

安徽大学 2020—2021 学年第 1 学期

《解析几何》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

院/系_____ 年级_____ 专业_____ 姓名_____ 学号_____

考场座位序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

1、若 $\vec{a} \times \vec{b} \cdot \vec{c} = 1$, 则 $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}) \cdot (\vec{c} + \vec{a}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、在平面仿射坐标系 $[O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]$ 中, 已知 $|\overrightarrow{OA}| = 2$, $|\overrightarrow{OB}| = 1$ 且 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$, $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}$, 则点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$, $|\overrightarrow{OP}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、在右手直角坐标系中, 则过坐标原点且与直线 $\begin{cases} x - y + z - 6 = 0 \\ 3x + y - 2z + 4 = 0 \end{cases}$ 平行的直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
 $\underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$ 。

4、曲线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + 2y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 - 2x + 2y^2 = 0 \end{cases}$ 在 xOy 平面上的正投影方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、在右手直角坐标系中, 准线 $C: \begin{cases} xy = 1 \\ z = 0 \end{cases}$, 母线方向为 $(1, 1, 1)'$ 柱面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、判断题 (判断对错并简要说明理由) (每小题 4 分, 共 20 分)

得分

6、若 $\vec{c} \neq \vec{0}$, 并且 $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{c}$, 则 $\vec{a} = \vec{b}$ 。

7、若 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, |\vec{c}|=3, \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ ，则 $\vec{a}\times\vec{b}+\vec{b}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{a}=\vec{0}$ 。

8、在仿射坐标系中，直线 $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$ 与平面 $x-y+z=1$ 一定平行。

9、在右手直角坐标系中，当 k 取不同值时，方程 $\frac{x^2}{9-k}+\frac{y^2}{4-k}+\frac{z^2}{1-k}=1$ 只可能表示椭圆或单叶双曲面。

10、在右手直角坐标系中，方程 $(x^2+y^2)z=2$ 表示的图形是一个旋转面。

三、计算题（每小题 10 分，共 50 分）

得分

11、平面上取两个右手直角坐标系：I $[O; \vec{e}_1, \vec{e}_2]$, II $[O'; \vec{e}'_1, \vec{e}'_2]$ 。坐标系 I 的坐标轴为 x 轴， y 轴，坐标系 II 的坐标轴为 x' 轴， y' 轴。若 x' 轴， y' 轴在坐标系 I 中的方程为 $5x-12y+7=0$ ，

$$12x + 5y - 17 = 0.$$

- (1) 写出点的坐标变换公式。
- (2) 求坐标系 II 中直线 $x' + 2y' = 1$ 在坐标系 I 中的方程。

12、在右手直角坐标系中，求与直线 $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$ 以及直线 $\begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$ 都平行且过点 $(1, -1, -1)'$ 的平面方程。

13、求平行移动抛物线 $\begin{cases} x^2 - 4y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 使得它的顶点沿 $\begin{cases} z^2 - 2y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 移动时得到的二次曲面 S 的方程，并说明是什么曲面。

14、求过单叶双曲面 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1$ 上的点 $(2,3,1)'$ 的直母线方程。

15、求顶点为 $(1,2,4)'$ ，轴与平面 $x + y + \frac{1}{2}z = 0$ 垂直，且过点 $(3,2,1)'$ 的圆锥面的方程。

四、综合题（每小题 10 分，共 10 分）

得分

16、在空间直角坐标系中，直线 $l_1: \begin{cases} x-2y-3=0 \\ z=1 \end{cases}$ 和直线 $l_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{1}$

- (1) 判断直线 l_1, l_2 位置关系；
- (2) 求直线 l_1, l_2 的距离；
- (3) 求直线 l_1, l_2 的公垂线方程。

五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

17、用向量方法证明：锐角三角形 ABC 各边的垂直平分线交于一点。

得分

18、在空间直角坐标系中，设椭球面 $S: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (a > 0, b > 0, c > 0)$ ，以及 S 外部一点

$A(x_0, y_0, z_0)'$ ，过 A 作与 S 相切的所有直线，证明这些切点在同一平面上。