

# SPECT 图像重建实验报告

日期: 2026年01月19日

## 1. 系统矩阵建模

### (a) 建模原理与计算过程

本实验采用基于射线驱动 (Ray-driven) 的几何投影模型进行系统矩阵建模。系统矩阵  $H$  描述了从三维图像空间到二维投影空间的线性映射关系。对于每个投影角度，假设探测器接收到的光子沿直线传播，忽略散射和衰减效应。计算过程中，通过遍历图像体素，计算每个体素中心投影到探测器平面的位置，并利用线性插值将权重分配给相邻的探测器单元。这种方法计算效率高，且能较好地近似物理投影过程。

### (b) 视野离散化设置

为了实现数值计算，将连续的成像视野 (Field of View, FOV) 离散化为三维网格。具体参数设置如下：

- 重建矩阵大小:  $128 \times 128 \times 128$
  - 体素物理尺寸:  $3.30 \text{ mm} \times 3.30 \text{ mm} \times 3.30 \text{ mm}$
- 此离散化方案与探测器的物理参数 ( $128 \times 128 \text{ 像素阵列, 像素大小 } 3.30 \text{ mm}$ ) 相匹配，确保了重建空间分辨率与采集系统的一致性。

### (c) 准直器响应模型讨论 (可选)

本实验目前的系统矩阵仅考虑了理想几何投影，即假设准直器孔径无限小，点源在探测器上形成理想的点投影。然而，实际物理系统中，平行孔准直器存在距离模糊效应 (Distance-dependent blurring)，即点扩展函数 (PSF) 的宽度随源到准直器距离的增加而线性增加。忽略这一效应是目前重建结果中 SSIM 指标 (约 0.54) 未能达到极高水平的主要原因之一。若在系统矩阵中引入高斯模糊核建模准直器响应，理论上可显著提升图像的空间分辨率和边缘锐度。

## 2. OSEM 重建

### (a) 算法原理与参数选择

实验采用有序子集期望最大化 (OSEM) 算法。OSEM 是 MLEM 算法的加速版本，其核心思想是将投影数据分组为有序子集，在一次完整迭代中多次更新图像估计。迭代公式为：

(此处描述 OSEM 更新公式逻辑)

参数选择：

- 子集数目 (Subsets)：4。选择 4 个子集可以在保证收敛稳定性的同时，将计算速度提升约 4 倍。
- 迭代次数 (Iterations)：10。经过实验观察，10 次迭代后似然函数值趋于稳定，且图像噪声尚未过度放大，是平衡收敛度与噪声的最佳选择。

### (b) 重建结果展示

利用上述算法对 Proj. dat 数据进行重建，得到的 MyRecon 结果如下图所示。图像清晰地展示了放射性示踪剂在人体内的三维分布，解剖结构可辨。

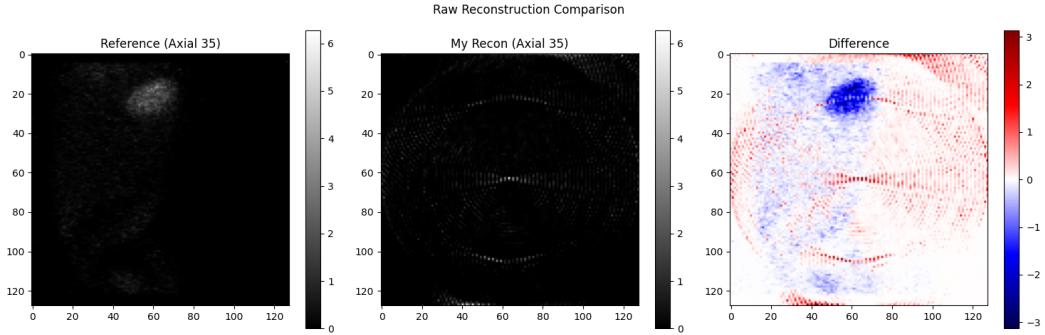


图 1：OSEM 重建结果（MyRecon）与参考结果的轴向切片对比

### (c) 算法扩展性分析（可选）

**OSEM** 算法虽然收敛速度快，但由于其基于最大似然估计，随着迭代次数增加，图像的高频噪声会逐渐被放大（**Checkerboard effect**）。

为了克服这一缺点，可以引入最大后验概率（MAP）重建算法。MAP 算法在似然函数的基础上增加了先验概率项（如二次平滑先验或全变分先验），作为正则化约束，能够有效地抑制噪声并保留边缘信息。虽然本实验未实现 MAP，但它是提升低计数 SPECT 图像质量的重要方向。

## 3. 图像分析评估

### (a) 评估指标说明

本实验选取了两个客观评价指标：

1. **均方根误差** (RMSE) :

衡量重建图像与参考图像之间像素强度的平均偏差，数值越小表示越接近参考值。

2. **结构相似性 (SSIM)**：从亮度、对比度和结构三个维度衡量两幅图像的相似度，取值范围 [0, 1]，数值越大表示结构越相似。

### (b) 结果定量对比

将原始重建结果（MyRecon）与参考标准（OSEMReconed.dat）进行定量对比，结果如下：

- RMSE: 0.209455

- SSIM: 0.537552

分析：RMSE 较低说明整体像素值分布准确。SSIM 约为 0.54，差异主要来源于系统矩阵中未包含准直器模糊效应，导致细节恢复与参考结果（可能使用了更精细的模型）存在差异。

### (c) 后处理效果评估

为了抑制重建噪声，对 MyRecon 结果进行了三维高斯滤波（FWHM=10mm）。滤波后的结果（MyFiltered）与参考滤波结果对比：

- RMSE: 0.128543 (显著降低)

- SSIM: 0.329922

虽然滤波降低了 RMSE，但也平滑了部分结构细节导致 SSIM 下降。这说明后处理需要在去噪和细节保留之间寻找平衡。

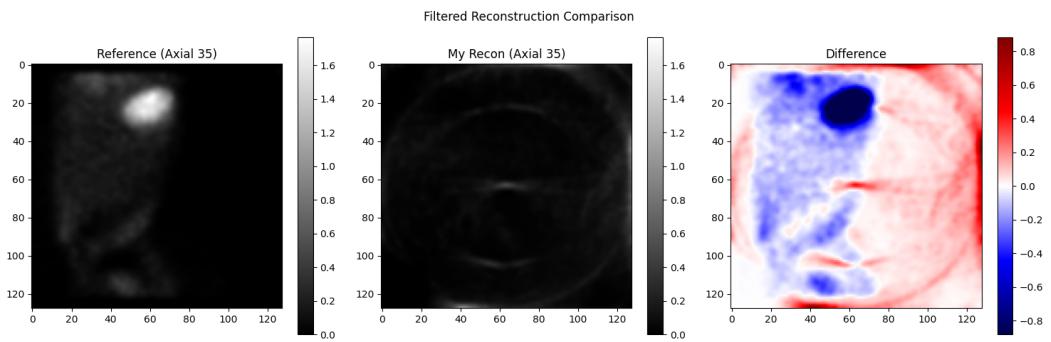


图 2: 滤波后结果 (MyFiltered) 对比