

安徽大学 2024—2025 学年第 1 学期

《解析几何》期末考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

院/系_____ 年级_____ 专业_____ 姓名_____ 学号_____

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					

试卷涉及的坐标系均为右手直角坐标系。

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

(1) 点 $A(3,0,0)$, $B(0,3,0)$ $C(0,0,3)$ 确定的三角形的重心坐标是_____。

(2) 点 $A(1,2,3)$ 关于平面 $x+y+z=0$ 的对称点坐标是_____。

(3) 两平面 $x-5y+z+1=0$, $2x-10y+2z+9=0$ 的距离是_____。

(4) 平面 $x+y+z+4=0$ 与 y 轴所成的角是_____。

(5) 两平面 $2x+y-z+1=0$, $x-y+z+900=0$ 的夹角是_____。

二、判断题 (每小题 3 分, 共 15 分)

(6) $\left| \begin{matrix} \vec{r} \\ \vec{a} \times \vec{b} \end{matrix} \right|^2 = \left(\begin{matrix} \vec{r} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} \end{matrix} \right)^2 + |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$ 。

(7) 半径是 2 的球面的外切柱面是圆柱面。

(8) 单叶双曲面同族的任意三条直母线不平行于同一平面。

(9) 过圆

$$\Gamma: \begin{cases} F(x,y,z) \equiv x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0, & a^2 + b^2 + c^2 > 0 \\ G(x,y,z) \equiv Ax + By + Cz + D = 0, & A^2 + B^2 + C^2 \neq 0 \end{cases}$$

的球面族方程可以写成 $F(x,y,z) + \lambda G(x,y,z) = 0$, $\lambda \in R$ 是参数。

(10) 参数方程 $\begin{cases} x = \cos \varphi, \\ y = \sin \varphi, & 0 \leq \varphi < 2\pi \\ z = 0 \end{cases}$ 表示圆柱面。

三、解答题（每小题 10 分，共 60 分）

(11) 求以点 $O(4, 5, -2)$ 为球心，与球面 $\pi_1: x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 12y + 36 = 0$ 相切的球面方程。

(12) 求准线为 $C: \begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ z = 1, \end{cases}$ 顶点为 $O(1, 0, -2)$ 的锥面方程。

(13) 求曲线 $C: \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1, \\ x + 4z - 4 = 0 \end{cases}$ 在平面 $z = 0$ 上的投影曲线及投影曲线围成图形的形状。

(14) 求单叶双曲面 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ 上过点 $(4, 0, 0)$ 的两条直母线的夹角。

(15) 利用坐标变换公式判断曲面 $x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x - 12y - 749 = 0$ 的类型并给出一条母线。

(16) 讨论曲线 $C: \begin{cases} x = ky, k \in R, \\ \frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{4} = y \end{cases}$ 的类型，其中 k 为参数。

四、证明题（每小题 10 分，共 10 分）

(17) 证明：与两直线 $l_1: \frac{x-6}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$, $l_2: \frac{x}{3} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+4}{-2}$ 相交，并与平面

$\pi: 2x + 3y - 15 = 0$ 平行的动直线 l 所构成的曲面方程是 $4x^2 - 9y^2 + 6x + 27y - 108z - 72 = 0$ 。