

安徽大学 2023—2024 学年第一学期

《数学分析（上）》数学 1 班期中考试试卷
(闭卷 时间 95 分钟)

题号	一	二	三	总分
得分				
阅卷人				

学号 _____
姓名 _____
专业 _____
年级 _____
院/系 _____

得分

一、计算题（共 56 分）

1. 求下列极限。（每小题 6 分，共 24 分）

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}.$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \ln n - \ln n!}{n}.$$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right].$ (本题 10 分)

3. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{2+e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}} + \frac{\sin x}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 问当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 的极限是否存在. (本题 10 分)

4. 确定 a 和 α , 使下列无穷小量或无穷大量等价于 ax^α . (本题 12 分)

(1) $u(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ ($x \rightarrow +\infty$).

(2) $u(x) = \frac{x^5 + 2x^2}{3x^4 - x^3}$ ($x \rightarrow 0, x \rightarrow +\infty$).

二、证明题（共 32 分）

得分	
----	--

5. 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$ ($a > 1$). (本题 10 分)

6. 用极限定义证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n}}{n} = 1$. (本题 10 分)

7. 设 $x_1 > 0$, $x_{n+1} = 1 + \frac{x_n}{x_n + 2}$ ($n = 1, 2, \dots$), 证明数列 $\{x_n\}$ 收敛, 并求其极限. (本题 12 分)

三、应用题 (共 12 分)

得分

8. 指出下列函数的不连续点, 并确定其不连续的类型.(每小题 6 分, 共 12 分)

$$(1) \quad y = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 3x + 2}.$$

$$(2) \quad y = x \ln^n |x|.$$