中山大学本科生模拟期末考试

考试科目：《高等数学一（II）》

学年学期：2017 学年第 2 学期　　姓 名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿学号：＿＿＿＿＿＿＿＿＿

考试时长：120 分钟　　成绩评定：＿＿＿＿＿＿＿阅卷教师：＿＿＿＿＿＿＿＿

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

---------以下为试题区域，共 13 题, 总分 100 分------------

一、计算二重积分$\iint_D \mathrm{e}^{x^2-y^2}dxdy$, 其中$D=\{(x,y)||x|+|y|\le 1\}$。（7 分）

二、计算曲线积分$\int_L zds$，其中L为球面$x^2+y^2+z^2=a^2,(a>0)$在第一卦限部分的边界（7 分）

三、计算曲面积分$\iint_S z\,dS$,其中曲面S为$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$在$z=0$与$z=1$之间的部分（7 分）

四、计算曲面积分$\oiint_\Sigma x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y^2+z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma: x=\sqrt{1-3y^2-3z^2}$,方向取$x$轴正方向一侧（8 分）

五、求解微分方程初值问题$xy' + 2y = \sin x, y(\pi) = 0$（7 分）

六、判断数项级数$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln^2 n}$的敛散性, 并指明其为绝对收敛或条件收敛 (9 分)

七、判断数项级数$\sum_{n=1}^{\infty}\sin 2n\sin\left(\frac{1}{n}\right)$的敛散性　　（7 分）

八、证明：级数$f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\arctan\left(\frac{x^2}{2^n}\right)$在$(-\infty,+\infty)$有连续的导函数（8 分）

九、计算幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}x^{n+1}$的收敛域与和函数（8 分）

十、判断广义积分$\int_{1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{\ln x}\cdot x^2}\mathrm{d}x$的敛散性（8 分）

十一、 求积分$\int_0^{+\infty}\frac{e^{-2x}-e^{-3x}}{x}\mathrm{d}x$（8 分）

十二、 将$f(x)=x^2+1(0<x\leq 1)$在$(0,1]$上展开成正弦级数（8 分）

十三、 设含参变量瑕积分$g(y)=\int_a^b f(x,y)\,\mathrm{d}x$仅有$x=a$一个瑕点，并假设$\int_a^b f(x,y)\,\mathrm{d}x$在$y\in Y$上点点收敛到函数$g(y)$，试给出$g(y)=\int_a^b f(x,y)\,\mathrm{d}x$在$y\in Y$上一致收敛到$g(y)$的柯西收敛原理描述，并证明该柯西收敛原理（8 分）