

# Advanced Digital Signal Processing

## 高等數位訊號處理

授課者： 丁 建 均

Office：明達館723室，TEL：33669652

E-mail: [jjding@ntu.edu.tw](mailto:jjding@ntu.edu.tw)

課程網頁：<http://djj.ee.ntu.edu.tw/ADSP.htm>

歡迎大家來修課，也歡迎有問題時隨時聯絡！

## 上課方式

(1) 錄影，影片將藉由 NTU Cool 下載 <http://cool.ntu.edu.tw>

(2) 現場 (週三下午 15:30~18:20，明達館205室)

## 作業和報告繳交方式：

用 NTU Cool 來繳交作業與報告的電子檔 <http://cool.ntu.edu.tw>

注意，Tutorial 一定要交 Word 或 Latex 原始碼

Wiki 要寄編輯條目的連結給老師

上課時間：14 週

2/22,

3/1,

3/8, 出 HW1

3/15,

3/22, 交 HW1

3/29, 出 HW2

4/5, 放假

4/12, 交 HW2

4/19, 出 HW3

4/26,

5/3, 交 HW3

5/10, 出 HW4

5/17,

5/24, 交 HW4,

5/31, 出 HW5

6/7 之前, Oral Presentation

6/21, 交 HW5 及 term paper

原則上:  $3n$  週出作業,  $3n+2$  週繳交

- 評分方式：

### Basic: 15 scores

原則上每位同學都可以拿到 12 分以上，  
另外，會有額外問答題，每位同學四次，每答對一次加0.8分

### Homework: 60 scores (5 times, 每 3 週一次)

請自己寫，和同學內容極高度相同，將扣 70% 的分數  
就算寫錯但好好寫也會給 40~95% 的分數，  
遲交分數打 8 折，**不交不給分**。不知道如何寫，可用 E-mail 和我  
聯絡，或於上課時發問  
**禁止 Ctrl-C Ctrl-V 的情形。**

### Term paper 25 scores

## Term paper 25 scores

方式有五種

### (1) 書面報告

10頁以上(不含封面)，中英文皆可，11或12的字體，題目可選擇和信號處理(包括信號、通訊、影像、音訊、生醫訊號、經濟信號處理等等)有關的**任何一個**主題。

包括 abstract, conclusion, 及 references，並且要分 sections。儘量工整鼓勵**多做實驗及模擬**，

有做模擬的同學請將程式附上來，會有額外加分。

**嚴禁 Ctrl-C Ctrl-V 的情形**，否則扣 70% 的分數

### (2) Tutorial (對既有領域做淺顯易懂的整理)

限十八個名額，和書面報告格式相同，但頁數限制為18頁以上(若為加強前人的 tutorial，則頁數為  $(2/3)N + 13$  以上， $N$  為前人 tutorial 之頁數)，題目由老師指定，以**清楚且有系統**的介紹一個主題的基本概念和應用為要求，為上課內容的進一步探討和補充，[交 Word 檔](#)。

選擇這個項目的同學，學期成績加 4分

### (3) 口頭報告

限五個名額，每個人 15~40分鐘，題目可選擇和課程有關的任何一個主題。口頭報告的同學請在6月7日以前將影片錄好，並且把影片(或連結)寄給老師。有意願的同學，請儘早告知，以先登記的同學為優先。

選擇這個項目的同學，**學期成績加 2分**

口頭報告時，希望同學們至少能參與線上觀看，並將做為第五次作業的其中一題。

### (4) 編輯 Wikipedia

中文或英文網頁皆可，至少 2 個條目，但不可同一個條目翻成中文和英文。總計 80行以上。限和課程相關者，自由發揮，越有條理、有系統的越好

選擇編輯 Wikipedia 的同學，請於 6月7日前，向我登記並告知我要編輯的條目(2 個以上)，若有和其他同學選擇相同條目的情形，則較晚向我登記的同學將更換要編輯的條目

書面報告和編輯 Wikipedia，期限是 6月21日

以上(1), (2), (3), (4) 不管選哪個題目，若有做實驗模擬，請附上程式碼，會有額外的加分 (鼓勵不強制)

## (5) 程式編寫，協助信號處理程式資料庫的建立

選擇二個和這門課相關的題目(不可以和歷年 Homework 重覆，不可太瑣碎或使用內建程式)，來編寫相關的程式，程式用 Matlab 或 Python 編寫皆可

唯，選擇程式編寫同學，請於 6 月 7 日前，向我登記並告知我要編寫的程式 (2 個題目以上)，以避免和其他同學重覆。

選擇這個題目的同學，期末要用 NTUCool 交程式，並另外寫一個 ReadMe 的檔案(Word 檔)，說明程式該如何執行，並舉例子顯示程式執行結果。

## Tutorial 可供選擇的題目(可以略做修改)

- (1) Noise Estimation Techniques
- (2) Lattice Filter Design
- (3) Learning Based Filter Design
- (4) Beamforming
- (5) Low Rank Approximation
- (6) Maximum Likelihood Estimation
- (7) Optimization for L0 Norm Problems
- (8) Perceptual Evaluation of Speech Quality (PESQ)
- (9) Hearing-Aid Speech Quality Index (HASQI)
- (10) Rényi Entropy
- (11) Karhunen-Loeve Transform
- (12) Color Coordinate Transformation



## Tutorial 可供選擇的題目(可以略做修改)

- (13) Image Dehazing
- (14) Image Inpainting
- (15) Learning Based ECG Analysis Method
- (16) Transformer Models for Audio Signal Analysis
- (17) Transformer Models for Image Processing
- (18) Hidden Markov Models

## Matlab Program

Download: 請洽台大各系所

### 參考書目

洪維恩，Matlab 程式設計，旗標，台北市，2013. (合適的入門書)

張智星，Matlab 程式設計入門篇，第四版，碁峰，2016.

