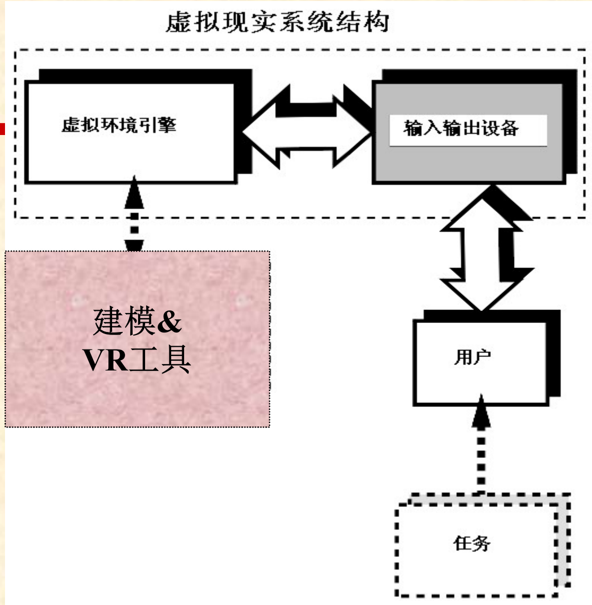
虚拟现实技术

第七章 虚拟现实建模技术

运动学建模

本章主要内容

- 虚拟物体建模过程
- 几何建模
- 运动学建模
- 物理建模
- 对象行为（智能管理）
- 模型管理



运动建模内容

- 齐次变换矩阵
- 物体位置
- 变换的不变性
- 物体层次
- 3-D空间的可视化

图形变换

- 如何对三维对象进行方向、尺寸和形状方面的变换——三维几何变换

齐次变换

- 齐次坐标系统，右手系
- 三个单位向量(i， j， k)性质：|i|= |j| = |k| = 1且点积
  - i • j = i • k = j • k = 0
- 齐次坐标变换矩阵4 × 4

图形变换

三维齐次坐标变换矩阵

$$T_{3D} = \left[\begin{array}{ccc|c} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ g & h & i & r \\ \hline l & m & n & s \end{array}\right]$$

齐次变换

- 有很多优点
  1. 用相同的数学方法处理物体的旋转和平移
  2. 容易求得反变换

三维图形几何变换

- 三维图形几何变换
  - 图形的几何变换是指对图形的几何信息经过平移、比例、旋转等变换后产生新的图形

图 形 变 换

提出问题

- 如何对二维图形进行方向、尺寸和形状方面的变换
- 如何方便地实现在显示设备上对二维图形进行观察

几何变换

图形的几何变换是指对图形的几何信息经过平移、比例、旋转等变换后产生新的图形，是图形在方向、尺寸和形状方面的变换。

二维变换矩阵

$$[x' \quad y' \quad 1] = [x \quad y \quad 1]\cdot T_{2D} = [x \quad y \quad 1]\cdot \left[\begin{array}{cc|c} a & b & p \\ c & d & q \\ \hline l & m & s \end{array}\right]$$

$$= [ax + cy + l, bx + dy + m, px + qy + s]$$

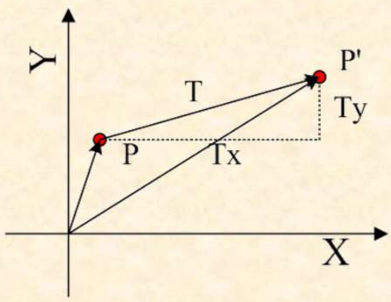
二维图形的几何变换

基本几何变换都是相对于坐标原点和坐标轴进行的几何变换

平移变换

平移是指将p点沿直线路径从一个坐标位置移到另一个坐标位置的重定位过程。

平移是一种不产生变形而移动物体的刚体变换（rigid-body transformation）



推导：

$$\begin{cases} ax+cy+l=x+Tx \\ bx+dy+m=y+Ty \\ px+qy+s=1 \end{cases}$$

矩阵：

$$\begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ l & m & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix}$$

