



# 自动控制实验

## 实验三：基于Matlab的控制系统 时域性能指标分析与设计



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 1. 实验目的

- 学会使用MATLAB编程绘制控制系统的单位阶跃响应曲线
- 研究二阶控制系统中  $\zeta$ 、 $\omega_n$  对系统阶跃响应的影响
- 掌握准确读取动态特性指标的方法
- 分析二阶系统闭环极点和闭环零点对系统动态性能的影响



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 2.实验任务/要求

- 求取系统的特征根
- 求取系统的闭环根、 $\zeta$ 、 $\omega_n$
- 求取系统的单位阶跃响应



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 3.实验仪器、设备及材料

- 计算机

- MATLAB软件

## 4.实验原理

- 典型二阶系统的闭环极点

- 二阶系统的动态性能指标



# 1、典型二阶系统的闭环极点

- 典型二阶系统的闭环传递函数为：

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

- 二阶系统的特征方程为：  $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

- 二阶系统的闭环极点为：

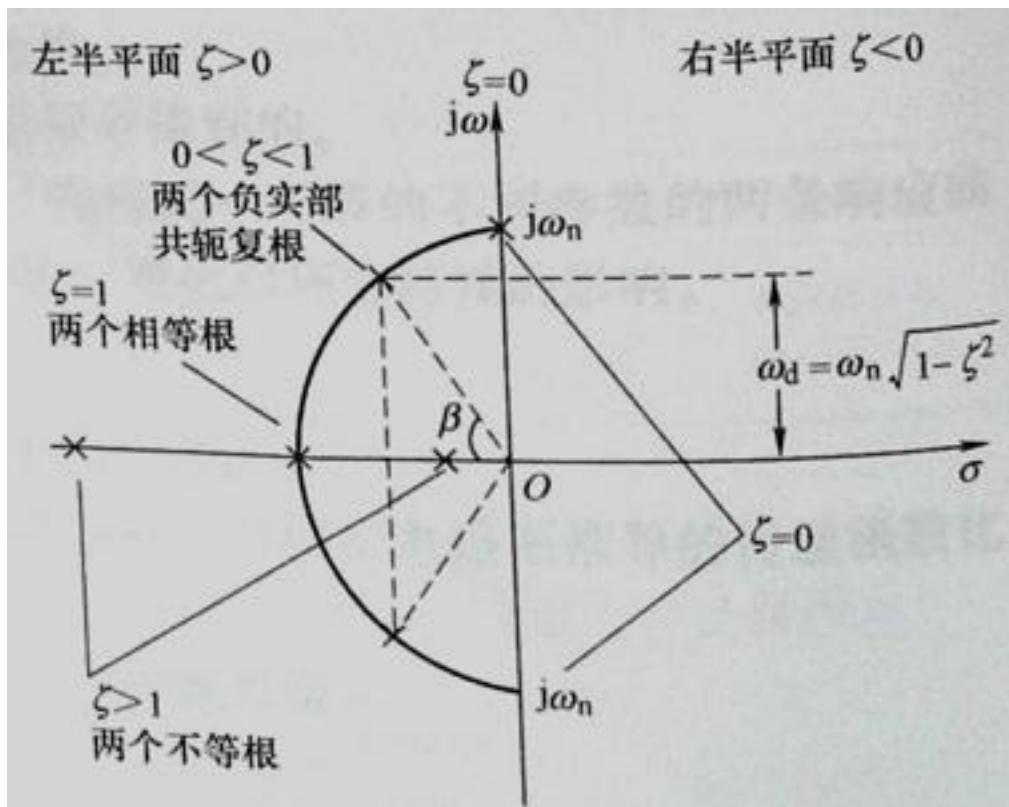
$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$



