

1. 求微分方程 $ydx + (x^2 - 4x)dy = 0$ 的通解。

2. 设 L 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, 其周长为 a , 计算 $\oint_L (2xy + 3x^2 + 4y^2)ds$.

3. 计算积分 $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy$.

4. 已知某二阶非齐次线性方程的三个解分别为 $y_1^* = e^x$, $y_2^* = xe^x$, $y_3^* = x^2 e^x$, 求该方程的通解。

5. 设 $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ 是微分方程 $y'' + q(x)y = 0$ 的任意两个解, 其中 $q(x)$ 在 (a, b) 上连续, 证明: $\varphi_1(x)$ 与 $\varphi_2(x)$ 的朗斯基行列式 $w(x) \equiv \text{常数}$.

1. 计算 $\iint_D xy d\sigma$, 其中 D 是由 $y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 2x$ 及 $x = 2$ 在第一象限所围成的闭区域。

2. 求微分方程 $xy'' + 3y' = 0$ 的通解。

3. 计算曲线积分 $\int_L z ds$, 其中 L 为曲线 $x = t \cos t, y = t \sin t, z = t, 0 \leq t \leq t_0$.

4. 计算积分 $I = \int_{\Gamma} x dy - y dx$, 其中 Γ 为由坐标轴和直线 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 构成的三角形正向回路。

5. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (y^2 - z) dy dz + (z^2 - x) dz dx + (x^2 - y) dx dy$,

其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2} (0 \leq z \leq h)$ 的外侧。

6. 计算 $\iint_{\Sigma} (x + y + z) dS$, 其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 上 $z \geq h (0 < h < a)$ 的部分。

7. 计算 $\iiint_{\Omega} ze^{x^2+y^2} dx dy dz$, 其中 Ω 是由 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及 $z = 1$ 和 $z = 2$ 所围成的空间有界闭区域。

8. 求曲线积分 $\int_L (y - \cos y) dx + x \sin y dy$, 其中 L 为曲线 $y = 1 - x^2$ 从 $A(-1, 0)$ 到 $B(1, 0)$ 的曲线弧段。

9. 求微分方程 $x^2 y' - xy' + 4y = x \sin(\ln x)$ 的通解。

10. 设曲线积分 $\int_L y f(x) dx + [2xf(x) - x^2] dy$ 在右半平面 ($x > 0$) 内与路径无关, 其中 $f(x)$ 可导, 且 $f(1) = 1$, 求函数 $f(x)$ 。