

中山大学本科生模拟期中考试

考试科目：《高等数学一（II）》

学年学期：2017 学年第 2 学期 姓 名：_____ 学号：_____

考试时长：120 分钟 成绩评定：_____ 阅卷教师：_____

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

-----以下为试题区域，共 10 题，总分 100 分-----

一、计算累次积分 $\int_{-1}^1 dx \int_{|x|}^1 e^{y^2} dy$ 。 (8 分)

二、计算二重积分 $\iint_D \frac{|x|+y}{x^2+y^2} dxdy$ ，其中 $D = \{(x,y) | \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$ (8 分)

三、设 Ω 为曲面 $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ 与 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 所围成的闭区域

(I) 求 Ω 的体积 (7 分)

(II) 求 Ω 的表面积 (7 分)

四、已知第二型曲线积分 $\int_L (ax^2y + e^y)dx + (x^3 + b(x+1)e^y)dy$ 在 $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ 积分与路径无关, 求 a, b 的值并求出原函数 $u(x, y)$ 。 (8 分)

五、定义 $L: x = \sqrt{R^2 - \frac{y^2}{4}}$ 为 y 轴右侧的半椭圆圆周

(I) 求曲线积分 $\int_L \frac{xy^2}{\sqrt{16x^2+y^2}} ds$ (8 分)

(II) 求曲线积分 $\int_{L^+} (\cos x e^y + 2xy^2 - y) dx + (\sin x e^y + 2x^2 y) dy$, 其中 L^+ 为逆时针向上的方向 (8 分)

六、设 Ω 为 $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$ 围成的四面体区域, S 为 Ω 的边界曲面

(I) 求曲面积分 $\iint_S x + y + z dS$ (8 分)

(II) 求曲面积分 $\iint_{S^+} (x^2, y^2, z^2) \cdot d\mathbf{S}$, 其中 S^+ 为积分曲面的外侧 (8 分)

七、求解微分方程 $y' = \tan \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (8 分)

八、求微分方程 $y' + \frac{y}{x} + y^3 \cdot \ln x = 0$ 的通积分 $(x > 0)$ (8 分)

九、求微分方程 $y'' + y' - 2y = e^x + \sin x$ 的通解 (8 分)

十、设微分方程 $y'(x) + P(x)y(x) = Q(x), Q(x) \neq 0$ 有两个不同的特解 $y_1(x)$ 与 $y_2(x)$, 求证: 表达式
 $k_1y_1(x) + k_2y_2(x), \quad k_1 + k_2 = 1$ 是该微分方程的通解, 并且包含了方程的所有解。(6 分)