

院/系 _____ 年级 _____ 专业 _____ 姓名 _____ 学号 _____

订 装 线
超 勿 题 答
订 装 线

安徽大学2017-2018学年第二学期
《数学分析（中）》考试试卷（A卷）
（闭卷 时间120分钟）

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、计算题 (48分)

得分

1. 求下列不定积分（每小题6分）

(1) $\int x^3 \cos(x^4 + 1) dx;$

(2) $\int x^2 \sqrt{x+1} dx;$

(3) $\int x^2 \arctan x dx;$

$$(4) \int \frac{2x + \sin x}{1 + \cos x} dx.$$

2. 求下列定积分 (每小题6分)

$$(1) \int_0^1 (1 + 3^x)^2 dx;$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (\cos x)^{2018} dx;$$

$$(3) \int_0^1 x^3 \ln x dx$$

$$(4) \int_0^3 x^3 [x] dx$$

二、讨论题 (25分)

得分	
----	--

1. 判断下列级数的敛散性 (每小题5分)

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n};$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)^n}{n!};$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{n^2}}{n!}.$

2. 判别下列反常积分的敛散性（包括绝对收敛与条件收敛）（每小题5分）

(1) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^3} dx;$

(2) $\int_1^{+\infty} \frac{\sin^2 x \cos x}{x^p} dx, \quad p > 0 .$

三、求解题(15分)

得分	
----	--

1. (7分) 求曲线

$$\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$

的弧长, 其中 $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

2. (8分) 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n+1}$ 的收敛半径、收敛域及和函数.

四、证明题(12分)

得分	
----	--

1. (6分) 证明函数列 $\{e^{-2nx}\}$ 在 $(0, 1)$ 上不一致收敛.

2. (6分) 设 $x_n > 0, n = 1, 2, \dots, \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{x_n}{x_{n+1}} - 1 \right) n \ln n \right] = l > 0$. 证明:

(1) 当 n 充分大时, 数列 $\{x_n\}$ 单调减少;

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} x_n$ 收敛.