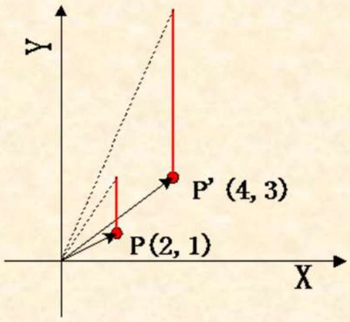
T_x，T_y称为平移矢量

$$[x' \quad y' \quad 1] = [x \quad y \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ l & m & s \end{bmatrix}$$

$$= [x \quad y \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & 1 \end{bmatrix}$$

比例变换

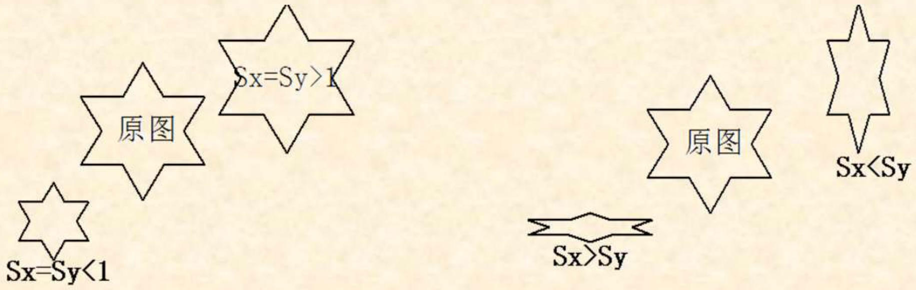
比例变换是指对p点相对于坐标原点沿x方向放缩S_x倍，沿y方向放缩S_y倍。其中S_x和S_y称为比例系数。



推导：

矩阵：

$$\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



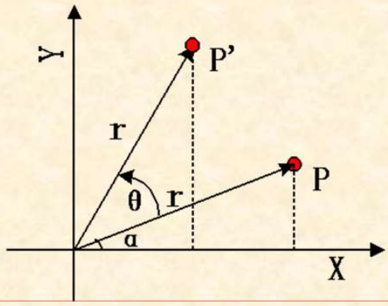
(a) Sx=Sy比例　　(b) Sx<>Sy比例

整体比例变换:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix}$$

旋转变换

二维旋转是指将p点绕坐标原点转动某个角度（逆时针为正，顺时针为负）得到新的点p’的重定位过程。



矩阵：逆时针旋转θ角

$$
\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

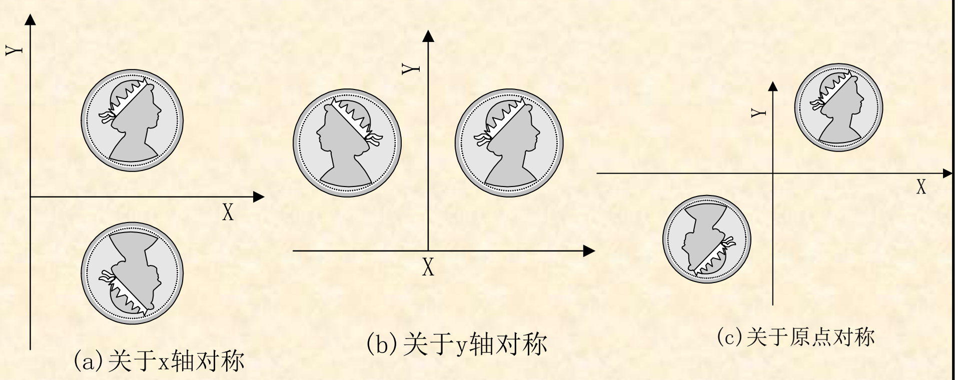
顺时针旋转θ角?

