

硅的霍尔系数及电阻率的测量自主学习报告

实验目的：本实验的目的是通过在不同温度条件下对高阻 p 型 Si 的霍尔系数和电阻率的测量，了解半导体内存在本征导电和杂质导电两种导电机制；晶格散射和杂质散射两种散射机制；由霍尔系数的符号确定载流子的类型，并且确定禁带宽度 E_g ，净杂质浓度 N_A ，载流子浓度 p 和 n 及迁移率 μ 等基本参量。

I. 原理

一. 电导率和温度的关系

描述散射事件频率的物理量，称作电子迁移率 μ_e ，在一定时间内，电子走过的路径不是其速率与时间的乘积，而是多次散射后走过的净长度。电压越高，散射越频繁；时间越长，散射事件越多；截面积越大，散射频率越低，故电子运动的净路径与电压和时间成反比。由此可定义出散射事件频率的物理量，称作电子迁移率。

电子和空穴的有效质量的大小是由半导体材料的性质所决定的。所以不同的半导体

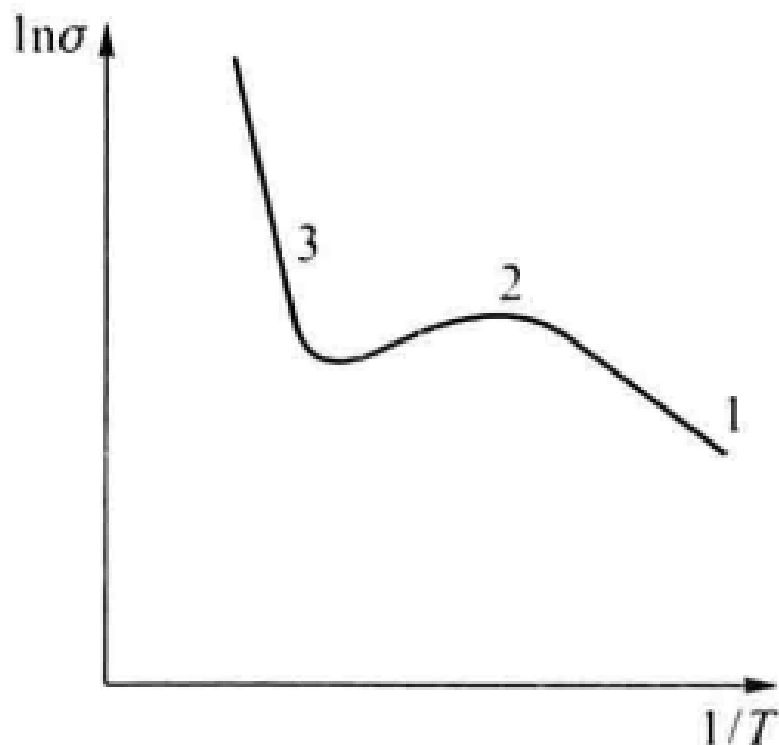


图 1. 硅的电导率随温度变化关系图

材料，电子和空穴的有效质量也不同。平均自由运动时间的长短是由载流子的散射的强弱来决定的。散射越弱， 越长， 迁移率也就越高。掺杂浓度和温度对迁移率的影响，本质上是对载流子散射强弱的影响。散射主要有以下两方面的原因：

1. 晶格散射半导体晶体中规则排列的晶格，在其晶格点阵附近产生热振动，称为晶格振动。由于这种晶格振动引起的散射叫做晶格散射。温度越高，晶格振动越强，对载流子的晶格散射也将增强。在低掺杂半导体中，迁移率随温度升高而大幅度下降的原因就在于此。

2. 电离杂质散射杂质原子和晶格缺陷都可以对载流子产生一定的散射作用。但最重要的是由电离杂质产生的正负电中心对载流子有吸引或排斥作用，当载流子经过带电中心附近，就会发生散射作用。电离杂质散射的影响与掺杂浓度有关。掺杂越多，载流子和电离杂质相遇而被散射的机会也就越多。电离杂质散射的强弱也和温度有关。温度越高，载流子运动速度越大，因而对于同样的吸引和排斥作用所受影响相对就越小，散射作用越弱。这和晶格散射情况是相反的，所以在高掺杂时，由于电离杂质散射随温度变化的趋势与晶格散射相反，因此迁移率随温度变化较小。

