

1) Définir de nouveaux nombres

Définition

Soit a et b deux nombres, b non nul.

Le **quotient** $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

Définitions

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'un quotient.
 Une **fraction** est un quotient de deux nombres entiers (donc un nombre rationnel).
 Une **écriture fractionnaire** est une écriture d'un quotient avec un trait de fraction, mais le numérateur ou le dénominateur ne sont pas entiers.
 Un **pourcentage** est une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

2) Simplifier une écriture fractionnaire

Propriété

Deux fractions sont **égales** quand leurs numérateurs et dénominateurs sont proportionnels..

Pour tous nombres a , b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}.$$

3) Comparer deux écritures fractionnaires

Règle

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on peut les écrire avec le même dénominateur positif puis les ranger dans le même ordre que leurs numérateurs.

4) Additionner, soustraire

Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**,

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et
- on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a , b et c où b est non nul :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}.$$

5) Multiplier

Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a , b , c et d où b et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

6) Diviser

Définition

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.
- Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ ou } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

1) Utiliser la division euclidienne

Définition

On considère un entier naturel a et un entier naturel non nul b .

Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est trouver les deux entiers naturels q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$ où q est le **quotient** (entier) et r le **reste** de la division euclidienne.

» **Remarque** : Le couple $(q ; r)$ est unique.

Définitions

Quand le reste de la division euclidienne est nul, on dit que :
 b **divise** a ou que b est un **diviseur** de a ou que
 a est un **multiple** de b ou que a est **divisible** par b .

Règles de divisibilité

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses « chiffres » est un multiple de 3.

* Il s'agit des nombres représentés par chacun des chiffres

2) Utiliser les nombres premiers

Définition

Un nombre **premier** est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

» **Remarque** : 1 n'est pas premier

» **Exemple**

Voici la liste des 10 premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur ont 1 pour seul diviseur commun.

Entraîne-toi à Effectuer une décomposition en facteurs premiers

■ Énoncé

Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4680.

Correction

4 680 est pair, donc divisible par 2.
 $4680 \div 2 = 2340$; nombre pair, divisible par 2
 $2340 \div 2 = 1170$; nombre pair, divisible par 2
 $1170 \div 2 = 585$; fini par 5, divisible par 5
 $585 \div 5 = 117$; $1 + 1 + 7 = 9$, divisible par 3
 $117 \div 3 = 39$; $3 + 9 = 12$, divisible par 3
 $39 \div 3 = 13$; nombre premier
 La décomposition de 4 680 est donc :
 $4\,680 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$

Entraîne-toi à Rendre une fraction irréductible

■ Énoncé

Rends la fraction $\frac{280}{448}$ irréductible.

Correction

On commence par décomposer 280 et 448 en facteurs premiers.
 $280 = 2^3 \times 7 \times 5$ et $448 = 2^6 \times 7$
 $\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$ qui est irréductible
 car 5 et 8 n'ont que 1 comme diviseur commun.