中山大学东校区 2015 学年第二学期《高等数学一》期中考试题

（注：第 1-10 题每题 8 分，第 11-12 题每题 10 分；题目顺序随机，与难易无关）

1. 计算积分$I=\iint\limits_{D}(x+6y)d\sigma$,其中$D$是$y=x,y=5x,x=1$所围成的平面区域.

2. 设V是曲面$z=\sqrt{3-x^2-y^2}$与$x^2+y^2=2z$所围成的立体，求V的体积.

3. 设V是曲面$z=\sqrt{3-x^2-y^2}$与$x^2+y^2=2z$所围成的立体，求V的表面积.

4. 设C是由极坐标系下的曲线$r=a,\theta=0,\theta=\dfrac{\pi}{4}$所围区域的边界，求$I=\int\limits_{C} e^{\sqrt{x^2+y^2}}\,ds$.

5. 计算$I=\iint\limits_{\Sigma} xdydz+ydzdx+zdxdy$,其中$\sum$是平面$x^2+y^2=1$ 被平面$z=0$ 及$z=3$ 所截得的第一卦限内的部分的后侧.

6. 设L是曲线$x^2+y^2=1$ 与$z=x+y$的交线，从Z轴正向往Z轴负向看去为逆时针方向，计算积分$I=\oint_L xzdx+xdy+\frac{1}{2}y^2dz.$

7. 求微分方程$y'=\frac{y}{x}+\tan x$ 的通解.

8. 求微分方程$yy^n-(y')^2-y'=0$ 的通解.

9. 求微分方程 $2xyy' - y^2 + x^2 = 0$ 的通解.

10. 求微分方程$y^n - \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2} = \frac{2}{x}$的通解.

11 计算曲线积分$I = \int_L (\cos x - x^2 y)\,dx + xy^2 dy$, 其中$L$为上半圆周$x^2 + y^2 = a^2(a > 0)$从点 $A(a\,,\,0)$到点 $B(-a\,,\,0)$的弧.

12. 计算积分$I = \iint_S \frac{axdydz + (z+a)^2 dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, S是球面$x^2 + y^2 + z^2 = a^2(a > 0)$的下半部分和上侧.

中山大学东校区 2014 学年第二学期《高等数学一》期中考试题

（注：第 1-12 题每题 8 分，第 13 题 4 分；题目顺序随机，与难易无关）

1. 计算积分$I=\iint\limits_{D}\cos(x+y)\,d\sigma$，其中$D$由直线$x=0,y=\pi,y=x$所围成的平面区域.

2. 求曲面$x^2+y^2+z^2=2Rz$和$z=\cot\alpha\sqrt{x^2+y^2}\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$所围成的空间区域的体积.

3. 计算$I=\iiint\limits_{\Omega}\left(y+z\sqrt{1-x^2}\right)dV$,其中 Ω 是由曲面$y=-\sqrt{1-x^2-z^2},x^2+y^2=1,y=1$ 所界的立体区域

4. 计算$I=\int_{L}(x+y)^2dx+(x^2+y^2\sin y)dy$,其中$L$：曲线$y=\sin x(\pi\leq x\leq 2\pi)$ 按x增大的方向.

5. 设 L 是从点$A(-e^{\pi},0,e^{\pi})$沿曲线$x=e^{t}\cos t, y=e^{t}\sin t, z=e^{t}$,到点$B\left(1，0，1\right)$的弧段，

计算$I=\int (x^2+y^2+z^2)\,ds.$

6. 计算$I=\iint\limits_{\Sigma}\frac{1}{z}dS$,其中 Σ 是$x^2+y^2+z^2=a^2$被$z=h$ 截出的顶部$(0<h<a)$.

7. 计算$I=\iint\limits_{\Sigma}(z^2+x)\,dydz-zdxdy$,其中 Σ 是$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$介于$z=0,z=2$ 之间部分的下侧.

8. 求微分方程$(y-xy^3)dx+xdy=0$ 的通解.

9. 求微分方程$(x^2-y^2)dy-xydx=0$ 的通积分.

10. 求微分方程$y''=y'+(y')^2$的通积分.

11. 求微分方程$(xy^2-y\sin x)dx+(x^2y+\cos x)dy=0$ 的通积分.

12. 求微分方程$x^2y''-3xy'-5y=x^2\ln x$的通解.

13. 设 Σ 是光滑的封闭曲面，V 是 Σ 所围立体 Ω 的体积，$r=(x,y,z)$, θ是 Σ 的外法向量与r的夹角，

证明：$V=\dfrac{1}{3}\iint\limits_{\Sigma}|r|\cos\theta dS$.

