

# 中山大学本科生期末考试

考试科目：《概率统计（理工类）》（A 卷）

学年学期：2017 学年第 2 学期 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

学院/系：数学学院 学院：\_\_\_\_\_ 年级专业：\_\_\_\_\_

考试方式：闭卷 任课教师：\_\_\_\_\_

考试时长：120 分钟 成绩评定：\_\_\_\_\_ 阅卷教师：\_\_\_\_\_

**警示** 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

-----以下为试题区域，共 7 道大题，总分 100 分。考生请在试卷上作答-----

-----不允许使用计算器-----

一、(15 分) A 箱子中装有标号为 1,3 的两个球，B 箱子中装有标号为 2,4 的两个球. 某人依次从 A、B 箱子中随机取出一球. 用向量  $(i,j)$  表示每个可能结果，如  $(1,2)$  表示“从 A 箱子中取出 1 号球，从 B 箱子中取出 2 号球”.

- (1) 用枚举法写出实验的样本空间  $\Omega$ ；
- (2) 用  $X$  表示取出两球的号码之和，求  $X$  的分布列和分布函数.

二、(15 分) 某射击小组共有 20 名射手，其中一级射手 4 人，二级射手 8 人，三级射手 6 人，四级射手 2 人. 一、二、三、四级射手能通过选拔进入比赛的概率分别为 0.9, 0.7, 0.5, 0.2，试求：

- (1) 任选一名射手能通过选拔进入比赛的概率；
- (2) 现有一名射手通过选拔进入比赛，求该射手为一级射手的条件概率.

三、(10分) 设  $X$  的密度函数  $f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ . 求  $Y = |X|$  的密度函数  $f_Y(y)$ .

四、(15分) 使用某仪器测量某化学溶剂的 PH 值时, 测量误差的平均值为  $\mu = 0$ , 标准差为  $\sigma = 0.2$ .

现有 100 位学生使用该仪器进行测量, 设  $\bar{X}$  为这 100 位学生测量后误差的平均值.

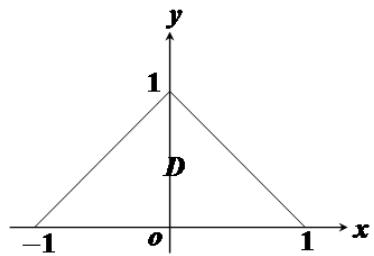
(1) (5分) 使用切比雪夫不等式, 对  $P\{-0.04 \leq \bar{X} \leq 0.04\}$  的值进行估计;

(2) (10分) 使用中心极限定理, 求  $P\{-0.04 \leq \bar{X} \leq 0.04\}$  的近似值 (答案使用标准正态分布的分布函数  $\Phi(x)$  表示, 不用查表求值).

五、(20分) 设区域  $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 1, y - 1 \leq x \leq 1 - y\}$  (如右下图).

$$(X, Y) \text{ 的联合密度为 } p(x, y) = \begin{cases} Cy, & (x, y) \in D \\ 0, & (x, y) \notin D \end{cases}.$$

- (1) 求常数  $C$ ;
- (2) 求  $X, Y$  的边缘密度  $p_X(x), p_Y(y)$ ;
- (3) 求  $X, Y$  的相关系数  $\rho$ ;
- (4) 请问  $X, Y$  是否独立?



六、(10分) 设总体  $X$  的均值  $EX = \mu$ , 方差  $DX = 1$ ,  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的样本. 有三个估计

$$\text{量: } \hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3, \quad \hat{\mu}_2 = X_1 + X_2 - X_3, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2 - \frac{1}{6}X_3. \quad \text{请问:}$$

- (1) 哪些是  $\mu$  的无偏估计?      (2) 无偏估计中哪个最有效?

七、(15分) 设总体概率分布为 
$$P \begin{array}{c|cccc} X & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & \theta^2 & 1-2\theta \end{array}, \quad 0 < \theta < \frac{1}{2}$$
 为未知参数. 利用  $X$  的

如下样本值: 3, 2, 3, 0, 3, 0, 2, 3, 求  $\theta$  的矩估计值及最大似然估计值.