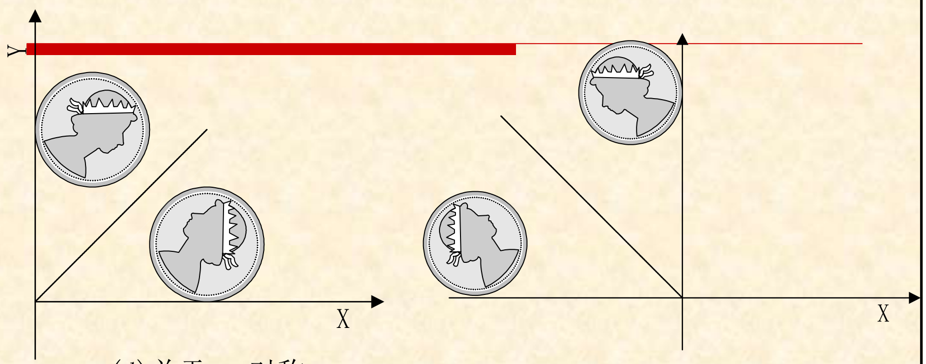
简化计算

$$[x' \quad y' \quad 1] = [x \quad y \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & \theta & 0 \\ -\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

对称变换

对称变换后的图形是原图形关于某一轴线或原点的镜像。



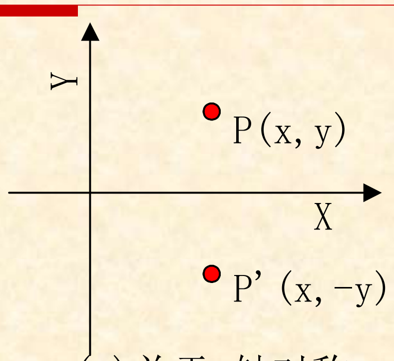


(d)关于x=y对称

(e)关于x=-y对称

(1) 关于x轴对称

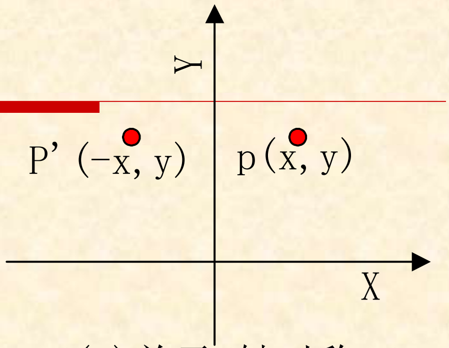
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(a)关于x轴对称

(2) 关于y轴对称

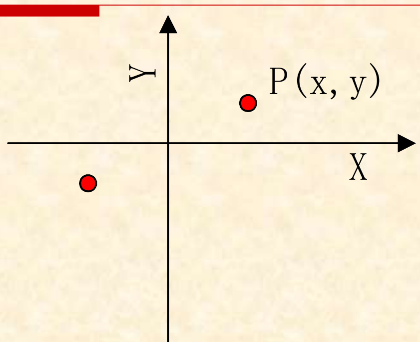
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(b) 关于y轴对称

(3) 关于原点对称

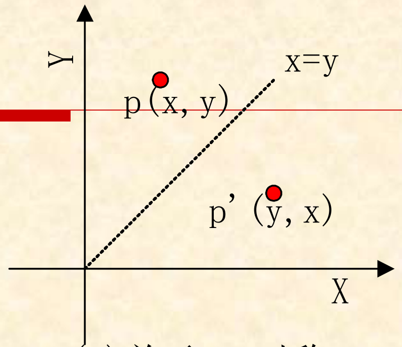
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(c) 关于原点对称

(4) 关于y=x轴对称

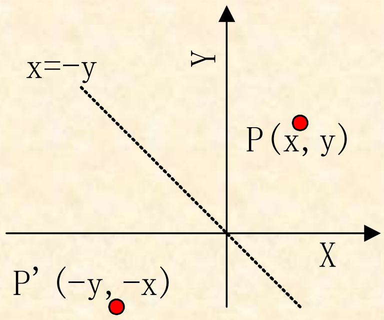
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(d) 关于x=y对称

(5) 关于y=-x轴对称

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(e) 关于x=-y对称

基本二维图形的变换

几何变换均可表示成P’=P*T的形式

1. 点的变换
2. 直线的变换
3. 多边形的变换

复合变换

复合变换是指：

- 图形作一次以上的几何变换，变换结果是每次的变换矩阵相乘。
- 任何一复杂的几何变换都可以看作基本几何变换的组合形式。

复合变换具有形式：

$$
\begin{aligned}
P' &= P \cdot T = P \cdot (T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdots T_n) \\
&= P \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdots T_n \qquad (n > 1)
\end{aligned}
$$