# 1、典型二阶系统的闭环极点

■ 二阶系统的闭环极点分布如图1所示。

■  $\zeta$ 、 $\omega_n$  的值决定了闭环极点的位置。





# 1、典型二阶系统的闭环极点

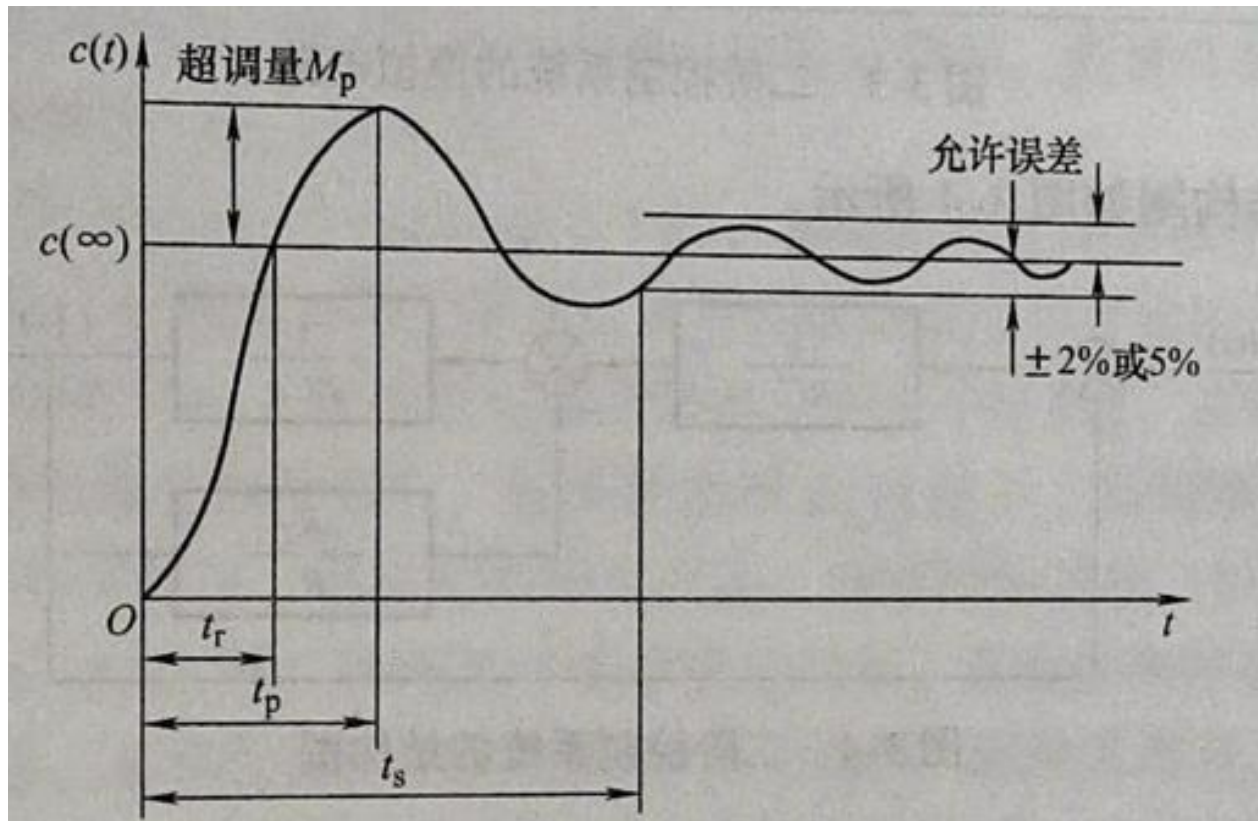
■ 二阶系统的动态特性可以用  $\zeta$ 、 $\omega_n$  的形式加以描述

$\zeta$ 的值	闭环极点分布的特点	阶跃响应的特点
$\zeta < 0$	两个正实部的特征根，位于 $s$ 右半平面	振荡发散的曲线
$\zeta = 0$ （无阻尼系统）	一对共轭纯虚根，位于 $s$ 平面虚轴上	等幅振荡曲线
$0 < \zeta < 1$ （欠阻尼系统）	两个负实部的共轭复根，位于 $s$ 左半平面	衰减振荡曲线
$\zeta = 1$ （临界阻尼系统）	两个相等的负实根，位于 $s$ 左半平面实轴	单调上升收敛的曲线
$\zeta > 1$ （过阻尼系统）	两个不相等的负实根，位于 $s$ 左半平面实轴	上升速度较 $\zeta = 1$ 时慢



