

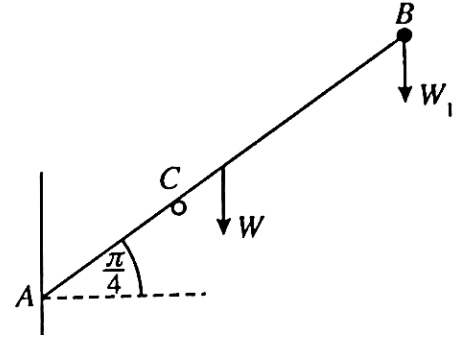
# Equilibrium

## සමතුලිතතාව

### TUTORIAL 01

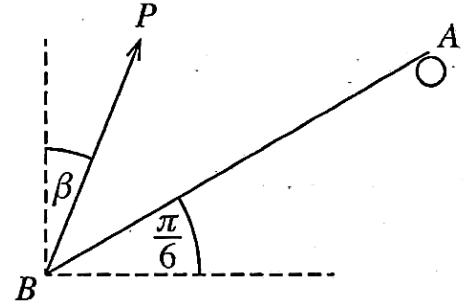
MCQ01.[2023]

දිග  $4a$  හා බර  $W$  වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි  $A$  කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත.  $AC = \frac{3a}{2}$  වන පරිදි දණ්ඩ මත වූ  $C$  ලක්ෂ්‍යයෙහිදී වූ නාදැත්තක් මත දණ්ඩ තබා ඇත. බර  $W_1$  වූ අංශුවක් දණ්ඩෙහි අනෙක් කෙළවර වූ  $B$  ට සවි කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දණ්ඩ තිරස සමග  $\frac{\pi}{4}$  කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ ඇත.  $W_1 = W$  බව පෙන්වන්න.



02.[2022]

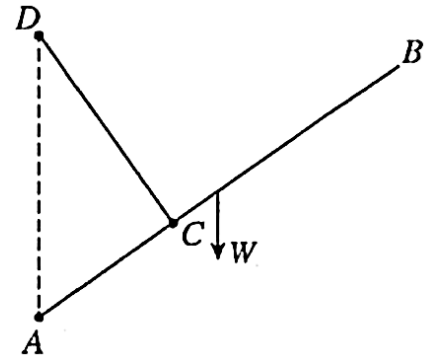
රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි,  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි ඉහළ කෙළවර  $A$  සුමට නාදැත්තක් මත රඳවා සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ එහි පහළ කෙළවර  $B$  ට, සිරස සමග  $\beta$  කෝණයක් සාදන,  $P$  බලයක් යෙදීමෙනි. දණ්ඩ තිරස සමග  $\frac{\pi}{6}$  කෝණයක් සාදයි.  $\tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{5}$  බව පෙන්වන්න.



03.[2021]

දිග  $8a$  හා බර  $W$  වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක්, එහි  $A$  කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසවි කර ඇත. දිග  $4a$  වූ සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් දණ්ඩ මත  $AC = 3a$  වන පරිදි වූ  $C$  ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර  $A$  ට සිරස්ව ඉහළින්  $AD = 5a$  වන පරිදි වූ  $D$  අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත (රූපය බලන්න). දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ පවතී. තන්තුවේ ආතතිය  $\frac{16}{15}W$  බව පෙන්වන්න.

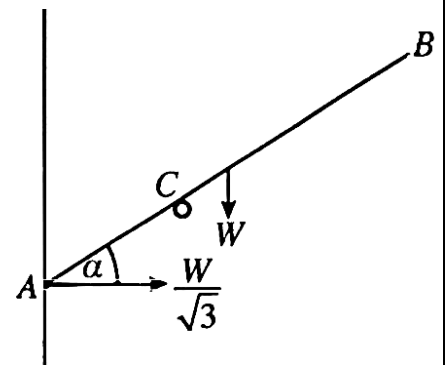
$A$  හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකය ද සොයන්න.



