The background is a vibrant, abstract composition. It features numerous spheres of various sizes and colors, including deep blue, bright yellow, fiery orange, and rich red. These spheres are scattered across the frame, some appearing to float or move. Interspersed among the spheres are dynamic, sweeping streaks of color in shades of blue, yellow, orange, and red, creating a sense of motion and energy. The overall effect is reminiscent of a cosmic or particle physics theme, with a dark, starry space as the backdrop.

多元自主探索學習 彈性碰撞研究

國立新竹女子高級中學
二年十五班 十九號 張綺嫻

研究動機

在高二下的探究與實作課程中，帶著我們進行自由落體實驗的運動軌跡及速度分析探究。我受到那堂課的啟發想到，或許我可以結合高二課程中學習到的一維碰撞進行延伸的探究。研究不同材質的物體與桌面碰撞後的彈跳情形。因為是一個人做的延伸實驗，所以採以家中有的白米、糙米等五穀雜糧，加上串珠、BB彈等材質，進行一個簡單且小型的實驗。

研究心得

本次實驗為自由落體探究實驗的延伸，一個人做實驗相比一組做實驗，更考驗個人的調理性和對於整個實驗的理解，知不知道自己在做甚麼？要做甚麼？當你發現假說與實驗結果不符時，也沒有人可以討論。但正因為此，在個人的實驗中我更能感受到個人的**邏輯推理能力以及觀察力的提升**。

實驗中要獨自從實驗數據中發現變因與結果的關聯性，再由關聯性去推論可能的原因。正如本次實驗中，我發現彈性係數與質量的潛在關聯性，但與理論並不相符。因此要由彈性係數的基本定義去回推可能受影響的因素，再一個一個去推論該因素可能是受甚麼影響。每一個推論都可能牽涉曾經學過的知識，例如力學，而這個過程也幫助我再度重溫曾經學過的知識，也提升了我的邏輯思維。

這次的實驗也讓我發現理論中的物理與現實生活中物理的差距。我們在學習中常常省略許多變因，但實際生活中所發生的現象往往不那麼簡單，就像一個簡單的碰撞可能會有能量所耗、角度偏差及運動中阻力的影響，這都是我們在理論中習慣省略的。

從物理現象中的關聯性去抽絲剝繭讓我感受到了物理學科的有趣，提升了我的成就感，使我未來在相關領域擁有更大的熱忱繼續探索下去。

延伸學習

我印象非常深刻，我曾經看過一篇名為「【別再說數學沒用】皮克斯稱霸全球的致勝心法：離不開物理、數學、微積分」的文章，那內容大大的震撼了

我，我從來沒有想到原來我從小看的超好看動畫片竟然會跟高中的我所學習到的學科扯上關係，所以我開始閱讀並整理資料。

在現代電腦動畫與遊戲設計中，物理模擬（Physics Simulation）扮演著越來越重要的角色。其中，「彈性碰撞（Elastic Collision）」是一項常見而重要的物理現象，常被用來模擬物體間的真實互動，例如小球彈跳、物品反彈、角色受力等場景。良好的碰撞模擬能讓動畫更擬真，提升觀賞者的沉浸感與互動性。

什麼是彈性碰撞？

在物理學中，彈性碰撞是指兩個物體碰撞後，其總動能與總動量都守恆的情況。這意味著：

1. 碰撞前後，系統中所有物體的總動量不會改變（動量守恆）。
2. 碰撞前後的總動能也會保持一致（動能守恆）。

這種碰撞在理論上是「完全不損耗能量」的，但在電腦動畫中，我們可以利用這個模型來近似模擬某些物體之間的彈跳與反應，特別是用於像玻璃球、鋼珠、桌球等場景，或者需要誇張動畫效果的卡通風格。