电导率随温度变化关系如图1所示，可以分成三个区域 1. 温度较低时，当温度增加杂质电离产生的载流子数增加，而且迁移率主要取决于杂质散射，温度越高，载流子运动速度越大，因而对于同样的吸引和排斥作用所受影响相对就越小，散射作用越弱，迁移率增加，所以此区域电导率随温度升高而增加。

2.2 区域杂质全部电离，本征激发不明显，也就是载流子浓度几乎不变，但此时晶格散射起主要作用，温度越高，晶格振动越强，对载流子的晶格散射也将增强。迁移率 μ 随温度升高而下降，因此电导率随温度升高而下降。

300K 下起主要作用的是空穴迁移，迁移过程中经历的主要是晶格散射，此温度空穴迁移率是 $(\mu_{Lp})_{300} = 480 \text{ cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$ ，在此区域其他温度下的迁移率与电导率之比为定值，而且有空穴浓度 p 等于杂质电离产生的空穴浓度 p_s ，等于受主杂质浓度 N_A （当在半导体材料，例如硅中人为地掺入价电子数更少的杂质原子，例如硼，来取代晶格中硅原子的位置，杂质原子缺少电子与硅形成共价键，需要从别处的硅原子夺取一个价电子，形成空穴和负电中心，这种掺入的杂质元素称为受主杂质。）. 通过电导率测量可以求出 N_A, p_s

在此区域晶格散射迁移率可以与温度拟合为 $\mu_{Lp} = AT^{-x}$ 的关系。

3. 高温区发生本征激发，载流子数目急剧增加（当外界提供足够多能量之后，满带中的电子吸收这个能量，跃迁到导带产生一个自由电子和自由空穴，这一过程称为本征激发。），虽然由于晶格散射电子迁移率有所下降，但总体上电导率急剧增大。

