武忠祥老师 23 考研数学每日一题

每日一题（2021 年 11 月 1 日）

(1997 年 2) 设 $g(x)=\begin{cases}2-x, & x\le 0,\\ x+2, & x>0,\end{cases}$ $f(x)=\begin{cases}x^2, & x<0,\\ -x, & x\ge 0,\end{cases}$ 则

$g[f(x)]=($ $)$.

(A) $\begin{cases}2+x^2, & x<0,\\ 2-x, & x\ge 0\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}2-x^2, & x<0,\\ 2+x, & x\ge 0\end{cases}$

(C) $\begin{cases}2-x^2, & x<0,\\ 2-x, & x\ge 0\end{cases}$　　(D) $\begin{cases}2+x^2, & x<0,\\ 2+x, & x\ge 0\end{cases}$

每日一题（2021 年 11 月 2 日）

(1998 年 1, 2, 3) 已知 $f(x)=e^{x^2}$, $f[\varphi(x)]=1-x$ 且 $\varphi(x)\ge 0$，求 $\varphi(x)$ 并写出它的定义域.

每日一题（2021 年 11 月 3 日）

已知 $f(x+1)$ 的定义域为 $[0,a],(a>0)$,，则 $f(x)$ 的定义域为（ ）

(A) $[-1,a-1]$　　(B) $[1,a+1]$

(C) $[a,a+1]$　　(D) $[a-1,a]$

每日一题（2021 年 11 月 4 日）

（1996 年 2, 3）设函数 $f(x)=\begin{cases}1-2x^2, & x<-1,\\ x^3, & -1\le x\le 2,\\ 12x-16, & x>2.\end{cases}$ 求 $f(x)$ 的反函数 $g(x)$ 的表达式.

每日一题（2021 年 11 月 5 日）

证明：定义在区间 $[-a,a]$ 上的任何一个函数 $f(x)$，都可表示成一个奇函数与一个偶函数之和.

每日一题（2021 年 11 月 6 日）

（1990 年 4, 5）设函数 $f(x)=x\tan x\cdot \mathrm{e}^{\sin x}$，则 $f(x)$ 是（　）.

（A）偶函数　（B）无界函数　（C）周期函数　（D）单调函数

每日一题（2021 年 11 月 7 日）

(2004 年 3) 函数 $f(x)=\dfrac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界（ ）

（A）$(-1,0)$　　（B）$(0,1)$　　（C）$(1,2)$　　（D）$(2,3)$

每日一题（2021 年 11 月 8 日）

（1993 年 5）$\lim\limits_{n\to\infty}[\sqrt{1+2+\cdots+n}-\sqrt{1+2+\cdots+(n-1)}]=$ ___

每日一题（2021 年 11 月 9 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x-1}+x+1}{\sqrt{x^2+\sin x}}$.

每日一题（2021 年 11 月 10 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{4}{x}}}+\dfrac{\sin x}{|x|}\right)$.

每日一题（2021 年 11 月 11 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x})$

每日一题（2021 年 11 月 12 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}}{x(1-\cos x)}$

每日一题（2021 年 11 月 13 日）

已知 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos 2x}{ax^b}=1$, 求 a,b 的值.

每日一题（2021 年 11 月 14 日）

已知 $\lim\limits_{x\to x_0}\varphi(x)=0$, 则下列结论正确的个数为________.

（A） $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{\sin\varphi(x)}{\varphi(x)}=1$;

（B） $\lim\limits_{x\to x_0}[1+\varphi(x)]^{\frac{1}{\varphi(x)}}=e$;

（C）当 $x\to x_0$ 时，$\sin\varphi(x)\sim\varphi(x)$;

（D）若 $\lim\limits_{u\to 0}f(u)=A$, 则 $\lim\limits_{x\to x_0}f[\varphi(x)]=A$.

每日一题（2021 年 11 月 15 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x-\arctan x}{\sin x-\tan x}$

每日一题（2021 年 11 月 16 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\dfrac{x}{\ln(1+x)}}{x}$

每日一题（2021 年 11 月 17 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{e^x}{(1+\frac{1}{x})^{x^2}}$.

每日一题（2021 年 11 月 18 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos(\sin x)}{x^4}$.

每日一题（2021 年 11 月 19 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2[\arctan(x+1)-\arctan x]$

每日一题（2021 年 11 月 20 日）

求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2[\arctan\dfrac{a}{n}-\arctan\dfrac{a}{n+1}]$

每日一题（2021 年 11 月 21 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}[\sin\sqrt{x+1}-\sin\sqrt{x}]$

每日一题（2021 年 11 月 22 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}[\frac{1}{\ln(1+x^2)}-\frac{1}{\ln(1+\tan^2 x)}]$

每日一题（2021 年 11 月 23 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}[\frac{1}{\ln(1+x^2)}-\frac{1}{\sin^2 x}]$

每日一题（2021 年 11 月 24 日）

$\lim\limits_{x\to 0}\left(x+2^x\right)^{\frac{2}{x}} =$ ________.

