

学号 _____ 姓名 _____ 专业 _____ 年级 _____ 院/系 _____

订线
装
超
勿
题
答

安徽大学2019-2020学年第二学期
《数学分析（中）》考试试卷（B卷）
（闭卷 时间120分钟）

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、计算题（共44分）

得分

1. 求下列数列上极限和下极限（每小题4分，共8分）

(1) $x_n = \sqrt[n]{n+1} + (-1)^n, n = 1, 2, \dots;$

(2) $x_n = \frac{2n}{3n-4} + \sin \frac{n\pi}{2}, n = 2, 3, \dots.$

2. 计算下列积分（每小题6分，共36分）

(1) $\int \sin(1 + \cos x) \sin x dx;$

(2) $\int x^3 \ln x dx;$

(3) $\int x(x-2)^{2020} dx;$

(4) $\int_{-1}^1 x(\sin x + \ln \sqrt{x^2 + 1 + \sin^4 x}) dx;$

(5) $\int_0^1 x(1-x^2)^8 dx;$

(6) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx.$

二、求解题 (每小题8分, 共16分)

得分	
----	--

1. 求曲线 $y = \cos x, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 绕 x 轴旋转一周所成旋转体的体积;

2. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$ 的收敛半径、收敛域及和函数.

三、分析判断题 (共28分)

得分	
----	--

1. 判断下列反常积分的敛散性 (每小题4分, 共8分)

(1) $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{1+x^3} dx;$

(2) $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}+1} dx.$

2. 判断下列级数的敛散性 (每小题5分, 共20分)

(1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{n^3-2n};$

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n};$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[2 + (-1)^n]^n}{2^{2n+1}};$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\sqrt{n^2 + 1}\pi).$$

四、证明题 (每题6分, 共12分)

得分	
----	--

1. 证明 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2 + 1}$ 在 $(0, 2\pi)$ 上连续.

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上二阶可导, 且 $f''(x) \geq 0$, $x \in [0, 1]$, 证明 $\int_0^1 f(x^3)dx \geq f(\frac{1}{4})$.