

安徽大学 2018—2019 学年第二学期

《数学分析（中）》考试试卷（B 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
阅卷人					

一、计算题（共 39 分）

得 分

1. 计算下列不定积分（每小题 5 分）：

$$(1) \int \frac{1}{x(\ln x)^2} dx;$$

$$(2) \int (x+1)e^{2x} dx;$$

$$(3) \int \sqrt{\frac{e^x - 1}{e^x + 1}} dx;$$

学号

姓名

专业  
订  
装  
超  
勿  
题  
答

年级

院/系

线  
订  
装  
超  
勿  
题  
答  
表  
订

2. 计算下列定积分或反常积分 (每小题 6 分):

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \sin x}$$

$$(2) \int_{-2}^2 \max(1, x^2, x^3) dx$$

$$(3) \int_{-1}^1 \frac{x \sin^2 x}{(x^4 + 2x^2 + 1)} dx$$

$$(4) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x(1+x^2)} dx$$

二、分析判断题（共 28 分）

得分

1. 判断下列反常积分的敛散性（包括条件收敛与绝对收敛）（每小题 4 分）：

$$(1) \int_0^{+\infty} \frac{1}{x |\sin x| + 1} dx;$$

$$(2) \int_1^{+\infty} \sin(x^2) dx;$$

2. 判断下列级数的敛散性（每小题 5 分）：

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n};$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{5^n};$$

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(n+1)}{n};$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n! \left(\frac{3}{n}\right)^n;$$

三、求解题（共 20 分）

得分

1. 求由曲线  $y^2 = 4(x+1)$  与  $y^2 = 4(1-x)$  所围成的图形的面积, 以及此图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积。(8 分)

2. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$  的收敛半径、收敛域及和函数。(12 分)

四、证明题(共 13 分)

得分

1. 证明函数列  $\{S_n(x)\} = \{\sqrt{n}xe^{-nx}\}$  在  $[0,1]$  上一致收敛。(6 分)

2. (7 分) (1) 设  $u_n(x)(n=1,2,\dots)$  在  $[a,+\infty)$  上连续,  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(a)$  发散, 证明: 函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  在  $(a,+\infty)$  上不一致收敛;

(2) 证明: 函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-nx}$  在  $(0,+\infty)$  上内闭一致收敛, 但不是一致收敛。