



中山大學

SUN YAT-SEN UNIVERSITY

自动控制原理第九次实验报告

第六组

姓名 郭皓玮、陈泓逸、常毅成、欧凯勋

学号 22354035、22354011、22354010、22354095

学院 智能工程学院

专业 智能科学与技术

2024年11月20日

目录

1 实验目的	1
2 实验任务/要求	1
3 实验仪器、设备及材料	1
4 实验原理	1
5 实验步骤	2
5.1 任务一	2
5.2 任务二	3
5.3 任务三	5
5.4 任务四	6
5.5 任务五	8
6 实验心得	12

1 实验目的

1. 了解频率特性函数曲线的定义和实验方法。
2. 掌握波德图的绘制方法。
3. 了解由波特图确定系统开环传递函数的方法。

2 实验任务/要求

1. 针对一阶惯性系统，绘制相应的伯德图，并对比分析不同电容值对系统性能的影响。
2. 针对二阶线性系统，绘制相应的伯德图，并对比分析不同电阻值对系统性能的影响。
3. 通过绘制的二阶线性系统伯德图，确定系统所对应的开环传递函数，并与理论计算的开环传递函数对比。

3 实验仪器、设备及材料

- ELVIS III 主机
- 原装面包板
- 电源线
- USB 数据连接线
- CCB 实验拓展板卡与软插孔线若干
- CCB 实验程序（LabVIEW）

4 实验原理

- 频域分析法是应用频率特性研究线性系统的一种经典方法。该方法最突出的优点是：可以通过实验方法确定系统的开环传递函数。
- 它以控制系统的频率特性作为数学模型，以频率 ω 为参变量，采用波德图、极坐标图或其他图表作为分析工具，来研究控制系统的动态性能与稳定性指标。
- 频率特性的定义：

- 幅频特性: $A(\omega) = |G(j\omega)|$, 反映系统对不同频率正弦信号在稳态时的放大(或衰减)特性;
- 相频特性: $\varphi(\omega) = \angle G(j\omega)$, 反映系统在不同频率正弦信号的作用下, 输出信号相对于输入信号的相移。
- 频率特性 $G(j\omega)$: 系统的幅频特性和相频特性统称为系统的频率特性。

$$G(j\omega) = G(s) \Big|_{s=j\omega}$$

- 频率特性的几种表示方法: 极坐标图, 伯德图等。

伯德图即对数频率特性曲线

它是将幅频特性和相频特性分别绘制在两个不同的坐标平面上, 前者叫对数幅频特性, 后者叫对数相频特性。

- 横轴 (ω 轴) 用对数 $\lg(\omega)$ 分度, 单位弧度/秒。对数幅频特性曲线的纵坐标表示对数幅频特性的函数值, 单位是分贝 [dB]。对数相频特性曲线的纵坐标表示相频特性的函数值, 单位是度 [$^\circ$]。
- 对数幅频特性定义为:

$$\begin{cases} L(\omega) = 20 \log |G(j\omega)| \\ \varphi(\omega) = \angle G(j\omega) \end{cases}$$

伯德图的优点包括:

1. 它把各串联环节的乘除化为加减运算, 从而简化了开环频率特性的计算与作图。
2. 利用渐近直线来绘制近似的对数幅频特性曲线, 而且对数相频特性曲线具有奇对称于转折频率点的性质, 这些可使作图大为简化。
3. 横轴 (ω 轴) 用对数分度, 实现了横坐标的非线性压缩, 便于在较大频率范围反应频率特性的变化情况。

本次实验中, 采用对数频率特性图来进行频域响应的分析研究。

5 实验步骤

5.1 任务一

对于给定的一阶惯性系统, 给出其对数幅频与相频特性曲线, 并将测得的对数幅频和相频记录于表 1 (至少给出 10 组值);

