

סיכוןים ל מבחון בקורס אלגוריתמים

סמסטר א' 9-2008 (פרופ' מיכה שרייר)

גרפים / חוזה כללית:

מושגים:

- גראף (Graph) = $G = (V, E)$ קבוצת קודקודים, $V \times V \subseteq E$ קבוצת קשתות. מכובן: הקשתות הן זוגות סדריים, לא מכובן: הקשתות הן קבועה בת שני איברים (הסדר הפנימי לא חשוב).
- לולאה: (a, a) - קשת מוקדood לעצמו.
- **קשנות מקבילות ואנטי מקבילות:** קשנות בין אותם שני קודקודים (גראף לא מכובן; בגרף מכובן: כיוונים זהים). קשנות אנטי מקבילות: בגרף מכובן בלבד, קשנות בין אותם שני קודקודים אך בכיוונים הפוכים.
- **גראף פשוט:** גראף ללא קשנות מקבילות, אנטי מקבילות ולולאות.
- **שכנות (צמתים):** תהי קשת (a, b) , אז a, b הן נקודות קצה של הקשת, ו- a ו- b שכנים אחד של השני.
- **סמכיות (קשנות):** זוג קשנות יקרוו סמכות אם יש להן נקודת קצה משותפת.
- **דרגת צומת:** מספר הקשנות היוצאות ממנו והכנסות אליו. הגדרת דרגת יציאה ודרגת כניסה בהתחם.
- **קודקוד מבודד:** קודקוד שדרגתו 0. אם רק דרגת הכניסה שלו 0, יקרא **bor**.
- **תת-גראף:** של $G = (V, E)$ הוא גראף $(V', E') = \{e \in E : e \subseteq V' \times V'\}$.
- **תת-גראף מושווה:** תת-גראף הכלול את כל הקשנות ב- E המחברות את הצמתים ב- V' .
- **מסלול/מסלול:** סדרת צמתים $v_k, \dots, v_1, v_i, v_{i+1} \in E$: $1 \leq i \leq k-1$ כך שלכל $1 \leq i \leq k-1$ אורך המסלול = מספר הקשנות בו.
- **מעגל:** מסלול כך $v_k = v_1$.
- **מסלול/מעגל פשוט:** אין חוזה על צמתים.
- **קליק (Clique, לא מכובן):** תת-קבוצה של צמתים בה כל צומת מחובר לכל צומת אחר.
- **גראף שלם:** גראף בו V מהויה קליק, כלומר כל צומת בgraף מחובר בקשר לא מכובנת לכל צומת אחר בgraף.
- **קבוצה ב"ת (IS):** ההיפך מקליק, תת-קבוצה של צמתים בה אף זוג צמתים אינו מחובר בקשר.
- **גראף דו-צדדי (לא מכובן):** V הוא איחוד זר של 2 תת-קבוצות V_1, V_2 , $V_1 \cap V_2 = \emptyset$. כלומר, כל קשת לחבר בין צומת ב- V_1 לצומת ב- V_2 .
- **גניות:** צומת v יהיה נגיש מצומת u אם קיימים מסלול $u \rightarrow v$ (כל צומת נגיש מעצמו).
- **גראף קשריר (לא מכובן):** גראף בו כל צומת נגיש מכל צומת אחר בgraף.
- **רכיב קשריות:** אם גראף אינו קשריר, רכיבי קשריות הם תת-קבוצות מקסימליות של צמתים מהgraף כך שהgraף המושירה של כל תת-קבוצה צזו הואgraף קשריר. כל graף מתרפרק לרכיבי קשריות zeros בצמתים ובקשנות.
- **גראף קשריר בחזקה:** כל צומת נגיש מכל צומת אחר בgraף במסלול mcovn.
- **רכיב קשריות חזקה (Rk''ch):** אם גראף מכובן אינו קשריר חזקה, ניתן לפרקו לרכיבי קשריות חזקה שהם תת-קבוצות מקסימליות של צמתים שתת הgraף המושירה של כל תת-קבוצה הואgraף קשריר בחזקה. במקרה למקרה הלא מכובן, אנו יתבוננו קשנות בין רקי'חים.
- **DAG - גראף אacyklic המכובן:** גראף מכובן חסר מעגלים.
- **עץ:** שהוא גם קשריר. אם אינו קשריר, אך כן חסר מעגלים, יהיה עיר (כל רכיב קשריות שלו הוא עץ). תכונות עץ:
 - קשרי.
 - חסר מעגלים.
 - בעל $1 - |V|$ קשנות bridges.
 - בין כל שני צמתים קיימים מסלול אחד וייחיד.
- **עץ מכובן:** עץ בו צומת כלשהו מוגדר כשורש, וכל הקשנות מכוננות אליו / ממנו.

יצוג של גרפים:

1. **רשימות שכנות:** לכל צומת יש מצביע לרשימה הצמתים השכנים לו. יתרון: זול בזיכרון, $(|E| + |V|)O$; חסרון: יקר להגיע לכל שכן.
2. **מטריצה שכנות:** מטריצה $A_{ij} = \begin{cases} 1, & (i, j) \in E \\ 0, & o/w \end{cases}$ בה $|V| \times |V|$ מטריצה. יתרון: גישה מהירה; חסרון: בזבוז מקום (עבור גרפים מועט קשנות).