学号________ 姓名________ 专业________ 年级________ 院/系________

答 题 勿 超 装 订 线 …… 装 订 线 ……

安徽大学****-****学年第二学期
《高等代数（下）》期末考试试卷（试卷12）

（闭卷　时间120分钟）

考场登记表序号 ____________

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

一、填空题 (每小题4分，共20分)

得分	

1. 多项式$f(x)=4x^4-7x^2-5x-1$所有有理根是__________________。

2. 已知复矩阵A不可对角化，它的特征多项式为$f(\lambda)=(\lambda-2)^3(\lambda^2+1)$，那么矩阵$A$的极小多项式为____________________________。

3. 设$A=\begin{pmatrix}1&2&2\\2&1&2\\2&2&1\end{pmatrix}$，令$B=2I+2A-A^n$，则$\det A$=______，$\mathrm{tr}B$=______。

4. 已知线性变换σ在V的基$\varepsilon_1,\varepsilon_3,\varepsilon_2$下的矩阵为$\begin{pmatrix}0&-1&2\\-1&-3&3\\0&0&-2\end{pmatrix}$，则$\sigma$在V的新基$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_1+\varepsilon_3$下的矩阵为_________________。

5. 设欧氏空间$R^{3\times3}$上的内积为:$(A,B)=\sum\limits_{i,j=1}^{n}a_{ij}b_{ij}$，其中$A=a_{ij}$，$B=b_{ij}\in R^{3\times3}$。则三个矩阵$C_1=\begin{pmatrix}1&0&-1\\2&1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$，$C_2=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\2&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，与$C_3=\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&-1\\0&0&0\end{pmatrix}$，按模长的大小顺序排列是_________________________。

二、**简答题** (每小题4分，共20分)

得分	

6. 请说明复数域、实数域和有理数域上不可约多项式的次数情况。

7. 试在双线性函数的概念下给出线性空间V上的二次型和内积的定义。

8. 叙述“双线性函数的秩”的定义，并指出该定义的合理性。

9. 从n维欧氏空间V的一个基$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$出发，用Schmidt正交化方法求出一个正交基为$\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_n$，请写出该Schmidt正交化公式。

10. 试写出所有可能的3阶正交矩阵（在合同的意义下）。

三、计算题 (每小题10分，共30分)

得分	

11. 将多项式$f(x)=7x^4+x^3-8x^2+8x+9$表示成$(x+1)$的幂级数形式。

12. 已知复矩阵$A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$。

（1）写出A的Jordan标准形J；（2）写出A的极小多项式。

13. 已知3阶实对称矩阵A的特征值为1，2，3，且矩阵A属于特征值1，2的特征向量分别为$\alpha_1=(-1,-1,1)^T$，$\alpha_2=(1,-2,-1)^T$。

(1) 求A属于特征值3的特征向量；(2) 求出矩阵A的表达式。

四、证明题(每小题10分，共30分)

得分	

14. 证明：正交矩阵的实特征值为±1。

15. 设V为数域F的n维线性空间。证明：V上的对称双线性函数全体与F上的n阶对称矩阵全体之间存在一一对应关系。

16. 证明：设σ为n维欧氏空间V上的线性变换。证明以下四个条款等价：

（1）σ 保持长度不变；（2）σ 保持内积不变；（3）σ 将标准正交基变为标准正交基；（4）σ 在标准正交基下矩阵为正交矩阵。