每日一题（2021 年 11 月 25 日）

本题是 2018 考研，数一考题

若 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}\right)^{\frac{1}{\sin kx}}=e$，则 $k=$ ________.

每日一题（2021 年 11 月 26 日）

本题是 2018 考研，数二考题

若 $\lim\limits_{x\to 0}(e^x+ax^2+bx)^{\frac{1}{x^2}}=1$，则（ ）

（A）$a=\dfrac{1}{2},b=-1.$　　（B）$a=-\dfrac{1}{2},b=-1.$

（C）$a=\dfrac{1}{2},b=1.$　　（D）$a=-\dfrac{1}{2},b=1.$

每日一题（2021 年 11 月 27 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\arctan x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

每日一题（2021 年 11 月 28 日）

求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n\tan\dfrac{1}{n}\right)^{n^2}$.

每日一题（2021 年 11 月 29 日）

求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\tan^n\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{n}\right)$.

每日一题（2021 年 11 月 30 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\ln(1+x)}{x}\right)^{\frac{1}{e^x-1}}$.

每日一题（2021 年 12 月 1 日）

求极限 $\lim\limits_{x \to 0}\left(\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$.

扫码领取
讲解视频

每日一题（2021 年 12 月 2 日）

求极限 $\lim\limits_{x \to 0}(\cos 2x + 2x\sin x)^{\frac{1}{x^4}}$.

每日一题（2021 年 12 月 3 日）

$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}}(\tan x)^{\frac{1}{\cos x - \sin x}} =$ __________.

每日一题（2021 年 12 月 4 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{2x}+\cdots+\mathrm{e}^{nx})}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$

每日一题（2021 年 12 月 5 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^{n}}{(x+1)(x+2)\cdots(x+n)}\right)^{x}$.

每日一题（2021 年 12 月 6 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sin\dfrac{1}{x}+\cos\dfrac{1}{x}\right)^{x}$.

每日一题（2021 年 12 月 7 日）

求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n\left[e\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{-n}-1\right]$

每日一题（2021 年 12 月 8 日）

设 $a>0, a\neq 1$，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^p\left(a^{\frac{1}{x}}-a^{\frac{1}{x+1}}\right)=\ln a$，则 $p=$________.

每日一题（2021 年 12 月 9 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1-\sqrt{\cos x})(1-\sqrt[3]{\cos x})\cdots(1-\sqrt[n]{\cos x})}{(1-\cos x)^{n-1}}$.

每日一题（2021 年 12 月 10 日）

求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin^2 x+e^x)-x}{\ln(x^2+e^{2x})-2x}$

每日一题（2021 年 12 月 11 日）

已知极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x^k}=c$,

其中 k,c 为常数，且 $c\neq 0$，则

（A） $k=2,c=-\dfrac{1}{2}$.　　（B） $k=2,c=\dfrac{1}{2}$.

（C） $k=3,c=-\dfrac{1}{3}$.　　（D） $k=3,c=\dfrac{1}{3}$.

每日一题（2021 年 12 月 12 日）

若 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x^3}{x^4}-\dfrac{f(x)}{x^3}\right)=2$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 x 的（　）

（A）等价无穷小　　（B）同阶但非等价无穷小

（C）高阶无穷小　　（D）低阶无穷小

每日一题（2021 年 12 月 13 日）

（2005 年 2）当 $x\to 0$ 时，$\alpha(x)=kx^2$ 与 $\beta(x)=\sqrt{1+x\arcsin x}-\sqrt{\cos x}$ 是等价无穷小，

则 $k=$ ____.

每日一题（2021 年 12 月 14 日）

（2007 年 1,2）当 $x\to 0^+$ 时，与 $\sqrt{x}$ 等价的无穷小量是（ ）.

（A）$1-\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$　B）$\ln\dfrac{1+x}{1-\sqrt{x}}$　（C）$\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$　（D）$1-\cos\sqrt{x}$

每日一题（2021 年 12 月 15 日）

（2016 年 2）设 $\alpha_1=x(\cos\sqrt{x}-1),\alpha_2=\sqrt{x}\ln(1+\sqrt[3]{x}),\alpha_3=\sqrt[3]{x+1}-1$. 当 $x\to 0^+$ 时，以上 3 个无穷小量按照从低阶到高阶的排序是　（ ）

(A) $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$..　(B) $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_1$.