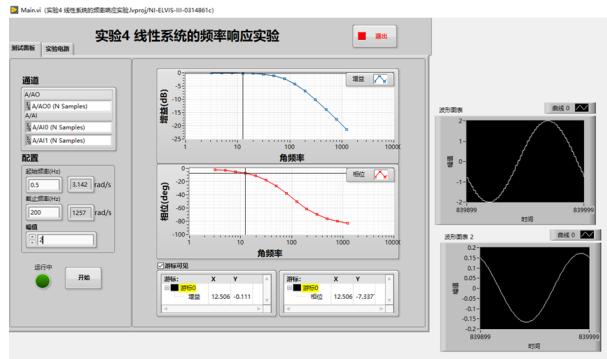


图 1: 任务一伯德图

表 1: 表 1

ω (rad)	$L(\omega)$ (dB)		$\varphi(\omega)$ (deg)	
	理论值	实验值	理论值	实验值
3.1415	-0.0043	-0.0509	-1.7994	-2.1709
4.9790	-0.0108	-0.0660	-2.8504	-3.3112
7.8913	-0.0270	-0.0724	-4.5120	-4.8952
12.506	-0.0674	-0.111	-7.1284	-7.3377
19.822	-0.1674	-0.2295	-11.2118	-11.3848
31.415	-0.4088	-0.4996	-17.4401	-17.6514
49.790	-0.9618	-1.0875	-26.4687	-26.5345
78.9132	-2.1025	-2.2436	-38.2780	-37.7801
125.069	-4.0892	-4.1816	-51.3536	-50.0943
198.22	-6.9277	-6.8965	-63.2295	-61.7617
314.1593	-10.3619	-10.1812	-72.3427	-69.3919
497.90	-14.1146	-13.7967	-78.6436	-76.3682
789.132	-18.0122	-17.5715	-82.7779	-80.3092
1250.69	-21.9700	-21.4467	-85.4283	-82.8919

5.2 任务二

增加惯性系统频率响应仿真并分别给出电容 $C = 1 \mu F$ 和 $C = 2 \mu F$ 所对应的伯德图，并分析电容值对系统性能的影响。

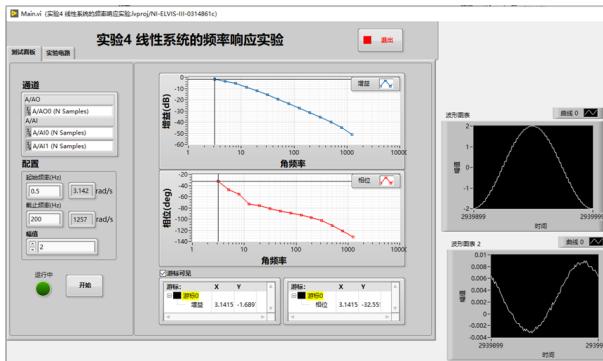


图 2: $C=1\mu F$

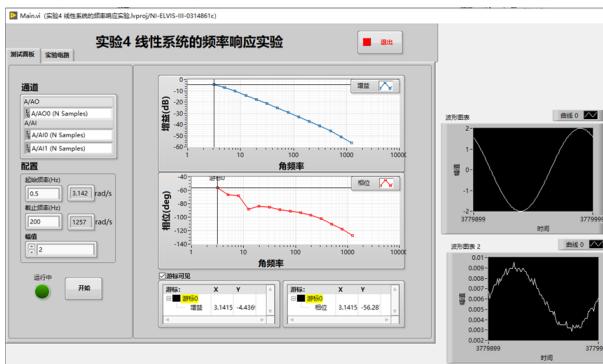


图 3: $C=2\mu F$

分析电容值对系统性能的影响

1. 截止频率：一阶 RC 电路的截止频率 f_c 可以表示为：

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

其中， R 是等效电阻， C 是电容。增大电容 C 会降低截止频率，使得频率响应曲线在伯德图上向左移动。相反，减小 C 会提高截止频率，使曲线向右移动。

2. 系统性能和滤波效果：

- 当 $C = 1\mu F$ 时：系统的截止频率相对较高，因此更高频率的信号可以在衰减开始之前通过，使得系统响应速度较快。在这种情况下，系统的带宽较宽，但对高频的抑制效果相对较差。
 - 当 $C = 2\mu F$ 时：增大电容会使截止频率降低，从而加强对高频信号的滤波效果，使得系统在较低频率开始衰减，整体响应速度较慢。在这种情况下，系统的带宽较窄，但对高频信号的抑制能力更强。
3. 相位滞后：在频率响应的相位曲线中，随着电容值的增大，系统的相位滞后会更早地显现。这是因为更大的电容会使系统在较低频率处就开始表现出明显的相位滞后。

