

**安徽大学 2024—2025 学年第一学期**  
**《数学分析（下）》 考试试卷（A 卷）**  
**（闭卷 满分 100 分 时间 120 分钟）**

题号	一	二	三	总分
得分				
阅卷人				

**一、 填空题（每题 4 分，共 20 分）**

1. 设  $u = xyz$ , 则  $du|_{(1,2,3)} = \underline{\hspace{10mm}}$ .
2. 平面  $x - y + z = 2$  与曲面  $z = x^2 + y^2$  的交线在点  $(1,1,2)$  处切线的参数方程为  $\underline{\hspace{10mm}}$ .
3.  $f(x,y) = \frac{1}{1-x-y+xy}$  在点  $(0,0)$  处的 3 阶 Taylor 多项式为  $\underline{\hspace{10mm}}$ .
4. 设  $f(u,v)$  一阶连续可偏导,  $f(tx,ty) = t^3 f(x,y)$  且  $\frac{\partial f}{\partial u}|_{(1,2)} = 1, \frac{\partial f}{\partial v}|_{(1,2)} = 4$ , 则  $f(1,2) = \underline{\hspace{2mm}}$ .
5. 设  $F(\alpha) = \int_{\alpha}^{1+\alpha} e^{\alpha x^2} dx$ , 则  $F'(\alpha) = \underline{\hspace{10mm}}$ .

**二、 计算题（共 60 分）**

6. (8 分) 设  $u(x,y,z)$  是由方程  $e^{z+u} - xy - yz - zu = 0$  确定的隐函数, 求  $u(x,y,z)$  在  $P(1,1,0)$  处的方向导数的最大值.
7. (8 分) 求  $u = x - 2y + 2z$  在约束  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  下的最值.
8. (8 分) 计算二重积分  $\iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} dx dy$ , 其中  $D$  是由  $x = 0, y = 0, x + y = 1$  围成的区域.
9. (8 分) 计算三重积分  $\iiint_V |ax + by + cz| dx dy dz$ , 其中  $V$  为单位球体  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1; a, b, c$  为常数, 满足  $a^2 + b^2 + c^2 = 4$ .
10. (8 分) 求  $\iint_{\Sigma} |y| \sqrt{z} dS$ , 其中  $\Sigma$  为曲面  $z = x^2 + y^2 (z \leq 1)$ .

11. (10 分) 求平面向量场  $(xy^2 + y^2 e^x + x^2 + y, x^2 y + 2ye^x - x + y^2)$  沿曲线  $L: r(t) = (\cos t, 2 \sin t) (0 \leq t \leq \pi)$  的第二型曲线积分, 曲线正向为沿  $t$  增加的方向.
12. (10 分) 求第二型曲面积分

$\iint_{S^+} (f(x,y,z) + 2x) dy dz + (2f(x,y,z) + y) dz dx + (f(x,y,z) + 2z) dx dy$ , 其中  $f(x,y,z)$  为连续函数,  $S^+$  是平面  $x - y + z = 1$  在第四卦限部分 ( $x > 0, y < 0, z > 0$  区域) 的上侧.

**三、 分析证明题（共 20 分）**

13. (6 分) 设  $\mathbf{F} \left( x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x} \right) = \mathbf{0}$  且  $\mathbf{F}$  可微, 证明:  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy$ .
14. (8 分) 设  $f(x,y) = |x - y| \varphi(x,y)$ , 其中  $\varphi(x,y)$  在点  $(0,0)$  处的某邻域内连续, 证明: 函数  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  处可微的充要条件是  $\varphi(0,0) = 0$ .
15. (6 分) 证明:  $g(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^3)}{x^\alpha} dx$  在  $(1,4)$  上连续.