04.[2020]

දිග  $2a$  හා බර  $W$  වූ  $ACB$  ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි  $A$  කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව  $C$  හි තබා ඇති සුමට නාදැත්තක් මගින් සමතුලිතතාවේ තබා ඇත.  $A$  හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{W}{\sqrt{3}}$  බව දී ඇත. දණ්ඩ තිරස සමග සාදන  $\alpha$  කෝණය  $\frac{\pi}{6}$  බව පෙන්වන්න.

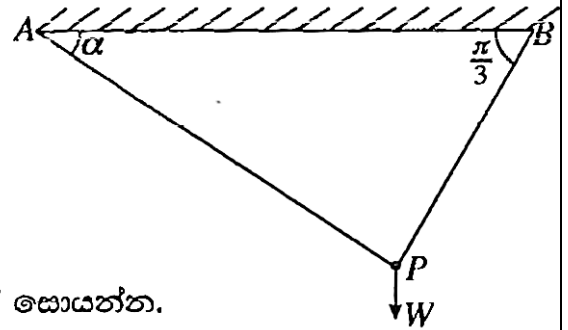
$AC = \frac{3}{4}a$  බව ද පෙන්වන්න.



05.[2019]

තිරස සමග පිළිවෙළින්  $\alpha$  හා  $\frac{\pi}{3}$  කෝණ සාදන  $AP$  හා  $BP$  සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් තිරස් සිවිලිමකින් එල්ලා ඇති බර  $W$  වූ  $P$  අංශුවක්, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී.  $AP$  තන්තුවේ ආතතිය,  $W$  හා  $\alpha$  ඇසුරෙන් සොයන්න.

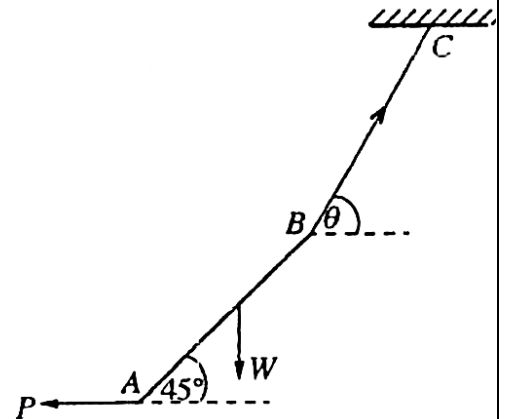
ඒ නමින්, මෙම ආතතියේ අවම අගයන් එයට අනුරූප  $\alpha$  හි අගයන් සොයන්න.



06.[2018]

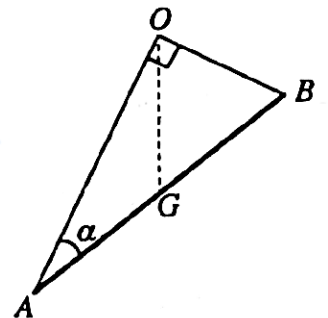
දිග  $2a$  හා බර  $W$  වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක්,  $BC$  සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් හා  $A$  කෙළවරේ දී යොදන ලද  $P$  තිරස් බලයක් මගින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවේ අල්ලා තබා ඇත. දණ්ඩ, තිරස සමග  $45^\circ$  කෝණයක් සාදන බව දී ඇත්නම්,  $BC$  තන්තුව තිරස සමග සාදන  $\theta$  කෝණය  $\tan \theta = 2$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතිය  $W$  ඇසුරෙන් සොයන්න.



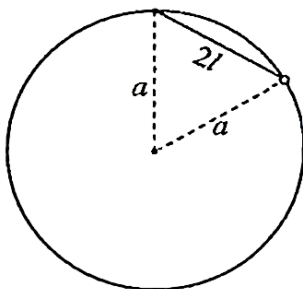
07.[2017]

$OA$  හා  $OB$  සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින්  $O$  අවල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලන ලද දිග  $2a$  හා බර  $W$  වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී.  $G$  යනු  $AB$  හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.  $\hat{AOB} = \frac{\pi}{2}$  හා  $\hat{OAB} = \alpha$  බව දී ඇත.  $\hat{AOG} = \alpha$  බව පෙන්වා, තන්තු දෙකෙහි ආතති සොයන්න.



