# Analysis of the system at rest

##### **Show that for any other ωe, the system has no equilibrium.**

Let's assume the system is in equilibrium.

Then, .

So,

and

{

or

 }

and

{

or

}

However, with:

that means:

Which is impossible.

So, the system has no other equilibrium.

##### **Conversely, if ω=ωe, what are the other equilibria of the system?**

Si

Donc :

Donc  , le système est en équilibre.

# Linearized system model

##### **Compute the corresponding linearized dynamics and put it in standard form: compute the matrices A and B (remember that ω=(ωl,ωr))**

On a :

Et :

De plus : ()

Donc : et :

### Stability of the linearized system

##### **Is the linearized system asymptotically stable around (0,0,0) when Δω=(0,0) ?**

On a . Cela veut dire que , d’où

Cela veut dire que les valeurs propres de A sont toutes nulles.

Donc, notre système n’est pas asymptotiquement stable

##### **Is the original system asymptotically stable ? Or even (locally) attractive ?**

En plaçant le système en  proche de (0,0,0) avec ,

Le système ne fait aucune trajectoire (garde sa place).

Donc, le système garde sa place en et ne revient pas en (0,0,0). Donc, le système n'est pas attractif localement ou asympotiquement stable.

### Controllability of the linearized system

##### **Is there an admissible trajectory that start with the state X0=(−2,0,0) and ends at origin after some time?**

Soit :

A t = 0 :

A t = tf :

D’où :

Donc :

Et :

Et comme :

Donc :

Ainsi :

Donc la trajectoire est admissible.

##### **Is there an admissible trajectory that start with the state X0=(0,2,0) and ends at origin after some time?**

Similairement à la démarche de la question précédente sauf à t=0 où :

Soit :

A t = 0 :

A t = tf :

D’où :

Donc :

Et :

Et comme :

Donc :

Ainsi :

Ce qui est absurde.

Donc, l système ne revient pas en (0,0,0)

##### **Is the linearized system controllable?**

On a :

Corollaire 15 (Critère de contrôlabilité de Kalman)

Le système linéaire x˙(t) = Ax(t) + Bu(t) est contrôlable en temps T (quelconque) si, et seulement si, la matrice de Kalman est de rang n.

La matrice Kalman dans ce cas est :

Vu que les quatre dernières colonnes sont nulles :

Donc, le rang de la matrice de Kalman est .

D’où ne vérifie pas le critère de contrôlabilité de Kalman.

Donc, le système linéaire n’est pas contrôlable en temps T.

## Control on a straight line

### Admissible trajectories

##### **Determine the set of trajectories XR(t)=(xR(t),yR(t),θR(t)) which are admissible and compute the corresponding reference control ωR(t).**

Nous avons

Donc :

{

OR

}

Alors,

{

OR

}

Or, donc .

Avec et , le système se déplacera sur une ligne droite.

Or, on a: .

Avec , on aura :

Donc, pour v > 0, le robot se déplace en axe positif de x (ligne droite) .

Et pour v < 0, le robot se déplace en axe négatif de x (ligne droite).

### Linearized system

##### **Compute the linearized dynamics of the system for the class of trajectory "moving forward".**

On trouve :

D’autre part, on a la matrice de contrôle :

Et

##### **Is the system attractive, with Δω(t)=0?**

Avec

Donc, le système évolue sur l’axe des Ox avec constante en 0.

Donc, le système ne revient pas en point d’origine.

D’où le système n’est pas attractif localement.

##### **Show that the linearized system is controllable.**

Dans ce cas, on aura la matrice de Kalman est :

C’est une matrice de rang 3 = n.

Donc, selon le critère de contrôlabilité de Kalman, le système linéaire est contrôlable en temps T.