## 2、二阶系统的动态性能指标

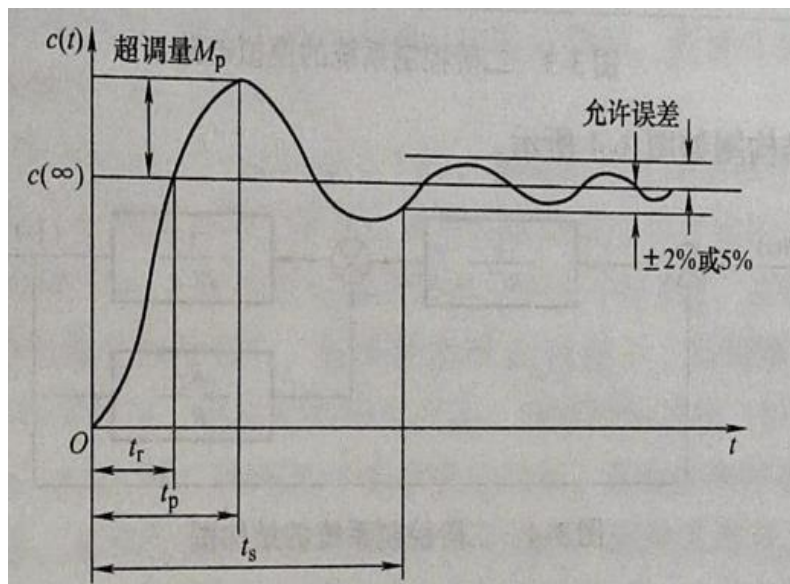
- 二阶系统的动态性能指标如图2所示。







## 2、二阶系统的动态性能指标



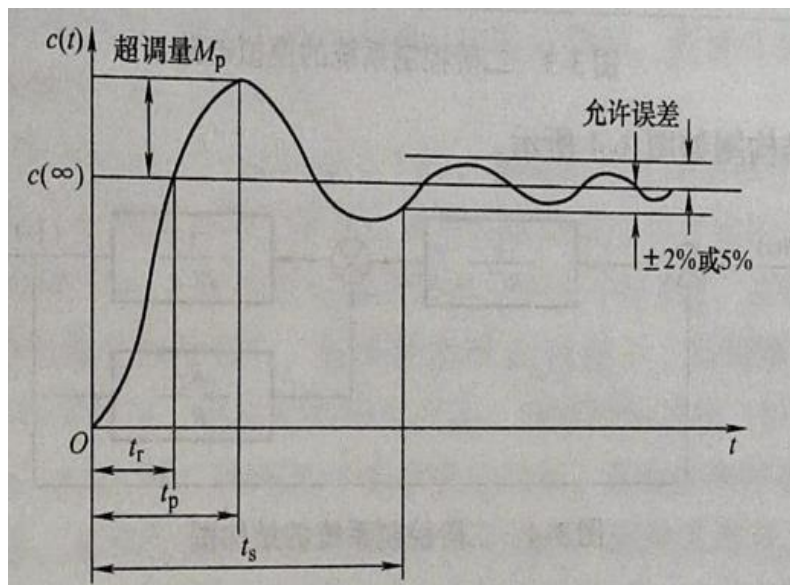
**上升时间(Rise Time)  $t_r$** : 当被控量  $c(t)$  首次由 0 上升到其稳态值所需的时间。上升时间越短, 表明响应速度越快。

**峰值时间(Peak Time)  $t_p$** : 瞬态响应第一次出现峰值的时间。

**调整时间(Settling Time)  $t_s$** : 阶跃响应曲线开始进入偏离稳态值  $\pm\Delta$  ( $\Delta$  通常取近  $\pm 5\%$  或  $\pm 2\%$ ) 的误差范围, 并从此不再超越这个范围的时间。调整时间越小, 表示系统动态调整过程的时间越短。



## 2、二阶系统的动态性能指标



**超调量(Maximum Overshoot)  $M_p$** ：阶跃响应的峰值  $c(t_p)$  与稳态值  $c(\infty)$  之差与稳态值之比的百分数，是描述系统相对稳定的一个动态指标。

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

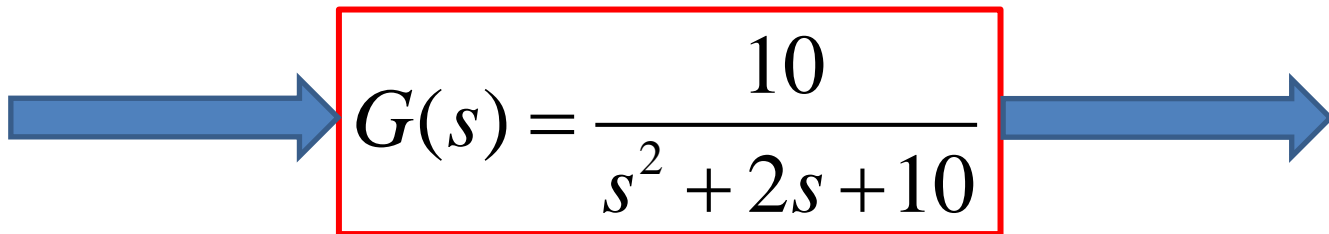
$t_s$ 、 $t_p$  评价系统的响应速度， $t_s$  是同时反映响应速度和阻尼程度的综合性指标， $M_p$  评价系统的阻尼程度。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

■ 已知二阶控制系统为：



A block diagram representing a second-order control system. A blue arrow points from the left into a red rectangular box. Inside the box, the transfer function is given as  $G(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 10}$ . A blue arrow points from the right side of the box to the right.

