

中山大学本科生期末考试

考试科目：《概率统计（理工类）》（A 卷）

学年学期：2017 学年第 2 学期

姓名：_____ 学号：_____

学院/系：数学学院

学院：_____ 年级专业：_____

考试方式：闭卷

任课教师：_____

考试时长：120 分钟

成绩评定：_____ 阅卷教师：_____

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

-----以下为试题区域，共 7 道大题，总分 100 分。考生请在试卷上作答-----

-----不允许使用计算器-----

一、（15 分）A 箱子中装有标号为 1,3 的两个球，B 箱子中装有标号为 2,4 的两个球。某人依次从 A、B 箱子中随机取出一球。用向量 (i,j) 表示每个可能结果，如 $(1,2)$ 表示“从 A 箱子中取出 1 号球，从 B 箱子中取出 2 号球”。

（1）用枚举法写出实验的样本空间 Ω ；

（2）用 X 表示取出两球的号码之和，求 X 的分布列和分布函数。

二、（15 分）某射击小组共有 20 名射手，其中一级射手 4 人，二级射手 8 人，三级射手 6 人，四级射手 2 人。一、二、三、四级射手能通过选拔进入比赛的概率分别为 0.9, 0.7, 0.5, 0.2，试求：

（1）任选一名射手能通过选拔进入比赛的概率；

（2）现有一名射手通过选拔进入比赛，求该射手为一级射手的条件概率。

三、(10分) 设 X 的密度函数 $f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, $-\infty < x < +\infty$. 求 $Y = |X|$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

四、(15分) 使用某仪器测量某化学溶剂的 PH 值时, 测量误差的平均值为 $\mu = 0$, 标准差为 $\sigma = 0.2$.

现有 100 位学生使用该仪器进行测量, 设 \bar{X} 为这 100 位学生测量后误差的平均值。

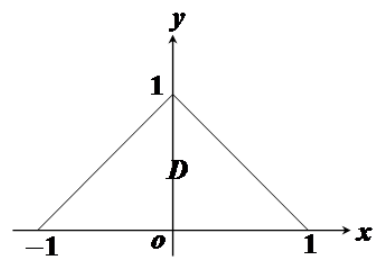
(1) (5分) 使用切比雪夫不等式, 对 $P\{-0.04 \leq \bar{X} \leq 0.04\}$ 的值进行估计;

(2) (10分) 使用中心极限定理, 求 $P\{-0.04 \leq \bar{X} \leq 0.04\}$ 的近似值 (答案使用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 表示, 不用查表求值)。

五、(20 分) 设区域 $D = \{ (x, y) \mid 0 \leq y \leq 1, y-1 \leq x \leq 1-y \}$ (如右下图)。

$$(X, Y) \text{ 的联合密度为 } p(x, y) = \begin{cases} Cy, & (x, y) \in D \\ 0, & (x, y) \notin D \end{cases}.$$

- (1) 求常数 C ;
- (2) 求 X, Y 的边缘密度 $p_X(x), p_Y(y)$;
- (3) 求 X, Y 的相关系数 ρ ;
- (4) 请问 X, Y 是否独立?



六、(10分) 设总体 X 的均值 $EX = \mu$, 方差 $DX = 1$, X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的样本. 有三个估计

量: $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$, $\hat{\mu}_2 = X_1 + X_2 - X_3$, $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2 - \frac{1}{6}X_3$. 请问:

(1) 哪些是 μ 的无偏估计? (2) 无偏估计中哪个最有效?

七、(15分) 设总体概率分布为 $\begin{array}{c|cccc} X & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & \theta^2 & 1-2\theta \end{array}$, $0 < \theta < \frac{1}{2}$ 为未知参数. 利用 X 的

如下样本值: 3, 2, 3, 0, 3, 0, 2, 3, 求 θ 的矩估计值及最大似然估计值.