動畫模擬中的彈性碰撞運作原理

在動畫或遊戲開發中，彈性碰撞模擬主要依賴數學與物理公式，搭配即時渲染與碰撞偵測系統，來實現擬真的碰撞效果。以下是其基本流程：

1. 碰撞偵測（Collision Detection）

首先，動畫系統必須偵測出物體之間是否發生了碰撞。這通常依賴以下幾種方法：

- a. Bounding Box（邊界盒）：給每個物體畫一個隱形的長方體框，檢查它們是否重疊。
- b. Bounding Sphere（邊界球）：用球體來簡化檢測，適合球型物體。
- c. 網格碰撞（Mesh Collision）：更精細的方式，根據物體實際的 3D 模型進行偵測，但效能需求較高。

2. 計算碰撞結果（Collision Response）

當系統偵測到兩個物體發生接觸，就會使用物理公式來計算它們碰撞後的速度與方向。這裡就用到彈性碰撞的動量與動能守恆原理。

3. 力與摩擦的考慮（進階處理）

若動畫要更加擬真，還可以加上其他物理效果，如：

- 地心引力（讓物體在碰撞後仍繼續落下）
- 摩擦力與空氣阻力（讓物體逐漸減速）
- 旋轉與角動量（例如小球碰撞後會轉動）

雖然這些會讓計算變複雜，但能大幅提高動畫的真實性。

實際應用場景

以下是彈性碰撞在電腦動畫與模擬中的幾個常見應用：

1. 遊戲中的球類物理

像桌球、彈珠台、保齡球等遊戲，都大量使用彈性碰撞來計算球的移動軌跡與反彈角度，確保遊戲體驗自然、可信。



圖一 皮克斯動畫示意圖

2. 動畫特效

在卡通或動畫電影中，角色被撞飛、小物件彈來彈去的場景，常常用誇張但基於彈性碰撞邏輯的模擬來實現。例如皮克斯、迪士尼動畫就會使用物理引擎讓物件動作更生動自然，例如在文章中就有提到從長髮公主到冰雪奇緣的運算，進步了非常多，也間接可以看到現象越複雜越真實了。

3. 模擬與教育工具

很多物理模擬程式（如 PhET、Algodoo 或 Unity-based 教學模擬器）會用彈性碰撞來教學生了解能量守恆、運動反應等物理概念。

4. 粒子系統與碰撞模擬

在大量粒子動畫中（例如煙火、破碎、流體邊緣），小粒子之間的彈性碰撞常被用來創造真實感與動態效果。

結論

彈性碰撞不只是一個物理公式，在現代電腦動畫與遊戲中，它是讓畫面「動得真」、「彈得自然」的重要基礎。透過碰撞偵測與物理回應計算，動畫師與程式設計師可以創造出生動又合乎物理邏輯的動態場景。

隨著 GPU 與物理引擎技術的發展，這些模擬已經越來越快速、準確，不但讓動畫製作效率大幅提高，也讓觀眾體驗到更自然、更有趣的互動世界。

實驗操作

一、實驗目的(Research Purpose)

自學物理中彈性碰撞概念，並以生活中帶測物的尺寸、質量等變因了解對於彈性係數的影響，並操作實驗、繪製圖表觀察。

二、假說(Hypothesis)

彈性係數不受尺寸、質量等變因所影響。

三、背景知識(Background Information)

1.一維彈性碰撞:

一維碰撞是指物體只沿同一直線移動並發生碰撞的情況。這種情況下，只需要考慮速度大小和方向，不需要管角度或路徑偏移。

2.彈性係數 (Coefficient of Restitution, 簡稱 e) :

兩個物體碰撞後，它們分開的速度相對於碰撞前的速度的比例。

其中:

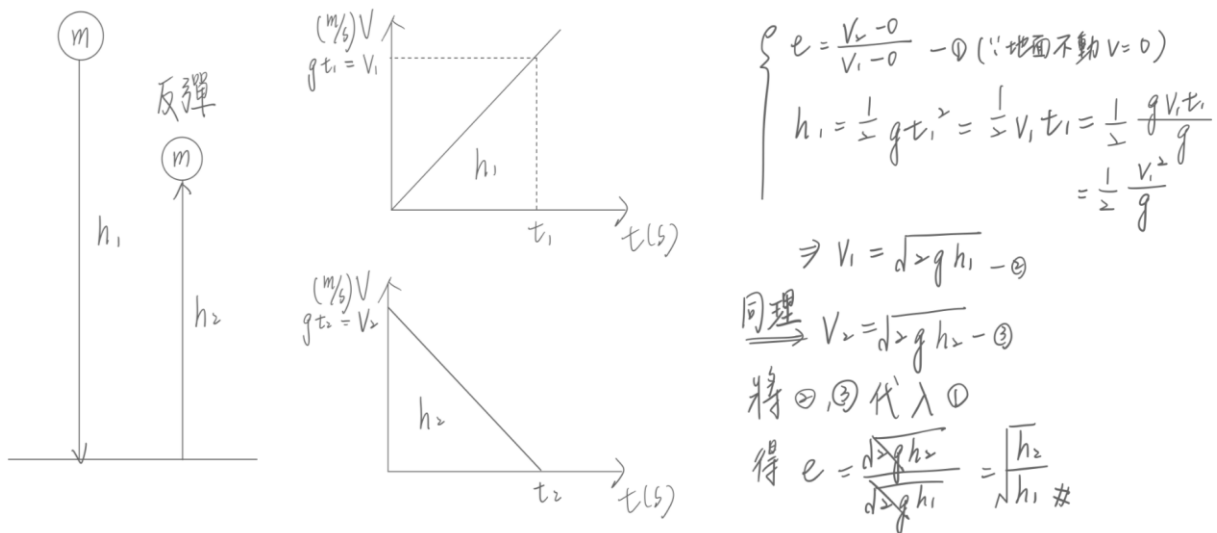
- v_1, v_2 是碰撞前的速度
- v_1', v_2' 是碰撞後的速度
- 所有速度都用同一方向為正

表一 碰撞類型分析圖

e 值	碰撞類型	解釋
$e = 1$	完全彈性碰撞	無能量損失。動能完全守恆，像理想彈力球
$0 < e < 1$	非完全彈性碰撞	有部分動能轉為熱能、聲音等，這是現實生活中最常見的情況

$e = 0$ 完全非彈性碰撞 兩物體撞完會黏在一起，動能損失最多（但動量仍守恆）

公式推導：



可知彈性係數 $= \sqrt{h_2/h_1}$ (h_1 =原始高度， h_2 =反彈高度)

四、實驗設備及器材(Materials and Methods)

表一 實驗設備及器材

碼表	手機(慢動作)	白米	糙米
黃豆	蓮子	BB 彈	黑芝麻
黑豆	西谷米	白芝麻	串珠
電子秤	鐵架	直尺	白紙

五、研究過程與方法(Procedures)

控制變因:下落高度、桌面材質、攝影角度、下落點、尺的傾角等等

操縱變因:不同代測物

應變變因:反彈高度

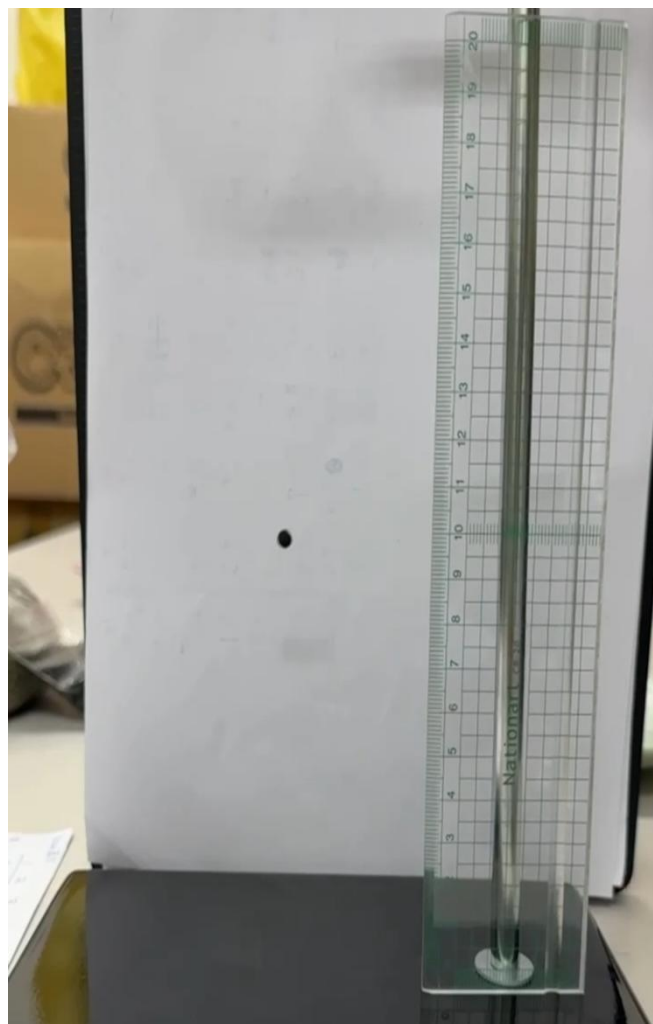
實驗步驟:

(一)待測物直徑測定

1. 隨機取十個待測物排成一排，並量測其長度。
2. 重複步驟一十次，並取其平均值即為待測物的平均直徑。

(二)待測物質量測定

1. 以最大呈重量 3000g 最小呈重量 0.1g 的電子秤，測量 30 顆帶測物重量 (西谷米和黑、白芝麻因重量過輕，所以將 50 顆和 100 顆為一組)。
2. 重複步驟一並採隨機取樣十次，並計算出平均值，再將平均值各除以 30、50、100 便是各種顆粒體的的平均重量。



圖二 彈性係數測量實驗之慢動作錄影截圖

(三)彈性係數測量實驗

2. 拿出各種顆粒、錄影工具、一把 30 公分的尺以及金屬支架。.
3. 在金屬支架旁放 30 公分的尺並固定，以方便觀察。

4. 將各種顆粒以 30 公分落下，用錄影工具慢動作錄下顆粒的彈跳狀況。
5. 抓帶測物第一次彈跳的最高點，並記錄在紙上，每種帶測物各測試十次，以確保數據的準確性。

六、研究結果(Results)

表一、待測物尺寸觀察測量表-1

	白米	糙米	BB 彈	紅豆	綠豆	黑豆	黃豆	蓮子	白胡椒	黑胡椒
1	4	4.7	5.9	6.3	4.6	7.5	6.8	12.6	4.5	4.5
2	4.3	4.4	5.9	6.1	4.7	7.7	6.8	12	4.3	4.7
3	3.8	4.5	5.9	7.6	4.9	7.3	7	12.5	4.47	4.4
4	3.5	4	5.9	7.5	4.2	8	6.8	12.3	4.3	4.4
5	3.9	4.8	5.9	7.5	4.8	7.5	6.8	12	4.3	4.4
6	4.1	4.6	5.9	7	4.6	7.3	7	12.9	4.1	4.6
7	3.8	4.2	5.9	7	4.8	7.4	7	12	4	4.5
8	4	4.5	5.9	6.6	4.7	7.5	6.8	12.1	4.2	4.1
9	4.2	4.8	5.9	6.6	4.6	7.5	6.8	12.4	4.1	4.2
10	4.1	4.7	5.9	7.3	4.3	7.2	6.7	12.3	4.3	4.4
平均	3.97	4.52	5.9	6.95	4.62	7.49	6.85	12.31	4.257	4.42

單位:mm

表二、待測物尺寸觀察測量表-2

	西谷米	白芝麻	黑芝麻	串珠(小)	串珠(中)	串珠(大)	陶瓷石
1	2.5	2.4	3	2.5	3.2	4	4.1
2	2.4	2.6	2.8	2.6	3	4	3.7
3	2.3	3.2	2.8	2.6	3.1	4.1	3.6
4	2.2	2.3	2.7	2.6	3	4	3.7
5	2.4	2.4	2.7	2.4	3.2	4.1	3.8
6	2.3	2.5	2.5	2.5	3.3	4.1	3.8
7	2.4	2.6	2.6	2.4	3.1	3.9	3.8
8	2.6	2.9	2.7	2.4	2.8	4.1	3.7
9	2.5	2.5	2.5	2.5	3.1	4.1	3.9
10	2.5	2.4	3	2.4	3	4.1	3.7
平均	2.41	2.58	2.73	2.49	3.08	4.05	3.78
單位:mm							

