

学号

姓名

专业

院/系

答  
题  
勿  
超  
订  
装  
订  
线  
线  
线  
线

安徽大学2017-2018学年第一学期  
《数学分析（上）》考试试卷（A卷）  
(闭卷 时间120分钟)

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	总分
得分				
阅卷人				

一、填空题 (每小题3分, 共9分)

得分	
----	--

- 已知集合  $A = \{x|x > 0 \text{ 且 } \cos \frac{\pi}{x} = 1\}$ , 则  $\sup A = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\inf A = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 函数  $y = 4x^3 + 3(1-x)^2$  在闭区间  $[0, 1]$  上的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 设函数  $f(x)$  满足  $f(0) = 0$  且  $f'(0)$  存在, 则  $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(x) \ln x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二、计算题 (本大题有十小题, 共64分)

得分	
----	--

- (6分)求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$ ;

2. (6分) 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3n+2};$

3. (6分) 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} \right);$

4. (6分) 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2^{1+\frac{1}{2}} + 3^{1+\frac{1}{3}} + \cdots + n^{1+\frac{1}{n}}}{n^2};$

5. (6分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 2^{-x} - 2}{x^2};$

6. (6分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\sin 3x \cdot \tan 5x};$

7. (6分) 求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x});$

答  
题  
装  
订  
勿  
超  
订  
线  
装  
订  
线

8. (6分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$ ;

9. (8分) 求由方程 $e^{xy} + x^2y - 1 = 0$ 确定的隐函数 $y = y(x)$ 的二阶导数;

10. (8分) 设  $y = x^3 \cos x$ , 求  $d^{80}y$ .

三、证明题(本大题有3小题, 共27分)

得分	
----	--

1. (10分) (1) 证明:  $x > 0$  时, 不等式  $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$ ;  
(2) 证明数列  $\{x_n\} = \left\{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\right\}$  收敛.

2. (9分) 设函数  $f(x)$  在  $[a, +\infty)$  上连续, 在  $(a, +\infty)$  内可导. 证明:

- (1) 若  $f'(x)$  在  $(a, +\infty)$  上有界, 则  $f(x)$  在  $[a, +\infty)$  上一致连续;
- (2) 若  $\lim_{x \rightarrow \infty} |f'(x)| = +\infty$ , 则  $f(x)$  在  $[a, +\infty)$  不一致连续.

3. (8分) 设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上二阶可导, 且  $f(0) = f(1) = 0$ ,  $\min_{0 \leq x \leq 1} f(x) = -\frac{1}{2}$ . 证明存在  $\xi \in (0, 1)$  使得  $f''(\xi) \geq 4$ .

答 题 线  
勿 超 装 订 线  
.....  
装 订 线  
.....