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 10}$$



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

### □ 求系统的特征根

若已知系统的特征多项式  $D(s)$ ，利用 `roots()` 函数可以求其特征根。

```
num=10;
```

```
den=[1 2 10];
```

```
roots(den)
```

若已知系统的传递函数，利用 `eig()` 函数可以直接求出系统的特征根。

```
sys=tf(num, den)
```

```
eig(sys)
```

■ 上述两种方法都可以得到系统的特征根：  $-1.0000+3.0000i$ ;  $-1.0000-3.0000i$ 。两者计算结果相同。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 求系统的  
闭环根、

$\zeta$ 、 $\omega_n$

利用函数 `damp()` 可以计算出系统的闭环根、 $\zeta$ 、 $\omega_n$ 。

```
den=[1 2 10];
```

```
damp(den)
```

结果显示：

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
-1.00e+000+3.00e+000i	3.16e-001	3.16e+000
-1.00e+000-3.00e+000i	3.16e-001	3.16e+000

即系统闭环根为一对共轭复根 $-1+3i$  与 $-1-3i$ ，阻尼比 ( $\zeta=0.316$ )，

自然振荡频率  $\omega_n=3.16\text{rad/sec}$ 。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

### □ 求系统的单位阶跃响应

利用 `step()` 函数可以计算连续系统单位阶跃响应，其调用格式为：

`step(sys)` 或 `step(sys,t)` 或 `step(num,den)`

使用函数在当前图形窗口中直接绘制出系统的单位阶跃响应曲线，对象 `sys` 可以用 `tf()`、`zpk()` 函数中任何一个建立系统模型。第二种格式中，`t` 可以指定一个仿真终止时间，也可以设置为一个时间矢量（如 `t=Tstart:dt:Tfinal`，即 `Tstart` 是初始时刻，`dt` 是步长，`Tfinal` 是终止时刻）。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 【例1】 已知单位负反馈前向通道的传递函数为，

$$G(s) = \frac{100}{s^2 + 5s}$$

试绘出其单位响应曲线，准确读出其动态性能指标，并记录数据。求系统的单位阶跃响应



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

【解】

(1) 绘制单位阶跃响应曲线的 MATLAB 程序为:

```
sys=tf(100,[1 5 0]);
```

```
sysc=feedback(sys,1);
```

```
step(sysc)
```

或者

```
num=[100];
```

```
den =[1 5 0];
```

```
[numc, denc]=cloop(num,den);
```

```
t=0:0.1:10;
```

```
step(numc,denc,t)
```