表三、待測物質質量觀察測量表-1

	白米	糙米	BB 彈	紅豆	綠豆	黑豆	黃豆	蓮子	白胡椒	黑胡椒
1	0.020	0.017	0.103	0.160	0.060	0.247	0.180	0.947	0.050	0.053

2	0.017	0.023	0.117	0.157	0.060	0.250	0.167	0.950	0.040	0.047
3	0.023	0.023	0.110	0.150	0.057	0.263	0.173	1.013	0.040	0.043
4	0.017	0.020	0.117	0.140	0.060	0.247	0.173	0.963	0.047	0.037
5	0.017	0.023	0.110	0.143	0.060	0.243	0.170	0.963	0.043	0.047
6	0.017	0.027	0.110	0.157	0.060	0.257	0.190	0.943	0.043	0.043
7	0.013	0.023	0.113	0.153	0.060	0.257	0.170	0.977	0.050	0.047
8	0.023	0.023	0.120	0.150	0.053	0.227	0.170	1.000	0.043	0.043
9	0.020	0.023	0.117	0.140	0.057	0.220	0.183	0.957	0.040	0.043
10	0.020	0.020	0.120	0.137	0.053	0.247	0.173	0.987	0.047	0.043
平均	0.019	0.022	0.114	0.149	0.058	0.246	0.175	0.970	0.044	0.045

單位:克

表四、待測物質質量觀察測量表-2

	西谷米	白芝麻	黑芝麻	串珠(小)	串珠(中)	串珠(大)	陶瓷石
1	0.006	0.003	0.005	0.010	0.037	0.083	0.053
2	0.006	0.005	0.003	0.013	0.027	0.087	0.043
3	0.010	0.004	0.004	0.010	0.030	0.083	0.043
4	0.006	0.003	0.003	0.017	0.033	0.087	0.057

5	0.008	0.003	0.004	0.010	0.030	0.083	0.050
6	0.008	0.003	0.003	0.010	0.033	0.087	0.043
7	0.010	0.004	0.004	0.013	0.027	0.087	0.033
8	0.012	0.003	0.003	0.013	0.027	0.090	0.057
9	0.012	0.004	0.003	0.013	0.030	0.090	0.060
10	0.008	0.004	0.004	0.020	0.030	0.083	0.057
平均	0.009	0.004	0.004	0.013	0.030	0.086	0.050
單位:克							

表五、待測物反彈高度觀察測量表-1

	白米	糙米	BB 彈	紅豆	綠豆	黑豆	黃豆	蓮子	白胡椒	黑胡椒
1	9	1.5	26	12	11	2	3	10	7.5	8
2	11	7.5	18	4	2.5	10	8	8.5	7.5	0.5
3	3.5	0.5	25.5	13.5	12	8	11	7.5	7	10
4	4	3	26	5.5	3	13	11.5	7	4.5	11
5	13	6	24.5	6.5	6.5	12.5	11	8	3	4
6	10.5	3	25.5	14.5	13	10.5	6	7	7	7.5
7	17	0.3	25	19	8	11	6.5	5.5	14.5	12

8	10	4	25	2	1.5	12	6.5	5.5	7	4
9	9	5	20	4	12.5	8.5	7	5	6.5	11
10	1	4	20	6	12	12.5	10	4.5	8	9.5
平均	8.8	3.48	23.55	8.7	8.2	10	8.05	6.85	7.25	7.75
e	0.54	0.34	0.89	0.54	0.52	0.58	0.52	0.48	0.49	0.51

