

线性代数模拟期末考试答案与方法提示

一、 160. (使用基本的行变换和展开的办法即可, 巧妙方法反而不多)

二、 可通过系数矩阵行列式来进行排除, 知 $\lambda \neq 1$ 且 $\lambda \neq -\frac{4}{5}$ 时, 方程有唯一解。(10分)

$\lambda = 1$ 时, 线性方程组有无穷多解, 通解为 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$. (12分)

而 $\lambda = -\frac{4}{5}$ 时, 线性方程组无解。(8分)

三、 $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

四、 (1) 命题正确, 因为 $|A^*| = |A|^{n-1}$, 当 A^* 不可逆时, $|A^*| = 0$, 故 $|A| = 0$, A 不可逆。(也可以证明 A 可逆则 $AA^* = |A|E$ 从而推出 A^* 也可逆来证明)。

(2) 命题不正确, 如 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 满足 $R(A) = 2$, 其作为列向量组线性无关, 但作为行向量组线性相关。