1) Utiliser le théorème de Thalès

Propriété

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.

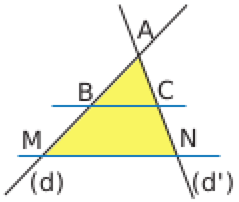
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Entraîne-toi à Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. AB = 3 cm ; AN = 4 cm et AM = 7 cm.

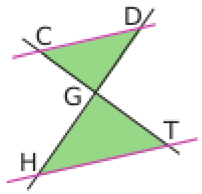
Calcule la longueur AC.



Énoncé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne DG = 25 mm ; GH = 45 mm ; CG = 20 mm et HT = 27 mm. Calcule GT.



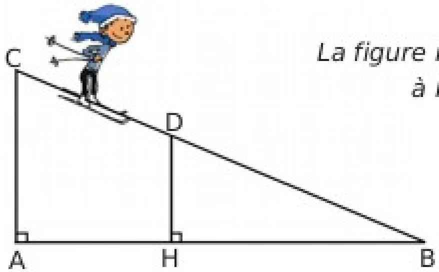
1 Aux sports d'hiver

Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m.

À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m.

Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste.

Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.



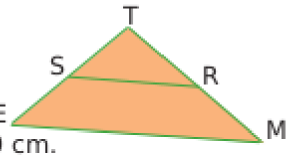
La figure n'est pas à l'échelle.

Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

Entraîne-toi à Justifier que deux droites ne sont pas parallèles

Énoncé

Sur la figure ci-contre,
TR = 11 cm ;
TS = 8 cm ;
TM = 15 cm et TE = 10 cm.
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



32 Largeur d'une rivière

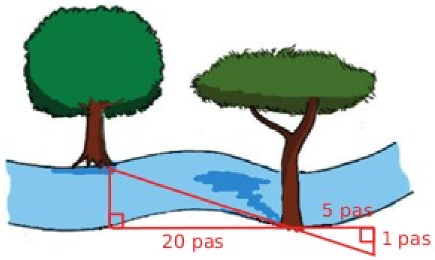
Par un beau dimanche ensoleillé, Julien se promène au pied de la montagne Sainte Victoire au bord de la rivière Arc.

Il se demande quelle est la largeur de cette rivière.

Il prend des repères, compte ses pas et dessine le schéma ci-contre.

a. Quelle est, en nombre de pas, la largeur de la rivière qu'obtient approximativement Julien ?

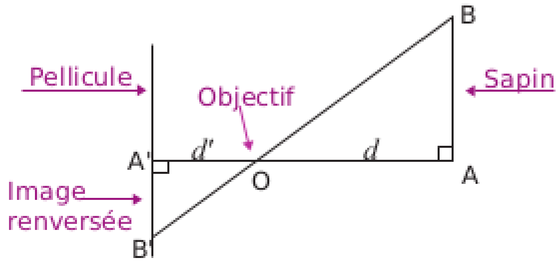
b. Julien estime la longueur de son pas à 65 cm. Donne une valeur approximative de la largeur de cette rivière au centimètre près.



GÉOMÉTRIE - Triangles et proportionnalité

Je sais utiliser le théorème de Thalès

5 L'appareil photo



Voici un schéma du fonctionnement d'un appareil photographique argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.

a. Prouve que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

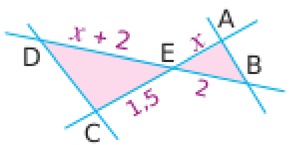
b. Démontre l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{AB}{A'B'}$.

c. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm.

d. Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

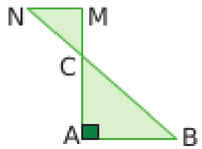
19 L'unité de longueur choisie est le mètre.

Pour $x = 2{,}5$, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.



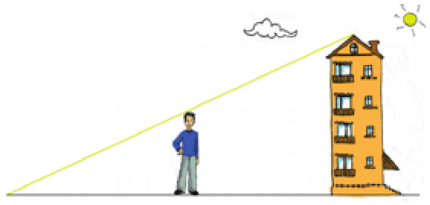
10 Le triangle ABC est rectangle en A.

On donne AB = 6 cm et BC = 10 cm.
Démontre que AC = 8 cm.
On donne CM = 2,56 cm et CN = 3,2 cm.
Explique pourquoi les droites (AB) et (MN) sont parallèles.



33 Hauteur de bâtiment avec sa taille

On veut calculer la hauteur d'un bâtiment ou d'un arbre que l'on ne peut pas mesurer sans instruments professionnels. Cet exercice nécessite de travailler un jour de beau temps et si possible en soleil rasant. Tu dois connaître ta taille pour faire cet exercice.



a. Constituez des groupes. Munissez-vous d'une feuille de papier, d'un décamètre ou à défaut d'une corde de longueur connue, et d'une calculatrice.

b. Dans la cour du collège ou dans la rue, repérez un bâtiment (mairie, église, beffroi, tour, etc...), ou un arbre assez haut puis repérez la position du soleil et placez-vous dans l'alignement du bâtiment et de son ombre.

