

R11945072 張柏廷 ADSP-HW3

Homework 3 (Due: May 3rd)

(1) Write a Matlab or Python code for the 4:2:0 image compression technique.

write $B = C420(A)$, A is the input color image and B is the reconstructed image.

~~Just use the interpolation method for reconstruction. The code should be handed out by [NTUCool](#).~~ (Note: The command `rgb2ycbcr` cannot be used.)

(25 scores)

(2) Suppose that there is a multipath system $y[n] = x[n] + 0.3x[n-15] + 0.2x[n-25]$.

(a) Find $p[n]$ such that $y[n] = x[n] * p[n]$. (b) Design the lifter to remove the effect of $p[n]$ and try to not destroy $x[n]$ as possible. (10 scores)

(3) Suppose that there are three vocal signals: (i) $\cos(300\pi t)$, (ii) $-\sin(1200\pi t)$, (iii) $\sin(6000\pi t)$. (a) Which voice sounds louder? (b) Which voice signal can be propagated to a longest distance? (10 scores)

low f.

$\Delta, \dot{h}, f?$
same A.

piano concept.

(4) Suppose that for a stringed instrument the frequency of Do is 240 Hz. (a) Determine the frequencies of Mi and So for the instrument. (b) Suppose that the rate of wave propagation is 340m/sec. Determine the lengths of the strings to generate Mi and So for the stringed instrument. (10 scores)

(5) In addition to the DCT, which is adopted by MP3, write at least three possible ways that can compress a music signal more efficiently. (10 scores)

(6) In the JPEG process, (a) why the DCT is used instead of the DFT for transformation? Write at least two reasons. (b) Why the input image is separated into several 8x8 blocks before using the DCT? Write at least two reasons. (c) Why the DC difference is encoded instead of the original DC value? (d) Why zigzag is beneficial for AC term encoding? (20 scores)

(Continued)

利用低f, 高f x 系数

* Poisson 概率分布 + entropy 算式, $/\log 2$

(7) Suppose that $P(x = n) = e^{-\lambda} \lambda^n / (n!)$ for $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 40$ where $\lambda = 0.97$.

Also suppose that $\text{length}(x) = 50000$. Estimate the range of the total coding lengths in the binary system when using (i) the Huffman code and (ii) the arithmetic code. (15 scores)

stay

(Extra): Answer the questions according to your student ID number.

(ended with 0, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9)

$$(2) y[n] = x[n] + 0.3x[n-15] + 0.2x[n-25]$$

(a) 使得 $y[n] = x[n] * p[n]$

① 其原式可視為 $x[n]$ (input) 及复延遲的線性組合

② 找到其系統脈衝響應信號響應, 記為 $\delta[n]$

$$\begin{cases} \delta[n] = 1 & n=0 \\ \delta[n] = 0 & \text{for } n \neq 0 \end{cases}$$

③ 又可将 impulse response 之 $\delta[n]$ 換成 $x[n]$, 得:

$$\begin{aligned} y[n] &= \delta[n] + 0.3\delta[n-15] + 0.2\delta[n-25] \\ &= x[n] \cdot p[n] \end{aligned}$$

④ 又 $x[n]$ 為 input, 故 impulse response 為 $p[n]$

$$p[n] = \delta[n] + 0.3\delta[n-15] + 0.2\delta[n-25] \quad \#$$

(b) 在此, 試著用 LMS 方法達成目標; 我們目標是找到脈衝響應 $q[n]$ 抵消 $p[n]$,

$$\text{因 } y[n] = x[n] * p[n]$$

$$\Rightarrow x[n] = y[n] * q[n]$$

運用 LMS:

① 隨機值初始化濾波器係數 $q[n]$

② 定義濾波長度 $L=30$ 作為起點, 因系統至少有 25 個樣本 delay

③ 設定步長參數 $\mu=0.001$ (假設值收斂)

④ 每個樣本誤差 $e[n] = x[n] - y_{\text{filtered}}[n]$

$$\rightarrow \text{更新濾波器係數 } q[k] = q[k] + \mu * e[n] * y[k] \quad / \text{ 對於 } k=0, 1, \dots, L-1$$

\Rightarrow 因此得以建立一 filter 進行運算以抵消 $p[n]$ 之效力, 並不摧毀 $x[n]$

pseudo code:

def lms_adaptive_filter (x, y, L, mu):

$$N = \text{len}(x)$$

$$q = \text{np.zeros}(L)$$

$$y_{\text{filtered}} = \text{np.zeros}(N)$$

$h = \text{np.zeros}(N)$

for n in range(N):

$$y_filtered[n] = \text{np.dot}(q, y[n-L+1:n+1][::-1])$$

↳ $y[n]$ 輸入用現在 filter 係數

$$e[n] = x[n] - y_filtered[n]$$

* 計算 $x[n]$, $y_filtered[n]$ 誤差

for k in range(L):

$$q[k] += \text{mn} * e[n] * y[n-k]$$

return q

$X = \text{np.random.randn}(1000)$

$$y = X + 0.3 * \text{np.roll}(X, -15) + 0.2 * \text{np.roll}(X, -25)$$

$$L = 30$$

$$\text{mn} = 0.001$$

$$q = \text{lms_adaptive_filter}(X, y, L, \text{mn})$$

(3)

(a) loudner 在客體上原音量振幅, 然而在此振幅皆為 1, 為主觀音量,

誰無法知道聽起來最大聲, 但人耳於 1000-3000 Hz 最為敏感。

音量振幅同, 信號 $\sin(6000\pi t)$ 為 3000 Hz, 在人耳聽覺中感知最大聲。(若不考慮此則一樣大聲)