1 二维复合平移

两个连续平移是加性的。

2 二维复合比例

连续比例变换是相乘的。

3 二维复合旋转

两个连续旋转是相加的。可写为：

$$R = R_{(\theta_1)} \bullet R_{(\theta_2)} = R(\theta_1 + \theta_2)$$

三维图形的几何变换

提出问题

- 如何对三维图形进行方向、尺寸和形状方面的变换
- 如何进行投影变换
- 如何方便地实现在显示设备上对三维图形进行观察

三维齐次坐标变换矩阵

$$T_{3D} = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ g & h & i & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

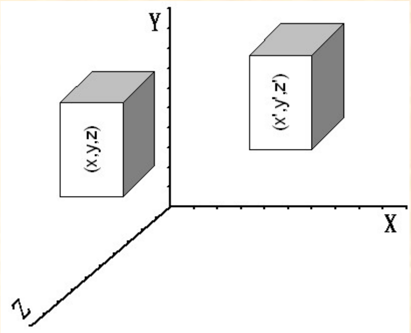
三维基本几何变换

- 三维基本几何变换都是相对于坐标原点和坐标轴进行的几何变换
- 假设三维形体变换前一点为p(x,y,z)，变换后为p'(x',y',z')。

$$p' = [x' \quad y' \quad z' \quad 1] = p \cdot T_{3D} = [x \quad y \quad z \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

1. 平移变换

$$T_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & Tz & 1 \end{bmatrix}$$

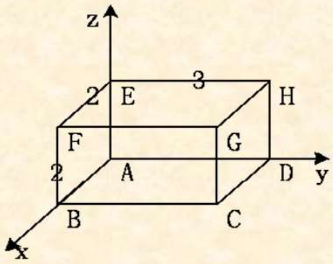


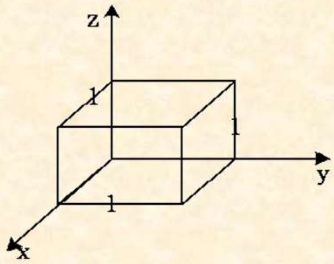
2. 比例变换

(1) 局部比例变换

$$T_s = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

例子：对如图所示的长方形体进行比例变换，其中a=1/2，e=1/3，j=1/2，求变换后的长方形体各点坐标。

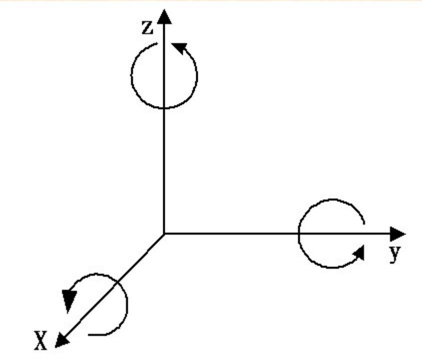




(2) 整体比例变换

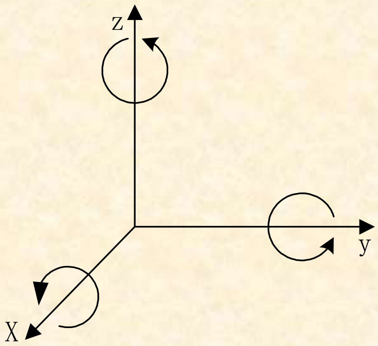
$$T_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix}$$

3. 旋转变换



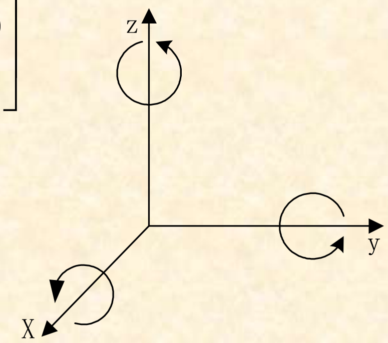
(1) 绕z轴旋转

$$T_{RZ} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



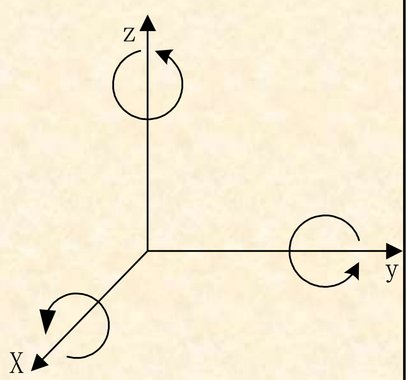
(2) 绕x轴旋转

$$T_{RX}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0\\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$