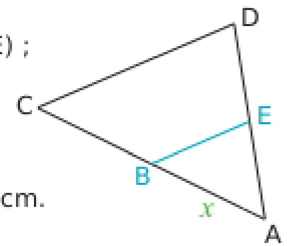
c. Faites coïncider le sommet de votre ombre avec le sommet de l'ombre du bâtiment. Mesurez alors la longueur de votre ombre et la distance entre vous et le bâtiment.

d. Calculez la hauteur du bâtiment en appliquant la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle et en vous inspirant du dessin ci-dessous.

e. Recommencez l'opération pour d'autres bâtiments puis, de retour en classe, comparez vos résultats avec les autres groupes.

18 Avec x

Sur la figure ci-contre :
(CD) est parallèle à (BE) ;
BC = 5 cm ;
CD = 19 cm ;
BE = 7 cm
et on désigne par x la longueur de [AB] en cm.



a. Calcule x.

b. Le triangle ABE est-il une réduction du triangle ACD ? Si oui, quel en est le coefficient ?

GÉOMÉTRIE - Triangles et proportionnalité

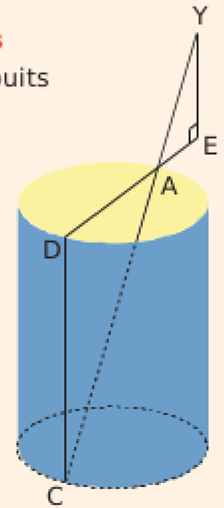
Je sais utiliser le théorème de Thalès

35 Extrait du Brevet

La profondeur d'un puits

[AD] est un diamètre d'un puits de forme cylindrique.
Le point C est à la verticale de D, au fond du puits.

Une personne se place en un point E de la demi-droite [DA) de sorte que ses yeux soient alignés avec les points A et C.
On note Y le point correspondant aux yeux de cette personne.



On sait que AD = 1,5 m ;
EY = 1,7 m et EA = 0,6 m.

a. Démontrer que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.

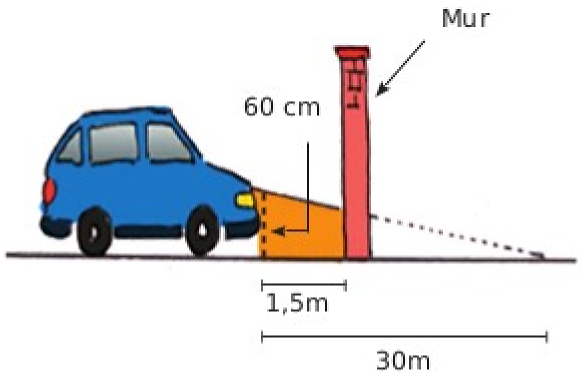
b. Calculer DC, la profondeur du puits.

2 Sécurité routière

D'après le code de la route (Article R313 - 3) :

Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30 m.

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.
La figure n'est pas à l'échelle.



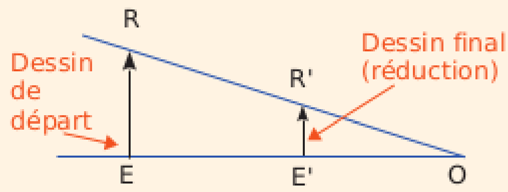
Les feux de croisement sont à 60 cm du sol.
À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

15 (Extrait du Brevet)

On veut réduire la taille de la flèche RE.

Pour cela, on réalise le schéma ci-après dans lequel (RE) et (R'E') sont parallèles.

Données :
RE = 8 cm ; OE' = 9 cm ; EE' = 15 cm.



a. Calculer la longueur de la flèche réduite R'E'.

b. Quel est le coefficient de réduction?

c. En utilisant le même schéma, on veut obtenir une flèche R''E'' dont la longueur est la moitié de la flèche de départ RE. À quelle distance de O sera placé le nouveau point E'' ?

2 Utiliser la réciproque du théorème de Thalès

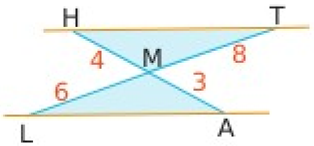
Réciproque du théorème de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A. B et M sont deux points de (d) distincts de A et C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les points A, B, M d'une part, et les points A, C, N d'autre part, sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Entraîne-toi à Justifier que deux droites sont parallèles

Énoncé

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?

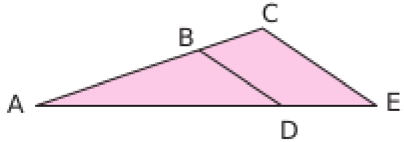


16 ABC un triangle tel que BC = 3,3 cm ; AC = 2,4 cm et AB = 2,5 cm.

a. Réalise une figure. Place le point D sur [AC) tel que CD = 6 cm et le point E sur [BC) tel que CE = 9 cm.

b. Explique pourquoi les droites (ED) et (AB) ne sont pas parallèles.