單位:公分

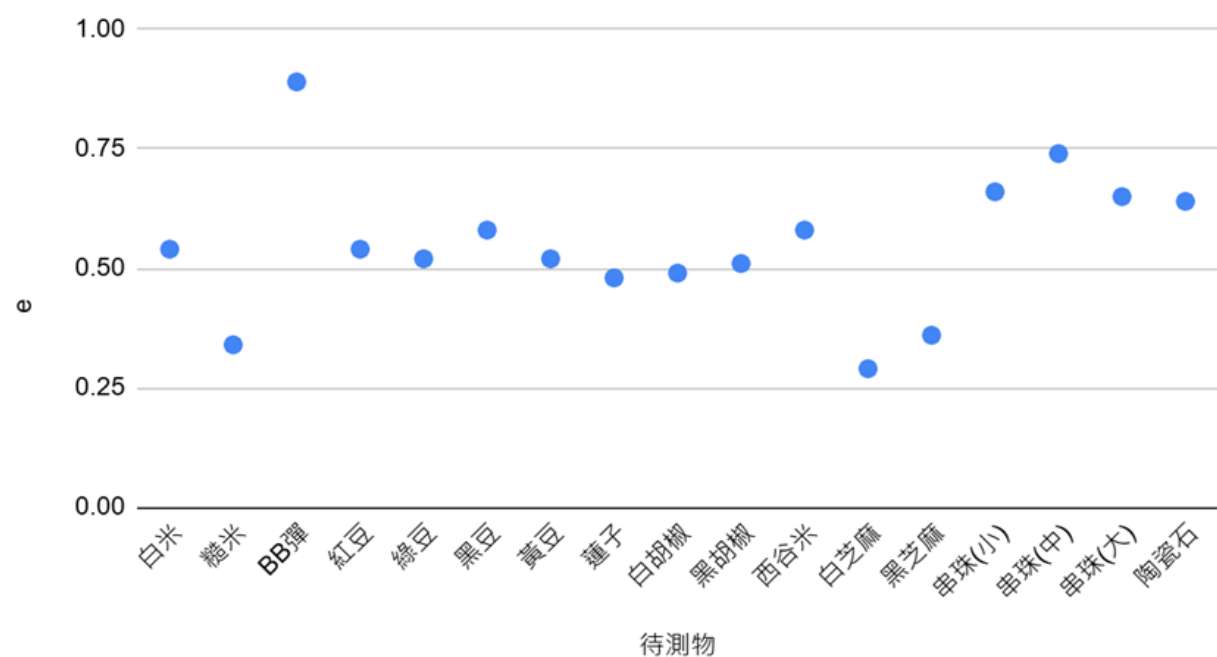
表六、待測物反彈高度觀察測量表-2

	西谷米	白芝麻	黑芝麻	串珠(小)	串珠(中)	串珠(大)	陶瓷石
1	4.5	7	5	9	17	8	11.5
2	7.5	1.5	11.5	20	14	18	12.5
3	10.5	2.5	6	13	20.5	16.5	15.5
4	14	3	3	11	10.5	15.5	11.5
5	8	0.5	0.5	11	20	15	10.5
6	13	2.5	5	14	13	11.5	16.5
7	9	0.5	1	15	11	12.5	1
8	7	1.5	2	7	18.5	7	16
9	13.5	4.5	3	11	20	19	14

10	14.5	2.5	1.5	18.5	18.5	3	13
平均	10.15	2.6	3.85	12.95	16.3	12.6	12.2
e	0.58	0.29	0.36	0.66	0.74	0.65	0.64