中山大学东校区 2013 学年第二学期《高等数学一》期中考试题

（注：第 1-10 题每题 8 分，第 11-14 题每题 5 分）

1. 求微分方程$\frac{dy}{dx}=(x+y)^2$的通解.

2. 计算积分$\iint\limits_{D}(x+y)dxdy$,其中$D$是由直线$y=x,x=1$及$x$轴围成的平面区域.

3. 求曲面$\mathrm{z}=2-x^2-y^2$和$z=x^2+y^2$所围成的立体的体积.

4. 计算积分$I=\int_L (2xy+3\sin x)dx+(x^2-e^y)\,dy$,其中$L$为摆线$\begin{cases}x(t)=t-\sin t\\ y(t)=1-\cos t\end{cases}$从点$O(0，0)$到$A(\pi，2)$的一段弧.

5. 计算积分 $\iint\limits_{\Sigma} 2xdydz + ydzdx + zdxdy$,其中$\sum$为抛物面$z = x^2 + y^2(0 \le z \le 1)$的下侧.

6. 计算 $\iint\limits_{\Sigma}(x + y + z)dS$,其中$\sum$为平面 $y + z = 5$ 被柱面$x^2 + y^2 = 25$ 所截得的部分.

7. 计算 $\iiint(x^2 + y^2 + z^2)dxdydz$,其中$\Omega$是由$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$所围成的闭区域.

8. 设L为连接 O$(0,0)$,$A(1,0)$,$B(0,2)$的闭折线$OABO$,计算$\int_L (x + y)\,ds$.

9. 求微分方程$xy' + y = xe^x$的通解

10. 求微分方程$y'' - 5y' + 6y = (x+1)e^{2x}$.

11. 求微分方程$y'' = y' + (y')^3$的通解.

12. 求柱面$x^2 + y^2 = ax$含在球面$x^2 + y^2 + z^2 = a^2(a > 0)$的内部的那部分的面积.

13. 计算$\oint_{L^+} 2xzdx + xydy - xzdz$, 其中$L$为平面 $2x + y + z = 2$ 在第一卦线部分的边界，从x轴正向看去沿逆时针方向.

14. 设D是平面有界闭区域，其边界线L逐段光滑，函数$P(x,y)$ ，$Q(x,y)$在D上有连续的一阶偏导数.

证明：$\oint_{L^+} [P\cos(n,x) + Q\cos(n,y)]\, ds = \iint\limits_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y}\right) d\sigma,$

其中 $\cos(n, x)$, $\cos(n, y)$为曲线 L 的外法向量的方向余弦.

中山大学东校区 2012 学年第二学期《高等数学一》期中考试题

（注：前 5 题每小题 4 分，后 10 题每小题 8 分）

一、 简答题（每小题 4 分）

1. 求微分方程$ydx+(x^2-4x)dy=0$ 的通解.

2. 设 L 为椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，其周长为$a$, 计算$\oint_L (2xy+3x^2+4y^2)ds$.

3. 计算积分$\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy$.

4. 已知某二阶非齐次线性方程的三个解分别为$y_1=e^x, y_2=xe^x, y_3=x^2e^x$, 求该方程的通解.

5. 设$\varphi_1(x),\varphi_2(x)$是微分方程$y''+q(x)y=0$ 的任意两个解，其中$q(x)$在(a,b)上连续，证明：$\varphi_1(x)$与$\varphi_2(x)$的朗斯基行列式$w(x)\equiv$ 常数.

二、 解答下列各题（每小题 8 分）

1. 计算$\iint\limits_D xyd\sigma$,其中D是由$y^2=2x,x^2+y^2=2x$及$x=2$ 在第一象限所围成的闭区域.

2. 求微分方程$xy''+3y'=0$ 的通解.

3. 计算曲线积分$\int_L zds$,其中L为曲线$x=t\cos t,y=t\sin t,z=t,0\le t\le t_0$.

4. 计算积分 $\mathrm{I}=\int_{\Gamma} xdy-ydx$, 其中 Γ 为由坐标轴和直线$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$ 构成的三角形正向回路.

5. 计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(y^2-z)dydz+(z^2-x)\,dzdx+(x^2-y)dxdy$, 其中 Σ 为锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}(0\le z\le h)$ 的外侧.

6. 计算$\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)dS$, 其中 Σ 为球面$x^2+y^2+z^2=a^2$ 上$z\ge h(0<h<a)$的部分.

7. 计算$\iiint\limits_{\Omega} ze^{x^2+y^2}dxdydz$, 其中 Ω 是由$z=\sqrt{x^2+y^2}$及$z=1$ 和$z=2$ 所围成的空间有界闭区域.