08.[2017]

දිග  $2l$  වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක්, සිරස් තලයක සවි කර ඇති අරය  $a$  ( $> \sqrt{2}l$ ) වූ සිහින්, සුමට දෘඪ වෘත්තාකාර කම්බියක උච්චතම ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇත. කම්බිය දිගේ චලනය වීමට නිදහස ඇති බර  $w$  වූ කුඩා සුමට පබළුවක් තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ඇඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, තන්තුව තදව, පබළුව සමතුලිතතාවයේ පවතී. පබළුව මත ක්‍රියා කරන බල ලකුණු කර, තන්තුවේ ආතතිය  $\frac{2wl}{a}$  බව පෙන්වන්න.

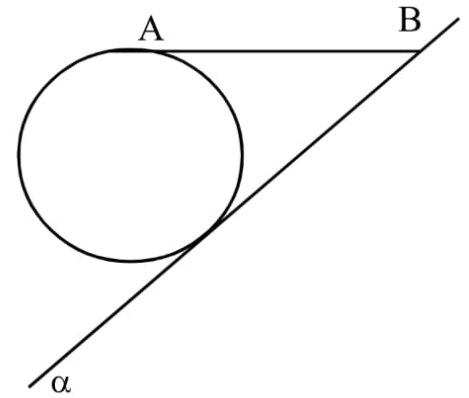


09.[2016]

ඒකාකාර සිහින් බර දණ්ඩක්, එහි එක කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙඩීමක් මත හා අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව නිසලව තිබේ. දණ්ඩ බිත්තිය සමග  $\theta$  සුළු කෝණයක් සාදමින්, බිත්තියට ලම්භ සිරස් තලයක පිහිටයි. මෙම පිහිටීමේ දී දණ්ඩ සමතුලිතව තිබීම සඳහා, දණ්ඩ හා ගෙඩීම අතර  $\mu$  සර්ෂණ සංගුණකය  $\mu \geq \frac{1}{2} \tan \theta$  සපුරාලිය යුතු බව පෙන්වන්න.

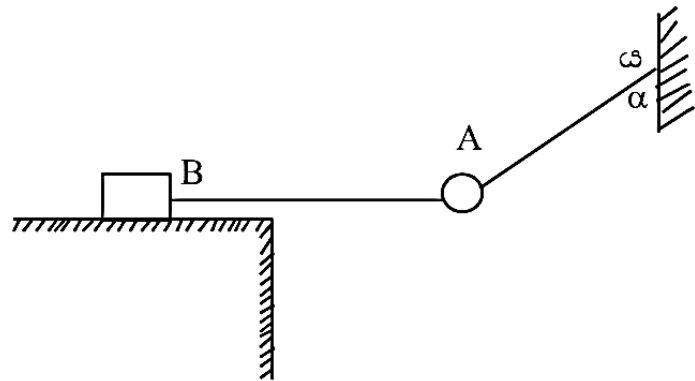
10.[2014]

බර  $W$  වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රූපයේ දක්වන පරිදි තිරසර  $\alpha$  කෝණයකින් ආනත වූ රළු තලයක් මත නිෂ්චල ව ඇත්තේ ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍යය වූ  $A$  ට හා ආනත තලයේ  $B$  ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කරනු ලැබූ සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි.  $AB$  තන්තුව තිරස් ව පවතින විට ගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබේ සර්ෂණ  $\frac{\alpha}{2}$  බව පෙන්වා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න



11.[2013]

රළු තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇති බර  $w$  වූ ලී කුට්ටියක් සැහැල්ලු අවිනන්‍ය  $BC$  තන්තුවකින් සිරස් බිත්තියක් මත පිහිටි කුඩා අවල ඇණයකට රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ  $A$  ලක්ෂ්‍යයක දී බර  $2w$  වූ අංශුවක් ගැටගසා ඇත්තේ  $CA$  යටි අත් සිරස් සමග  $\alpha$  කෝණයක් සාදන පරිදිය.  $AB$  කොටස තිරස් නම් සහ කුට්ටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම්  $\mu w_1 = w_2 \tan \alpha$  බව පෙන්වන්න මෙහි  $\mu$  යනු කුට්ටිය හා මේසය අතර සර්ෂණ සංගුණකය වේ

