

解决多目标旅行商问题的改进 NSGA-II 算法*

Improved NSGA-II Method for Multi-objective Travelling Salesman Problem

李霄玉 姚 骏 (上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200072)

摘要: 多目标旅行商问题是经典 TSP 问题的扩展和延伸, 具有很强的实际研究意义。在多目标进化算法 NSGA-II 的基础上设计了一种双目标进化算法以求解该问题, 其中, 在非劣解排序的基础上混合了局部搜索策略 2opt 以提高局部寻优能力, 并采用了动态变化的变异算子体现出自适应的思想。用 MATLAB 编程实现该算法并对几个标准双目标 TSP 算例进行仿真测试。实验结果表明, 提出的算法比 NSGA-II 具有更好的优化性能。

关键词: 多目标旅行商, NSGA-II, 局部搜索, 自适应

Abstract: Multi-objective traveling salesman problem is a classical expansion and extension of the TSP problem, having a strong practical research significance. This paper designs a multi-objective evolutionary algorithm based on the NSGA-II to solve this problem, it used the method of non-dominated sorting and the local search 2opt to improve the efficiency of searching, and the mutation operator is dynamic changed to reflect the thought of adaptation. It is implemented by MATLAB and simulation on a kind of benchmark functions.

Keywords: multi-objective traveling salesman problem, NSGA-II, local search, adaptive

仅有一个目标函数的最优化问题称为单目标优化问题, 目标函数超过一个的最优化问题称为多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problems, MOP)^[1]。在解决科学与工程问题时, 一般需要考虑多个目标函数, 而这几个目标函数通常是相互冲突和相互影响的, 一个子目标的改善可能会引起另一个子目标性能的降低, 通常不存在唯一的使所有目标函数同时达到最优值的绝对最优解, 而是存在多个相互之间无法比较优劣的 Pareto 最优解。这些解所构成的集合称为 Pareto 最优解集, 其对应的目标向量组成的曲线(或曲面)称为 Pareto 前端^[2]。

多目标旅行商问题是经典 TSP 扩展和延伸, 属于典型的多目标组合优化问题。一般叙述为: 有一旅行商从第一个城市出发, 欲遍历其余城市至少一次, 最后再回到第一个城市, 其中各城市之间距离和花费是已知的, 试求解合适的行走路线, 使其满足总路程最短、时间最少、费用最省、风险最小等多个目标函数^[3]。工程决策中的大量问题可归结为多目标 TSP 问题, 如生产计划、物流调度等, 因此寻找适合有效的算法尤为重要。

本文提出了一种 ANSGA-II+2opt 算法来解决双目标 TSP 问题, 此算法在 NSGA-II 的基础上, 加入了局部搜索策略 2opt, 并且对遗传算法的变异参数采取了自适应策略, 论文将 ANSGA-II+2opt 算法与传统的 NSGA-II 在标准的双旅行商问题上进行性能对比, 实验结果验证了算法的有效性。

1 多目标旅行商问题

旅行商问题(Travelling Salesman Problem, TSP), 也称为货郎担问题, 是一个典型的 NP 完全性组合优化问题^[4]。多目标旅行商问题其数学描述为:

$$\begin{cases} \min_{s \in A} D = \sum_{i=1}^{n-1} d_{a_i a_{i+1}} + d_{a_n a_1} \\ \min_{s \in A} W = \sum_{i=1}^{n-1} w_{a_i a_{i+1}} + w_{a_n a_1} \end{cases} \quad (1)$$

其中, A 表示 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 的所有排列组合, $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

是其中一个排列组合, $d_{a_i a_j}$ 表示城市 i 到城市 j 的距离, $w_{a_i a_j}$ 表示城市 i 到城市 j 的花费, 对于对称型 TSP 来说, $d_{a_i a_j} = d_{a_j a_i}$, $w_{a_i a_j} = w_{a_j a_i}$ 。目标就是要找到最优路径, 使得总距离 D 和总花费 W 最小。