預計看書學習所花時間：3~5 天

## Python Program

Download: <https://www.python.org/>

### 參考書目

葉難，Python 程式設計入門，博碩，2015

黃健庭，Python 程式設計：從入門到進階應用，全華，2020

The Python Tutorial      <https://docs.python.org/3/tutorial/index.html>

研究所和大學以前追求知識的方法有什麼不同？

研究所：觀念的學習

大學：

## Question:

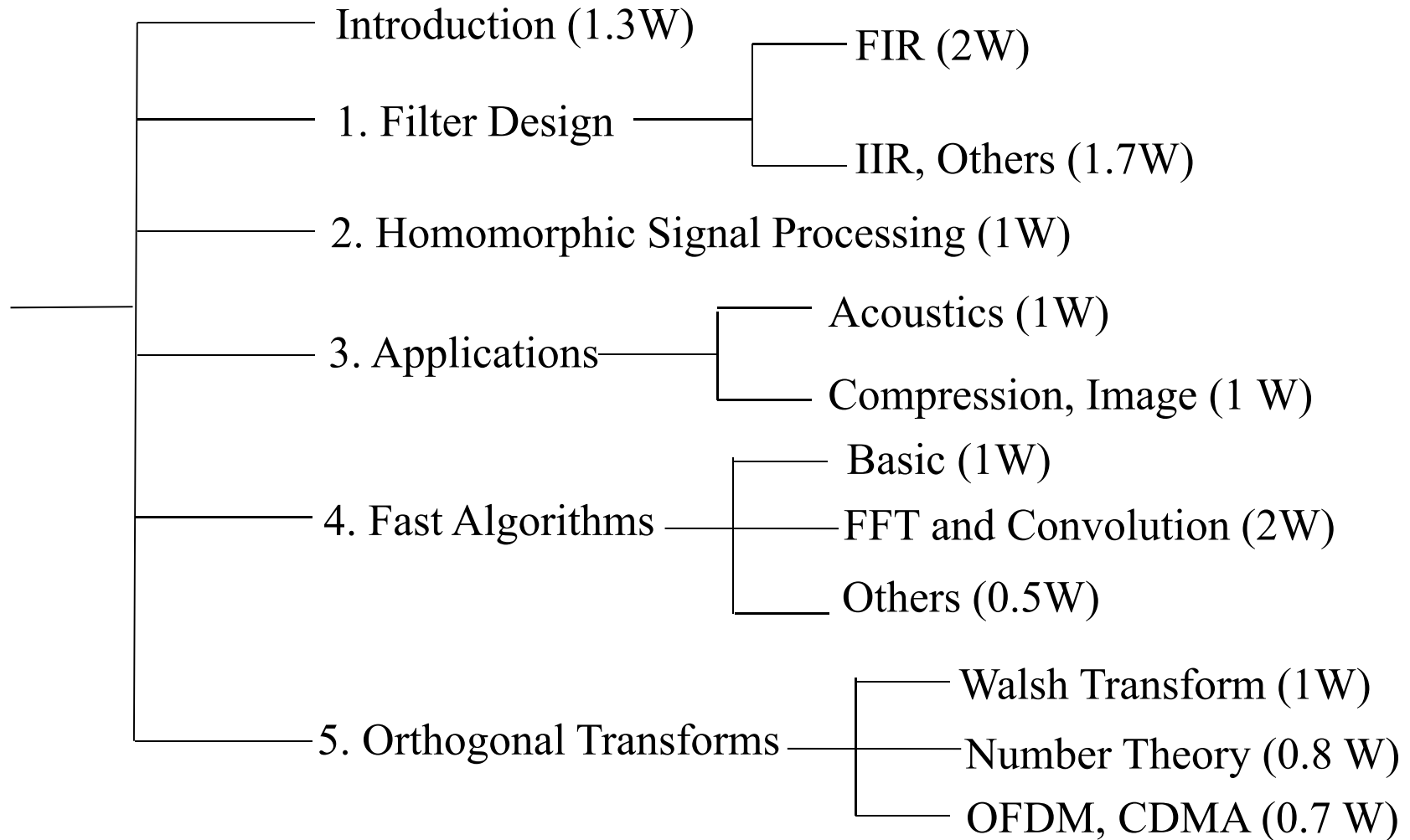
Fourier transform:  $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$

**Why should we use the Fourier transform?**

Is the Fourier transform the best choice in any condition?