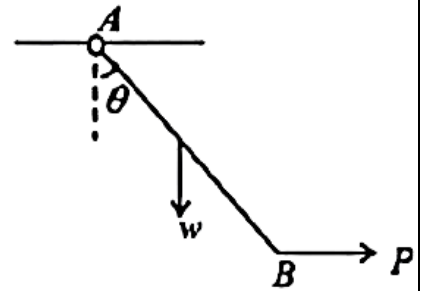


12.[2012]

බර  $w$  හා දිග  $2a$  වන  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි  $A$  කෙළවර රළු තිරස් පොළවක් මත ද  $B$  කෙළවර  $AB$  අඩංගු සිරස් තලයට ලම්භ සුමට සිරස් තාප්පයකට එරෙහි ව ද සිටින සේ සමතුලිතතාවේ පවතී. දණ්ඩ සහ පොළොව අතර සර්ෂණ සංගුණකය  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  නම් දණ්ඩ ලිස්සා යෑමට ආසන්න මෙහෙයකේදී දණ්ඩේ තිරසර ආතතිය සොයන්න

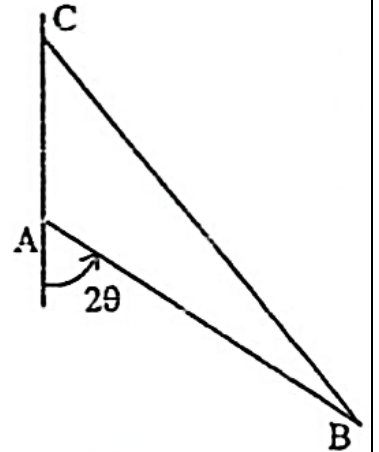
01.

දිග  $2a$  හා බර  $w$  වන ඒකාකාර  $AB$  දණ්ඩක  $A$  කෙළවරට සැහැල්ලු මුදුවක් සවිකර තිබේ. මුදුව රළු තිරස් දණ්ඩක් හරහා යවා තිබේ.  $B$  හි දී යෙදූ තිරස්  $P$  බලයක් මගින්  $AB$  දණ්ඩ සමතුලිතව පවත්වා ගනියි. මුදුව හා දණ්ඩ අතර සර්පණ සංගුණකය  $\mu$  නම් සමතුලිත වීට සිරස සමඟ  $AB$  දණ්ඩ සාදන කෝණය වන  $\theta$  යන්න  $\theta \leq \tan^{-1}(2\mu)$  බව පෙන්වන්න.



02.

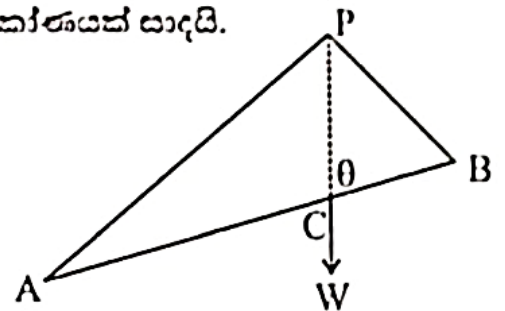
ඒකාකාර  $AB$  දණ්ඩෙ දිග  $2l$  හා බර  $w$  වේ.  $A$  කෙළවර රළු සිරස් බිත්තිය ස්පර්ශව තබා ඇත්තේ  $B$  හා  $C$  ට ඇතුළු ප්‍රත්‍යස්ථ තත්ත්ව මගිනි.  $A, B, C$  ඊසම සිරස් තලයේ ඇත.  $A$  ට  $2l$  සිරස්ව ඉහළින්  $C$  ඇත. දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇති අතර දණ්ඩ හා බිත්තිය අතර සර්පණ සංගුණකය  $\mu$  නම්,  $\mu$  ඇසුරෙන්  $\theta$  සොයන්න.



03.

බර  $W$  වූ ඒකාකාර තොටු  $AB$  දණ්ඩක් එහි  $C$  ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය  $3:2$  අනුපාතයට වන අතර කුඩා ප්‍රමට  $P$  නාදැන්වනින් එය සිරස් තලයක එල්ලා ඇත්තේ  $A$  හා  $B$  දෙකෙළවරට ගැට ගසා ඇති අවිනතය තත්ත්වයේ නාදැන්වන උඩින් යැවීමෙනි. එවිට දණ්ඩ උඩු සිරස සමඟ  $\theta = \tan^{-1}\sqrt{2}$  කෝණයක් සාදයි.

