

安徽大学2017-2018学年第一学期
《数学分析（上）》考试试卷（A卷）
（闭卷 时间120分钟）

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	总分
得分				
阅卷人				

一、填空题 (每小题3分，共9分)

得分

1. 已知集合 $A = \{x | x > 0 \text{ 且 } \cos \frac{\pi}{x} = 1\}$, 则 $\sup A =$ _____, $\inf A =$ _____.
2. 函数 $y = 4x^3 + 3(1 - x)^2$ 在闭区间 $[0, 1]$ 上的最小值为 _____.
3. 设函数 $f(x)$ 满足 $f(0) = 0$ 且 $f'(0)$ 存在, 则 $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(x) \ln x =$ _____.

二、计算题 (本大题有十小题，共64分)

得分

1. (6分) 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$;

2. (6分) 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3n+2}$;

3. (6分) 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} \right)$;

4. (6分) 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2^{1+\frac{1}{2}} + 3^{1+\frac{1}{3}} + \cdots + n^{1+\frac{1}{n}}}{n^2}$;

5. (6分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x + 2^{-x} - 2}{x^2}$;

6. (6分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\sin 3x \cdot \tan 5x}$;

7. (6分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{3}{2}}(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$;

8. (6分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (x + e^x)^{\frac{1}{x}}$;

9. (8分) 求由方程 $e^{xy} + x^2y - 1 = 0$ 确定的隐函数 $y = y(x)$ 的二阶导数;

10. (8分) 设 $y = x^3 \cos x$, 求 $d^{80}y$.

三、证明题(本大题有3小题, 共27分)

得分	
----	--

1. (10分) (1) 证明: $x > 0$ 时, 不等式 $\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$;
 (2) 证明数列 $\{x_n\} = \{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n\}$ 收敛.

2. (9分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上连续, 在 $(a, +\infty)$ 内可导. 证明:

(1) 若 $f'(x)$ 在 (a, ∞) 上有界, 则 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 上一致连续;

(2) 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} |f'(x)| = +\infty$, 则 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 不一致连续.

.....

.....