

学号

姓名

专业

院/系

专业  
答  
题  
装  
订  
线  
超  
勿  
动  
线

安徽大学2019-2020学年第一学期  
 《数学分析（上）》考试试卷（B卷）  
 （闭卷 时间120分钟）

考场登记表序号\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题（每空3分，共9分）

得分	
----	--

- 函数  $f(x) = x^2 + (1-x)^2$  在区间  $[0, 1]$  上的最大值为\_\_\_\_\_.
- 设数列  $\{x_n\}$  满足  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{2}{x_n})$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , 则数列  $\{x_n\}$  的上确界为\_\_\_\_\_.
- 设函数  $f(x)$  满足  $f(0) = 0$ ,  $f'(0)$  存在, 则  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{f(x)} =$  \_\_\_\_\_.

二、计算数列极限（每题6分，共24分）

得分	
----	--

- (6分) 计算极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) \cos n\pi$ .

2. (6分) 计算极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_a^{n-1}}{n+1}$ , 其中  $a > 0$  且  $a \neq 1$ .

3. (6分) 计算极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)}$ .

4. (6分) 计算极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$ .

三、计算函数极限 (每题6分, 共24分)

得分

1. (6分) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{2x-3}$ .

2. (6分) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + 5 \sin 5x}{4x}$ .

3. (6分) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+2x^2}}{\ln(1+\sin x)}$ .

4. (6分) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - \frac{x^2}{2})^{\frac{1}{x^2}}$ .

答  
题  
装  
订  
勿  
超  
线  
装  
订  
线  
.....

四、解答题(每题8分, 共16分)

得分	
----	--

1. (8分) 求曲线  $\begin{cases} x = 1 + t, \\ y = t - t^3 \end{cases}$  在  $t = 1$  处的切线方程和法线方程.

2. (8分) 设  $y = x^2 \cos 3x$ , 求  $\frac{d^n y}{dx^n}$ .

## 五、证明题(共27分)

得分

1. (5分) 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n} = 0$ .

2. (7分) 设函数  $f(x) = (1 + \frac{1}{x})^{2x}$  定义在  $[a_0, +\infty)$  上,  $a_0 > 0$ , 证明  $f(x)$  在  $[a_0, +\infty)$  上一致连续.

答題勿超裝訂線.....裝訂.....

3. (8分) 证明不等式:  $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1 + x) < x$ ,  $x > 0$ .

4. (7分) 设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上二阶可导, 且  $|f''(x)| \leq 1$ ,  $f(x)$  在  $(0, 1)$  内取到最大值  $\frac{1}{4}$ ,

证明:  $|f(0)| + |f(1)| \leq 1$ .