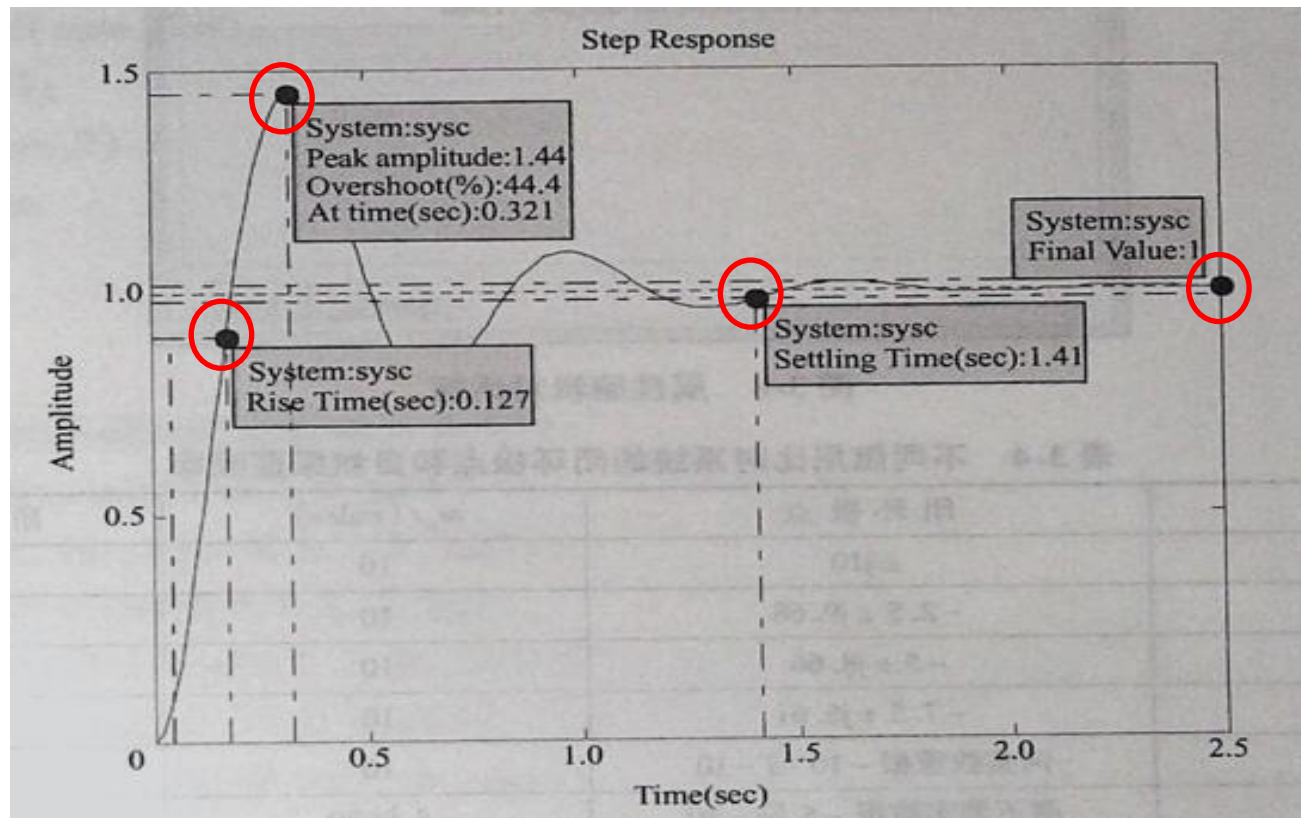




# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 运行该程序，可得到系统的单位阶跃响应曲线，如图3所示。





# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 从图3中准确读出系统的动态性能指标，并记录数据。

用鼠标在曲线上单击相应的点，读出该点的坐标值，然后根据二阶系统动态性能指标的含义，计算出动态性能指标的值。也可以启用软件自动标记数据功能，操作如下：



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 从图3中准确读出系统的动态性能指标，并记录数据。

在单位阶跃响应曲线图中，利用快捷菜单中的命令，可以在曲线对应的位置自动显示动态性能指标的值。在曲线图中空白区域单击鼠标右键，在快捷菜单中选择"Character"命令后，可以显示动态性能指标"Peak Response"（超调量  $M_p$ ）、"Settling Time"（调节时间  $t_s$ ）、"Rise Time"（上升时间  $t_r$ ）和稳态值"Steady State"，将它们全部选中后，曲线图上就在 4 个位置出现了相应的点。用鼠标单击后，相应性能值就会显示出来。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 从图3中准确读出系统的动态性能指标，并记录数据。

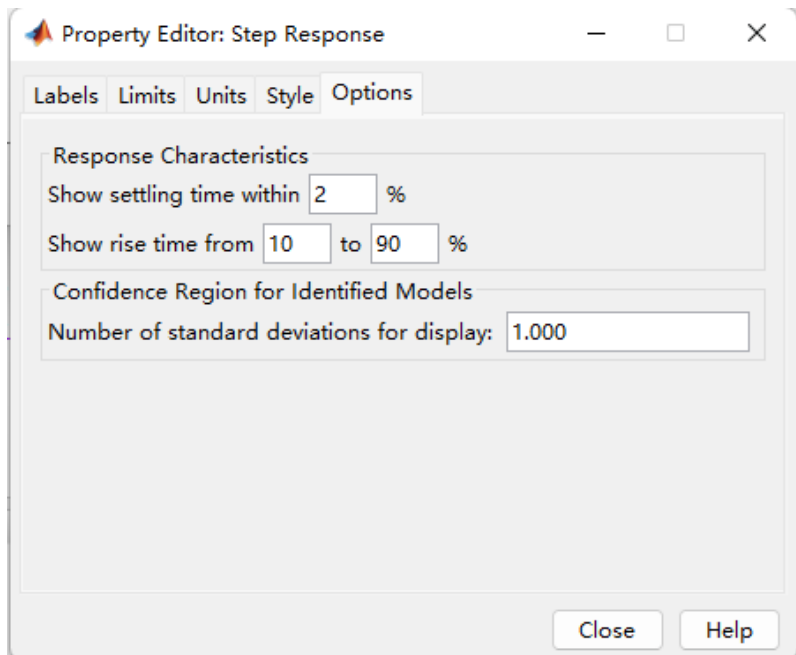
系统默认显示当误差范围为 2%时的调节时间。若要显示误差范围为 5%时的调节时间，可以单击鼠标右键弹出快捷菜单，选择 "Properties"命令，显示属性编辑对话框，如图 4 所示。在"Option"选项卡的“Show settling time within”的文本框中，可以设置调节时间的误差范围为 2%或 5%。注意，键盘输入数字后必须回车确认才会有效。其默认值是 2%。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 从图3中准确读出系统的动态性能指标，并记录数据。



从曲线图中数据可以得到系统的稳态值为 1，动态性能指标为：上升时间  $t_r=0.127\text{sec}$ ，超调量  $M_p=44\%$ ，峰值时间  $t_p=0.321\text{sec}$ ，调节时间  $t_s=1.41\text{sec}$ 。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

- 分析  $\omega_n$  不变时改变  $\zeta$  后，闭环极点的变化以及其阶跃响应的变化

**【例 2】** 当  $\zeta = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25$  时，系统的闭环极点和自然振荡频率见表 2，对应系统的阶跃响应曲线如图 5 所示。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 分析  $\omega_n$  不变时改变  $\zeta$  后，闭环极点的变化以及其阶跃响应的变化