(3) 绕y轴旋转

$$T_{RY}=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$



4. 对称变换

(1) 关于坐标平面对称

关于xoy平面进行对称变换的矩阵计算形式为：

$$T_{Fxy} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

关于yoz平面的对称变换为：

$$T_{Fyz} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

关于zox平面的对称变换为：

$$T_{Fzx}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

(2) 关于坐标轴对称变换

关于x轴进行对称变换的矩阵计算形式为：

$$T_{Fx}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

关于y轴的对称变换为：

$$T_{Fy}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

关于z轴的对称变换为：

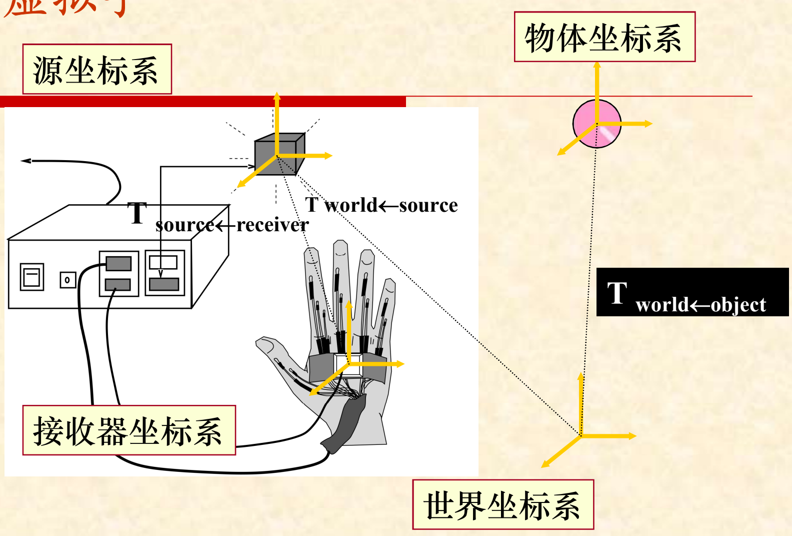
$$T_{Fz}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

三维复合变换

- 三维复合变换是指图形作一次以上的变换，变换结果是每次变换矩阵相乘。

$$P' = P \cdot T = P \cdot (T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdots T_n) \qquad (n > 1)$$

跟踪虚拟手



变换的串联

- 变换矩阵经计算复合得到. 例如 : 模拟虚拟手

$$T_{W \leftarrow hand}(t) = T_{W \leftarrow source}\, T_{source \leftarrow receiver}(t)$$

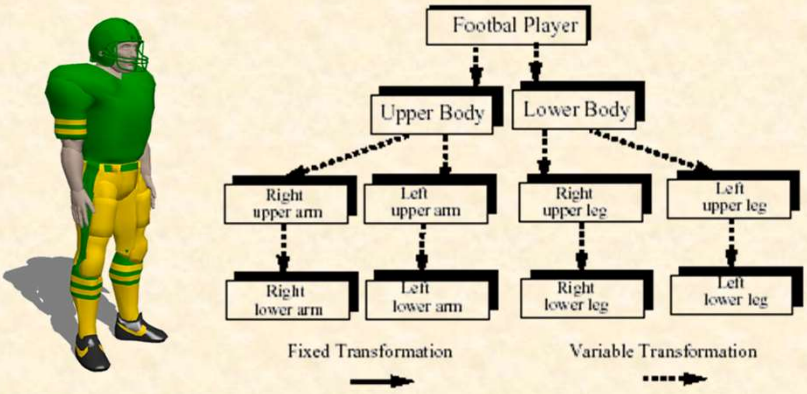
- 如果物体被抓住, 他的位置不发生变化, 而手的位置变化. 这样俘获的物体在世界坐标系的位置为

$$T_{W \leftarrow object}(t) = T_{W \leftarrow source}\, T_{source \leftarrow receiver}(t)\, T_{receiver \leftarrow object}$$