(C) $\alpha_2,\alpha_1,\alpha_3$.　(D) $\alpha_3,\alpha_2,\alpha_1$.

每日一题（2021 年 12 月 16 日）

（2007 年 2）函数 $f(x)=\dfrac{(e^{\frac{1}{x}}+e)\tan x}{x(e^{\frac{1}{x}}-e)}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的第一类间断点是 $x=(\quad)$.

（A）0　　（B）1　　（C）$-\dfrac{\pi}{2}$　　（D）$\dfrac{\pi}{2}$

每日一题（2021 年 12 月 17 日）

（2008 年 2）设函数 $f(x)=\dfrac{\ln|x|}{|x-1|}\sin x$，则 $f(x)$ 有（ ）.

（A）1 个可去间断点，1 个跳跃间断点　　（B）1 个可去间断点，1 个无穷间断点

（B）2 个跳跃间断点　　（D）2 个无穷间断点

每日一题（2021 年 12 月 18 日）

（2010 年 2）函数 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2-1}\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ 的无穷间断点的个数为（ ）.

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

每日一题（2021 年 12 月 19 日）

（2013 年 3）函数 $f(x)=\dfrac{|x|^x-1}{x(x+1)\ln|x|}$ 的可去间断点的个数为

（A）0.　　（B）1.　　（C）2.　　（D）3.

每日一题（2021 年 12 月 20 日）

（1998.III，IV）设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，讨论函数的间断点，其结论为（ ）

（A）不存在间断点　　（B）存在间断点 $x=1$

（C）存在间断点 $x=0$　　（D）存在间断点 $x=-1$

每日一题（2021 年 12 月 21 日）

（2006 年 3）设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，且 $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(h^2)}{h^2}=1$，则（ ）

（A）$f(0)=0$ 且 $f'_-(0)$ 存在　　（B）$f(0)=1$ 且 $f'_-(0)$ 存在

（C）$f(0)=0$ 且 $f'_+(0)$ 存在　　（D）$f(0)=1$ 且 $f'_+(0)$ 存在

每日一题（2021 年 12 月 22 日）

（1996 年 3）设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\delta,\delta)$ 内有定义，若当 $x\in(-\delta,\delta)$ 时，恒有 $|f(x)|\le x^2$，则 $x=0$ 必是 $f(x)$ 的（　）.

（A）间断点　　　　（B）连续而不可导的点

（C）可导的点，且 $f'(0)=0$　　　　（D）可导的点，且 $f'(0)\neq 0$

每日一题（2021 年 12 月 23 日）

（2015 年 2）设函数 $f(x)=\begin{cases} x^{\alpha}\cos\dfrac{1}{x^{\beta}}, & x>0, \\ 0, & x\le 0. \end{cases}(\alpha>0,\beta>0)$. 若 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则

（A）$\alpha-\beta>1$.　　　　（B）$0<\alpha-\beta\le 1$.

（C）$\alpha-\beta>2$.　　　　（D）$0<\alpha-\beta\le 2$.

每日一题（2021 年 12 月 24 日）

(2020 年 3) 曲线 $x+y+e^{2xy}=0$ 在点 $(0,-1)$ 处的切线方程为__________.

每日一题（2021 年 12 月 25 日）

（2015 年 1, 3）（Ⅰ）设函数 $u(x), v(x)$ 可导，利用导数定义证明

$$[u(x)v(x)]' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x);$$

（Ⅱ）设函数 $u_1(x), u_2(x), \cdots, u_n(x)$ 可导，$f(x) = u_1(x)u_2(x)\cdots u_n(x)$，写出 $f(x)$ 的求导公式.

每日一题（2021 年 12 月 26 日）

（2012 年 3）设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln\sqrt{x}, x \ge 1, \\ 2x-1, x < 1, \end{cases}$ $y = f(f(x))$，则 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=e} =$ ________.

每日一题（2021 年 12 月 27 日）

（2009 年 2）设 $y = y(x)$ 是由方程 $xy + \mathrm{e}^y = x + 1$ 确定的隐函数，则

$\left.\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0} =$ ______.

每日一题（2021 年 12 月 28 日）

设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(1+t), \\ y=t^3+t^2 \end{cases}$ 所确定，则 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}=$ ________ .

每日一题（2021 年 12 月 29 日）

设 $y=x^2 2^x$, 求 $y^{(n)}$.

每日一题（2021 年 12 月 30 日）

设 $y=\dfrac{1}{x^2-1}$, 求 $y^{(n)}$.

每日一题（2021 年 12 月 31 日）

（1990.I，II，III）已知函数 $f(x)$ 具有任意阶导数，且 $f'(x)=[f(x)]^2$，则当 n 为大于 2 的正整数时，$f(x)$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$ 是（ ）.