表 2：不同阻尼比时系统的闭环极点和自然振荡频率

$\zeta$	闭环极点	$\omega_n$ (rad/sec)	阶跃响应曲线
$\zeta = 0$	$\pm j10$	10	等幅振荡
$\zeta = 0.25$	$-2.5 \pm j9.68$	10	衰减振荡
$\zeta = 0.5$	$-5 \pm j8.66$	10	衰减振荡
$\zeta = 0.75$	$-7.5 \pm j6.61$	10	衰减振荡
$\zeta = 1.0$	两实数重根-10 与-10	10	单调上升
$\zeta = 1.25$	两不等实数根-5 与-20	5 与 20	单调上升



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5. 实验步骤

- 分析  $\omega_n$  不变时改变  $\zeta$  后，闭环极点的变化以及其阶跃响应的变化

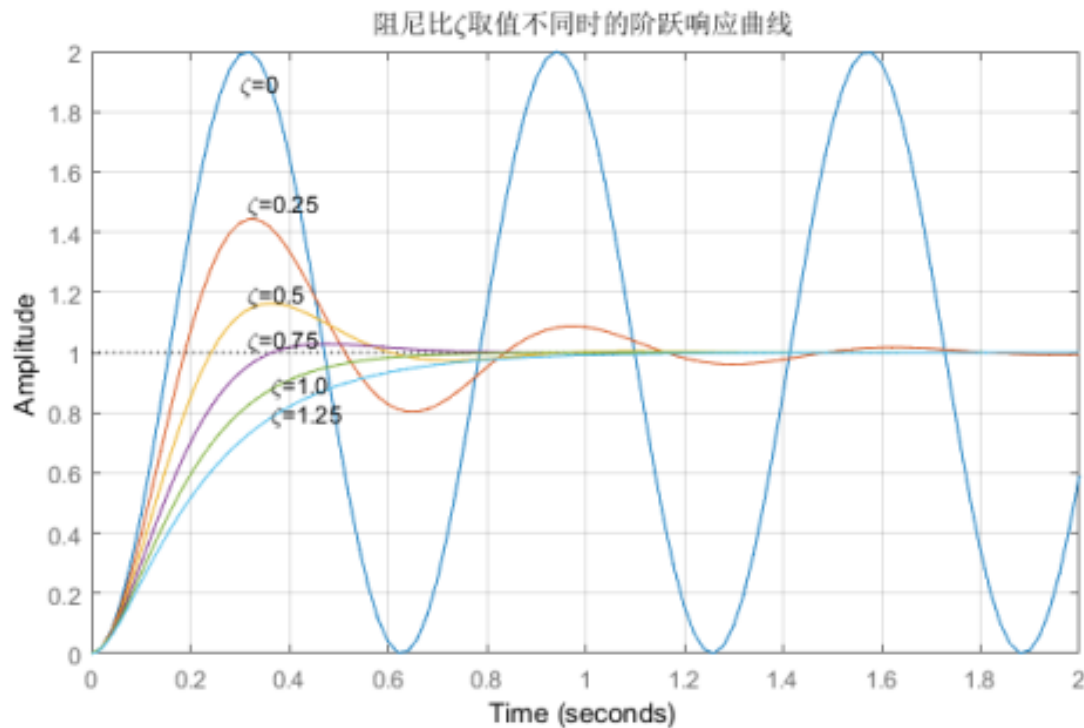


图 5: 阻尼比不同时的阶跃响应曲线





# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 分析  $\omega_n$  不变时改变  $\zeta$  后，闭环极点的变化以及其阶跃响应的变化

【解】 MATLAB程序为：

```
num=100;  
i=0;  
for sigma=0:0.25:1.25  
den=[1 2*sigma*10 100];  
damp(den)  
sys=tf(num,den);  
i=i+1;  
step(sys,2)  
hold on  
end  
grid  
hold off
```



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 分析  $\omega_n$  不变时改变  $\zeta$  后，闭环极点的变化以及其阶跃响应的变化

```
title('阻尼比\zeta取值不同时的阶跃响应曲线')  
lab1 = '\zeta=0'; text(0.3,1.9,lab1),  
lab2 = ' \zeta=0.25'; text(0.3,1.5,lab2),  
lab3 = ' \zeta=0.5'; text(0.3,1.2,lab3),  
lab4=' \zeta=0.75'; text(0.3,1.05,lab4),  
lab5 = ' \zeta=1.0'; text (0.35,0.9,lab5),  
lab6 = ' \zeta=1.25'; text (0.35,0.8,lab6)
```



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 分析  $\omega_n$  不变时改变  $\zeta$  后，闭环极点的变化以及其阶跃响应的变化

可见，当  $\omega_n$  一定时，系统随着阻尼比  $\zeta$  的增大，闭环极点的实部在  $s$  左半平面的位置逐渐远离原点，虚部逐渐减小到 0，超调量减小，调节时间缩短，稳定性更好。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 保持 $\zeta=0.25$  不变, 分析 $\omega_n$  变化时闭环极点对系统阶跃响应的影响