- (i)  $\hat{APC} = \hat{BPC}$  බව පෙන්වන්න.
- (ii)  $\hat{APC} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{5}$  බව පෙන්වන්න.



04.

දිග  $2a$  හා බර  $2w$  වන ඒකාකාර  $AB$  දණ්ඩක්  $A$  කෙළවර රළු තිරස් තලයක් ස්පර්ශව දණ්ඩ තිරසට  $60^\circ$  ක් ආනතව දණ්ඩ සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ සිරසට  $30^\circ$  ක් ආනත  $B$  ට ඇදූ අවිනතය තත්ත්වයක් මගිනි. ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේදී සර්පණ සංගුණකය වන  $\mu$  හි අවම අගය සොයන්න.

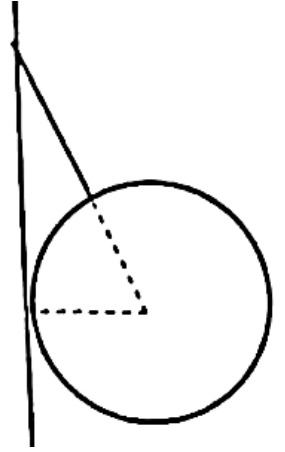
05.

ප්‍රමට සිරස් බිත්තියකට  $A$  හි දී අසලි කර ඇති  $4a$  දිග  $AB$  සැහැල්ලු දණ්ඩක් බිත්තිය සමඟ  $30^\circ$  කෝණයක් සාදයි. බිත්තිය හා දණ්ඩ අතර අරය  $a$  වූ ද බර  $W$  වූ ද ප්‍රමට ගෝලයක් රඳවා ඇත්තේ  $B$  හා බිත්තිය යා කරන තිරස් තත්ත්වයක් මගිනි. එකිනෙක ක්‍රියා කරන බල සියල්ලම බිත්තියට ලම්භක තලයක පිහිටයි නම් තත්ත්වයේ ආතතිය සොයන්න.



06.

බර  $W$  වන ගෝලයක් සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ වන සේ ගෝලයේ අරයට සමාන දිගැති තන්තු කැබැල්ලකින් බිත්තියේ එල්ලා ඇත. තන්තුව බිත්තිය සමග සාදන කෝණය  $\frac{\pi}{6}$  බව පෙන්වන්න.  $W$  ඇසුරෙන් තන්තුවේ ආතතිය ද බිත්තිය හා ගෝලය අතර ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

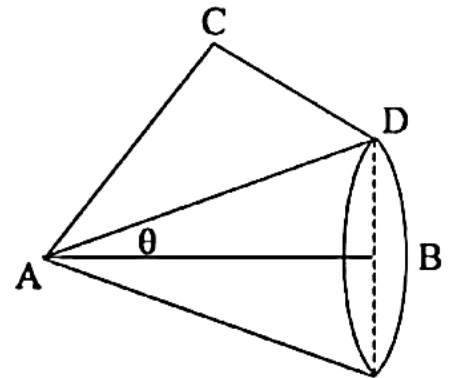


07.

ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක අරය  $a$  හා බර  $W$  වේ. දිග  $2a$  වන සැහැල්ලු අවිනාශ තන්තුවක එක කෙළවරක් ගැටලට පරිධිය මත ලක්ෂ්‍යයක ගැටගසා එහි අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත්තේ තැටිය හා බිත්තිය ස්පර්ශවෙමින් බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබෙන සේය. තන්තුවේ ආතතිය හා බිත්තියෙන් තැටිය මත ඇති කෙරෙන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

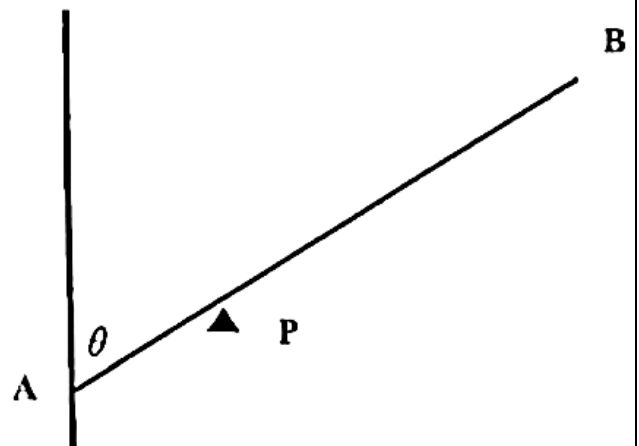
08.

