

安徽大学 2018—2019 学年第二学期

《数学分析 (中)》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					
阅卷人					

一、计算题 (共 39 分)

得 分	
-----	--

1. 计算下列不定积分 (每小题 5 分):

(1)  $\int \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$ ;

(2)  $\int (x+1)e^{2x} dx$ ;

(3)  $\int \sqrt{\frac{e^x-1}{e^x+1}} dx$  ;

2. 计算下列定积分或反常积分（每小题 6 分）：

$$(1) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1+\sin x}$$

$$(2) \int_{-2}^2 \max(1, x^2, x^3) dx$$

$$(3) \int_{-1}^1 \frac{x \sin^2 x}{(x^4 + 2x^2 + 1)} dx$$

$$(4) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x(1+x^2)} dx$$

二、分析判断题（共 28 分）

得 分	
-----	--

1. 判断下列反常积分的敛散性（包括条件收敛与绝对收敛）（每小题 4 分）：

(1)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x|\sin x|+1} dx$  ;

(2)  $\int_1^{+\infty} \sin(x^2) dx$  ;

2. 判断下列级数的敛散性（每小题 5 分）：

(1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$  ;

(2)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{5^n}$  ;

$$(3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln(n+1)}{n};$$

$$(4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n! \left(\frac{3}{n}\right)^n;$$

### 三、求解题（共 20 分）

得分	
----	--

1. 求由曲线  $y^2 = 4(x+1)$  与  $y^2 = 4(1-x)$  所围成的图形的面积, 以及此图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积。(8 分)

2. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$  的收敛半径、收敛域及和函数。(12 分)

四、证明题（共 13 分）

得 分	
-----	--

1. 证明函数列  $\{S_n(x)\} = \{\sqrt{nx}e^{-nx}\}$  在  $[0,1]$  上一致收敛。(6 分)

2. (7 分) (1) 设  $u_n(x) (n=1,2,\cdots)$  在  $[a,+\infty)$  上连续,  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(a)$  发散, 证明: 函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$  在  $(a,+\infty)$  上不一致收敛;

(2) 证明: 函数项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-nx}$  在  $(0,+\infty)$  上内闭一致收敛, 但不是一致收敛。