8. 求曲线积分$\int_L (y-\cos y)dx + x\sin y dy$,其中$L$为曲线$y=1-x^2$从$A(-1,0)$到$B(1,0)$的曲线弧段.

9. 求微分方程$x^2y''-xy'+4y=x\sin(\ln x)$的通解.

10. 设曲线积分$\int_L yf(x)dx+[2xf(x)-x^2]\,dy$在右半平面$(x>0)$内与路径无关，其中$f(x)$可导，且$f(1)=1$,求函数$f(x)$.

中山大学东校区 2011 学年第二学期《高等数学一》期中考试题

（注：全卷共三大题，20 小题，满分 100 分）

一．单项选择题（每小题 2 分，共计 10 分）

1. 改变积分次序，则 $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)\,dx =$（　　）

A. $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)\,dy$　　B. $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)\,dy$　　C. $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)\,dy$　　D. $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)\,dy$

2. $P(x,y),Q(x,y)$具有一阶连续偏导，则$P(x,y)dx-Q(x,y)dy$为某一函数的全微分的充要条件是（　　）

A. $\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{\partial Q}{\partial y}$　　B. $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$　　C. $\frac{\partial P}{\partial x}=-\frac{\partial Q}{\partial y}$　　D. $\frac{\partial P}{\partial y}=-\frac{\partial Q}{\partial x}$

3. 下列方程中是一阶线性微分方程的是（　　）

A. $y'=x\sin y+e^x$　　B. $y'=y^2+x$　　C. $y'=y\sin x+e^x$　　D. $y''=4y$

4. 下列函数中，哪个是微分方程$dy-2xdx=0$ 的解（　　）

A. $y=2x$　　B. $y=x^2$　　C. $y=-2x$　　D. $y=-x^2$

5. 用待定系数法解微分方程$y''-2y'+5y=e^x\cos 2x$时，应假设其特解y'的形式为（　　）

A. $Ae^x\cos 2x$　　B. $Ae^x\sin 2x$　　C. $e^x(A\cos 2x+B\sin 2x)$

D. $xe^x(A\cos 2x+B\sin 2x)$　　E. $x^2\bullet e^x(A\cos 2x+B\sin 2x)$

二．填空题（每小题 2 分，共计 10 分）

1. 设 L 为圆周$x^2+y^2=1$,则$\oint_L (x^2+y^2)\,ds=$ ________

2. 在区域D：$0\le y\le\sqrt{R^2-x^2}$上的$\iint_D xy^2d\sigma$值为 ________

3. $\iiint_\Omega dv=$ ________ ,其中 Ω 是由$x^2+y^2+z^2=R^2$所围成的有界区域。

4. 微分方程$y'-y=0$ 的通解为$y=$________

5. 若y_1与y_2是方程$y''+P(x)y'+Q(x)y=0$ 的两个线性无关解，则其通解为________

三．解答下列各题（每小题 8 分）

1. 计算曲线积分 $\int_L ydx - x^2dy$，其中 L 是抛物线 $y = x^2$ 上从点 $A(-1，1)$ 到点 $B(1，1)$，再沿直线到点 $C(0，2)$ 所构成的曲线.

2. 计算 $\int_L (e^x\sin y - 2y)dx + (e^x\cos y - 2)\,dy$, 其中 L 是上半圆 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 与 x 轴所围区域的边界，沿逆时针方向.

3. 计算 $\oint_C (x + y)ds$, 其中 C 是以 $O(0，0)$、$A(1，0)$、$B(0，1)$ 为顶点的三角形边界.

4. 求 $\oiint_\Sigma x^2\,dy\,dz + z^2dxdy$, 其中 Σ 为 $z = x^2 + y^2$ 和 $z = 1$ 所围成立体边界的外侧.

5. 求方程$(x-y+1)dx-(x+y^2+3)dy=0$ 的通解.

6. 求方程$yy''-(y')^2=0$ 的通解.

7. 求方程$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{x}\right)^3$ 的通解及满足$y|_{x=1}$的特解.、

8. 计算$\iint\limits_S(1+z)dS$, S为上半球面$z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$.

9. 求微分方程$y'' + y + \sin 2x = 0$ 的通解，并求满足条件$y(\pi) = 1, y'(\pi) = 1$ 的特解.

10. 设$f(x)$二次可微，$f(0) = 0, f'(0) = 1,$ 又设曲线积分$\int_{(0,0)}^{(x,y)} \frac{xy}{1+x^2} f'(x)\,dx + f'(x)dy$与路径无关.

