

$$\sum_{i \in N_0} x_{ij} + \sum_{i \in N_0} \sum_{k \in N_+} y_{ijk} = 1 \quad \forall j \in C$$

$$i \neq j \quad i \neq j \quad \langle i, j, k \rangle \in P$$

$$\sum_{j \in N_+} x_{0j} = 1$$

$$\sum_{i \in N_0} x_{i,c+1} = 1$$

- 2) 保证访问的次序， ps: 如果不进行这一步操作，有可能会造成成环（给出效果图）

$$u_i - u_j + 1 \leq (c + 2)(1 - x_{ij}) \quad \forall i \in C, j \in \{N_+ : j \neq i\}$$

- 3) 保证到达每个节点的卡车都能从那个节点出去

$$\sum_{i \in N_0} x_{ij} = \sum_{k \in N_+} x_{jk} \quad \forall j \in C$$

$$i \neq j \quad k \neq j$$

- 4) 保证到每一个节点只有一个

$$\sum_{j \in C} \sum_{k \in N_+} y_{ijk} \leq 1 \quad \forall i \in N_0$$

$$j \neq i \quad \langle i, j, k \rangle \in P$$

$$\sum_{i \in N_0} \sum_{j \in C} y_{ijk} \leq 1 \quad \forall k \in N_+$$

$$i \neq k \quad \langle i, j, k \rangle \in P$$

- 5) 保证无人机的起点和终点卡车都已经到达

$$2y_{ijk} \leq \sum_{h \in N_0} x_{hi} + \sum_{l \in C} x_{lk} \quad \forall i \in C, j \in \{C : j \neq i\}, k$$

$$h \neq i \quad l \neq k$$

$$\in \{N_+ : \langle i, j, k \rangle \in P\}$$

$$y_{0jk} \leq \sum_{h \in N_0} x_{hk} \quad \forall j \in C, k \in \{N_+ : \langle 0, j, k \rangle \in P\}$$

$$h \neq k$$

- 6) 保证放飞无人机的点在回收无人机的点之前

$$u_k - u_i \geq 1 - (c+2) \left(1 - \sum_{\substack{j \in C \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \quad \forall i \in C, k \in \{N_+ : k \neq i\}$$

7) 放飞和回收无人机时，无人机的飞到这一点的时间等于卡车到这一点的时间

$$t'_i \geq t_i - M \left(1 - \sum_{\substack{j \in C \\ j \neq i}} \sum_{\substack{k \in N_+ \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \quad \forall i \in C$$

$$t'_i \leq t_i + M \left(1 - \sum_{\substack{j \in C \\ j \neq i}} \sum_{\substack{k \in N_+ \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \quad \forall i \in C$$

$$t'_k \geq t_k - M \left(1 - \sum_{\substack{i \in N_0 \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \quad \forall k \in N_+$$

8) 保证无人机和时间约束

$$t_k \geq t_h + \tau_{hk} + s_L \left(\sum_{\substack{l \in C \\ l \neq k}} \sum_{\substack{m \in N_+ \\ \langle k,l,m \rangle \in P}} y_{klm} \right) + s_R \left(\sum_{\substack{i \in N_0 \\ i \neq k}} \sum_{\substack{j \in C \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) - M(1 - x_{hk})$$

$\forall h \in N_0, k \in \{N_+ : k \neq h\}$

$$t'_j \geq t'_i + \tau'_{ij} - M \left(1 - \sum_{\substack{k \in N_+ \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \quad \forall j \in C', i \in \{N_0 : i \neq j\}$$

$$t'_k \geq t'_j + \tau'_{jk} + s_R - M \left(1 - \sum_{\substack{i \in N_0 \\ \langle i,j,k \rangle \in P}} y_{ijk} \right) \quad \forall j \in C', k \in \{N_+ : k \neq j\}$$

9) 保证续航 e 为续航时间

$$t'_k - (t'_j - \tau'_{ij}) \leq e + M(1 - y_{ijk}) \quad \forall k \in N_+, j \in \{C : j \neq k\}, i \in \{N_0 : \langle i,j,k \rangle \in P\}$$

10) 得到一个次序如果两个客户都由卡车访问，并且卡车先访问客户 i 再访问客户 j，那么 p_{ij} 就为 1，这有助于在后续的优化模型中确保顺序的一致性

$$u_i - u_j \geq 1 - (c+2)p_{ij} \quad \forall i \in C, j \in \{C : j \neq i\}$$

$$u_i - u_j \leq -1 + (c+2)(1 - p_{ij}) \quad \forall i \in C, j \in \{C : j \neq i\}$$

$$p_{ij} + p_{ji} = 1 \quad \forall i \in C, j \in \{C : j \neq i\}$$

$$t'_l \geq t'_k - M \left(3 - \sum_{\substack{j \in C \\ \langle i,j,k \rangle \in P \\ j \neq l}} y_{ijk} - \sum_{\substack{m \in C \\ m \neq i \\ m \neq k \\ m \neq l}} y_{ilm} - \sum_{\substack{n \in N_+ \\ \langle l,m,n \rangle \in P \\ n \neq i \\ n \neq k}} y_{lmn} - p_{il} \right)$$

$$\forall i \in N_0, k \in \{N_+ : k \neq i\}, l \in \{C : l \neq i, l \neq k\}$$

11) 其他约束条件

$$t_0 = 0$$

$$t'_0 = 0$$

$$p_{0j} = 1 \quad \forall j \in C$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N_0, j \in \{N_+ : j \neq i\}$$

$$y_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N_0, j \in \{C : j \neq i\}, k \in \{N_+ : \langle i,j,k \rangle \in P\}$$

$$1 \leq u_i \leq c+2 \quad \forall i \in N_+$$

$$t_i \geq 0 \quad \forall i \in N$$

$$t'_i \geq 0 \quad \forall i \in N$$

$$p_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N_0, j \in \{C : j \neq i\}.$$

(1) 由于上述问题变量较多，使用 Python 求解较为方便。求解的代码如下：

求解结果为：

Time cost: 1.7875301

Start:0, end:6

Truck: 0 (0.00) ->2 (0.89)

Truck: 1 (1.10) ->3 (1.62)

Truck: 2 (0.89) ->1 (1.10)

Truck: 3 (1.62) ->6 (1.79)

UAV:0(0.00)->5(0.42)->2(0.89)

UAV:2(0.89)->4(1.37)->6(1.79)

对应的方案为：

卡车路线为：

0（发点）（时间 0.00）->2（时间 0.89）->1（时间 1.10）->3（时间 1.62）->6（终点）（时间 1.79）

无人机线路为：

0(放出，时间 0.00)->5(送货，时间 0.42)->2(收回，时间 0.89)

2(放出，时间 0.89)->4(送货，时间 1.37)->6(收回，时间 1.79)

(2) 结合 (1) 的求解结果 2.66，(2) 提出的模型所需时间 1.78 更短，因此 (2)