# I. Introduction

## Outline

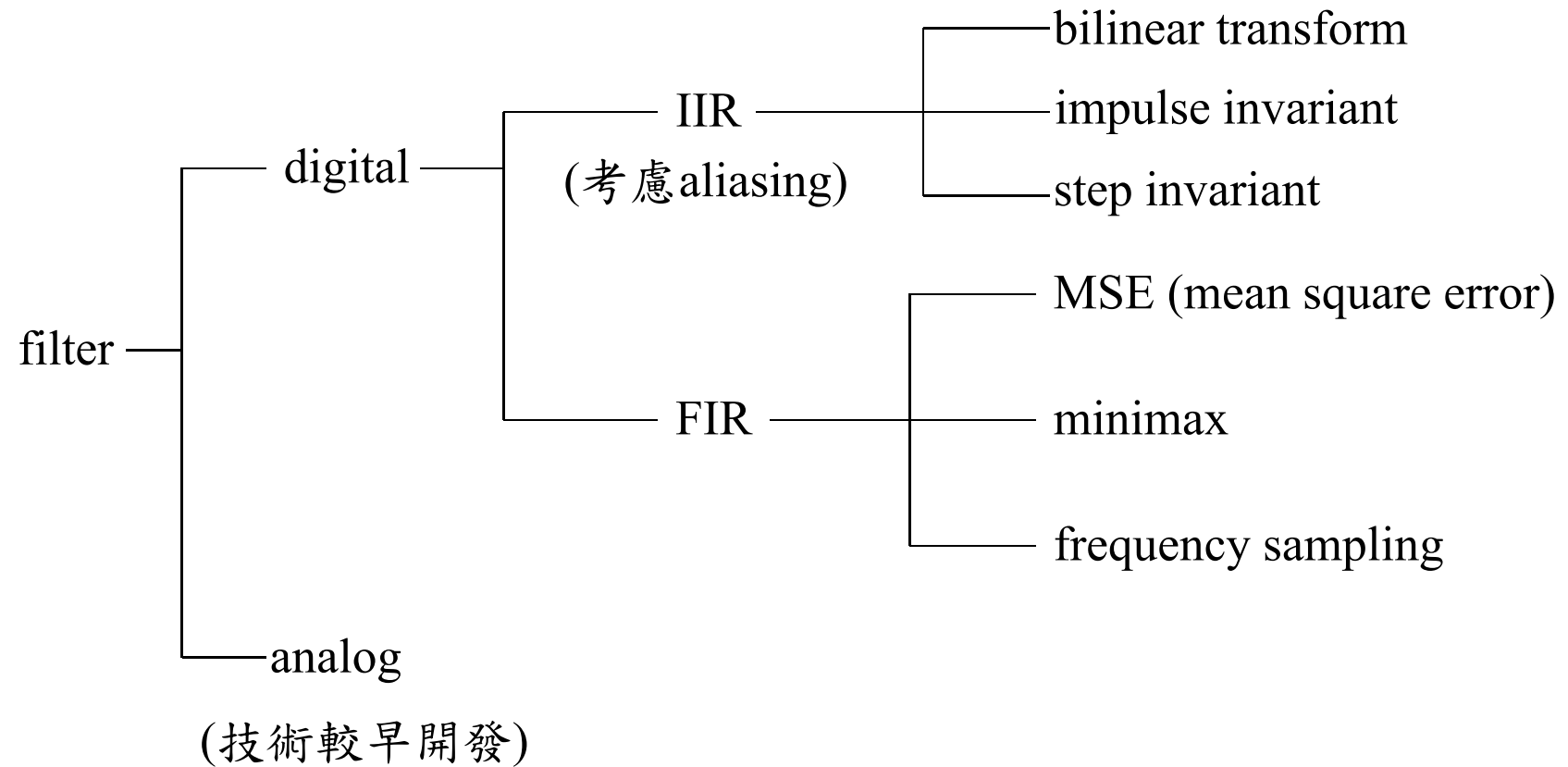


目標：

- (1) 對 Digital Signal Processing 作更有系統且深入的了解
- (2) 學習 Digital Signal Processing 幾個重要子領域的基礎知識

## Part 1: Filter

- Filter 的分類



IIR filter 的優點：(1) easy to design

(2) (sometimes) easy to implement

缺點：

FIR filter 的優點：

缺點：An FIR filter is impossible to have the ideal frequency response of





## Part 2: Homomorphic Signal Processing

- 概念：把 convolution 變成 addition

## Part 3: Applications of DSP

filter design, data compression (image, video, text), acoustics (speech, music), image analysis (structural similarity, sharpness), 3D accelerometer

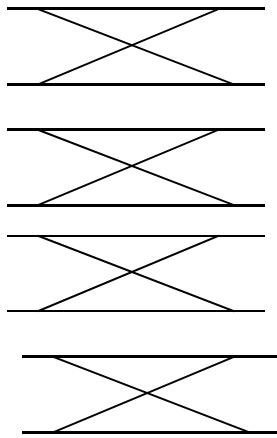
- **Part 4: Fast Algorithms**
- Basic Implementation Techniques

Example: one complex number multiplication  
= ? Real number multiplication.

