3} = 4 \frac{39.2 - 2.8}{\pi 0.18^2} 10^{-2} = 14.3 \text{ ms}^{-1}$$