單位:公分

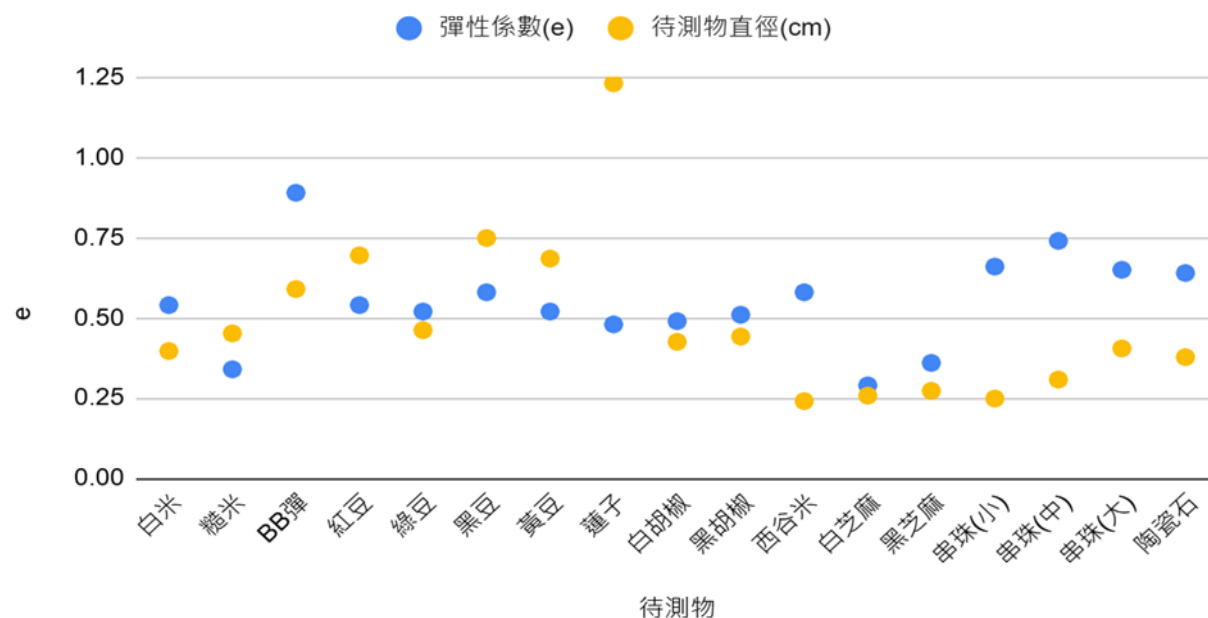
彈性係數(e)