【例 3】当 $\omega_n=10, 30, 50$ 时, 对应系统的阶跃响应曲线如图 6 所示。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

- 保持 $\zeta=0.25$  不变, 分析 $\omega_n$  变化时 闭环极点对系统 阶跃响应的影响

【解】 MATLAB程序为:

```
sigma=0.25; i=0;
for wn=10:20:50
    num=wn^2;
    den=[1,2*sigma*wn,wn^2];
    sys=tf(num,den);
    i=i+1;
    step(sys,2)
    hold on, grid
end
hold off
title("\omega_n变化时系统的阶跃响应曲线")
lab1='\omega_n=10'; text(0.35,1.4,lab1),
lab2 ='\omega_n=30'; text(0.12,1.3,lab2),
lab3 ='\omega_n=50'; text (0.05,1.2,lab3)
```



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5. 实验步骤

- 保持 $\zeta=0.25$ 不变, 分析 $\omega_n$ 变化时闭环极点对系统阶跃响应的影响

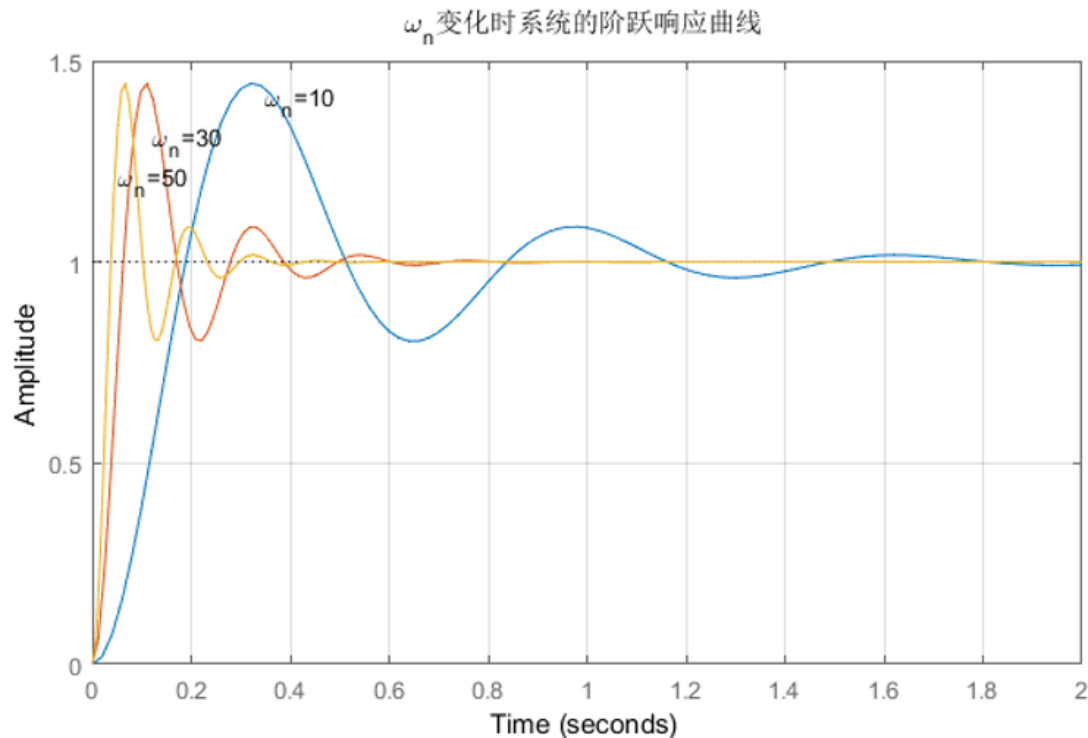


图 6:  $\omega_n$ 变化时系统的阶跃响应曲线



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 保持 $\zeta=0.25$  不变, 分析 $\omega_n$  变化时闭环极点对系统阶跃响应的影响

可见, 当  $\zeta$  一定时, 随着  $\omega_n$  增大, 系统响应加速, 振荡频率增大, 系统调整时缩短, 但是超调量没变化。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

### □ 分析系统零点对系统阶跃响应的影响

【练习 1】试绘出以下系统的阶跃响

应，与原系统  $G(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 10}$  的阶跃响应曲

线进行比较，并对实验结果进行分析。

$$\textcircled{1} \quad z = -5, G_1(s) = \frac{2(s+5)}{s^2 + 2s + 10}$$

$$\textcircled{2} \quad z = -2, G_1(s) = \frac{5(s+2)}{s^2 + 2s + 10}$$

$$\textcircled{3} \quad z = -1, G_1(s) = \frac{10(s+1)}{s^2 + 2s + 10}。$$





# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

### □ 观察系统在任意输入激励下的响应

在 MATLAB 中,函数 `lsim()` 可以求出系统的任意输入激励的响应,

常用格式为:

```
lsim(sys,u,t);
```

```
lsim(sys1,sys2,...,sysn,u,t);
```

```
[y, t] =lsim(sys,p,t)
```

