ALP: Trabajo practico 1

Pablo Luis Alonso, Damián Ariel Marotte

29 de septiembre de 2018

Ejercicio 1

Sintaxis Abstracta						
intexp	::=	nat	|	var	|	$-_u$intexp
	|	intexp	$+$	intexp		
	|	intexp	$-_b$	intexp		
	|	intexp	$\times$	intexp		
	|	intexp	$\div$	intexp		
	|	boolexp	?	intexp	:	intexp

Sintaxis Concreta						
intexp	::=	nat	|	var	|	'−' intexp
	|	intexp	$+$	intexp		
	|	intexp	$-_b$	intexp		
	|	intexp	$\times$	intexp		
	|	intexp	$\div$	intexp		
	|	boolexp	?	intexp	:	intexp
	|	'(' boolexp ')'				

Ejercicio 4

$$\frac{\langle p_0, \sigma\rangle \Downarrow_{boolexp} true \qquad \langle e_0, \sigma\rangle \Downarrow_{intexp} n_0}{\langle p_0 ? e_0 : e_1, \sigma\rangle \Downarrow_{intexp} n_0}\ \text{TRINARY}_1$$

$$\frac{\langle p_0, \sigma\rangle \Downarrow_{boolexp} false \qquad \langle e_1, \sigma\rangle \Downarrow_{intexp} n_1}{\langle p_0 ? e_0 : e_1, \sigma\rangle \Downarrow_{intexp} n_1}\ \text{TRINARY}_2$$

Ejercicio 5

Veremos a continuación que la relación $\rightsquigarrow$ es determinista, es decir que: si $t \rightsquigarrow t_1$ y $t \rightsquigarrow t_2$ entonces $t_1 = t_2$. Lo haremos por inducción sobre la derivación de $t \rightsquigarrow t_1$ y bajo las hipótesis de que la relaciones $\Downarrow$ son deterministas:

- Si la ultima regla utilizada fue ASS entonces:
  - $\langle e, \sigma\rangle \Downarrow_{intexp} n$.
  - $t = \langle v := e, \sigma\rangle$.
  - $t_1 = \langle skip, [\sigma | v : n]\rangle$.

  como $\Downarrow_{intexp}$ es determinista y la única regla aplicable en t es ASS entonces $t_2 = t_1$.

- Si la ultima regla utilizada fue SEQ1 entonces:
  - $t = \langle skip; c_1, \sigma\rangle$.
  - $t_1 = \langle c_1, \sigma\rangle$.

  y como la única regla aplicable en t es SEQ1 entonces $t_2 = t_1$. Vale la pena destacar que no podemos usar SEQ2 pues necesitaríamos ademas que $\langle skip, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c_0', \sigma'\rangle$ y no hay ninguna regla que permita esto.

- Si la ultima regla utilizada fue IF1 entonces:
  - $\langle b, \sigma\rangle \Downarrow_{boolexp} true$.
  - $t = \langle if \text{ b } then\ c_0 \text{ else } c_1, \sigma\rangle$.
  - $t_1 = \langle c_0, \sigma\rangle$.

  como $\Downarrow_{boolexp}$ es determinista y la única regla aplicable en t es IF1 entonces $t_2 = t_1$.

- Análogamente para IF2.
- Si la ultima regla utilizada fue REPEAT entonces:
  - $t = \langle repeat\ c \text{ until } b, \sigma\rangle$.
  - $t_1 = \langle c; if\ b \text{ then skip else repeat } b \text{ until } c, \sigma\rangle$.

  y como la única regla aplicable en t es REPEAT entonces $t_2 = t_1$.

- Si la ultima regla utilizada fue SEQ2 entonces:
  - $\langle c_0, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c_0', \sigma'\rangle$.
  - $t = \langle c_0; c_1, \sigma\rangle$.
  - $t_1 = \langle c_0'; c_1, \sigma'\rangle$.

  como la única regla aplicable en t es SEQ2 y por hipótesis inductiva la subderivacion $\langle c_0, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c_0', \sigma'\rangle$ es determinista, no es posible aplicar SEQ2 con un antecedente diferente, en cuyo caso $t_2 = t_1$. Vale la pena aclarar que SEQ1 no se puede aplicar pues de ser así, tendríamos $c_0 = skip$ y por hipótesis inductiva resultaría $\langle skip, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c_0', \sigma'\rangle$ lo cual es absurdo pues ninguna regla lo permite.

Ejercicio 6

- Otras reglas:

$$\frac{x \rightsquigarrow y}{x \rightsquigarrow^* y}\ \text{CLOUSURE}$$

$$\frac{x \rightsquigarrow^* y \qquad y \rightsquigarrow^* z}{x \rightsquigarrow^* z}\ \text{TRANSITIVE}$$

- Árbol A:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\langle x, [\sigma|x:0]\rangle \Downarrow_{intexp} 0}\,\text{VAR} \qquad \dfrac{}{\langle 1, [\sigma|x:0]\rangle \Downarrow_{intexp} 1}\,\text{NVAR}}{\langle x+1, [\sigma|x:0]\rangle \Downarrow_{intexp} 0+1}\,\text{PLUS}}{\langle x := x+1, [\sigma|x:0]\rangle \rightsquigarrow \langle skip, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{ASS}}{\langle x := x+1;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:0]\rangle \rightsquigarrow \langle skip;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{SEQ}_2}{\langle x := x+1;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:0]\rangle \rightsquigarrow^* \langle skip;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{CLOUSURE}$$

- Árbol B:

$$\dfrac{\dfrac{}{\langle skip;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle \rightsquigarrow \langle \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{SEQ}_1}{\langle skip;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{CLOUSURE}$$

- Árbol C:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\langle x, [\sigma|x:1]\rangle \Downarrow_{intexp} 1}\,\text{VAR} \qquad \dfrac{}{\langle 0, [\sigma|x:1]\rangle \Downarrow_{intexp} 0}\,\text{NVAR}}{\langle x>0, [\sigma|x:1]\rangle \Downarrow_{boolexp} 1>0}\,\text{GT}}{\langle \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle \rightsquigarrow \langle \text{skip}, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{IF}_1}{\langle \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{CLOUSURE}$$

- Árbol D:

$$\dfrac{A \qquad B}{\langle x := x+1;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:0]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{TRANSITIVE}$$

- Árbol Final:

$$\dfrac{D \qquad C}{\langle x := x+1;\ \text{if } x>0 \text{ then skip else } x := x-1, [\sigma|x:0]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}, [\sigma|x:1]\rangle}\,\text{TRANSITIVE}$$

Ejercicio 10

$$\dfrac{}{\langle \text{while } p_0 \text{ do } c, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle \text{if } p_0 \text{ then } (c; \text{while } p_0 \text{ do } c) \text{ else skip}, \sigma\rangle}\,\text{WHILE}$$