5.3 任务三

对于给定的二阶线性系统，给出其对数幅频与相频特性曲线，并将测得的对数幅频和相频记录于表 2（至少给出 10 组值）

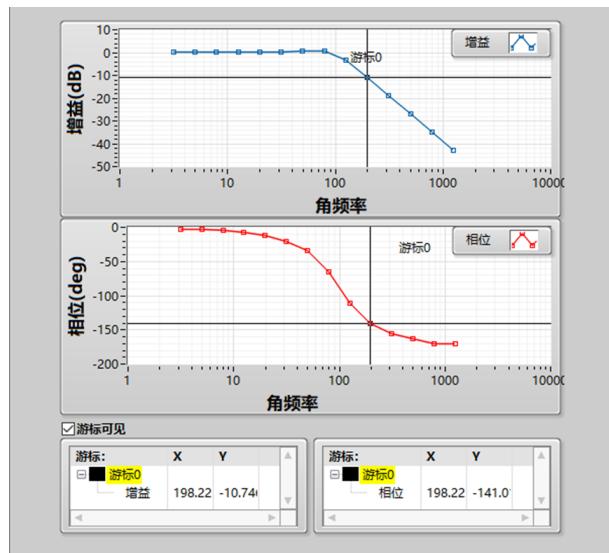


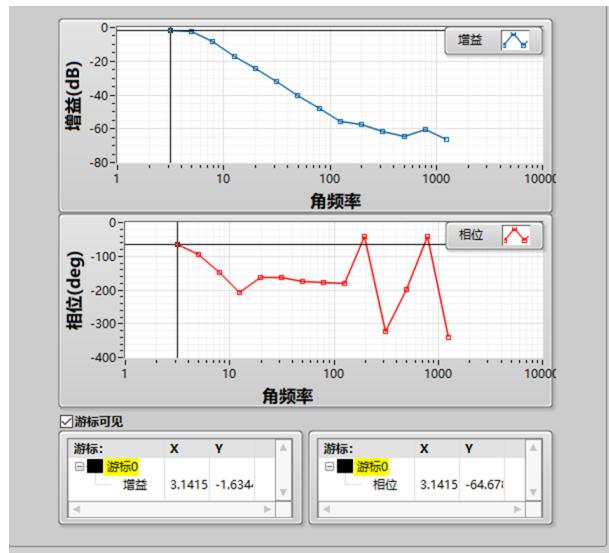
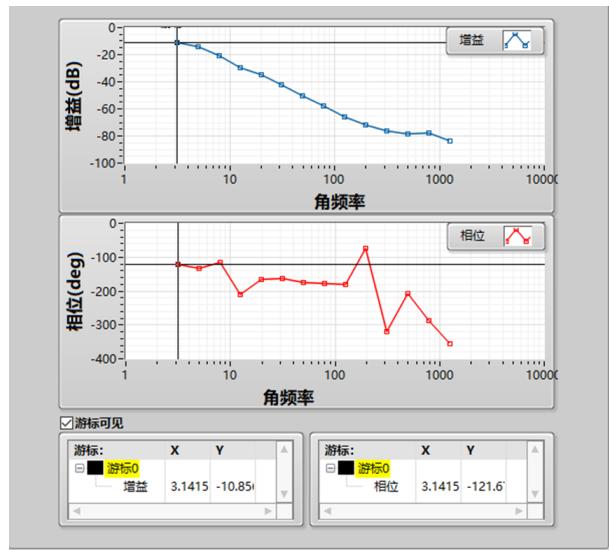
图 4: 任务三伯德图