Trade-off: “Multiplication” takes longer than “addition”

- FFT and Convolution

Due to the Cooley-Tukey algorithm (butterflies),  
the complexity of the FFT is:



The complexity of the convolution is: 3個 DFTs,  $O(N \log_2 N)$

- **Part 5: Orthogonal Transforms**

DFT 的兩個主要用途:

Question: DFT 的缺點是什麼？  $DFT(x[n]) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi mn}{N}}$

- Walsh Transform  
(CDMA)
- Number Theoretic Transform
- Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM)
- Code Division Multiple Access (CDMA)

# Review 1: Four Types of the Fourier Transform

21

- 四種 Fourier transforms 的比較

|  | time domain  | frequency domain      |
|--|--|-----------------------|
| (1) Fourier transform                  | continuous, aperiodic  | continuous, aperiodic |
| (2) Fourier series                     | continuous, periodic<br>(or continuous, only the value<br>in a finite duration is known) | discrete, aperiodic   |
| (3) discrete-time<br>Fourier transform | discrete , aperiodic   | continuous, periodic  |
| (4) discrete Fourier<br>transform      | discrete, periodic<br>(or discrete, only the value<br>in a finite duration is known)     | discrete, periodic    |

## (1) Fourier Transform

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad , \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$$

Alternative definitions

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad , \quad x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

## (2) Fourier series (suitable for period function)

$$X[m] = \int_0^T x(t) e^{-j\frac{2\pi m}{T}t} dt \quad x(t) = T^{-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X[m] e^{j\frac{2\pi m}{T}t}$$

$T$ : 週期  $x(t) = x(t+T)$

Possible frequencies are to satisfy:

$$e^{-j2\pi f t} = e^{-j2\pi f (t+T)}$$

頻率和  $m$  之間的關係：  $f = \frac{m}{T}$   $\frac{1}{T}$  整數倍

### (3) Discrete-time Fourier transform (DSP 常用)

$$X(f) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ t=n\Delta_t}}^{\infty} x[n] e^{-j2\pi f n\Delta_t}, \quad x[n] = \Delta_t \int_0^{1/\Delta_t} X(f) e^{j2\pi f n\Delta_t} df$$

$\Delta_t$ : sampling interval

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n\Delta_t}, \quad x[n] = \frac{\Delta_t}{2\pi} \int_0^{2\pi/\Delta_t} X(\omega) e^{j\omega n\Delta_t} d\omega$$

### (4) Discrete Fourier transform (DFT) (DSP 常用)

$$X[m] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi mn}{N}}, \quad x[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X[m] e^{j\frac{2\pi mn}{N}}$$

頻率和  $m$  之間的關係： $f = \frac{m}{N\Delta_t} = \frac{m}{N} f_s$

where  $f_s = 1/\Delta_t$  (sampling frequency)

## Review 2: Normalized Frequency

(1) Definition of **normalized frequency**  $F$ :

$$F = \frac{f}{f_s} = f \Delta_t = \frac{\omega \Delta_t}{2\pi} \quad \text{where } f_s = 1/\Delta_t \text{ (sampling frequency)}$$

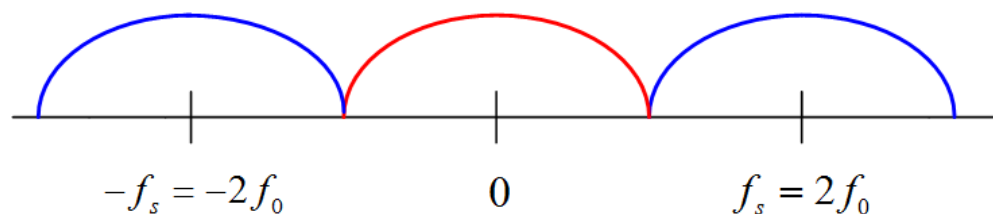
$\Delta_t$  : sampling interval

(2) folding frequency  $f_0$

$$f_0 = \frac{f_s}{2} \quad \text{若以 normalized frequency 來表示,}$$

folding frequency = 1/2

$H(f)$ :





For the discrete time Fourier transform

$$(1) G(f) = G(f + f_s) \longrightarrow \text{i.e., } G(F) = G(F + 1).$$

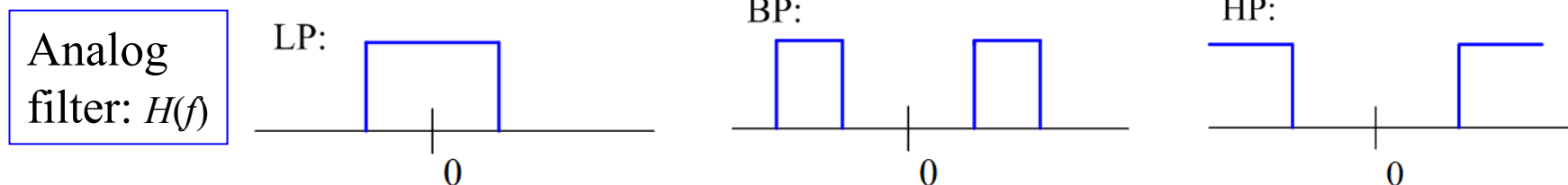
$$(2) \text{ If } g[n] \text{ is real} \longrightarrow G(F) = G^*(-F) \text{ (* means conjugation)}$$

只需知道  $G(F)$  for  $0 \leq F \leq \frac{1}{2}$  (即  $0 < f < f_0$ )

