

סיכומים למבחן בקורס אלגוריתמים

סמסטר א' 2008-9 (פרופ' מיכה שריר)

גרפים / חזרה כללית:

מושגים:

- **גרף:** $G = (V, E)$ קבוצת קודקודים, $E \subset V \times V$ קבוצת קשתות. מכוון: הקשתות הן זוגות סדורים, לא מכוון: הקשתות הן קבוצה בת שני איברים (הסדר הפנימי לא חשוב).
- **לולאה:** (a, a) - קשת מקודקוד לעצמו.
- **קשתות מקבילות ואנטי מקבילות:** קשתות בין אותם שני קודקודים (גרף לא מכוון; בגרף מכוון: כיוונים זהים). קשתות אנטי מקבילות: בגרף מכוון בלבד, קשתות בין אותם שני קודקודים אך בכיוונים הפוכים.
- **גרף פשוט:** גרף ללא קשתות מקבילות, אנטי מקבילות ולולאות.
- **שכנות (צמתים):** תהי קשת (a, b) , אזי a, b הן נקודות קצה של הקשת, ו- a ו- b שכנים אחד של השני.
- **סמיכות (קשתות):** זוג קשתות יקראו סמוכות אם יש להן נקודת קצה משותפת.
- **דרגת צומת:** מספר הקשתות היוצאות ממנו והנכנסות אליו. הגדרת דרגת יציאה ודרגת כניסה בהתאם.
- **קודקוד מבודד:** קודקוד שדרגתו 0. אם רק דרגת הכניסה שלו 0, יקרא **מקור**, ואם רק דרגת היציאה שלו 0, יקרא **בור**.
- **תת-גרף:** של $G = (V, E)$ הוא גרף $G' = (V', E')$ כך ש- $V' \subseteq V$, $E' \subseteq E$ ו- $E' \subseteq V' \times V'$.
- **תת-גרף מושרה:** תת-גרף הכולל את כל הקשתות ב- E המחברות את הצמתים ב- V' .
- **מסילה/מסלול:** סדרת צמתים v_1, \dots, v_k כך שלכל $1 \leq i \leq k-1$, $(v_i, v_{i+1}) \in E$. אורך המסלול = מספר הקשתות בו.
- **מעגל:** מסלול כך ש- $v_1 = v_k$.
- **מסלול/מעגל פשוט:** אין חזרה על צמתים.
- **קליק (Clique, לא מכוון):** תת קבוצה של צמתים בה כל צומת מחובר לכל צומת אחר.
- **גרף שלם:** גרף בו V מהווה קליק, כלומר כל צומת בגרף מחובר בקשת לא מכוונת לכל צומת אחר בגרף.
- **קבוצה ב"ת (IS):** ההיפך מקליק, תת קבוצה של צמתים בה אף זוג צמתים אינו מחובר בקשת.
- **גרף דו-צדדי (לא מכוון):** V הוא איחוד זר של 2 תתי קבוצות V_1, V_2 ו- $E \subseteq V_1 \times V_2$. כלומר, כל קשת מחבר בין צומת ב- V_1 לצומת ב- V_2 .
- **נגישות:** צומת u יהיה נגיש מצומת v אם קיים מסלול מ- v ל- u (כל צומת נגיש מעצמו).
- **גרף קשיר (לא מכוון):** גרף בו כל צומת נגיש מכל צומת אחר בגרף.
- **רכיב קשירות:** אם גרף אינו קשיר, רכיבי קשירות הם תתי-קבוצות מקסימליות של צמתים מהגרף כך שהגרף המושרה של כל תת-קבוצה כזו הוא גרף קשיר. כל גרף מתפרק לרכיבי קשירות זרים בצמתים ובקשתות.
- **גרף קשיר בחוזקה:** כל צומת נגיש מכל צומת אחר בגרף במסלול מכוון.
- **רכיב קשירות חזקה (רק"ח):** אם גרף מכוון אינו קשיר חזקה, ניתן לפרקו לרכיבי קשירות חזקה שהם תתי-קבוצות מקסימליות של צמתים שמת הגרף המושרה של כל תת-קבוצה הוא גרף קשיר בחוזקה. בניגוד למקרה הלא מכוון, כאן יתכנו קשתות בין רק"חים.
- **DAG - גרף אציקלי מכוון:** גרף מכוון חסר מעגלים.
- **עץ:** DAG שהוא גם קשיר. אם אינו קשיר, אך כן חסר מעגלים, יהיה **יער** (כל רכיב קשירות שלו הוא עץ). תכונות עץ:

{

○ קשיר.

○ חסר מעגלים.

○ בעל $|V| - 1$ קשתות בדיוק.

○ בין כל שני צמתים קיים מסלול אחד ויחיד.

ייצוג של גרפים:

1. **רשימות שכנות:** לכל צומת יש מצביע לרשימת הצמתים השכנים לו. יתרון: זול בזיכרון, $O(|V| + |E|)$; חסרון: יקר להגיע לכל שכן.
2. **מטריצת שכנויות:** מטריצה $|V| \times |V|$ בה $A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$. יתרון: גישה מהירה; חסרון: בזבוז מקום (עבור גרפים מועטי קשתות).