学号__________ 姓名__________ 专业__________ 年级__________ 院/系__________

答题勿超装订线　装订线

安徽大学2017-2018学年第一学期

《数学分析（上）》考试试卷（B卷）

（闭卷　时间120分钟）

考场登记表序号__________

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题3分，共9分)

得分	

1. 已知集合$T=\{x|x>0且\sin\frac{\pi}{x}=0\}$，则$\sup T=$__________，$\inf T=$__________.

2. 函数$y=-x^3+3x^2$的拐点为__________.

3. 设函数$f(x)$在$[0.+\infty)$上可导，并且$\lim\limits_{x\to+\infty}f'(x)=0$.则$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=$__________.

二、计算下列数列的极限 (每小题6分，计24分)

得分	

1. 求极限$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n+1}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$;

2. 求极限$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{2+\sin n!}$;

3. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^4+2^4+\cdots+n^4}{n^5}$;

4. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{n}+\dfrac{1}{n^2}\right)^n$;

三、计算下列函数的极限 (每小题6分，计24分)

得分	

1. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x^2}{e^{\tan x^2}-1}$;

2. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$;

3. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x-\dfrac{x^2}{2}\right)^{\frac{1}{x^2}}$;

4. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}}-\cos x}{2x^4}$;

四、计算函数的导数与微分 (每小题10分，2小题计20分)

得分	

1. 求由方程$\tan y - yx + x^2 = 0$所确定的隐函数$y = y(x)$的二阶导数$\dfrac{d^2y}{dx^2}$；

2. 设$y = x^2 \sin x$, 求函数y 的40阶微分.

五、证明题(本大题有3小题, 共23分)

得分	

1. (7分) 证明：函数$y=2+\ln(x-1)$在区间$[\frac{3}{2},+\infty)$上一致连续;

2. (7分) 设函数$f(x)$在闭区间$[0,1]$上一阶导函数连续，在开区间$(0,1)$二阶可导，且满足$|f''(x)|\leq 1$. 已知函数$f(x)$ 在$(0,1)$内的取到最大值$\frac{1}{4}$. 证明：

$$|f(0)|+|f(1)|\leq 1$$

3. (9分) 设函数$f(x)$在闭区间$[0,1]$上连续，在开区间$(0,1)$内可导，$f(0) = 0$, $f(1) = 1$. 证明：对任意正数a, b

(1) 存在$x_0 \in (0,1)$使得$f(x_0) = \dfrac{a}{a+b}$;

(2) 存在ξ, $\eta \in (0,1)$, $\xi \neq \eta$, 使得$\dfrac{a}{f'(\xi)} + \dfrac{b}{f'(\eta)} = a+b$.