本文算法采用整数编码, 每一个个体由按一定顺序排列的 n 个城市的序列组成, 表示一条可能的旅行路径, 每一个个体的长度为 n , 解的空间为 $n!$ ^[5]。适应度值为一条路径的距离和花费。例如: 对于一个 10 个城市的旅行商问题的其中一个个体 $\{5, 2, 4, 1, 3, 9, 8, 6, 10, 7\}$ 表示旅行商从城市 5 出发依次经过 2, 4, 1, 3, 9, 8, 6, 10, 7, 最后再回到城市 5, 转换成图形可表示为图 1。这种编码方式既符合 TSP 的约束条件, 也保证了不会形成局部环路, 计算适应度值时, 也无需进行编码转换, 在很大程度上提高了算法的效率。



图 1 解决 TSP 的编码方式

种群初始化可以采用随机初始化的方式完成。每个个体的初始化具体步骤为: 首先, 随机生成 $1 \sim n$ 之间的 n 个整数的一个排列; 这个排列就是一个个体; 重复 popsize (定义种群规模固定大小为 popsize) 次, 生成 popsize 个这样的个体形成初始种群^[6]。

2 ANSGA-II+2opt 解决双目标旅行商问题

本文在 NSGA-II 的基础上加入了一种局部搜索策略 2opt, 并结合旅行商问题的实际对变异算子采取了一种自适应策略。

2.1 NSGA-II 算法

传统的 NSGA-II 进化算法的思想是通过构造组合种群的非支配前沿集, 然后对非支配前沿中的个体进行交叉, 变异等操作, 从而得到下一代种群, 然后再对新种群进行非劣解排序, 依次不断经过种群的迭代, 使求得的非支配前沿逐步趋向 Pareto 最优解集^[7]。

* 上海市科学技术委员会(17511107002)

2.2 局部搜索策略 2opt 算法

在求解组合优化问题中,局部搜索是一种常用且非常有效的策略。它可以帮助算法的解跳出局部最优^[8]。本文将使用 2opt 算法对 NSGA-II 每一代新解进行局部搜索。2opt 是迭代地交换两条边,如图 2 所示,A 表示初始解,B 表示交换后的新解,如果 $ab+cd$ 上的两个适应度函数值都大于 $ac+bd$ 上的,则进行 2opt,否则不进行 2opt。

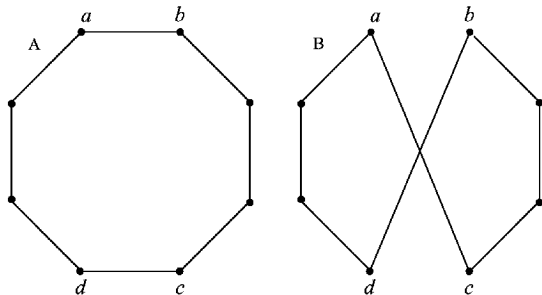


图 2 2opt 示意图

2.3 自适应的操作算子

由于交叉算子 P_c 和变异算子 P_m 很大程度上影响 NSGA-II 的效果,所以对 P_c 、 P_m 进行了参数学习,根据参数学习的结果把 P_c 设置为 0.9,而 P_m 用自适应的思想设置为一个随迭代次数变化的动态参数, P_m 采用了如下公式的取值策略:

$$P_m = 1.0 / \text{iteration} \quad (2)$$

该算法的大体框架如下:

第一步:读入测试实例数据(城市数目和位置,城市间的路程,费用等),并初始化种群;

第二步:对种群中每个个体根据适应度函数计算其适应度并构造种群的非支配前沿集;

第三步:使用遗传算子(杂交,变异)产生新的子种群,然后将父种群和子种群组合在一起形成一个组合种群,将组合种群根据非劣解排序并取非支配前沿集的前 popsize 个个体作为新的种群;

第四步:对新产生的种群进行 2opt 局部搜索策略;

第五步:对种群循环迭代更新,直至满足终止条件,把最终的结果输出并画出 Pareto 前端。

3 实验与分析

本文主要针对对称的多目标 TSP 问题进行实验,采用标准 TSP 实例库 TSPLIB^[9]中 100 个城市的单目标 TSP 实例(kroA100, kroB100 和 kroC100)进行两两组合作为测试实例,因为标准算例中都只给出路径信息,所以把其中一个实例作为第一个适应度函数路径指标,另一个作为第二个适应度函数费用指标。例如测试实例 kroAB100 中,由 kroA100 给出各城市之间的路径长度权值,kroB100 给出各城市间的费用权值。实验在硬件为 Intel Core i7-2700K@3.50GHz 处理器,16GB 内存,操作系统为 Windows 10 的计算机上用 Matlab 语言编写仿真程序。实验参数设置:种群规模 popsize=50,最大进化代数 iteration=1000。实验分别用传统 NSGA-II 算法和新提出的 ANSGA-II+2opt 算法求解双目标 TSP 问题,并对得出结果进行对比,每种方法都重复 20 次实验。