රූපයේ පරිදි කුහර කේතුවක් සුමට තැදැත්තකින් එල්ලා ඇත්තේ ලුහු අවිනාශ තන්තුවක් මගිනි. එහි අක්ෂය තිරස් වේ.  $\angle ACD = 2 \cot^{-1}(3 \tan \theta)$  බව පෙන්වන්න.



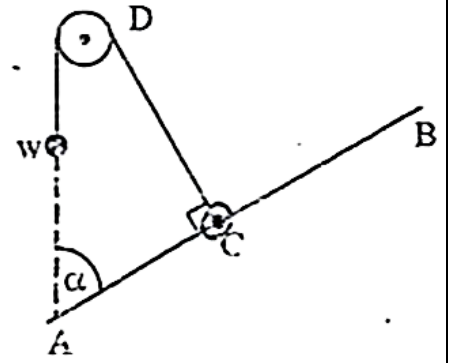
09.

බර  $W$  ද දිග  $2a$  ද වූ  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක  $A$  කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට හේන්තු වන සේ ද දණ්ඩ  $A$  සිට  $\frac{a}{2}$  දුරකින් පිහිටි  $P$  නාදැත්ත මත රඳවා ඇත. දණ්ඩ හා බිත්තිය අතර ස්ර්ෂණ සංගුණකය  $\mu$  නම් ද දණ්ඩ සිරස සමග ඵකෝණයක් සාදයි නම්  $\mu \geq \cot 2\theta$  බව පෙන්වන්න.



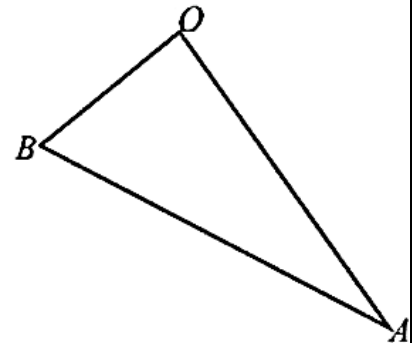
10.

දිග  $4a$  හා බර  $w$  වන ඒකාකාර දණ්ඩ  $A$  හි අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුවල පද්ධති කර ඇත.  $AB$  සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ  $AB$  තුළින් දැමූ සැහැල්ලු සුමට මුද්දර ඇඟු තන්තුව  $D$  හි බලා සුමට කළුපිය වටා දමා අනෙක් කෙළවර  $w$  බර  $P$  අංශුව සිරස්ව එල්ලීමෙන්  $AD = 5a$  වේ.  $AB$  දණ්ඩ සිරස්ව  $\alpha$  ආනත නම්  $\tan \alpha = \frac{5}{2}$  බව පෙන්වන්න.



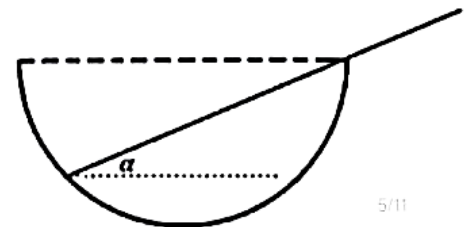
11.

දිග  $13a$  හා බර  $W$  වූ ඒකාකාර නොවූ  $AB$  දණ්ඩක  $A$  හා  $B$  කෙළවර වලට අවල  $O$  ලක්ෂ්‍යයට ගැටගැසූ දිග පිළිවෙලින්  $12a$  හා  $5a$  වූ  $OA$  හා  $OB$  සැහැල්ලු අවිනත තන්තු දෙකක් සම්බන්ධ කර ඇත. දණ්ඩේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය  $G$  දණ්ඩ මත  $AG:GC = 2:1$  වන සේ පිහිටයි නම් දණ්ඩේ තිරස්ව ආනතිය සොයන්න.