一些定量关系 n 为电子载流子浓度电中性条件

$$p = N_A + n = p_s + n$$

只考虑晶格散射，电导率

$$\sigma = q\mu_{Lp}(bn + p)$$

$$b = \mu_{Ln} / \mu_{Lp}$$

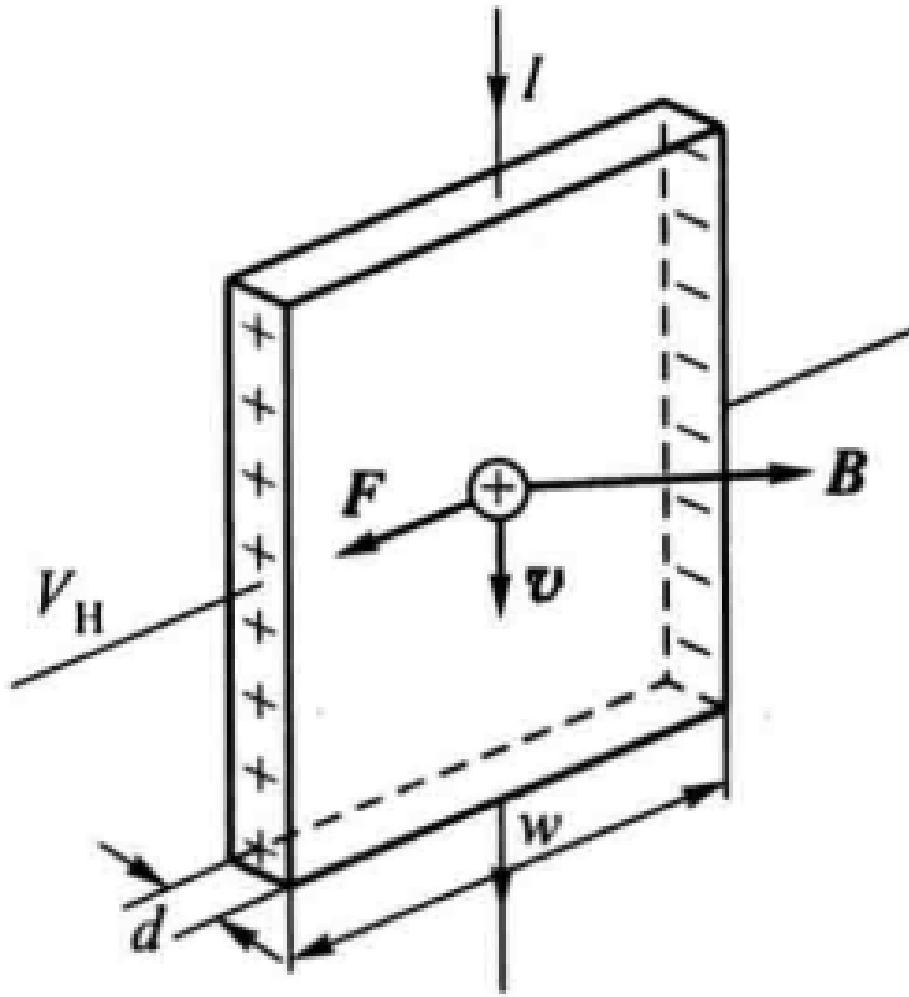


图 2. 霍尔效应示意图

根据实验成果可以得到在此区域下 n, p 电子迁移率 μ_{Ln}, μ_{Lp} 随温度变化表达式, 因此在测得电阻率的情况下, 可以算出载流子浓度 p, n , 利用表达式

$$p \cdot n = AT^3 \exp(-E_g/kT)$$

取对数, 使用最小二乘法可以测出 E_g 300K 下其值为 1.12eV

二、霍尔效应 1. 样品通以电流 I , 如果在垂直样品表面且与电流垂直的方向上加一磁场, 如图 2所示, 样品中就会产生一个与电流和磁场方向垂直的电势差, 这个电势差就是霍尔电压

$$V_H = R_H \frac{IB}{d}$$

R_H 是霍尔系数, 其产生是因为载流子因洛伦兹力偏转在边界上积累, 直到电场力和洛伦兹力平衡, 边界上电荷不再增大。

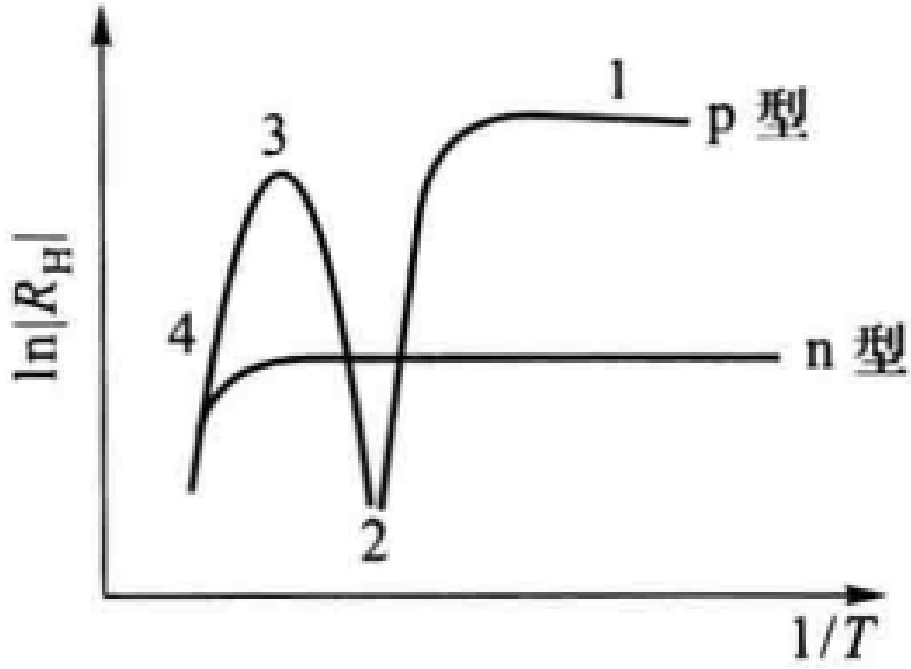


图 3. p 型半导体霍尔系数与温度变化关系

假设载流子都以恒定速度运动，简单推导得到对于 p 型半导体

$$R_H = \frac{1}{pq}$$

对于 n 型，

$$R_H = -\frac{1}{nq}$$

考虑速度分布以及不断散射对速度的影响之后，上述两式修正为

$$R_H = \frac{1}{pq} * \mu_H / \mu_p, R_H = -\frac{1}{nq} * \mu_H / \mu_n$$

μ_n, μ_p 为电子和空穴的电导迁移率， μ_H 为霍尔迁移率，可以由霍尔系数和电导率计算得到。

2. 两种载流子的霍尔系数半导体内同时存在两种载流子，漂移时都朝同一方向积累，假设载流子服从经典的统计规律，在球形等能面情况下，只考虑晶格散射及弱磁场近似 ($\mu \cdot B$ 远小于 10^4 , μ 为迁移率, 单位为 $\text{cm}^2/\text{V.s}$, B T) ,