就可以知道全部的  $G(F)$

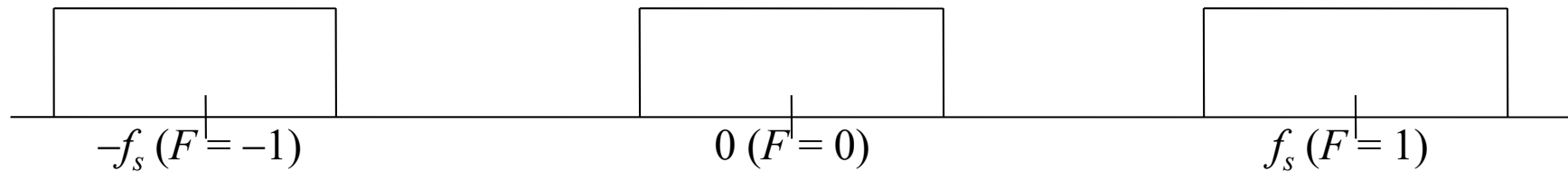
$$(3) \text{ If } g[n] = g[-n] \text{ (even)} \longrightarrow G(F) = G(-F),$$

$$g[n] = -g[-n] \text{ (odd)} \longrightarrow G(F) = -G(-F)$$

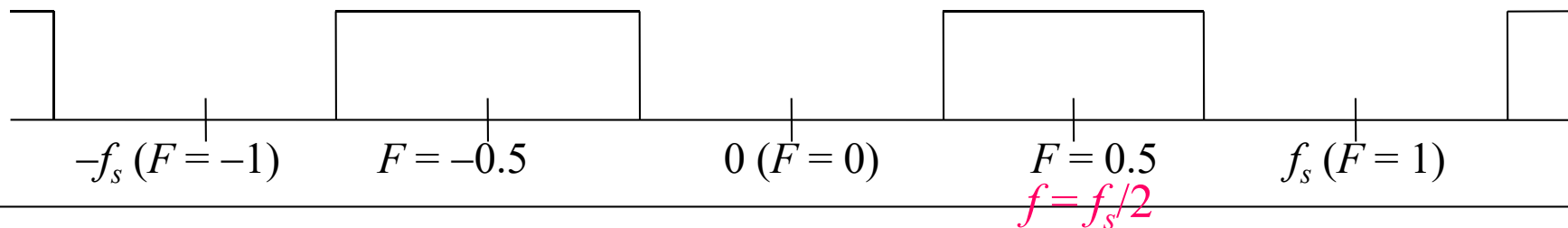


- Discrete time Fourier transform of the lowpass, highpass, and band pass filters 26

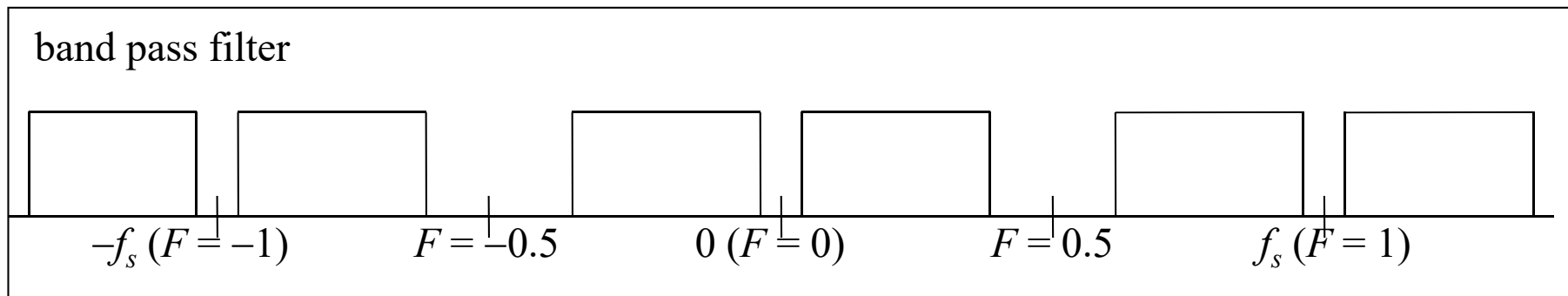
low pass filter ( **pass band** 在  $f_s$  的整數倍附近 )



high pass filter



band pass filter



## Review 3: Z Transform and Laplace Transform

- **Z-Transform**

suitable for **discrete** signals

$$G(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n] z^{-n}$$

Compared with the discrete time Fourier transform:

$$G(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n] e^{-j2\pi f n \Delta_t} \quad z = e^{j2\pi f \Delta_t}$$

- **Laplace Transform**

suitable for continuous signals

One-sided form  $G(s) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-st} dt$

Two-sided form  $G(s) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-st} dt$

Compared with the Fourier transform:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi f t} dt \qquad s = j2\pi f$$

## Review 4: IIR Filter Design

Two types of digital filter:

(1) IIR filter (infinite impulse response filter)

(2) FIR filter (finite impulse response filter)

There are 3 popular methods to design the IIR filter

— bilinear transform

— impulse invariant

— step invariant

Advantage:

Disadvantage:

## An IIR Filter May Not be Hard to Implement

Ex :  $h[n] = (0.9)^n$  , for  $n \geq 0$  ,  $h[n] = 0$  , otherwise

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

Z transform

## Method 1: Impulse Invariance

白話一點，就是直接做 sampling

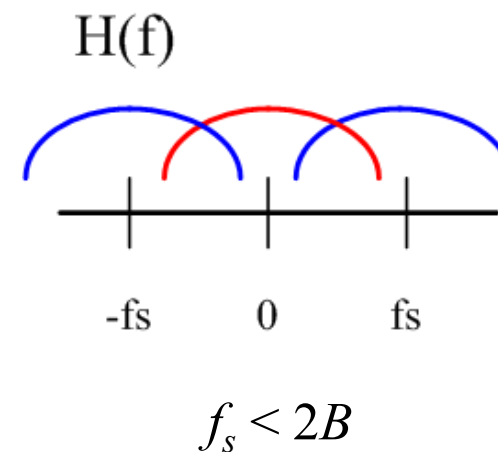
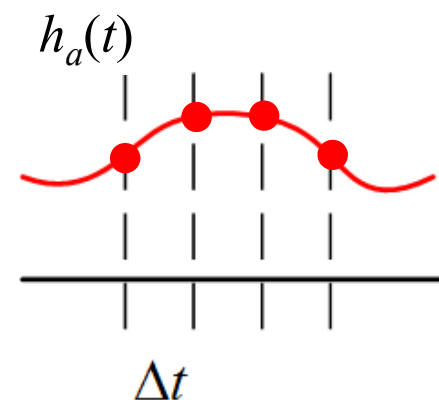
analog filter  $h_a(t)$

digital filter  $h[n]$

$$h[n] = h_a(n\Delta_t)$$

Advantage : Simple

Disadvantage : (1) infinite  
(2)



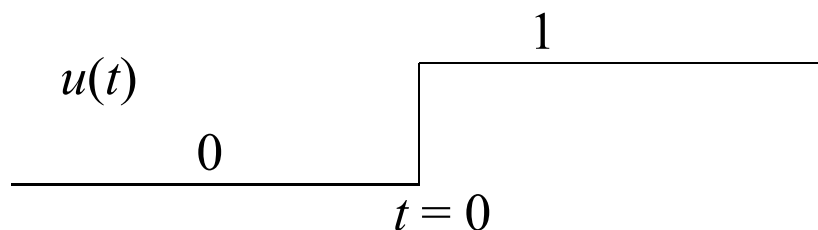
## Method 2: Step Invariance

對 step function 的 response 作 sampling

analog filter  $h_a(t)$

digital filter  $h[n]$

step function (continuous form)



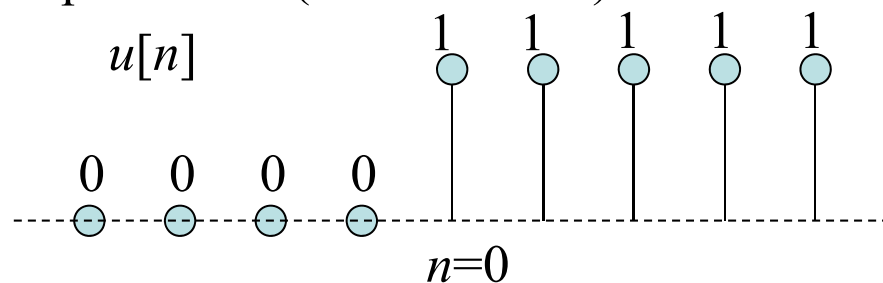
Laplace transform of  $u(t)$ :

$$\frac{1}{s}$$

Fourier transform of  $u(t)$ :

$$\frac{1}{j2\pi f}$$

step function (discrete form)



Z transform of  $u[n]$ :

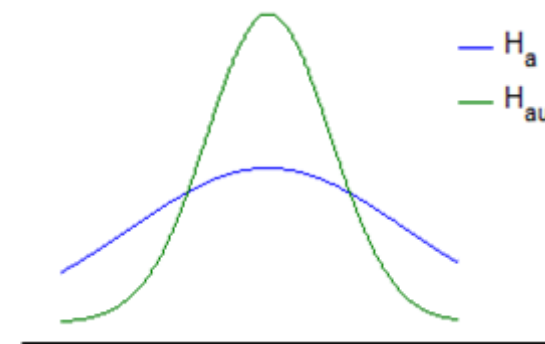
$$\frac{1}{1 - z^{-1}}$$



Step 1 Calculate the convolution of  $h_a(t)$  and  $u(t)$

$$h_{a,u}(t) = h_a(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_a(\tau) u(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t h_a(\tau) d\tau$$

$$H_{a,u}(f) = \frac{H_a(f)}{j2\pi f} \quad (\text{其實就是對 } h_a(t) \text{ 做積分})$$



Step 2 Perform sampling for  $h_{a,u}(t)$

$$h_u[n] = h_{a,u}(n\Delta_t)$$

Step 3 Calculate  $h[n]$  from  $h[n] = h_u[n] - h_u[n-1]$

Note: Since  $h_u[n] = h[n] * u[n]$        $H_u(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} H(z)$

$$H(z) = (1-z^{-1}) H_u(z)$$

so  $h[n] = h_u[n] - h_u[n-1]$

Advantage of the step invariance method:

\* 主要 Advantage:

Disadvantage of the step invariance method:

較為間接，設計上稍微複雜

### Method 3: Bilinear Transform

Suppose that we have known an analog filter  $h_a(t)$  whose frequency response is  $H_a(f)$ .