表 2: 表 2

w (rad)	L(w) (dB)		(w) (deg)	
	理论值	实验值	理论值	实验值
3.1415	0.00428	0.014365	-1.8011	-2.2673
4.979	0.01075	0.01064	-2.8575	-3.43198
7.8913	0.02696	0.043618	-4.5402	-4.68563
12.506	0.06738	0.07342	-7.4205	-7.70993
19.822	0.16711	0.148297	-11.6581	-12.1007
31.415	0.40458	0.332564	-19.2159	-20.0287
49.79	0.89618	0.684806	-33.5052	-34.7309
78.913	1.16304	0.561367	-64.4481	-65.6
125.06	-2.74642	-3.27393	-114.2746	-110.699
198.22	-10.97217	-10.7466	-145.9129	-141.013
314.15	-19.47083	-18.8555	-160.4953	-156.296
497.9	-27.71422	-26.8763	-169.4734	-163.237
789.13	-35.81677	-34.817	-172.6613	-170.192
1250.6	-43.85706	-42.7261	-175.3990	-170.579

5.4 任务四

增加二阶线性系统频率响应分析附加实验，分别给出电阻 $R = 50\text{k}\Omega, 160\text{k}\Omega, 200\text{k}\Omega$ 时所对应的伯德图，并分析电阻值对系统性能的影响。

图 5: $50\text{k}\Omega$ 图 6: $160\text{k}\Omega$

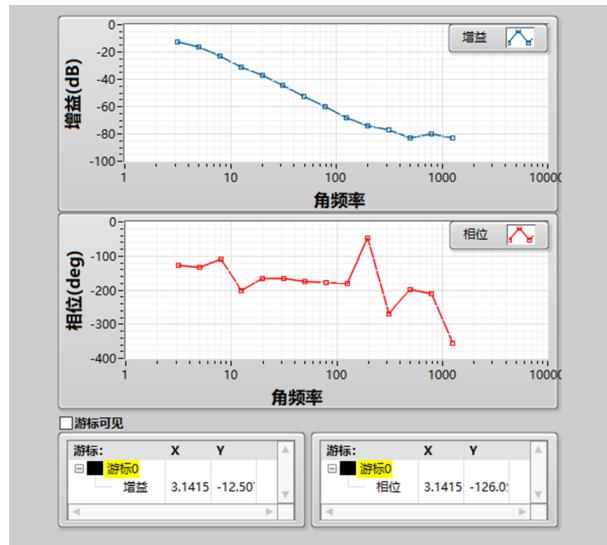


图 7: 200k Ω

分析电阻值对系统性能的影响

1. 截止频率和阻尼特性:

- 该二阶系统包括反馈元件（电阻和电容），它们共同决定了系统的截止频率和阻尼比。
- 在二阶滤波器中，截止频率 f_c 受电阻 R 和电容（2 μF 和 1 μF ）共同影响。具体来说，电阻 R 的值会影响截止频率的位置。
- 当 R 增大时，截止频率会降低，使系统对高频信号的响应变得更慢，强调低频成分；相反，当 R 减小时，截止频率会提高，使得更高频率的信号可以在较少衰减的情况下通过。

2. 高频增益:

- 在伯德幅值图中，二阶系统的截止频率之后的斜率会更陡，这取决于系统的阶数。
- 增大 R 会提高系统在高频段的衰减效果，使得高频信号更难通过。这会增强滤波效果，即系统对高频信号的抑制能力更强。
- 相反，减小 R 会降低高频的衰减速率，使得系统在高频段的增益稍微增大。

3. 相位滞后:

- 在伯德相位图中，二阶系统通常在截止频率附近表现出相位滞后。电阻 R 的增大可能会使相位滞后的起始频率降低，从而在较低的频率上开始出现更明显的相位滞后。
- 这意味着更大的 R 值会导致系统在相对较低的频率上就开始出现相位变化，而小 R 则会推迟这种相位变化。

