珠海校区 2014 学年度第 2 学期 14 级《高等数学一》期中考试题

学院/专业____________________ 学号____________ 姓名__________ 评分___

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第六条：“考试作弊不授予学士学位。”

（注意：考试时间共 90 分钟）

一、求下列极限：（每小题 8 分，共 32 分）

（1） $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$；　　　（2） $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-2x+1}{x^3+2x^2-1}$ ；

（3） $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin 2x}$ ；　　　（4） $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x$ 。

二，完成下列各题：（每小题 10 分，共 20 分）

（1）设函数 $y=f(x)$ 由方程 $\begin{cases} x=\sqrt{3}t^2 \\ y=4t^3 \end{cases}$ 确定，求 $\dfrac{dy}{dx}$ 和 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ 。

（2）若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导，且满足

$f(x+1)=2f(x)$， $x\in R$， $f(0)=f'(0)=1$，求 $f'(1)$。

三，求如下积分：（每小题 8 分，共 32 分）

（1） $\int \sin^3 x \cos^2 x \, dx$；　　（2） $\int \frac{1+x}{1-x} dx$；　　（3） $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$；

（4） $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$。

四，（8 分）求证：方程 $x=\sin x+2$ 至少有一个不超过 3 的正根。

五，（8 分） 设 $f(x)$ 是连续的奇函数，求证：$F(x)=\int_{0}^{x} f(t)dt$ 是偶函数。

当 $f(t)=e^{t^2}$ 时，求 $F'(x)$ 。