

安徽大学 2023—2024 学年第一学期  
《数学分析（上）》考试试卷（B 卷）  
(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 \_\_\_\_\_

学号	
姓名	
专业	
年级	
院/系	

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、(4 分) 用数列极限定义证明:

得分	
----	--

若数列  $\{a_n\}$  满足  $|a_n - na| \leq 1 (n = 1, 2, \dots)$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = a$ 。

二、计算题 (共 48 分)

得分	
----	--

1、求下列数列极限 (每小题 6 分)

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + \sqrt{n} - 2}{3n^2 + 2n + 1};$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{(n+1)^2}} \right);$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1! + 2! + \cdots + n!}{n!};$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\sin^4 n + \cos^4 n}.$$

2、计算下列函数极限：(每小题 6 分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - \sin x + 1}{x^3 - x^2 + 2};$$

答 题 勿 超 装 订 线

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{x^2};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - \frac{x^2}{4})^{\frac{1}{x^2}};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - x(1+x)}{\sin^3 x}.$$

三、求解题（每小题 9 分，共 27 分）

得分

1. 设  $x = t - \sin t, y = t \cos t$ ，求由此参数方程确定的函数的二阶导数  $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

2. 求函数  $y = (x+1)e^{\frac{2}{x}} (x < 0)$  的最大值和其图像的拐点。

3. 试确定  $a, b$  的值，使得  $axe^x - \ln(bx^2 + x + 1) = o(x^2) (x \rightarrow 0)$ 。

得分

四、分析与证明题（每小题 7 分，共 21 分）：

1. 证明  $\cos(x^2)$  在  $[0, +\infty)$  上不一致连续。

2. 设  $0 < x_1 < 1$ ,  $x_{n+1} = x_n(1 - x_n^2)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), 证明数列  $\{x_n\}$  收敛，并求  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  及  $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n^2$ 。

答 题 物 趣 表  
线 订 线  
表 订

3. 设  $f(x)$  和  $g(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 在  $(a, b)$  上可导,  $f(x) \neq 0 (\forall x \in (a, b))$ , 且  $f(a) = g(b) = 0$ , 证明: 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $2f'(\xi)g(\xi) = -f(\xi)g'(\xi)$ 。

◦