物体层次

- 模型允许按照层次划分,并且是动态的
- 片段既可以是父对象也可以是子对象(低层对象)
- 父对象的运动可以被子对象复制, 反之不可以
- 例如 - 虚拟人及虚拟手
- 顶层进行全局的坐标变换

VR 运动建模



模型层次

a) 静态模型　**b)**分段模型.

虚拟手的对象层次模型

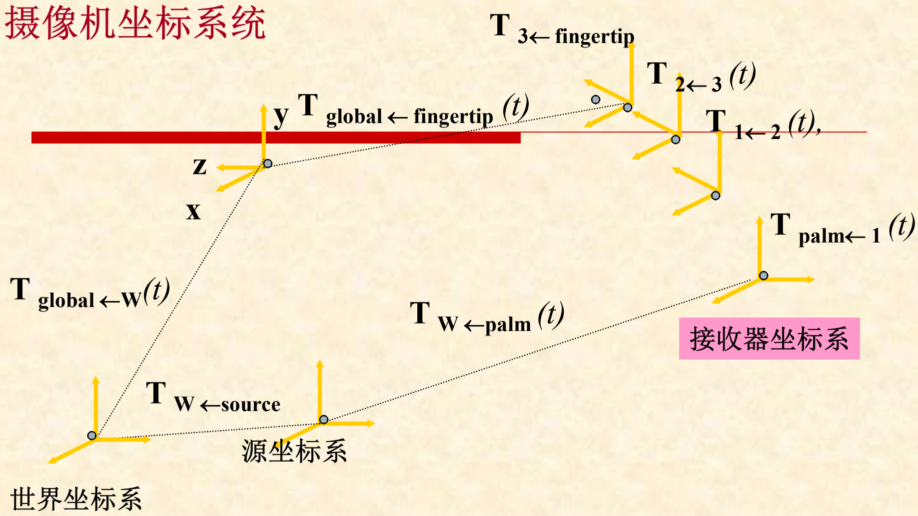
- 变换矩阵能够复合得到手指相对于世界坐标系的运动

$$\mathbf{T}_{\text{global}\leftarrow\text{fingertip}}(t) = \mathbf{T}_{\text{global}\leftarrow W}(t)\,\mathbf{T}_{W\leftarrow\text{source}}\,\mathbf{T}_{\text{source}\leftarrow\text{palm}}(t)\bullet \mathbf{T}_{\text{palm}\leftarrow 1}(t)\mathbf{T}_{1\leftarrow 2}(t)\,\mathbf{T}_{2\leftarrow 3}(t)\,\mathbf{T}_{3\leftarrow\text{fingertip}}$$

$\mathbf{T}_{W\leftarrow\text{palm}}(\mathbf{t})$ 由手套跟踪器给定

$\mathbf{T}_{\text{palm}\leftarrow 1}(t)$, $\mathbf{T}_{1\leftarrow 2}(t)$, $\mathbf{T}_{2\leftarrow 3}(t)$ 由手套上的传感器给定

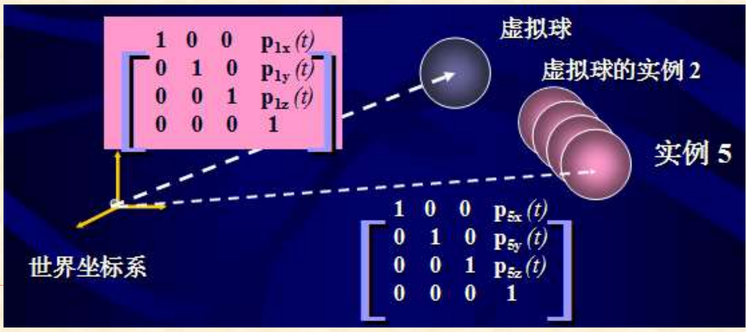
摄像机坐标系统



$$T_{global\leftarrow fingertip}(t) = T_{global\leftarrow W}(t)\, T_{W\leftarrow source}\, T_{source\leftarrow palm}(t) \bullet T_{palm\leftarrow 1}(t) T_{1\leftarrow 2}(t)\, T_{2\leftarrow 3}(t)\, T_{3\leftarrow fingertip}$$