圖二、彈性係數散佈圖

由圖二可以明顯的看出 BB 彈的彈性係數明顯比其餘帶測物要高得多，而其中又以白芝麻的彈性係數最小。

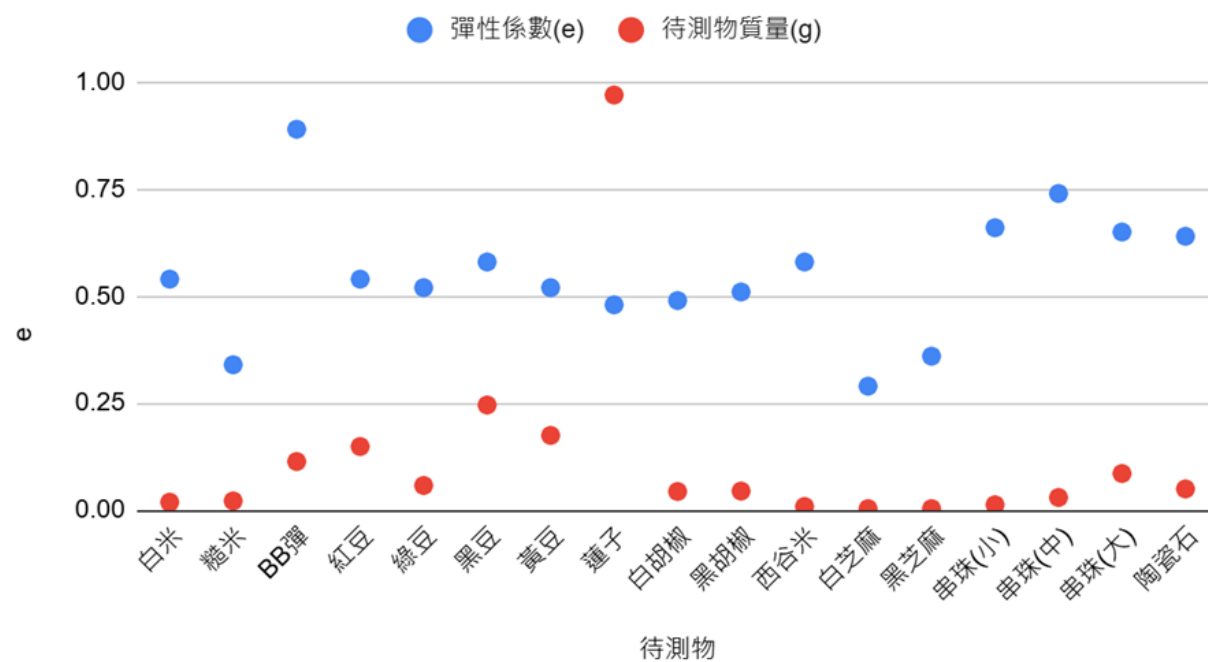
彈性係數(e)與待測物直徑關係



圖三、彈性係數對待測物直徑散佈圖

由圖三可知待測物中以蓮子直徑明顯最大，西谷米最小，但彈性係數與物體直徑關係似乎不大。

彈性係數(e)與待測物重量關係



圖四、彈性係數對待測物質量散佈圖

由圖四可以看出蓮子的重量明顯超出其餘待測物，而又以黑芝麻及白芝麻的重量最小。而相較於待測物的直徑，材質相近的待測物之重量似乎與彈性係數有正相關。

七、討論(Discussion)

若只由彈性係數=撞後相對速度/撞前相對速度之公式可知，彈性係數的定義與待測物質量以及直徑無關。但在彈性係數之於重量的關係圖中卻能發現材質及外觀相近者之彈性係數似乎與質量有正相關，例如:紅豆、綠豆、黑豆、黃豆。我推測原因可能有以下幾個:

(1)桌面與待測物的接觸行為可能有微差:

即使材質相似，如果顆粒表面的粗糙度、小面積不平整或微小的形變行為不同，也有可能導致能量損耗略不同。但又基於材質相似，所以造成影響應該不會太大。

(2)地面不完全彈性及撞擊不完全垂直:

如果小顆粒質量太輕，可能更容易被空氣造成的側向力稍微吹偏，以及撞擊時不是完全垂直入射，這些誤差都可能造成更多橫向能量損失（不是向上反彈），也會使算出來的 e 比實際值低。

(3)空氣阻力對輕物體的影響較大:

由一維彈性碰撞公式解及動量守恆可知，在碰撞雙方質量極端差異下，質量較大者(桌子)的碰撞後速度幾乎與碰撞前速度幾乎相等(維持靜止)，而質量較輕者(待測物)，會以近似原速的速度往反方向反彈。由此知在忽略能量損耗下，待測物自由落體落下的終速也會影響反彈後的初速及最大高度。而空氣阻力在不可忽略的情況下，會對帶測物落下的終速產生影響。

由右邊的空氣阻力公式可知，空氣阻力不受質量或重量影響。

但是下落時的淨加速度為：

$$a = \frac{mg - F_d}{m}$$

$$F_d = \frac{1}{2}C_d\rho Av^2$$

所以由本式可知在有空氣的情況下，輕的物體所受空氣阻力相比自身重力，佔比較小，因此減速很多。反之，重的物體空氣

- C_d ：阻力係數（看物體形狀）
- ρ ：空氣密度
- A ：迎風面積
- v ：速度

阻力佔比小，因此加速度幾乎不變。這會導致質量小者受空氣阻力影響較大，

使實際撞擊時的速度會比理論值 $v = \sqrt{2gh}$ 更小，反彈高度也會因此被低估，所

以計算出來的 $e = \sqrt{h'/h}$ 會比較小。

八、結論(Conclusion)

彈性係數定義上不受質量及物體直徑影響，其中本實驗中又以 BB 彈的彈性係數最高，而白芝麻最小。但在實際生活中，可能會因為接觸行為、地面不完全彈性及撞擊不完全垂直的誤差或空氣阻力影響，導致彈性係數「看起來」受質量影響。

九、參考文獻(Reference)

維基百科。空氣阻力。

<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E9%98%BB%E5%8A%9B%E6%96%B9%E7%A8%8B>

均一教育平台。自由落體。

<https://www.youtube.com/watch?v=Sn8jnR6aR2A>