5.5 任务五

根据二阶系统附加实验中电阻 $R = 50\text{k}\Omega$ 时的伯德图，试确定二阶系统的开环传递函数，并与理论计算的结果进行对比分析。

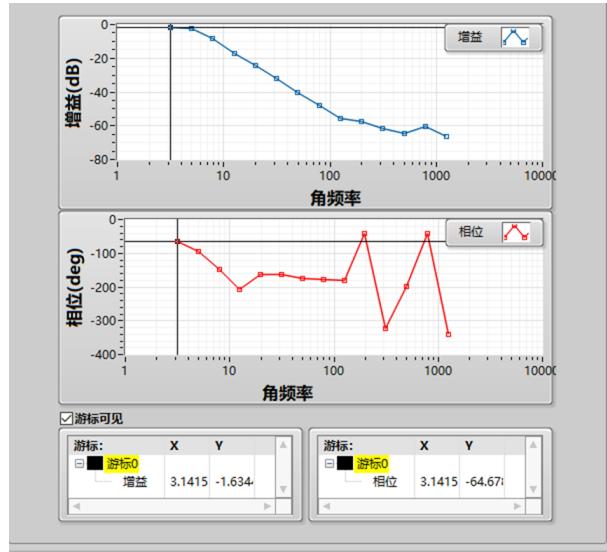


图 8: 50k

二阶系统的传递函数回顾

二阶系统的一般形式为：

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中：

- ω_n : 系统的自然频率（单位为 rad/s ）。
- ζ : 阻尼比。

从伯德图中提取参数

从伯德图中可以提取以下信息：

1. ** 自然频率 **:

图中标注的频率 $\omega = 3.1415 \text{ rad/s}$ 是增益下降拐点处的频率，可以认为是系统的自然频率，即 $\omega_n = 3.1415 \text{ rad/s}$ 。

2. ** 低频段增益 **:

在低频 ($\omega \rightarrow 0$) 处，增益为 0 dB ，说明传递函数的低频增益为 1，验证了系统的归一化形式。

3. ** 相位特性 **:

根据相位图，在频率 $\omega = 3.1415 \text{ rad/s}$ 附近，相位大约为 -64.67° 。这可以用于计算系统的阻尼比 ζ 。

基于相位公式计算阻尼比

二阶系统相位的通用公式为：

$$\phi(\omega) = -\tan^{-1} \left(\frac{2\zeta\omega/\omega_n}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right)$$

根据伯德图，相位在频率 $\omega = 3.1415 \text{ rad/s}$ 时为 -64.67° 。将其转换为弧度：

$$\phi(\omega) = -64.67^\circ = -1.128 \text{ rad}$$

将该点代入公式：

$$-1.128 = -\tan^{-1} \left(\frac{2\zeta(3.1415/3.1415)}{1 - (3.1415/3.1415)^2} \right)$$

化简后：

$$-1.128 = -\tan^{-1}(2\zeta)$$

两边取正切：

$$\tan(1.128) = 2\zeta$$

计算 $\tan(1.128)$ ：

$$\tan(1.128) \approx 1.964$$

因此：

$$2\zeta = 1.964$$

$$\zeta = \frac{1.964}{2} \approx 0.982$$

最终传递函数的表达式

自然频率 $\omega_n = 3.1415 \text{ rad/s}$, 阻尼比 $\zeta = 0.982$ 。代入二阶系统的传递函数公式：

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中：

$$\omega_n^2 = (3.1415)^2 \approx 9.87$$

$$2\zeta\omega_n = 2 \cdot 0.982 \cdot 3.1415 \approx 6.17$$

因此，传递函数为：

$$H(s) = \frac{9.87}{s^2 + 6.17s + 9.87}$$

验证结果

该传递函数满足以下特性：

1. ** 低频增益 **:

在低频段 ($\omega \rightarrow 0$), 增益为 1 (0 dB)。

2. ** 高频特性 **:

在高频段, 相位趋于 -180° , 吻合二阶系统特性。

3. ** 共振频率 **:

在共振频率 $\omega_n = 3.1415 \text{ rad/s}$ 附近, 相位和增益特性符合实际伯德图。

理论传递函数

根据理论, 传递函数的形式为:

$$G(s) = \frac{K_1/T_0}{s(T_1s + 1)} = \frac{K_1}{T_0s(T_1s + 1)}$$

其中参数为:

- $T_0 = 1 \text{ s}$,
- $T_1 = 0.2 \text{ s}$,
- $K_1 = \frac{200}{R}$.