函数中,  $u$  是输入激励向量,  $t$  必须是向量, 且维数与  $u$  的维数

相同。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

□ 观察系统在任意输入激励下的响应

【例4】当输入信号为 $u(t) = 5 + 2t + 8t^2$ 时，

求系统 $G(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 10}$ 的输出响应曲线。

【解】MATT.AB程序如下：

```
num=10;  
den=[1 2 10];  
G=tf(num,den);  
t=[0:0.1:20];  
u=5+2*t+8*t.^2;  
lsim(G,u,t), hold on, plot (t,u,'r');  
grid on;
```



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 5.实验步骤

- 观察系统在任意输入激励下的响应

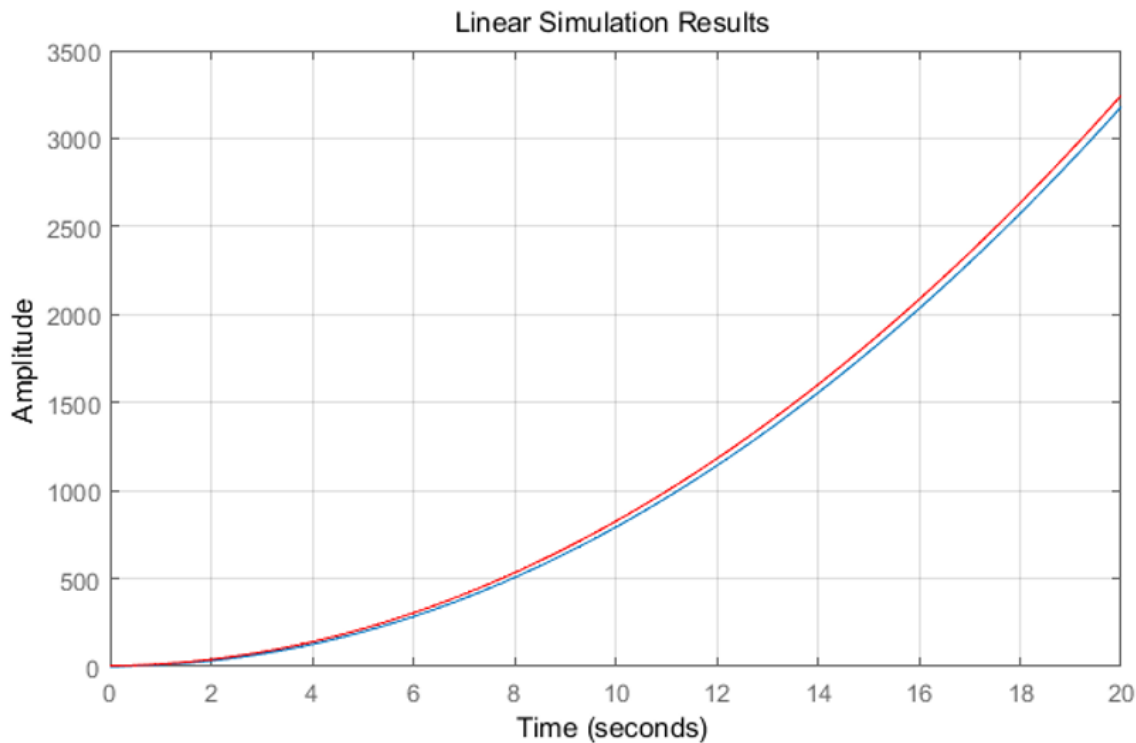


图 7：任意输入激励下的系统响应曲线



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 6.实验报告要求

- 完成实验内容中的实验，编写程序，记录相关数据，并分析，得出结论。
- 总结闭环零极点对系统阶跃响应影响的规律。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 7.拓展思考

1、已知系统传递函数为  $G(s) = \frac{4}{3s+1}$ ，试绘制其阶跃响应曲线，并

标注惯性时间常数。

2、已知系统传递函数为  $G(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 25}$ ，试绘制其在 5s 内的单

位阶跃响应曲线，并测出动态性能指标。



# 基于Matlab的控制系统时域性能指标分析与设计

## 7.拓展思考

3、已知系统的开环传递函数为  $G(s) = \frac{100}{s^2 + 3s}$ ，试绘制其单位负反

馈闭环系统的单位阶跃响应曲线，并测出动态性能指标。

4、当输入信号为  $u(t) = 1(t) + t \cdot 1(t)$  时，求系统  $G(s) = \frac{s+1}{s^2 + s + 1}$  的输出响

应曲线。



# THE END !