(1)求函数$f(x)$；

(2)计算如上曲线的积分.

中山大学东校区 2013 学年第二学期《高等数学一》期末考试题

（注：第 1-8 题每小题 8 分，第 9-14 题每小题 6 分）

1. 计算积分 $\iint\limits_{D}\frac{1}{y}e^{\frac{x}{y}}dxdy$, 其中 D 由 $y=x^2, x=0, y=1$ 所围.

2. 计算积分 $\oiint\limits_{\Sigma}2xzdydz+yzdzdx-z^2dxdy$, 其中 Σ 由圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与上半球面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 所围成的立体表面的外侧.

3. 求微分方程 $xy'-y-e^xy^2=0$ 的通解.

4. 讨论含参变量的无穷积分 $\int_1^{+\infty}e^{-bx}\frac{\sin x}{\sqrt{x}}dx$ 在 $b\in[0,\ +\infty)$ 上 的一致收敛性.

5. 求微分方程$x^2y'' - 3xy' + 3y = 4\ln x$的通解.

6. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+2}x^n$的收敛域及函数.

7. 求函数$f(x)=\begin{cases}2 & -\pi < x \le 0\\ 1 & 0 < x \le \pi\end{cases}$的傅氏级数，并写出该级数的和函数.

8. 证明函数项级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin x^n}{3+x^n}$

(1)在 $0 \le x \le 1-\delta(0 < x < 1)$一致收敛；

(2)在 $0 \le \mathrm{x} \le 1$ 不一致收敛.

9. 判定瑕积分$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$的敛散性.

10. 讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$的敛散性.

11. 判定级数$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \tan\frac{\varphi}{n}\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$是否收敛？若收敛是绝对收敛还是条件收敛？

12. 计算$\oint_L (y^2+v^2)dx+(3xy+6x+\cos^2 y)dy$,

其中L为圆域D：$x^2+y^2\le 2$ 的边界曲线，取逆时针方向.

13. 求函数$f(x)=\dfrac{5}{6-x-x^2}$的幂级数展开式，并指出收敛域.

14. 求积分$\int_0^1 \dfrac{x^{-\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{3}}}{\ln x}ds$的值.

中山大学东校区 2012 学年第二学期《高等数学一》期末考试题

（注：全卷共 2 大题，满分 100 分）

一、填空（每空 2 分，共 16 分）

$\int_L$(Pcosα+Qcosβ+Rcosγ)ds

1. 第二型曲线积分$\int_L Pdx+Qdy+Rdz$化为第一型曲线积分是____________，其中α，β，γ是有向曲线弧 L 在点(x,y,z)处的 切向量 的方向角.

∫ ∫$_S$(Pcosα+Qcosβ+Rcosγ)dS

2. 第二型曲面积分$\iint_\Sigma Pdydz+Qdzdx+Rdxdy$化为第一型曲面积分是____________，其中α，β，γ是有向曲面 Σ 在点(x,y,z)处的 切向量 的方向角.

3. 若$y_1(x)$是方程$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$的解，$y_0(x)$是方程$\frac{dy}{dx}+P(x)y=0$ 解，则$y_1(x)+y_0(x)$是方程 dy/dx + P(x)y = Q(x) 的解

dy/dx + Q(x) = 0

4. 设$y_1(x)$，$y_2(x)$是非齐次方程$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$的两个解，则$y_1(x)-y_2(x)$是方程________ 的解.

5. 设函数$y_1(x)$，$y_2(x)$分别是非齐次方程$y''+py'+qy=f_1(x)$与$y''+py'+qy=f_2(x)$的解，则函数$y=y_1(x)+y_2(x)$必是方程 y'' + py' +qy = f1(x)+f2(x) 的解.

6. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛，则$\lim_{n\to\infty}a_n=$ 0

二、解答下列各题，并写出并要的过程。（1-10 题每小题 8 分，第 11 题 4 分）

1. 计算积分$\iint_{\pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2}\sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy.$

2. 计算积分 $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, 其中 V 是由曲面 $x^2+y^2=2z, z=2$ 所界的区域.

3. 计算积分 $\iint\limits_S x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$, 其中 S 为球 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外表面.

4. 求微分方程 $2\dfrac{dy}{dx}+y-xy^3=0$ 的通解.

5. 证明 $I(t)=\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\sin tx}{x}$ 在 $[a,+\infty)$ (其中 $a>0$) 上一致收敛.

t是参变量　I(t) = ∫ sin(tx)dx/x

6. 判定积分$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{\frac{5}{4}}}dx$的敛散性.

