

学号
姓名
专业
年级
院/系

安徽大学 2023—2024 学年第一学期

《数学分析（上）》考试试卷（B 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、（4 分）用数列极限定义证明：

得 分

若数列 $\{a_n\}$ 满足 $|a_n - na| \leq 1 (n = 1, 2, \dots)$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = a$ 。

二、计算题（共 48 分）

得 分

1、求下列数列极限（每小题 6 分）

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + \sqrt{n} - 2}{3n^2 + 2n + 1}$ ；

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}} \right)$ ；

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1!+2!+\cdots+n!}{n!};$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sin^4 n + \cos^4 n}.$$

2、计算下列函数极限：（每小题 6 分）

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - \sin x + 1}{x^3 - x^2 + 2};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x - \frac{x^2}{4} \right)^{\frac{1}{x^2}};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x(1+x)}{\sin^3 x}。$$

三、求解题（每小题 9 分，共 27 分）

得 分	
-----	--

1. 设 $x = t - \sin t, y = t \cos t$ ，求由此参数方程确定的函数的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

2. 求函数 $y = (x+1)e^{\frac{2}{x}} (x < 0)$ 的最大值和其图像的拐点。

3. 试确定 a, b 的值，使得 $axe^x - \ln(bx^2 + x + 1) = o(x^2) (x \rightarrow 0)$ 。

四、分析与证明题（每小题 7 分，共 21 分）：

得分	
----	--

1. 证明 $\cos(x^2)$ 在 $[0, +\infty)$ 上不一致连续。

2. 设 $0 < x_1 < 1$, $x_{n+1} = x_n(1 - x_n^2)(n = 1, 2, \dots)$, 证明数列 $\{x_n\}$ 收敛, 并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 及 $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n^2$ 。

线
订
装
订
装
答
题
勿
超
线

3. 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 上可导， $f(x) \neq 0 (\forall x \in (a, b))$ ，且 $f(a) = g(b) = 0$ ，证明：存在 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $2f'(\xi)g(\xi) = -f(\xi)g'(\xi)$ 。

。