



FONCTIONS – Équations, inéquations

1) Résoudre une équation du premier degré

Définition

Une **(in)équation** est une (in)égalité entre deux expressions comportant des lettres appelées inconnues.

Des lettres différentes représentent des nombres *a priori* différents et une même lettre écrite à plusieurs endroits représente obligatoirement le même nombre.

» **Exemple 1 :** $2x^2 - 5 = x + 10$ est une **équation** où l'inconnue est désignée par la lettre x . Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ (membre de gauche) et $x + 10$ (membre de droite).

» **Exemple 2 :** $3x - 2xy + 5y^2 > 5x^2y + 3$ est une **inéquation** à deux inconnues x et y .

Définitions

Résoudre une équation (ou une **inéquation**) d'inconnue x , c'est déterminer toutes les valeurs de x (si elles existent) pour lesquelles l'égalité (ou l'inégalité) est vraie. Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation** (ou de l'inéquation).

👉 Entraîne-toi à Résoudre une équation

■ Énoncé

Résous les équations suivantes :

- $x - 5 = 3$
- $4x = 9$
- $\frac{x}{5} = 7$

1 Résous les équations suivantes.

- a. $6x = 24$
- b. $8 + x = 51$

■ Énoncé

Résous les équations suivantes.

- $3x + 8 = 9$
- $7x + 2 = 4x + 9$

2 Résous les équations suivantes.

- a. $3x + 5 = 4$
- b. $7x + 8 = 14x$
- c. $5x - 3 = 7 + 9x$

Propriétés

Une égalité reste vraie **si on ajoute ou si on soustrait un même nombre** à ses deux membres.

Une égalité reste vraie **si on multiplie ou si on divise** ses deux membres **par un même nombre non nul**.

Pour tous nombres a, b et c :

si $a = b$ alors $a + c = b + c$

si $a = b$ alors $a - c = b - c$

si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$

si $a = b$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (où $c \neq 0$)

👉 Entraîne-toi à Résoudre une équation produit

Définition

Une **équation-produit** est la forme factorisée d'une équation du second degré qui se résout en utilisant les techniques de résolution des équations du premier degré.

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

■ Énoncé

Résous $(x + 3)(x - 7) = 0$.

4 Résous les équations produit suivantes.

- a. $(x - 4)(x + 9) = 0$
- b. $(4x - 1)(9x - 2) = 0$
- c. $(3x + 2)^2 = 0$

3 Simplifie les équations suivantes puis résous-les.

a. $7(2x + 3) - 23 = -x + 5(2x + 1)$

b. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{5x}{6} - 1$

c. $(x + 1)(x - 2) = x^2 + 2$

2) Résoudre une inéquation du 1^{er} degré

Propriétés

On **ne change pas** le sens d'une inégalité si on ajoute ou si on soustrait un même nombre à ses deux membres.

On **ne change pas** le sens d'une inégalité si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre **positif non nul**.

On **change** le sens d'une inégalité si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre **négatif non nul**.

Pour tous nombres a , b et c :

si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$

si $a \leq b$ alors $a - c \leq b - c$

si $a \leq b$ et $c > 0$ alors

$a \times c \leq b \times c$ et $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

si $a \leq b$ et $c < 0$ alors

$a \times c \geq b \times c$ et $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

👉 Entraîne-toi à Résoudre une inéquation

■ Énoncé

Résous l'inéquation suivante d'inconnue x :

$$7x - 3 > 2x - 1.$$

Résous l'inéquation suivante d'inconnue x :

$$-3x - 8 \leq x - 1.$$

5 Résous les inéquations d'inconnue x suivantes.

a. $7x + 3 > 2x - 2$

b. $2x - 5 \geq 4x + 8$

c. $-5x - 9 \leq -x + 2$

d. $-2x + 3 < -9$

6 Que vaut le nombre x si le triple de la différence de x et de 7 est égal à la moitié de la somme de x et de 1 ?

7 J'ai deux ans de plus que Julie et Marc a le double de mon âge. À nous trois, nous avons 110 ans. Quel est mon âge ?

8 Trouve la (ou les) valeur(s) de x pour qu'un parallélogramme de base $(4x - 5)$ et de hauteur 7 et un rectangle de longueur $(3x + 1)$ et de largeur $(4x - 5)$ aient la même aire.

9 Après avoir ajouté 5 au triple d'un nombre, on obtient un nombre négatif. Que peux-tu dire du nombre choisi au départ ?

3) Résolution de problèmes

Définition

Mettre en équation un problème, c'est traduire son énoncé par une égalité mathématique avec une inconnue. Résoudre l'équation trouvée permet de répondre au problème posé.

32 Programmes de calcul

Alice et Bertrand affichent un même nombre sur chacune de leur calculatrice.

- Alice multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu.
- Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 7 au résultat obtenu.

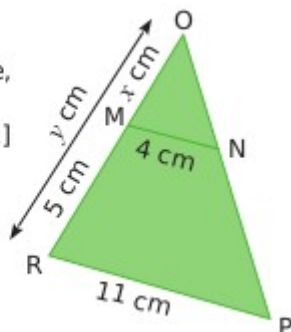
À la fin, ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent exactement le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

53 Thalès

Sur la figure ci-contre, on sait que :

$(MN) \parallel (RP)$, $M \in [OR]$ et $N \in [OP]$.

Calculer x et y .



Entraîne-toi à Résoudre un problème

■ Énoncé

Trouve le nombre tel que son quintuple augmenté de 7 soit égal à 3.

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre cherché.

Étape n°2 : Mise en équation

Le quintuple du nombre augmenté de 7 est $5x + 7$.

Pour trouver le nombre recherché, il suffit de résoudre : $5x + 7 = 3$

Étape n°3 : Résolution de l'équation

$$5x + 7 = 3$$

$$5x + 7 - 7 = 3 - 7$$

$$5x = -4$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{-4}{5}$$

Étape n°4 : Conclusion

Le nombre cherché est donc $-\frac{4}{5}$.

■ Énoncé

Jean a eu 50 € de la part de ses grand-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des BD Manga. Sur internet, un livre coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port. Combien peut-il s'acheter de livres ?

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de livres que Jean pourra acheter.

Étape n°2 : Mise en équation

Un livre coûte 6,90 € donc x livres coûteront $6,90 \times x$ €. Avec 10 € de frais de port, cela fera $6,90 \times x + 10$ €.

Il suffit de résoudre : $6,90 \times x + 10 < 50$

Étape n°3 : Résolution de l'inéquation

$$6,90 \times x < 40 \quad x < 40 \div 6,90$$

Étape n°4 : Conclusion

Jean pourra s'acheter 5 livres.