图 3 为两种算法对应 3 个算例的近似 Pareto 前端,图中横坐标为第一个目标函数值 f_1 ,纵坐标为第二个目标函数值 f_2 ,其中 ANSGA-II+2opt 的解用黑色 * 来记录,NSGA-II 的解用绿色的 * 来记录。从中可以得到以下结论:

1)NSGA 产生的非支配解仅能覆盖目标空间的中间部分,无法扩展到目标空间的两端;ANSGA-II+2opt 的非支配解能够较好地覆盖整个目标空间。

2)ANSGA-II+2opt 的解处处支配 NSGA-II 的解,而且 ANSGA-II+2opt 的近似 Pareto 前端的分布更为均匀。

综合以上分析,可以看出对于双目标 TSP 来说,ANSGA-II+2opt 算法的优化性能是优于传统的 NSGA-II 的;由于此算法使用了局部搜索策略,使得其综合性能都比传统的 NSGA-II 要优。

4 结束语

从以上数据实验结果中不难看出,加入了局部搜索策略 2opt 的自适应 NSGA-II 算法的求解效果比较明显,较优解分布比较稠密,形成了一个明显的 Pareto 前沿,且前沿解集明显比传统的 NSGA-II 的 Pareto 前沿解集好,既保证解集的均匀分布,又具有更好的求解精度。下一步将研究如何将本文算法应用于其他更复杂、更高维、更真实的多目标优化问题,以进一步验证其在此类问题上的有效性。

参考文献

- [1]公茂果,焦李成,杨咚咚,等.进化多目标优化算法研究[J].软件学报,2009(2):271-289
- [2]贾树晋,朱俊,杜斌,等.Pareto 最大最小蚂蚁算法及其在热轧批量计划优化中的应用[J].控制理论与应用,2012,29(2):4-11
- [3]汪勇,张新,徐琼,等.基因重组算法设计及多目标旅行商问题求解[J].系统工程,2015(2):68-73
- [4]于莹莹,陈燕,李桃迎.改进的遗传算法求解旅行商问题[J].控制与决策,2014(8):1483-1488
- [5]朱云飞,蔡自兴,袁琦钊,等.求解多目标旅行商问题的混合遗传算法[J].计算机工程与应用,2011(7):52-56
- [6]He Jiang, Wencheng Sun, Zhilei Ren, et al. Evolving Hard and Easy Traveling Salesman Problem Instances: A Multi-objective Approach[M]. Springer International Publishing, 2014
- [7]T Vo-Duy, D Duong-Gia, V Ho-Huu, et al. Multi-objective optimization of laminated composite beam structures using NSGA-II algorithm[J]. Composite Structures, 2017, 168:.
- [8]扈华,付学良,王冬青.基于 2-Opt 的 MMS 算法解决 TSP 问题研究[J].内蒙古农业大学学报(自然科学版),2014(6):142-146
- [9]<http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>[EB/OL]

[收稿日期:2017.12.15]

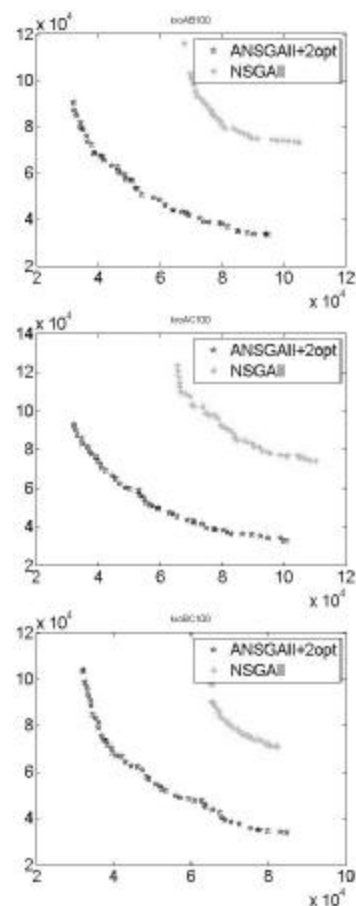


图 3 Pareto 前沿图