$$R_H = \frac{3\pi(p\mu_p^2 - n\mu_n^2)}{8q(p\mu_p + n\mu_n)^2}$$

p 型半导体霍尔系数与温度的关系，如图3所示

可以分成 4 个区域

1. 杂质电离饱和，载流子浓度不变，公式退化为

$$R_H = \frac{1}{pq}$$

2. 温度逐渐升高时, 价带上的电子开始激发到导带, 由于电子迁移率大于空穴迁移率, 因此从表达式来看霍尔系数逐渐减小, 当温度升高到使 $p = nb^2$ 时, $R=0$. 如果取对数, 就出现图中“2”的这一小段.

3. 当温度再升高时, 更多的电子从价带激发到导带, $p < nb^2$, 而使 $R < 0$, 随后 R_n 将会达到一个极值. 此时, 价带的空穴数 $p = n + N_A$, R 会达到一个极值 R_{Hs} , 将表达式对 n 求导可得极值点表达式。

4. 当温度继续升高到达本征范围时, 载流子浓度远远超过受主的浓度, 霍尔系数与导带中电子浓度成反比, 因此, 随着温度的上升, 曲线基本上按指数下降. 由于此时载流子浓度几乎与受主浓度无关, 所以代表杂质含量不同的各种样品的曲线都聚合在一起.

三、范德堡法测量任意形状薄片的电阻率及霍尔系数

早期的测量电阻率和霍尔系数的装置由于接触点过小, 会增大接触电阻, 给测量带来困难, 桥式样品容易破碎. 范德堡法考虑任意形状, 厚度为 d , 中间没有空洞的薄样品

$$\rho = \frac{\pi d}{\ln 2} \frac{R_{12,34} + R_{23,41}}{2} f$$

$R_{12,34} + R_{23,41}$ 是一定条件下电压与电流之比, f 因子是前两者函数, 表达式见书上。

如果接触点在样品四周边界上且接触点足够小, 样品厚度均匀且没有空洞. 在垂直样品表面加一磁场, 电流自 1 端流向 3 端, 电流线分布与未加磁场时将会一样, 则霍尔系数 R_H 可以通过下列关系求得:

$$R_H = \frac{d}{B} \frac{\delta(V_4 - V_2)}{i_{13}}$$

$\delta(V_4 - V_2)$ 表示加入磁场后 4 端与 2 端之间电位差变化

四、负效应及消除

1. 爱廷豪斯效应: 在垂直于电流和磁场的方向产生温差电动势, 其与电流和磁场方向都有关系。

2. 能斯特效应: 电流方向的温度梯度导致空穴偏转, 在垂直电流和磁场方向产生电势差, 方向只与磁场方向有关, 与电流方向无关。

3. 设 p 型样品沿 z 方向有一温度梯度, 空穴将倾向于从热端扩散到冷端. 在 x 方向加磁场时, 与爱廷豪森效应相仿, 在 y 方向产生温差以及电势差, 与磁场方向有关, 与电流方向无关。

除了爱廷豪森效应以外, 采用范德堡法测量霍尔电压时, 可以通过磁场换向及电流换向的方法消除能斯特效应和里纪-勒杜克效应. 由于温差建立需要较长时间, 因此采用交流电可以解决爱廷豪斯效应影响。

II. 预习要求

1. 在前文已经写得很清楚了, 这里不再叙述

2. μ_H 为霍尔迁移率, 可以由霍尔系数和电导率计算得到. 测得霍尔系数后, 由公式

$$R_H = \frac{1}{pq} * \mu_H / \mu_p$$

算出霍尔迁移率

其余的参量需要在电导率随温度变化的 2 区域

$$N_A = p - n$$

$$p = \left(\frac{\sigma}{q\mu_{Lp}} + bp_s \right) / (b + 1)$$

$$n = \left(\frac{\sigma}{q\mu_{Lp}} + bp_s \right) / (b + 1)$$

禁带宽度 E_g 使用公式

$$p \cdot n = AT^3 \exp(-E_g/kT)$$

取对数，使用最小二乘法可以测出 E_g

3. $V_I = V_4 - V_3$, $V_{II} = V_1 - V_4$, $V_{III} = V_4 - V_2$, $V_{III}(0, +I)$ 和 $V_{III}(0, -I)$ 是由半导体几何分布非均匀对称决定的固有电压记 $\delta = (V_{III}(+B, +I) - V_{III}(-B, -I))/4$ 修正 $V_I = V_I - \delta$, $V_{II} = V_{II} + \delta$ 然后带入求电阻率公式即可。

