安徽大学 2016—2017 学年第一学期

《高等代数(上)》考试试卷（A 卷）

考场登记表序号________

（时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. 排列 82765431 经过______次对换可转化为自然排列．(填 “奇数” 或 “偶数”)

2. 设 3 阶行列式 D 中第 3 列第 1、2、3 行位置元素分别为 1、-1、3，对应的余子式分别为-3，2，1，则 $D=$____________.

3. 设 $A\in \mathrm{R}^{2\times 3}$，将 A 的第二列乘以 2 倍加到第一列相当于 A 的____边乘以初等

矩阵______________.

4. 线性空间 R^2 中，基 $(1,1),(0,1)$ 到基 $(1,0),(0,1)$ 的过渡矩阵为_____________.

5. 对于任意 $\alpha=(x_1,x_2)\in \mathrm{R}^2$，定义线性映射 $\varphi:\mathrm{R}^2\to \mathrm{R}^3, \varphi(\alpha)\mapsto (x_1,x_1-x_2,x_1+x_2)$，

则 φ 在 $\mathrm{R}^2,\mathrm{R}^3$ 标准基下的表示矩阵为_________________.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 设 $A\in F^{n\times n}$，下列**不能**作为 A 可逆充分必要条件的是(　　　).

A. A 的行列式大于零.

B. A 满秩.

C. A 可表示为若干可逆矩阵的乘积.

D. F^n 中任意列向量可由 A 的列向量组线性表示.

7. 设φ为线性空间V到线性空间W的线性映射, 则下列说法**错误**的是(　　).

A．若$\mathrm{Ker}\varphi=\{0\}$, 则$\dim V\le\dim W$.

B．若$\mathrm{Im}\varphi=W$, 则$\dim V\ge\dim W$.

C．若$V\cong W$, 则φ为同构映射.

D．若φ为同构映射, 则$V\cong W$.

8. 设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$为向量组I的部分组, $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$是向量组I极大无关组的充分必要条件是(　　).

A．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关.

B．向量组I中任意向量可由$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性表示.

C．对于I中任意向量α, $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s,\alpha$线性相关.

D．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$是所有与向量组I等价的部分组中含有向量个数最少的.

9. 设$A\in\mathrm{F}^{m\times n}$, 线性方程组$Ax=b$有解的充分必要条件是(　　).

A．A列满秩.　　　　B．b可由A的列向量组线性表出.

C．A行满秩.　　　　D．$r(A)<n$.

10. 设A,B,C为n阶方阵, 若$Ax=0$与$BAx=0$同解, 则下列说法**正确**的是(　　).

A．A=BA.　　　　B．$r(AC)$=$r(BAC)$.

C．B为可逆矩阵.　　　　D．AC=BAC.

三. 计算题（每小题 10 分，共 40 分）

得　分	

11. 计算n阶行列式：

$$D_n=\begin{vmatrix}1 & x & \cdots & x\\ x & 1 & \cdots & x\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ x & x & \cdots & 1\end{vmatrix}.$$

12. 已知$B=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 1 & 4 & 1\\ 1 & 1 & 5\end{pmatrix}$，且满足$AB-2A-I=0$，求$A$.

13. 设V为5维线性空间，$\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4,\varepsilon_5$为$V$的一个基，$W$为4维线性空间，$\eta_1,\eta_2,\eta_3,\eta_4$为$W$的一个基. φ为V到W的线性映射，且在这两个基下的表示矩阵为

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 1 & 2 & 4\\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

求$\mathrm{Ker}\varphi$与$\mathrm{Im}\varphi$的基.

14. 求齐次线性方程组，使得它的解空间是由

$$\alpha_1=(1,-1,1,0),\alpha_2=(1,1,0,1),\alpha_3=(2,0,1,1).$$

生成的线性子空间.

四. 证明题（第 1 小题 10 分，　第二小题 20 分，共 30 分）

得　分	

15. 设V_1和V_2分别为数域F上齐次线性方程组

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 0 \text{ 与 } x_1 = x_2 = \cdots = x_n$$

的解空间．证明：$\mathrm{F}^n = V_1 \oplus V_2$.

16. 设A,B,C,D为四个n阶实方阵，其中$AB=0$， A与C等价， B与D等价.

（1）证明： $r(A)+r(B)\le n$；

（2）证明： $r(A+B)\le r(A)+r(B)$；

（3）若n为奇数，证明： $|AB+AD+CB+CD|=0$.