院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

安徽大学 2022—2023 学年第一学期

《数学分析（上）》期中考试试卷

一、（10 分）由数列极限定义证明：$\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+2n-1}-n)=1$。

二、计算下列数列极限（每小题 8 分，共 40 分）

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^4+2n^2-3n-1}{4n^4+n^3+3}$；

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\pi^n}{n!}$；

（3）$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{2}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{n}{n^2+n}\right)$

（4）$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\ln n-\ln n!}{n}$；

（5）$\lim\limits_{n\to\infty}n^2(\sqrt[n+2]{3}-\sqrt[n]{3})$。

三、求下列函数极限（每小题 8 分，共 16 分）

（1）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+x}{5x^3+4x^2+\sin x}$

（2）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x\tan x}-\cos x}{\sin^2 x}$

四、（10 分）设 $f(x)=\dfrac{2^{\frac{1}{x}}+3}{2^{\frac{1}{x}}-1}+\dfrac{\tan x}{\sin|x|}$，试求 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ 及 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)$。

五、（10 分）设数列$\{x_n\}$有界，但不收敛，证明：$\{x_n\}$存在两个子列收敛于不同的极限。

六、（14 分）（1）设$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$，证明：$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|}{n} = 0$；

（2）设$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{n^2} = a$，$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{b_n}{n} = b$，证明：$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^4}\sum\limits_{k=1}^{n} a_k b_{n-k+1} = \dfrac{ab}{12}$。