

期中作业要在第 8 周上课时交。

一、计算、证明题(注: 计算题要写出计算过程)

1. 计算 (6分)  $D_5 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

2. 设 $x_1, x_2, x_3$ 是方程 $x^3 + px + q = 0$ 的三个根,求行列式 $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix}$ 的值. (10分)

3. 求解矩阵方程 (10 分)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

4. 设 $A$ 是4阶方阵,  $|A| = \frac{1}{2}$ , 求 $|(2A)^{-1} + A^*|$ 的值. (8 分)

5. 设 $P^{-1}AP=B$ , 其中 $P = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ , 求 $f(A) = A^5(A^2 + 2A + 4E)$ . (10 分)

6.  $A$ 为 $n$ 阶方阵,且 $2A^3 + A - 3E = 0$ . 则 $A+E, 2A-E$ 可逆吗? 若可逆,则求出其逆阵. (12 分)

7. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 求 $A$ 的逆矩阵. (7 分)

8. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩, 并计算其一个最高阶非零子式的值. (10 分)

9. 证明 (12 分):

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_n^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{n-2} & x_2^{n-2} & x_3^{n-2} & \cdots & x_n^{n-2} \\ x_1^n & x_2^n & x_3^n & \cdots & x_n^n \end{vmatrix} = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \prod_{1 \leq j < i \leq n} (x_i - x_j), (n \geq 2)$$

(提示:利用数学归纳法和范德蒙德行列式证明)

二、 信息反馈题(10 分, 每小题 2 分) (没有标准答案, 但会用作统计和平时成绩参考并作出抽查的, 请如实作答。如果你有别的回答, 也可直接写出来)

1. 你是亚运志愿者吗?

(A) 是 (B) 不是

2. 线性代数课, 你的出勤率是多少?

(A) 100% (B)  $\geq 50\%$  (C)  $< 50\%$

3. 你的上课迟到率是多少?

(A) 0% (B)  $\leq 50\%$  (C)  $> 50\%$

4. 你交作业后, 下周要拿回作业, 你是怎样做的? (如选 D, 请具体表述)

(A) 每次自己拿 (B) 有时找人拿 (C) 交了就行, 拿不拿无所谓 (D) 自己作答

5. 你的作业是怎样完成的?

(A) 基本自己做 (B) 参考并想过后再做 (C) 采用复印技术 (D) 其他方法

三、 你对课堂有什么建议? (5 分) (只要作答, 就能拿满分。你可以对 PPT 的使用、讲课进度、例题的多少等方面提意见。如果真的不想回答, 直接写个“无”也行。)