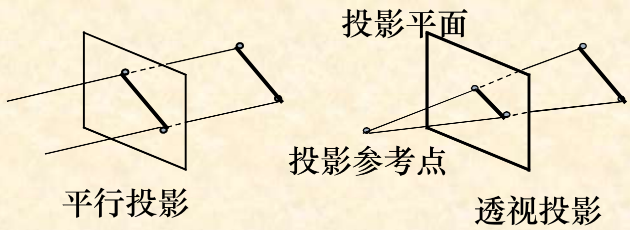
建模及视图变换

- 模型变换把对象坐标系和世界坐标系联系起来
- 改变模型的变换，同一对象能够在场景中出现几次， 我们称为 *instances*

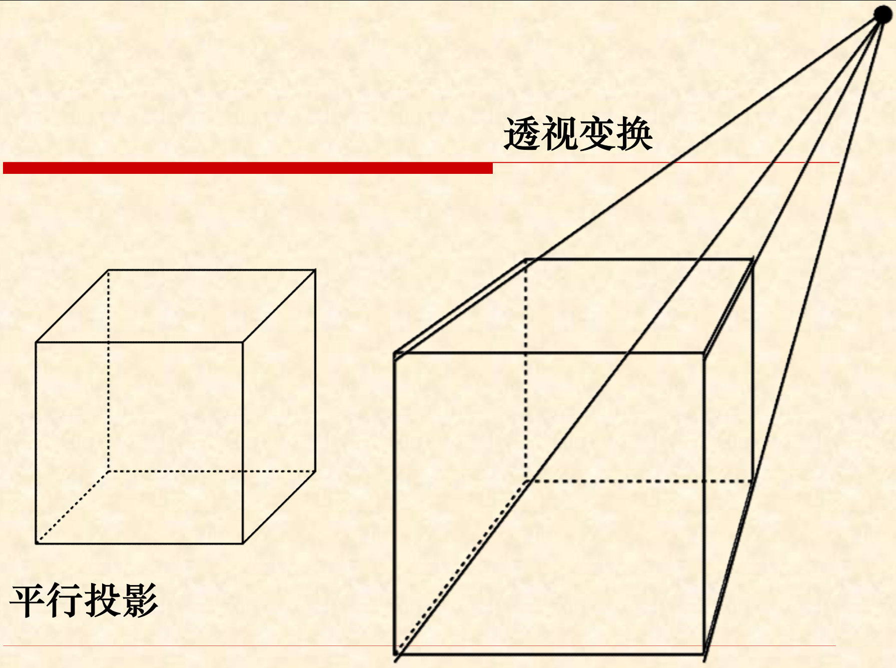


投影变换

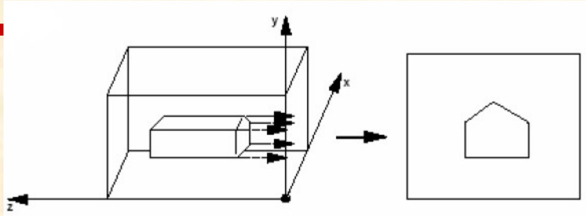
- 模型实际上是摄像机看到的虚拟世界的部份
- 有两种投影：平行投影和透视投影
- VR中使用透视投影



