计算沿曲线 $y = 1 - x^2$ 从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,0)$ 的曲线积分：

$$\int_L \big(1 - ye^x\big)\,dx + \big(x + e^y\big)\,dy.$$

为应用 Green 公式，引入闭合曲线 C，其中 C 为 x 轴上从 $B(-1,0)$ 到 $A(1,0)$ 的直线段。

$$P(x,y) = 1 - ye^x, \qquad Q(x,y) = x + e^y.$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1 - \big(-e^x\big) = 1 + e^x.$$

区域 D 为 $-1 \le x \le 1$ 且 $0 \le y \le 1 - x^2$，故：

$$\iint_D (1 + e^x)\,dA = \int_{x=-1}^{1}\int_{y=0}^{1-x^2} (1 + e^x)\,dy\,dx = \int_{-1}^{1} (1 + e^x)(1 - x^2)\,dx.$$

$$\int_{-1}^{1} (1 - x^2)\,dx = \Big[x - \tfrac{x^3}{3}\Big]_{-1}^{1} = \tfrac{4}{3},$$

$$\int_{-1}^{1} e^x(1 - x^2)\,dx = \int_{-1}^{1} e^x\,dx - \int_{-1}^{1} x^2e^x\,dx = (e - \tfrac{1}{e}) - \big(e - \tfrac{5}{e}\big) = \tfrac{4}{e}.$$

$$\iint_D (1 + e^x)\,dA = \frac{4}{3} + \frac{4}{e}.$$

在 C上，$y = 0$, $dy = 0$，且 $P = 1$，于是：

$$\int_C P\,dx + Q\,dy = \int_{x=-1}^{1} 1\,dx = 2.$$

由闭合路径积分分解：

$$\oint_L = \int_{C+L} - \int_C,$$

故

$$\int_L P\,dx + Q\,dy = \oint_{C+L} - \int_C = \Big(\tfrac{4}{3} + \tfrac{4}{e}\Big) - 2 = \frac{4}{e} - \frac{2}{3}.$$

结论

$$\boxed{\int_L \big(1 - ye^x\big)\,dx + \big(x + e^y\big)\,dy = \frac{4}{e} - \frac{2}{3}.}$$