To design the digital filter  $h[n]$  with the frequency response  $H(f)$ ,

$$H(f_{new}) = H_a(f_{old}) \quad \begin{aligned} f_{old} &\in (-\infty, \infty) \\ f_{new} &\in (-f_s/2, f_s/2) \end{aligned}$$

$$f_s = 1/\Delta_t \text{ (sampling frequency)}$$

- The relation between  $f_{new}$  and  $f_{old}$  is determined by the mapping function

$$s = c \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

$s$ : index of the Laplace transform

$z$ : index of the Z transform

$c$ : some constant

$$h_a(t) \xrightarrow{\text{Laplace}} H_a(s) \rightarrow H(z) = H_a\left(c \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right) \xrightarrow{\text{Inverse Z-transform}} h[n]$$

$$s = c \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

$$s = j2\pi f_{old}$$

$$z = e^{j2\pi f_{new} \Delta_t}$$

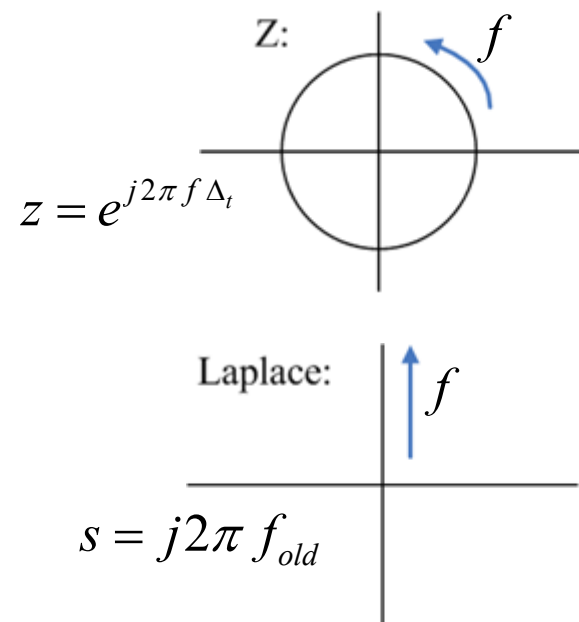
代入

参考page 27、page28

$$\begin{aligned} j2\pi f_{old} &= c \frac{1 - e^{-j2\pi f_{new} \Delta_t}}{1 + e^{-j2\pi f_{new} \Delta_t}} = c \frac{e^{j\pi f_{new} \Delta_t} - e^{-j\pi f_{new} \Delta_t}}{e^{j\pi f_{new} \Delta_t} + e^{-j\pi f_{new} \Delta_t}} \\ &= c \frac{j \sin(\pi f_{new} \Delta_t)}{\cos(\pi f_{new} \Delta_t)} \end{aligned}$$

$$2\pi f_{old} = c \tan(\pi f_{new} \Delta_t)$$

$$f_{new} = \frac{1}{\pi \Delta_t} \operatorname{atan}\left(\frac{2\pi}{c} f_{old}\right) = \frac{f_s}{\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{2\pi}{c} f_{old}\right)$$



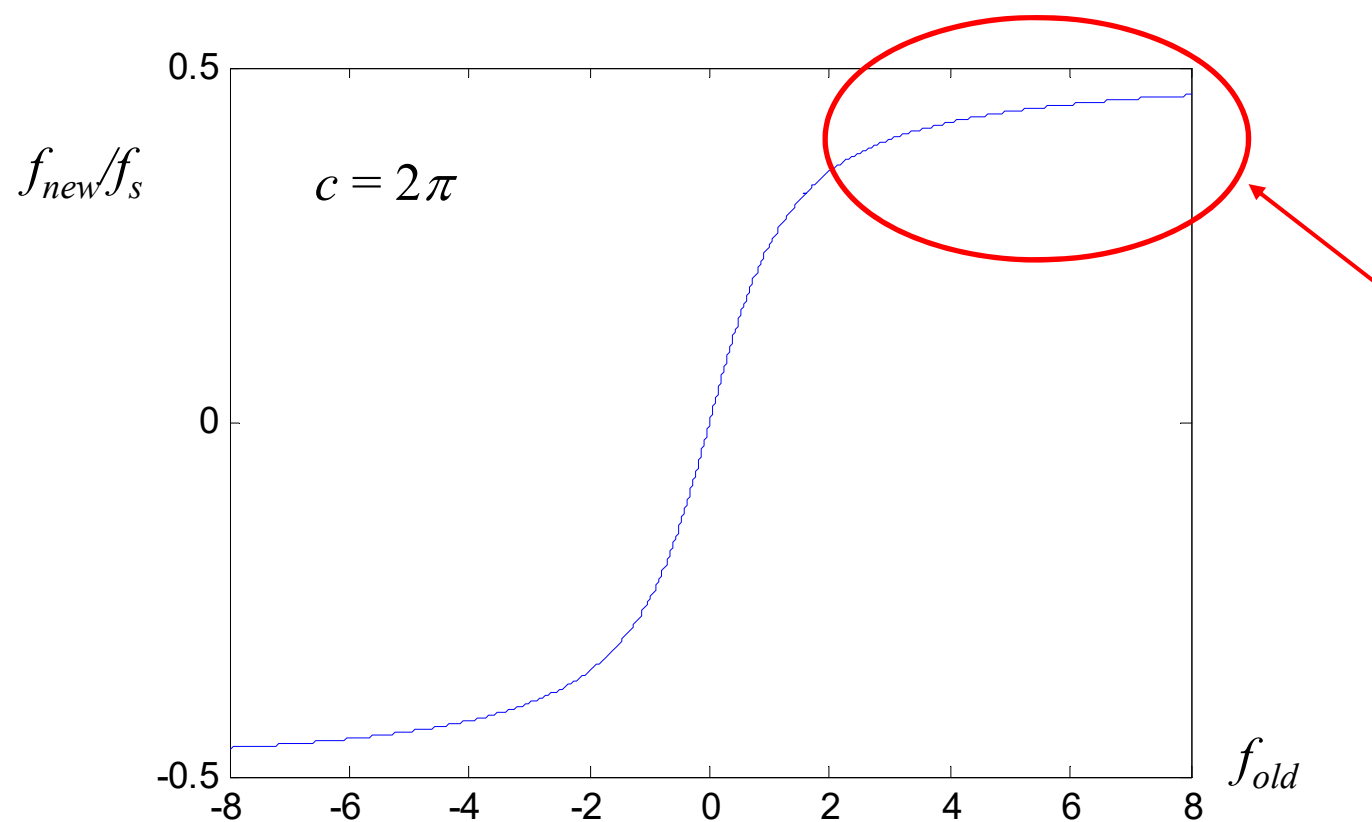
- Suppose that the Laplace transform of the analog filter  $h_a(t)$  is  $H_{a,L}(s)$

