時系列データの表現

- ラグ(Lag)
  時点tにおけるデータをy_tと表す。時点tを基準に一時点後のデータをy_{t+1}，前のデータをy_{t-1}と表す
  また，ある時点との時間のズレをラグという。一時点のズレを一次ラグ，j次のラグをj次ラグという。

- 確率過程(stochastic process)
  $y_1, y_2, \cdots, y_t, \cdots$といった形で表されるデータを確率過程と呼ぶ。

統計量

- 期待値　時点tにおける期待値μ_tを次のように定義する

$$\mu_t = E[y_t]$$

- 分散，標準偏差　時点tにおける分散$V[y_t]$を次のように定義する

$$V[y_t] = E\left[(y_t - \mu_t)\right]^2$$

標準偏差(ボラティリティ)を$\sqrt{V[y_t]}$で定義する。

- 自己共分散(Autocovariance)
  j次の自己共分散γ_{jt}を次のように定義する。

$$\gamma_{jt} = Cov(y_t, y_{t-j}) = E\left[(y_t - \mu_t)(y_{t-j} - \mu_{t-j})\right]$$

- 自己相関
  j次の自己相関係数ρ_{jt}を次のように定義する

$$\rho_{jt} = \frac{\gamma_{jt}}{\sqrt{V[y_t]}\sqrt{V[y_{t-j}]}}$$

定常性 - 時間によらず期待値,自己共分散が一定である時系列データの性質

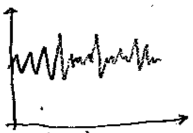
↓

どんな時間tについても次が成立する.

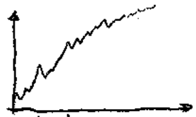
$E[y_t] = \mu$ → 平均に回帰

$Cov(y_t, y_{t-j}) = \gamma_j$

イメージ



定常性あり



定常性なし

ホワイトノイズ

イメージ - 時点tにおける乱数, ε_tで表現する.

どんな正の整数jについても

$E[\varepsilon_t] = 0$　　$V[\varepsilon_t] = \sigma^2$

$\gamma_j = Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-j}) = 0$

が成立するときε_tはホワイトノイズである.

☆ホワイトノイズは定常性をもつ

強定常性

$f(y_t, \cdots, y_{t+l}) = f(y_{t+k}, \cdots, y_{t+l+k})$　　$k, l \in \mathbb{N}$

→ ∀lの同時分布を考えたとき, これを∀kだけずらした同時分布も変わらない

弱定常性

$E[y_t] = \mu$, $V[y_t] = \sigma^2$, $Cov[y_t, y_{t-k}] = C_k$　　k: ラグ

else → 「非定常」