7. 求级数$\sum_{n=1}^{\infty} n(x-1)^n$的收敛域及和函数.

8. 证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n-1}{n+1}\cdot\frac{1}{\sqrt[100]{n}}$条件收敛.

9. 在区间$(0，2l)$内求$f(x)=\begin{cases} A & 0<x<l \\ 0 & l\le x<2l \end{cases}$(其中$A$为常数且$A\neq 0$)的傅里叶级数，并写出傅里叶级数在$(0，2l)$内的和函数.

10. 证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\arctan\frac{x}{n^2}, x\in R$,可逐项微分.

11. 设正项数列$\{x_n\}$单调上升且有界，证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{x_n}{x_{n+1}}\right)$收敛.

中山大学东校区 2011 学年第二学期《高等数学一》期末考试题

（注：第 1-10 题每小题 8 分，11-12 题每小题 10 分）

1. 计算$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+2x+2}$的值.

2. 求$\iint\limits_{S} xy^2\,dydz+yz^2dzdx+zx^2dxdy$,其中 S 为球面$x^2+y^2+z^2=4$ 的外侧.

3. 求$\oint_{L^+}(xy^2+y^3)\,dy-(x^3+x^2y)dx$,其中$L^+$为圆周$x^2+y^2=1$ 的正向.

4. 设$f(x,y)$在$[1,e)\times[0,1]$上连续，试交换如下二重积分的积分次序：$\int_1^e\left[\int_0^{\ln x}f(x,y)dy\right]dx$.

5. 求微分方程$y''(e^x+1)+y'=0$ 通解.

6. 求$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2n-2}$的收敛域及和函数.

7. 求 $\arctan\frac{1+x}{1-x}$在$x=0$ 处的幂级数展开式(请注明收敛域).

8. 试判断无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}$的敛散性.

9. 设$f(x)$是以 2π为周期的函数，且当$x \in [\pi, -\pi)$时$f(x) = x$, 求$f(\mathrm{x})$的傅里叶级数及其和函数.

10. 求$\int_0^1 \frac{x^2 - x^3}{\ln x} dx$.

11. 判断积分$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2} \cos x dx$是绝对收敛还是条件收敛.

12. 试证明$\int_0^{+\infty} te^{-tx} dx$在 $0 < c \leq t \leq d$上一致收敛，但在 $0 < t \leq d$上不一致收敛.

中山大学东校区 2010 学年第二学期《高等数学一》期中考试题

（注：第 1-10 题每小题 7 分，第 11-15 题每小题 6 分）

1. 求积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$.

2. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$ 的敛散性.

3. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n} - 1}{n}$ 是否收敛，若收敛是条件收敛还是绝对收敛？

4. 判断积分 $\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{x^{\frac{5}{2}}}$ 的敛散性.

5. 求 $\mathrm{I}=\oiint\limits_{S^+}(x+y)dydz+(y+z)dzdx+(z+x)dxdy$, 其中$S^+$是平面.

x=0, y=0, z=0, x=a, y=a, z=a(a>0)所谓立体表面之外侧.

6. 求方程$\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}-a(\ln x)y^2=0$ 的通解.

7. 求函数 $\ln(3+2x)$在$x=0$ 的泰勒展开式.

8. 求曲面$z=x^2+y^2$, 被柱面$x^2+y^2=2$ 与$x^2+y^2=6$ 所截部分的面积.

9. 判定积分$\int_1^{\infty}\frac{\sin(3x+6)}{\sqrt{x+1}\cdot\sqrt[3]{x+2}\cdot\sqrt[4]{x+3}}dx$的敛散性，若收敛是条件收敛还是绝对收敛？

10. 证明$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(nx+n^2)}{\sqrt[3]{1+(x^2+n^3)^2}}$在$-\infty<x<+\infty$上一致收敛.

11. 计算$I=\int_L (e^x\sin y-my)dx+(e^x\cos y-m)\,dy$,其中$L$为曲线$x^2+y^2=ax,y\geq 0$ 从点$(a,0)$到$(0，0)$点的一段$(a>0)$.

12. 求$I=\iiint\limits_{\Omega}(y^2-z)dxdydz$,其中 Ω 是由$x^2+y^2+z^2=R^2$所围成的空间闭区间.

13. 求函数$f(x) == \begin{cases} -2 & -\pi < x \leq 0, \\ 1 & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$的傅氏级数及其和函数.

14. 求$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2n-2}$的收敛域及和函数.

15. 证明函数$f(a) = \int_1^{+\infty} e^{-ax} \frac{\cos x}{x^p} dx (p > 0)$ 在$[0, +\infty)$连续.