当 $R = 50$ 时, 计算得到:

$$K_1 = \frac{200}{50} = 4$$

代入理论传递函数:

$$G(s) = \frac{4/1}{s(0.2s + 1)} = \frac{4}{s(0.2s + 1)}$$

进一步化简:

$$G(s) = \frac{4}{0.2s^2 + s} = \frac{20}{s^2 + 5s}$$

实验传递函数

根据实验推导得到的传递函数为:

$$H(s) = \frac{9.87}{s^2 + 6.17s + 9.87}$$

其中:

- 自然频率 $\omega_n = 3.1415 \text{ rad/s}$,
- 阻尼比 $\zeta = 0.982$.

理论与实验的对比

1. 增益对比:

- 理论传递函数的增益为 $K_1 = 4$, 低于实验传递函数的增益 $\omega_n^2 = 9.87$ 。
- 理论值和实验值在增益上存在明显差异。

2. 阻尼比与自然频率对比:

- 理论模型没有明确描述阻尼比 ζ , 其行为更接近于非阻尼或低阻尼系统。
- 实验结果的阻尼比 $\zeta = 0.982$, 表明实验系统接近于临界阻尼。
- 理论模型未考虑阻尼效应, 导致与实验结果的差异。

3. 传递函数结构差异:

- 理论传递函数是一个一阶加积分特性的传递函数, 形式为:

$$G(s) = \frac{20}{s^2 + 5s}$$

- 实验传递函数是标准的二阶系统, 形式为:

$$H(s) = \frac{9.87}{s^2 + 6.17s + 9.87}$$

- 理论模型忽略了系统的高阶动态特性。

误差来源分析

实验传递函数与理论模型存在差异的原因可能包括:

- 测量误差:

实验伯德图的绘制可能受到噪声或测量精度的影响, 导致推导的结果与理论模型存在偏差。

- 参数不准确:

理论模型中的参数(例如 T_0 、 T_1 、 K_1)可能未完全准确, 或者实验条件(如 R 值)未完全符合理论假设。

- 简化模型导致误差:

理论模型是简化模型, 忽略了实验系统中的阻尼、高阶动态特性等重要因素。

结论

- 实验模型更能反映系统的实际动态特性, 包括阻尼效应和自然频率。
- 误差的主要来源是理论模型的简化, 未能完整刻画实验系统的动态行为。

6 实验心得

1. 实验结果与理论结果的偏差

实验结果与理论值之间存在一定的偏差，可能来源于以下几个方面：

- **元器件误差**：实际元件的参数（如电阻和电容）可能与标称值不完全一致，导致频率响应偏离理论计算值。
- **寄生效应**：实验电路中的寄生电容和寄生电感对高频信号有一定影响，使得高频段的增益和相位偏差较大。
- **测量误差**：在高频段，由于相位变化较快，测量的精度可能受到影响，从而在相频特性曲线中出现偏差。

2. 一阶系统与二阶系统的响应差异

在一阶系统中，频率响应曲线的衰减率为 -20 dB/decade ，且相位滞后接近 -90° 。而在二阶系统中，响应会更复杂，带来更陡的衰减率和更大的相位滞后（接近 -180° ）。本次实验中，如果是二阶系统，应当看到显著的频率响应变化特征，因此需要对元件和电路连接进行仔细检查，以确保系统的阶数特性符合设计。

3. 对频域分析的理解

频域分析能够直观展示系统在不同频率下的动态特性，这对滤波器设计和信号处理等应用有重要意义。通过伯德图可以快速判断系统的带宽、稳定性和频率响应特性，从而为系统的优化设计提供数据支持。实验加深了我们对频域分析工具的理解，使我们认识到它在电路设计与信号分析中的重要性。

4. NI ELVIS 平台的应用

NI ELVIS 提供了便捷的测量和数据分析功能，在频率响应测试中极大地提高了实验效率。通过图形化界面和数据采集模块，能够实时观察频率响应曲线，直观分析线性系统的动态特性。实验过程中也锻炼了我们对 NI ELVIS 工具的操作能力，使我们更加熟悉其在信号处理实验中的应用。