(b) 通常較低頻率的較不易受傳播介質衰減或吸收, 較低頻率會傳得更遠。

故 $\cos(1300\pi t)$, $f = 150 \text{ Hz}$, 預計會傳更遠。

(4)

(a) $D_0 \xrightarrow{7.5 \text{ 半音}} M_i \xrightarrow{4.5 \text{ 半音}} S_0$

$$D_0: 240 \text{ Hz}$$

$$\text{每個半音: } \sqrt[12]{2} = 1.0595$$

$$\therefore M_i: 240 \text{ Hz} \times (1.0595)^7 \approx 302 \text{ Hz}$$

$$S_0: 240 \text{ Hz} \times (1.0595)^9 \approx 360 \text{ Hz} \quad \#$$

(b) 若 $v = 340 \text{ m/s}$, 要確定弦的長度?

$$V = 2fL$$

$$M_i(320\text{Hz}): L(M_i) = V/2f = 340/2(320) \approx 0.5625\text{m}$$

$$S_0(360\text{Hz}): L(S_0) = V/2f = 340/2(360) \approx 0.4722\text{m}$$

(5) 除了MP3的DCT壓縮外，其它技術更有效的壓縮音樂信號

① Linear Predictive Coding (LPC):

數字信號處理系統中的技術。它如此的假設，即給定樣本可近似於過去sample的線性組合。通過LPC對信號建模只需對LPC係數和殘餘係數進行編碼而實現壓縮。如：CELP, Speex

② Perceptual Audio Coding:

這是一種壓縮技術，它利用人耳聽覺特性來移除或減少分配給音频信號感知不相關、次要部分的bits。通過利用聽覺系統的掩蔽效應，可使不影響感知的方式實現更高的壓縮比。包含AAC, AC-3等解碼器。

③ Lossless Compression Algorithms:

保留原始信號而不丟失任何信息。雖然它們比有損方法實現更低壓縮比，但保持音質質量時更有效。例如：FLAC, ALAC, APE

④ Wavelet Transform:

小波變換可用於分析、壓縮時頻域的技术。它使用縮放、移動之小波函數提供信號之多分辨率分析。小波變換對於系統信號時有效，已被用於各壓縮。如：WavePack, JPEG2000.

(6) 在JPEG的過程，

(a) 用DCT > DFT作為圖片轉換？

① 實值：因為圖片是複數，若要用Fourier Transform需分別對於實虛數做實虛轉換並相加，而DCT則不用。

② 大部分DFT高頻部分能量少，若事先對高頻做削弱的轉換則可用KLT

⇒ DCT有更好的能量壓縮特性：DCT中大多變換圖像都集中在少數低頻係數中

(b) 在用DCT前，將圖像分成8×8塊的原因？

(可局部處理各個細節)

① 頻率分布隨空間分布不同，可不要全局考慮，透過8×8切割可見局部細節。

② 暫存訊息量所需更少: ① 切成很多塊較小的, 只是其實計算量更少

② 所需儲存量較少, 每次其實只要64個值做儲存

③ DCT的運算複雜度近似於FT, 切成 8×8 也可降低運算量。

以: 原本 $\rightarrow O(M^*N \log N) + O(N^*M \log M) = O(MN \log(MN))$

改變 $\rightarrow (M/8)(N/8) * 64 \log(64) = MN \log 64 \rightarrow O(MN)$ #

(c) 對DCT差異進行編碼更好, 因其提供了更好的壓縮性能。由於空間冗余圖像中相鄰的 8×8 塊通常具有相似DCT值。因此若針對相鄰塊DCT差異點編碼所需值range更小, 更易於壓縮。

(d) Zigzag 掃描若有利於AC系編碼。通常因能量集中在低f而Q越小時f(系数)越高, 則四捨五入後 ~ 0 的機率越高(EOB特性)。使用zigzag可優先處理低頻, 是二維 \rightarrow 一維的最好策略。

Zigzag 以最大化零值係數去進行根序方式對係數排序。量化後, 大部分高f交流係數 ~ 0 或幅度小。Zigzag可將這些小係數組合在一起使編碼技術更有效壓縮數據, 提高JPEG的整體壓縮效率。

7. 需先計算 source 的熵, 表無噪聲信道中每個符號的bits

① $H(X) = -\sum P(x) * \log_2(P(x))$, 其中 \sum 和取所有 x 可能值 ($n=0, 1, 2, \dots, 40$)

② 給定 $P(X=n) = e^{-\lambda} \times \lambda^n / n!$ 和 $\lambda = 0.97$

\Rightarrow codes: $\lambda = 0.97$
probabilities = [np.exp(λ) * (λ^n) / math.factorial(n) for n in range(41)]
entropy = -sum([p * np.log2(p) for p in probabilities])

\Rightarrow 熵 ≈ 1.658 bits/symbol

③ 計算兩者熵編碼長度range:

(i) Huffman: 為每個symbol生成整數個數, 因此平均代碼長度介於 $H(X)$ 和 $H(X)+1$ 之間, 給定 length = 50000;

$$\text{Lower bound: } 50000 \times H(x) = 50000 \times 1.658 \approx 82900 \text{ bits}$$

$$\text{Upper bound: } 50000 \times (H(x) + 1) = 50000 \times 2.658 \approx 132900 \text{ bits}$$

故以 Huffman code 的预估编码长度, 介於 $82900 - 132900 \text{ bits}$ 之間 #

(ii) Arithmetic: 因不需整数位数 (对每个 symbol), 故可实现更逼近熵 $H(x)$ 的编码长度。

$$\therefore \text{Total Coding length} \approx 50000 \times H(x) \approx 82900 \text{ bits} \quad \#$$

=

(号码尾数 2, 無 extra point!)

P11945072.