至于霍尔系数则有

$$R_H = \frac{d}{B} \frac{\delta(V_4 - V_2)}{i_{13}}$$

其中 i_{13} 使用修正电压求得，带入 $\delta(V_4 - V_2) = (V_{III}(+B, +I) + V_{III}(-B, -I))/2 - (V_{III}(0, +I) - V_{III}(0, -I))/2$

III. 邮件思考题

1. 什么是迁移率，如何定义的。迁移率和散射之间有依赖关系（定性即可）。

描述散射事件频率的物理量，称作电子迁移率 μ_e ，在一定时间内，电子走过的路径不是其速率与时间的乘积，而是多次散射后走过的净长度。电压越高，散射越频繁；时间越长，散射事件越多；截面积越大，散射频率越低，故电子运动的净路径与电压和时间成反比。由此可定义出散射事件频率的物理量，称作电子迁移率 μ_e 。

电子和空穴的有效质量的大小是由半导体材料的性质所决定的。所以不同的半导体材料，电子和空穴的有效质量也不同。平均自由运动时间的长短是由载流子的散射的强弱来决定的。散射越弱， μ_e 越长，迁移率也就越高。掺杂浓度和温度对迁移率的影响，本质上是对载流子散射强弱的影响。散射主要有以下两方面的原因：

晶格散射

半导体晶体中规则排列的晶格，在其晶格点阵附近产生热振动，称为晶格振动。由于这种晶格振动引起的散射叫做晶格散射。温度越高，晶格振动越强，对载流子的晶格散射也将增强。在低掺杂半导体中，迁移率随温度升高而大幅度下降的原因就在于此。

电离杂质散射

杂质原子和晶格缺陷都可以对载流子产生一定的散射作用。但最重要的是由电离杂质产生的正负电中心对载流子有吸引或排斥作用，当载流子经过带电中心附近，就会发生散射作用。电离杂质散射的影响与掺杂浓度有关。掺杂越多，载流子和电离杂质相遇而被散射的机会也就越多。电离杂质散射的强弱也和温度有关。温度越高，载流子运动

速度越大，因而对于同样的吸引和排斥作用所受影响相对就越小，散射作用越弱。这和晶格散射情况是相反的，所以在高掺杂时，由于电离杂质散射随温度变化的趋势与晶格散射相反，因此迁移率随温度变化较小。

2. 什么是本征激发？产生的电子和空穴的数量有什么关系？

本征激发是由于半导体材料内部运动，导致有部分电子脱离共价键的束缚，形成了“自由电子”，使半导体材料内载流子浓度变化的激发过程。

本征激发中半导体材料内部运动和温度、光照等外界因素有关，温度（光照等）越高，分子运动越激烈，越有利于电子脱离共价键，因而被激发出来的“自由电子”越多，载流子浓度也越高。

一般来说，半导体中的价电子不完全像绝缘体中价电子所受束缚那样强，如果能从外界获得一定的能量（如光照、温升、电磁场激发等），一些价电子就可能挣脱共价键的束缚而成为近似自由的电子（同时产生出一个空穴）。

3. 体系中有两种载流子时，迁移率如何影响总的霍尔系数？（不要用讲义上的公式 9-1-14 来回答，定性阐明物理图像

首先温度较低时杂质电离饱和，杂质引入的载流子及迁移率决定霍尔系数，随温度升高由于本征激发产生空穴与电子，因为电子迁移率大，所以对 p 型来说霍尔系数逐渐减小至负数，n 型半导体保持负值。温度继续升高，载流子浓度逐渐超过受主浓度，霍尔系数先达到极值，载流子浓度过大时因为霍尔系数与导带中电子浓度成反比，因此温度继续上升，霍尔系数绝对值下降，此时受主元素影响微乎其微，所以代表杂质含量不同的各种曲线都聚合在一起。

IV. 致谢

谢谢实验老师的资料与辅导