17 On donne les longueurs suivantes : AB = 6,3 cm ; BC = 4,9 cm ; AE = 16 cm et DE = 7 cm.



Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ?
Justifie ta réponse.

3 Agrandir ou réduire une figure

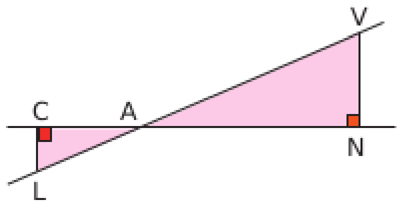
Propriété

Lorsque deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Entraîne-toi à Reconnaître une réduction ou un agrandissement

Énoncé

Les droites (VL) et (CN) sont sécantes en A.
(LC) et (VN) sont perpendiculaires à (CN).
Le triangle LAC est-il une réduction du triangle VAN ? Justifie ta réponse.



6 L'agrandisseur de photo

La photo ci-après représente un agrandisseur pour le tirage des photographies noir et blanc argentiques.

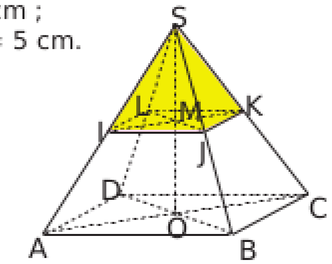
Une source de lumière est diffusée à travers le négatif et une lentille, appelée objectif. Une image agrandie du négatif est alors projetée sur un plateau.

Les deux pyramides ci-dessous représentées en perspective schématisent le faisceau de lumière.

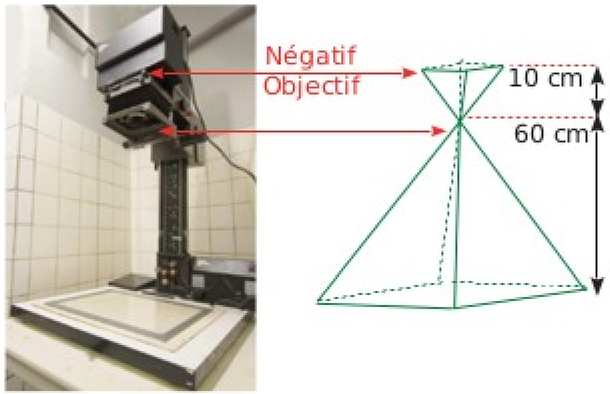
Entraîne-toi à Calculer des longueurs réduites ou agrandies

Énoncé

La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.
On donne AB = 6 cm ;
SA = 15 cm et SI = 5 cm.
Calcule IJ.



La petite hauteur mesure 10 cm et la grande hauteur mesure 60 cm.



Les formats des négatifs utilisés sont 24 mm × 36 mm, 6 cm × 6 cm et 4'' × 5''.
(*Le symbole '' représente l'unité de longueur anglo-saxonne, appelée inch, qui correspond environ à 2,54 cm.*)
Avec chacun des négatifs, quel agrandissement maximum peut-on obtenir ?

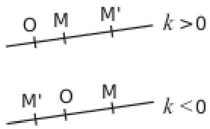
GÉOMÉTRIE - Triangles et proportionnalité

4 Transformer avec l'homothétie

Définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k (k un nombre réel différent de 0) lorsque :

- si k est positif : M' ∈ [OM) ou si k est négatif : O ∈ [MM']
- OM' = k OM si k est positif, OM' = – k OM si k est négatif



» **Remarque 1**

- Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.
- Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure image est une réduction de la figure initiale.

Propriétés

Par une homothétie de rapport k (k étant un nombre réel), l'image
- d'une droite est une droite qui lui est parallèle
- d'un segment [MN] est un segment [M'N'] de longueur k MN (si $k > 0$) ou $-k$ MN (si $k < 0$)

» **Remarque 2 :** L'image d'un triangle par une homothétie est un triangle dont les côtés sont parallèles et proportionnels aux côtés initiaux. Le théorème de Thalès s'applique !

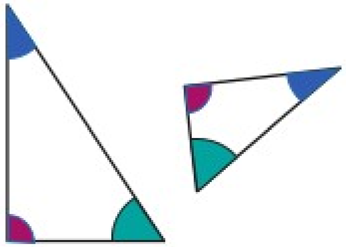
5 Triangles semblables

Définition

Deux triangles sont **semblables** si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

Propriété

Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre. Et réciproquement.



34 Est-ce que ...

a. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?

b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?

c. Deux triangles isocèles sont semblables ?

35 On considère (d) et (d') deux droites parallèles. Soit A et B deux points de (d), A' un point de (d') et O un point de la droite (AA') distinct de A et A'. La droite (BO) recoupe (d') en B'.

Les triangles OAB et OA'B' sont -ils semblables ?

37 Soit ABC un triangle. On note A', B', C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB].

Démontre que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.