

FONCTIONS (Organisation et gestion de données)

1) Modéliser une situation

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre, associe un unique nombre.
On peut donner le procédé sous la forme d'une expression littérale.

Notation

On utilise la notation $f: x \mapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x , associe le nombre $f(x)$ ».

Exemple

x_1	x_2	x_3
$f(x_1) = ax_1$	$f(x_2) = ax_2$	$f(x_3) = ax_3$

x a

Vocabulaire

Définitions

Soit f une fonction. Si $f(a) = b$ alors on dit que :

- b est l'**image** de a par f . L'**image** d'un nombre est **unique**.
- a est un **antécédent** de b par f . Un nombre b peut avoir **plusieurs antécédents**.

👉 Entraîne-toi à Déterminer une image à partir d'une expression littérale

27 On considère la fonction p définie par :

$$p: x \mapsto 5x^2 - 4x + 3.$$

Calcule l'image par la fonction p de chacun des nombres suivants.

- a. 2 c. $\frac{2}{3}$ d. 0
b. -3 e. 1,4

Fonctions linéaires, fonctions affines

Définitions

On considère deux nombres a et b quelconques.

- On appelle **fonction linéaire** de coefficient a toute fonction qui, à tout nombre noté x , associe le nombre $a \times x$ (c'est-à-dire $x \mapsto ax$).
- On appelle **fonction affine** toute fonction qui, à tout nombre noté x , associe le nombre $a \times x + b$ (c'est-à-dire $x \mapsto ax + b$).

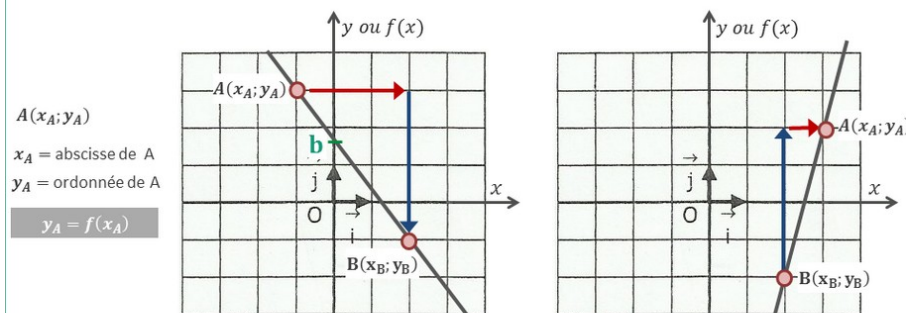
Propriétés

- Une fonction linéaire est une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).
Les fonctions linéaires modélisent des **situations de proportionnalité**.
- Lorsque $a = 0$, la fonction est une **fonction constante** : à tout nombre x , elle associe le nombre b .
- Tout nombre admet un **unique antécédent** par une fonction linéaire ou affine non constante.

$$f(x) = ax + b$$

a coefficient directeur = inclinaison de la droite

b ordonnée à l'origine = intersection avec axe ordonnée



$A(x_A; y_A)$
 x_A = abscisse de A
 y_A = ordonnée de A
 $y_A = f(x_A)$

Par le
graphe

$$a = -\frac{\text{nbre unités verticales}}{\text{nbre unités horizontales}} = -\frac{4}{3}$$

b = intersection axe ordonnée, non précis ici

Par le
calcul

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 + 1}{-1 - 2} = -\frac{4}{3}$$

$$b = y_B - ax_B = -1 + \frac{4}{3} \times 2 = \frac{5}{3}$$

$$a = \frac{\text{nbre unités verticales}}{\text{nbre unités horizontales}} = \frac{4}{1} = 4$$

b = intersection axe ordonnée, non visible ici

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{2 + 2}{3 - 2} = \frac{4}{1} = 4$$

$$b = y_A - ax_A = 2 - 4 \times 3 = -10$$



FONCTIONS (Organisation et gestion de données)

Entraîne-toi à Reconnaître une fonction linéaire ou une fonction affine

1 Indique, en justifiant, si les fonctions sont linéaires, affines ou ni l'un ni l'autre.

a. $f(x) = x^2 - 2$ b. $g(x) = 8 - 9x$ c. $h(x) = \frac{3}{5}x$ d. $k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2$ e. $l(x) = \frac{2}{x}$

Entraîne-toi à Déterminer un antécédent à partir d'une expression littérale

La recherche d'antécédents par le calcul correspond à la résolution d'une équation. Nos connaissances ne nous permettent de le faire que pour une équation du 1^{er} degré à une inconnue et quelques équations du second degré.

1 Résous les équations suivantes.

a. $6x = 24$
b. $8 + x = 51$

2 Résous les équations suivantes.

a. $3x + 5 = 4$
b. $7x + 8 = 14x$
c. $5x - 3 = 7 + 9x$

4 Résous les équations produit suivantes.

a. $(x - 4)(x + 9) = 0$
b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$
c. $(3x + 2)^2 = 0$

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

a. $7x + 3 > 2x - 2$
b. $2x - 5 \geq 4x + 8$
c. $-5x - 9 \leq -x + 2$
d. $-2x + 3 < -9$

6 Que vaut le nombre x si le triple de la différence de x et de 7 est égal à la moitié de la somme de x et de 1 ?

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge. À nous trois, nous avons 110 ans. Quel est mon âge ?