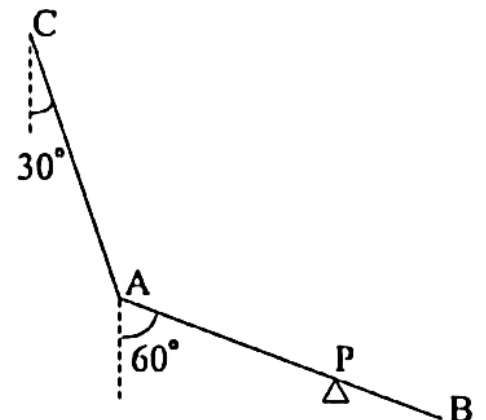
12.

අවලව සවිකර ඇති සුමට අර්ධ ගෝලාකාර පාත්‍රයක් තුළ සමතුලිත ව තබා ඇති  $W$  බර ඒකාකාර දණ්ඩක ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් රූපයේ දක්වා ඇත. පාත්‍රයේ ගැටිය තිරස් වන අතර දණ්ඩ තිරස්ව  $a$  කෝණයක් ආනත වේ. ගෝලය මඟින් දණ්ඩ මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියා  $W$  හා  $a$  ඇසුරින් සොයන්න.



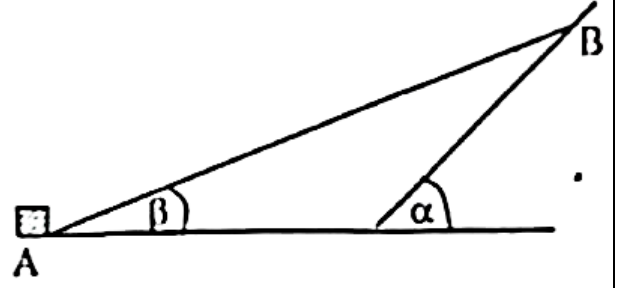
13.

රූපයේ පරිදි බර  $2W$  හා දිග  $4a$  වන  $AB$  ඒකාකාර දණ්ඩක්  $P$  රළු නැදුන්නක් උඩින් තබා ඇත.  $AP = 3a$  වේ. දණ්ඩේ  $B$  කෙළවර  $W$  භාරයක් එල්ලා  $A$  කෙළවර සැහැල්ලු තන්තුවක සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර  $C$  ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා ඇත. දණ්ඩ හා තන්තුව එකම සිරස් තලයක ඇති අතර තන්තුව සිරස් සමග  $30^\circ$  කෝණයක් ද දණ්ඩ සිරස් සමග  $60^\circ$  කෝණයක් ද සාදයි. දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. තන්තුවේ ආතතිය සොයා නැදුන්න හා දණ්ඩ අතර සර්පණ සංගුණකය  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  බව පෙන්වන්න.



14.

බර  $w$  වන ඒකාකාර  $AB$  දණ්ඩක් සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත්තේ  $A$  හිදී තැබූ සුමට අවල ආධාරකයක් මගිනි. එහි  $B$  කෙළවර සුමට තිරස්  $u$  කෝණයකින් ආනත තලයක් මත තබා ඇත.  $B$  හිදී ප්‍රතික්‍රියාව  $\frac{w \cos \beta}{2 \cos(\alpha - \beta)}$  බව පෙන්වා  $A$  හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සහ පිරස් සංරචක සොයන්න.



15.

බර  $W$  වූ  $AB$  දණ්ඩක් තිරස් පොළොවක සවිකර ඇති ගෝලයක් මත රඳවා ඇති අතර  $B$  කෙළවර සර්ඡණ සංගුණකය  $\mu$  වන තිරස් පොළොව ස්පර්ෂ කරයි. දණ්ඩ තිරස්ව දක්වන ආනතිය  $\alpha$  වේ. ගෝලය මගින් දණ්ඩ මත ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය  $\frac{\mu w}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}$  බව පෙන්වන්න.