The Z transform of the digital filter  $h[n]$  is  $H_z(z)$

$$H_z(z) = H_{a,L}\left(c \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right)$$

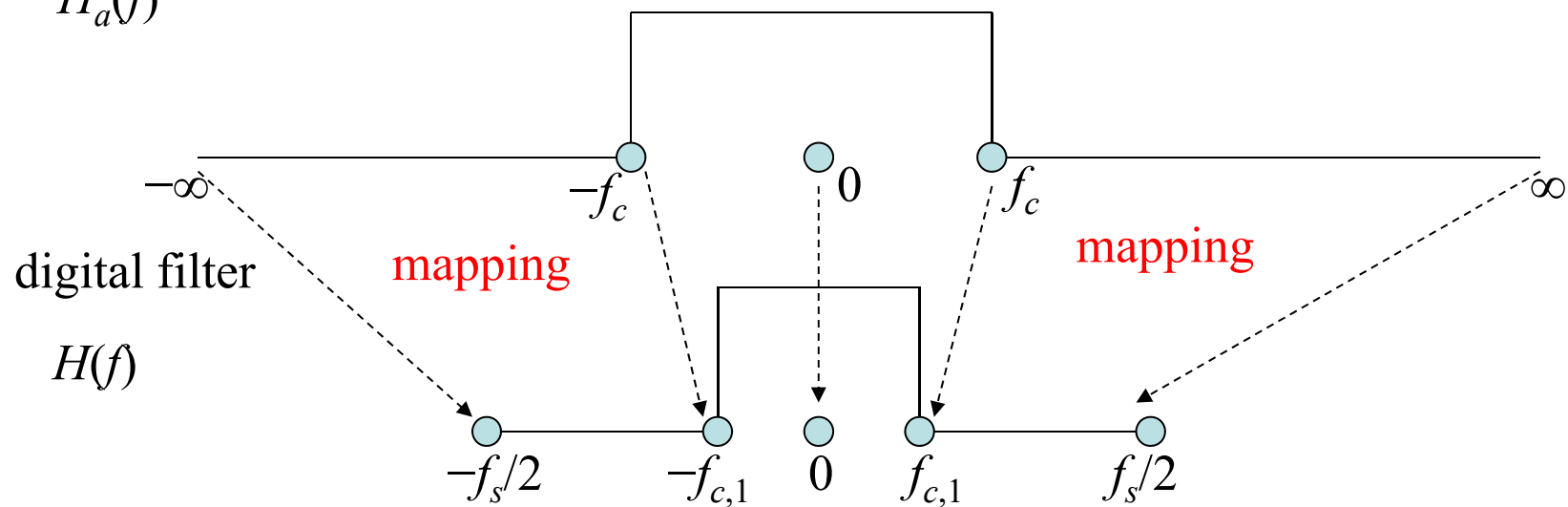
$$f_{new} = \frac{f_s}{\pi} \operatorname{atan} \left( \frac{2\pi}{c} f_{old} \right)$$

|           |           |   |          |   |
|-----------|-----------|---|----------|---|
| $f_{old}$ | $-\infty$ | 0 | $\infty$ | 1 |
| $f_{new}$ |           |   |          |   |



analog filter

$$H_a(f)$$



$$f_{c,1} = \frac{f_s}{\pi} \operatorname{atan} \left( \frac{2\pi}{c} f_c \right)$$

Advantage of the bilinear transform

Disadvantage of the bilinear transform

## 附錄一：學習 DSP 知識把握的要點

- (1) **Concepts**: 這個方法的核心概念、基本精神是什麼
- (2) **Comparison**: 這方法和其他方法之間，有什麼相同的地方？  
有什麼相異的地方
- (3) **Advantages**: 這方法的優點是什麼
  - (3-1) **Why**? 造成這些優點的原因是什麼
- (4) **Applications**: 這個方法要用來處理什麼問題，有什麼應用
- (5) **Disadvantages**: 這方法的缺點是什麼
  - (5-1) **Why**? 造成這些缺點的原因是什麼
- (6) **Innovations**: 這方法有什麼可以改進的地方  
或是可以推廣到什麼地方