2 Représentations d'une fonction

A. Tableaux de valeurs

Entraîne-toi à Déterminer une image, un antécédent à partir d'un tableau de valeurs

Énoncé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

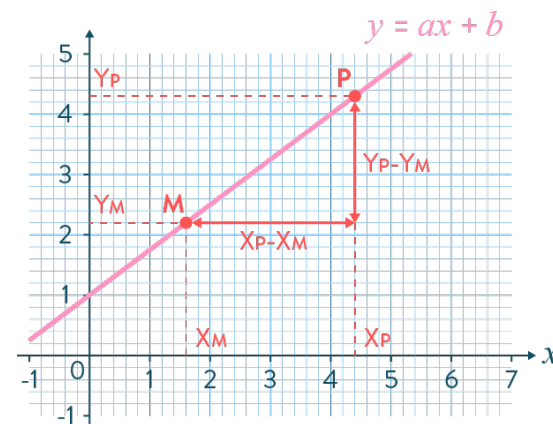
a. Détermine l'image de 0 par la fonction f .

b. Détermine un (des) antécédent(s) de 0 par la fonction f .

B. Représentation graphique

Définition

La **représentation graphique** d'une fonction f , dans un repère, est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$.



FONCTIONS (Organisation et gestion de données)

Entraîne-toi à Déterminer une image, un antécédent à partir d'une courbe

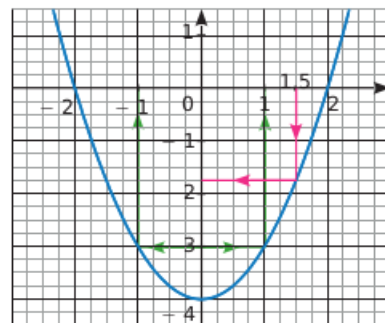
■ Énoncé

Le graphique représente la fonction f .

- Détermine graphiquement $f(1,5)$.
- Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f .

Correction

- $f(1,5) = -1,75$.
- -3 a deux antécédents par la fonction f : -1 et 1 .



Cas particuliers

- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère, non horizontale et non verticale, donc les coordonnées d'un seul point suffisent pour tracer la droite.
- La représentation graphique d'une fonction affine non constante est une droite non horizontale et non verticale, donc les coordonnées de deux points suffisent pour tracer la droite.
- La représentation graphique d'une fonction constante est une droite horizontale, donc les coordonnées d'un seul point suffisent pour tracer la droite.

Entraîne-toi à Construire une représentation graphique

■ Énoncé

- Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0,5x$.
- Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \mapsto 3x - 2$.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.

$g(-1) = -5$ et $g(2) = 4$.

(d_g) est la droite (BC) avec $B(-1 ; -5)$ et $C(2 ; 4)$.

32 Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction f .

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	1	-2	-1,5	2	3

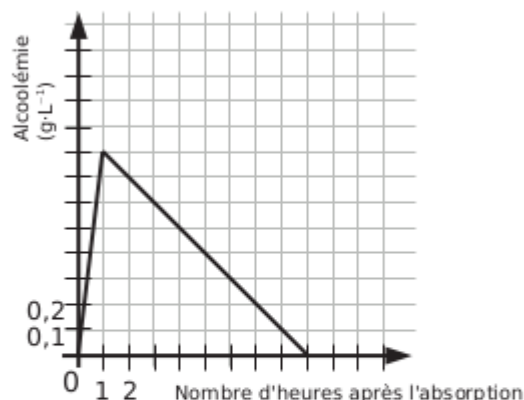
a. Construis un repère et place, dans ce repère, les points de la représentation graphique de la fonction f déterminés grâce au tableau.

b. Avec un tableur, représente graphiquement le tableau de valeurs de la fonction f .

FONCTIONS (Organisation et gestion de données)

1 Sécurité routière (source : Eduscol)

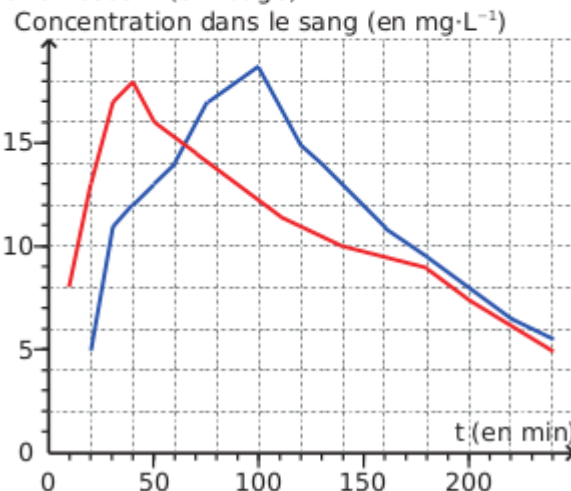
On mesure le taux d'alcoolémie chez un homme après l'absorption d'une boisson alcoolisée à jeun.



- Quel est le taux d'alcoolémie au bout de trois heures ?
- Quand le taux d'alcoolémie est-il de $0,5 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$?
- Quand le taux d'alcoolémie est-il maximal ?
- Au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie est-il nul ?

4 Médicament

Les deux courbes ci-après donnent la concentration dans le sang (en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$) en fonction du temps (en min) pour deux formes différentes d'un anti-douleur (dont l'action est proportionnelle à son taux de concentration dans le sang) : le comprimé « classique » (en bleu) et le comprimé effervescent (en rouge).



- Pour chaque forme de comprimé, donne la concentration dans le sang au bout de 30 min ; d'1 h 30 min et de 3 h.
- Au bout de combien de temps chaque concentration est-elle maximale ? Quelle forme de comprimé doit-on prendre si l'on souhaite calmer des douleurs le plus rapidement possible ?
- À quels instants a-t-on une concentration de $13 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ pour chacun des produits ? À quel instant les deux concentrations sont-elles égales ?
- Récris chacune des réponses précédentes en utilisant le langage des fonctions.