学号____________ 姓名____________ 专业____________ 年级____________ 院/系____________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

安徽大学2016-2017学年第二学期

《数学分析（中）》考试试卷（B卷）

（闭卷　时间120分钟）

考场登记表序号____________

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

得分	

一、**填空题** (每小题3分，共12分)

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^n x\mathrm{d}x=$________.

2. 已知$x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n\cdot\sin\dfrac{n}{3}\pi$, 则$\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\,x_n=$________, $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}}\,x_n=$________.

3. 已知曲线 $r=2\sin^3\dfrac{\theta}{3}$,$0\le\theta\le 4\pi$ 则此曲线弧长为________.

4. 已知幂级数 $\sum\limits_{n\ge 1}(-1)^n\dfrac{x^{3n}}{n^2\cdot 3^n}$,则其收敛半径为________, 收敛域为________.

得分	

二、**计算题** (本大题有6小题，每小题5分，共30分)

1.$\displaystyle\int\frac{x^3+3}{x^3-2x^2+3x-2}\mathrm{d}x$

2. $\int \sin(\ln x)\mathrm{d}x$

3. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-a^2}}\mathrm{d}x$

4. $\int \frac{\sqrt{1-a^2x^2}}{x^4}\mathrm{d}x$

5. $\int_{0}^{+\infty} \mathrm{e}^{-3x} \cos 3x \mathrm{d}x$

6.求曲线 $r = 3\cos\theta, \quad r = \sqrt{3} + \cos\theta, \quad (-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3})$ 所围图形面积.

三、**分析与求解题**(本大题共38分)

得分	

1. 分析下列级数的敛散性（包括条件收敛与绝对收敛）

1)　(7分)　$\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\sin\frac{\pi}{n}\right)$

2)　(8分)　$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln^k n}{n}$, ($k$是一个正整数)

3)　(8分)　$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\cdot\frac{a}{a+b^n}$,　　$(a\ ,b>0)$

2. 分析下列广义积分的敛散性

1. (7分) $\int_7^{+\infty} \frac{x^p}{1-x^q}$, $(p\ ,q \in \mathbb{R}^+)$

2. (8分) $\int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{x^r} \mathrm{d}x$, $(r \in \mathbb{R}^+)$

答题勿超装订线

装 订 线

四、证明题(本大题共20分)

得分	

1. (7分) 设$S_n(x) = x^n - x^{2n}$. 证明: $\{S_n(x)\}$在$[0,1]$上逐点收敛于$S(x) \equiv 0$, 但非一致收敛.

2. (5分) 设函数列$\{u_n(x)\}$中的每一个函数$u_n(x)$在$[a,b]$上可导, 且$u_n'(x)\le 0$. 若$\sum_{n=1}^{\infty}u_n(a)$和$\sum_{n=1}^{\infty}u_n(b)$均收敛, 证明: 函数项级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n(x)$在$[a,b]$上一致收敛.

3. （8分）证明:设$r\in\mathbb{R}$. 已知非负函数$f(x)$在$[a,b]$上连续. 若$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\le 1$, 则

$$\left(\int_a^b f(x)\cos rx\right)^2+\left(\int_a^b f(x)\sin rx\right)^2\le 1.$$