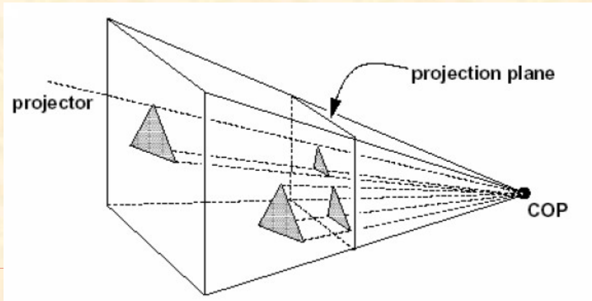
透视变换



平行投影

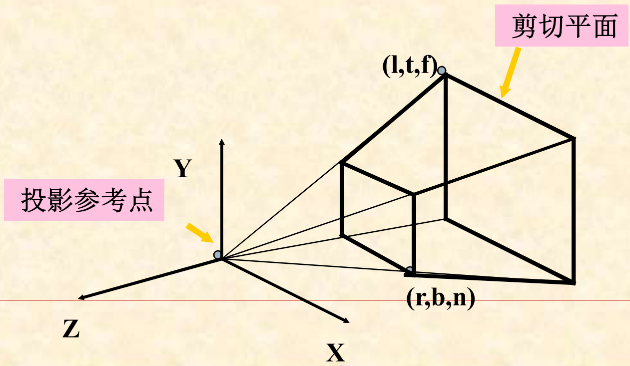


透视投影

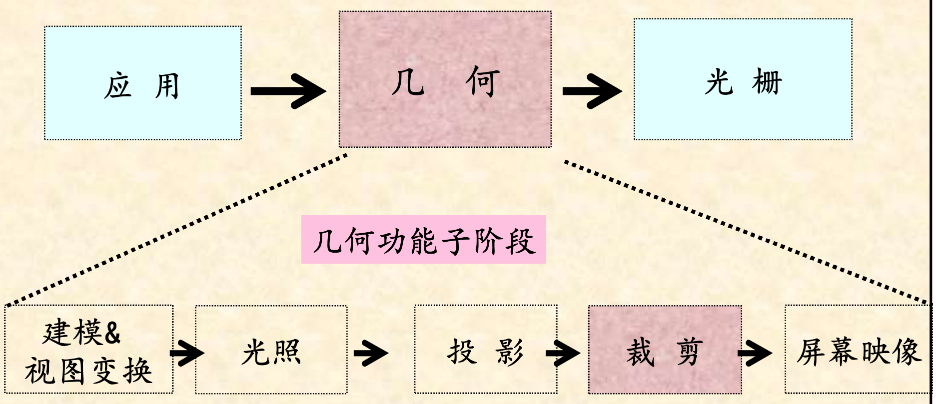


透视投影变换

- 由摄像机看到的虚拟世界为 $z=n$ 和 $z=f$ 之间的部分
- 仅仅在锥体内的部分（称为fulcrum ）被送到绘制流水线中

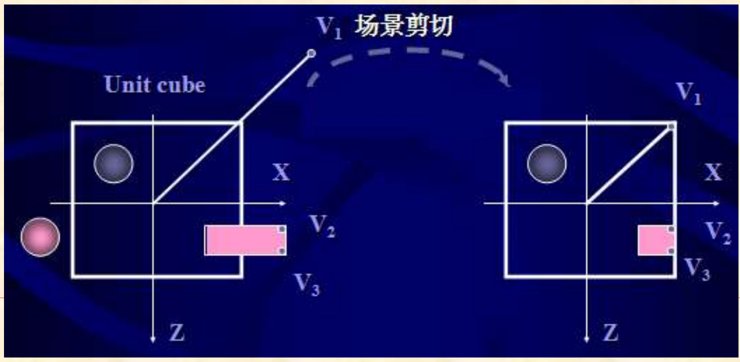


绘制流水线



剪切变换

- 因为fulcrum 映像到单位正方体内，仅仅其内部的对象将被绘制。一些物体一部分在正方体内（例如直线或矩形），因此需要剪切，顶点V1被新的线与视体的交点所代替



绘制流水线

应 用 → 几 何 → 光 栅

几何功能性子阶段

建模&视图变换 → 光照 → 投 影 → 裁 剪 → 屏幕映像

屏幕映像（视点变换）

- 场景被绘制到具有角点（x1, y1），（x2, y2）窗口内
- 屏幕映像是具有 x 和 y轴比例变换的变换
- 但Z轴不变. 屏幕坐标加上 z∈［−1, 1］，然后传到光栅的流水线