（A）$n![f(x)]^{n+1}$ （B）$n[f(x)]^{n+1}$ （C）$[f(x)]^{2n}$ （D）$n![f(x)]^{2n}$

每日一题（2022 年 1 月 1 日）

(1995年2) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，且对任意 x_1,x_2，当 $x_1>x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，则（ ）

（A）对任意 $x, f'(x)>0$;

（B）对任意 $x, f'(-x)\le 0$;

（C）函数 $f(-x)$ 单调增加；

（D）函数 $-f(-x)$

每日一题（2022 年 1 月 2 日）

(2000年1,2) 设 $f(x),g(x)$ 是恒大于零的可导函数，且 $f'(x)g(x)-f(x)g'(x)<0$，则当 $a<x<b$ 时，有（ ）.

（A）$f(x)g(b)>f(b)g(x)$ （B）$f(x)g(a)>f(a)g(x)$

（C）$f(x)g(x)>f(b)g(b)$ （D）$f(x)g(x)>f(a)g(a)$

每日一题（2022 年 1 月 3 日）

设 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{(x-a)^n}=-1$，其中 n 为大于1的整数，则在点 $x=a$ 处（ ）.

（A）$f(x)$ 的导数存在，且 $f'(a)\neq 0$;

（B）$f(x)$ 取得极大值;

（C）$f(x)$ 取得极小值;

（D）$f(x)$ 是否取得极值与 n 的取值有关.

每日一题（2022 年 1 月 4 日）

（2001年3）设 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续，又 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{x-a}=-1$，则（ ）

（A）$x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点;

（B）$x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点;

（C）$(a,f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点;

（D）$x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点，$(a,f(a))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

每日一题（2022 年 1 月 5 日）

(2008年2)曲线 $y=(x-5)x^{\frac{2}{3}}$ 的拐点坐标为 ______.

每日一题（2022 年 1 月 6 日）

(2004年2,3)已知函数 $y=f(x)$ 对一切 x 满足 $xf''(x)+3x[f'(x)]^2=1-e^{-x}$

若 $f'(x_0)=0$ $(x_0\neq 0)$ 则（ ）.

(A) $f(x_0)$是 $f(x)$ 的极大值；

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值；

(C) $(x_0,f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

(D) $f(x_0)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(x_0,f(x_0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

每日一题（2022 年 1 月 7 日）

(2000年2)设函数 $f(x)$ 满足关系式 $f''(x)+[f'(x)]^2=x$

且 $f'(0)=0$ 则（ ）

(A) $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值；

(B) $f(0)$是 $f(x)$ 的极小值；

(C) $(0,f(0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

(D) $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(0,f(0))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

每日一题（2022 年 1 月 8 日）

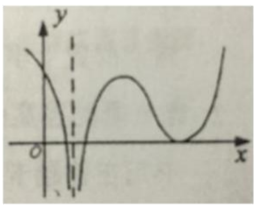
(2016年2) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，其导函数图形如图所示，则（ ）

(A) 函数 $f(x)$ 有2个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有2个拐点.

(B) 函数 $f(x)$ 有2个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有3个拐点.

(C) 函数 $f(x)$ 有3个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有1个拐点.

(D) 函数 $f(x)$ 有3个极值点，曲线 $y=f(x)$ 有2个拐点.



每日一题（2022 年 1 月 9 日）

(1998年2)曲线 $y = x\ln\left(\mathrm{e}+\dfrac{1}{x}\right)$ $(x>0)$ 的渐近线方程为

________.

每日一题（2022 年 1 月 10 日）

(2012年1，2，3)曲线 $y=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$ 渐近线的条数为

（A）0.　　（B）1.　　（C）2.　　（D）3.

每日一题（2022 年 1 月 11 日）

(1994年2)设 $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$，求

（1）函数的增减区间及极值；（2）函数图像的凹凸区间及拐点；

（3）渐近线；　　（4）作出其图形.

每日一题（2022 年 1 月 12 日）

设 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 为任意实数，求证方程 $a_1\cos x+a_2\cos 2x+\cdots+a_n\cos nx=0$ 在 $(0,\pi)$ 内至少有一个实根.

每日一题（2022 年 1 月 13 日）

(2011年2) 函数 $f(x)=\ln|(x-1)(x-2)(x-3)|$ 的驻点个数为（ ）

（A）0 （B）1 （C）2 （D）3

每日一题（2022 年 1 月 14 日）

证明方程 $x^3+x^2+x=1$ 在 $(0,+\infty)$ 内有且仅有一个实根.

每日一题（2022 年 1 月 15 日）

(1993年3) 设常数 $k>0$，函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内零点个数为

（A）3　　（B）2　　（C）1　　（D）0