院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2021—2022 学年第一学期

《数学分析（上)》期中考试试卷

一、（10 分）由数列极限定义证明：

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+1}{2n^3+3n}=\dfrac{3}{2}$；

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2n+1}=1$

二、计算下列数列极限（每小题 7 分，共 63 分）

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+\sin n-1}{5n^2+n+3}$；

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^n}{n!}$；

（3）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{5^n}$；

（4）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[4]{n}}{\sqrt[n]{n!}}$；

（5）$\lim\limits_{n\to\infty}(\dfrac{1}{\sqrt{2n^2+1}}+\dfrac{1}{\sqrt{2n^2+2}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{2n^2+n}})$

（6）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^3+3^3+\cdots+(2n-1)^3}{n^4+1}$；

（7）$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})\sin(2n+1)$；

（8）$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^3}(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n}+\sqrt{n-2})$

（9）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\ln(n+1)}-\frac{1}{\ln(n+2)}+\frac{1}{\ln(n+3)}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1}{\ln(n+n)}\right)$

三、设 $x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$x_{n+1}=\frac{2}{3-x_n}\ (n=1,2,\cdots)$，证明：数列 $\{x_n\}$ 收敛，并其极限。（15 分）

四、设 $a_n>0(n=1,2,\cdots)$，$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+2}}{a_n}=b<1$，证明：$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$。（6 分）

五、（6 分）下面两题任选一题：

（1）设数列$\{x_n\}$有界，$x_n \neq 0(n=1,2,\cdots)$，数列$\left\{\dfrac{1}{x_n}\right\}$无界但不是无穷大量，证明：数列$\{x_n\}$存在两个收敛子列$\{x_{n_k}\}$、$\{x_{m_k}\}$：$\lim\limits_{k\to\infty} x_{n_k}=0$，$\lim\limits_{k\to\infty} x_{m_k}=a$，$a\neq 0$。

（2）设有界数列$\{x_n\}$满足：$2x_n \leq x_{n-1}+x_{n+1}(n=2,3,\cdots)$，证明$\{x_n\}$收敛。