## Отчет по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм - вариант 4

Чан Куок Кхань НПИбд-02-19

# Содержание

| Сп | исок литературы   | 14                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|---|--------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 4  | Выводы  | 13                 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3  | Выполнение лабораторной работы         3.1 Теоретические сведения | <b>6</b><br>6<br>9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2  | 2 Задание   |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1  | Цель работы   |                    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

# **List of Figures**

| 3.1 | График для случая 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 12 |
|-----|---------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----|
| 3.2 | График для случая 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 12 |

# 1 Цель работы

Изучить модель конкуренции

## 2 Задание

- 1. Изучить модель конкуренции двух фирм
- 2. Построить графики изменения оборотных средств в двух случаях

### 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

#### Обозначим:

- N число потребителей производимого продукта.
- S доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.
  - M оборотные средства предприятия
  - au длительность производственного цикла
  - p рыночная цена товара
- $\tilde{p}$  себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции
  - $\delta$  доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек
- k постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции
  - Q(S/p) функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она

равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$$

где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p=p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr}=Sq/k$ . Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть, Q(S/p)=0 при  $p\geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{or}})p - k$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau \tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр  $\gamma$  зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла  $\tau$ . При заданном М уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$

равновесное значение цены p равно

$$p=p_{cr}(1-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq})$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau}(\frac{p}{p_{cr}}-1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию dM/dt=0

$$\widetilde{M_{1,2}} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\tilde{p}\frac{\tau}{\delta}), b = kNq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть,  $b << a^2$ ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При b << a стационарные значения M равны

$$\widetilde{M_{+}} = Nq\frac{\tau}{\delta}(1-\frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \widetilde{M_{-}} = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr}-\tilde{p})}$$

Первое состояние  $\widetilde{M}_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \widetilde{M\_{-}} неустойчиво, так, что при  $M < \widetilde{M}_-$  оборотные средства падают (dM/dt < 0), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\widetilde{M}_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит,

что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta=1$ , а параметр au будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

### 3.2 Задача

#### Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_{1}}{d\Theta} = M_{1} - \frac{b}{c_{1}}M_{1}M_{2} - \frac{a1}{c1}M_{1}^{2}$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

где

$$\begin{split} a_1 &= \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q} \\ a_2 &= \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q} \\ b &= \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q} \end{split}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$
$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

также введена нормировка  $t=c_1\Theta$ 

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{split} \frac{dM_1}{d\Theta} &= M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0.0013) M_1 M_2 - \frac{a1}{c1} M_1^2 \\ \\ \frac{dM_2}{d\Theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{split}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 2.1 \, M_0^2 = 1.4$$
 
$$p_{cr} = 16 \, N = 19 \, q = 1$$
 
$$\tau_1 = 12 \, \tau_2 = 15$$
 
$$\tilde{p}_1 = 9 \, \tilde{p}_2 = 7$$

model Project

parameter Real p cr = 16;

```
parameter Real N = 19;
parameter Real q = 1;
parameter Real tau1 = 12;
parameter Real tau2 = 15;
parameter Real p1 = 9;
parameter Real p2 = 7;
parameter Real d = 0.0013;
parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
parameter Real c2 = (p cr-p2)/(tau2*p2);
Real M1 1(start=2.1);
Real M2_1(start=1.4);
Real M1_2(start=2.1);
Real M2_2(start=1.4);
equation
  der(M1_1) = M1_1 - (a1/c1)*M1_1*M1_1 - (b/c1)*M1_1*M2_1;
 der(M2\ 1) = (c2/c1)*M2\ 1 - (a2/c1)*M2\ 1*M2\ 1 - (b/c1)*M1\ 1*M2\ 1;
```

equation

```
 \begin{split} \text{der}(M1\_2) &= & M1\_2 - (a1/c1)*M1\_2*M1\_2 - (b/c1)*M1\_2*M2\_2; \\ \text{der}(M2\_2) &= & (c2/c1)*M2\_2 - (a2/c1)*M2\_2*M2\_2 - (b/c1+d)*M1\_2*M2\_2; \\ \end{split}
```

annotation(experiment(StartTime=0, StopTime=20, Tplerance=1e06,Interval=0.05));

### end Project;

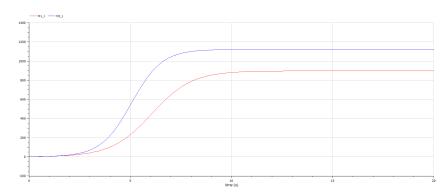


Figure 3.1: График для случая 1

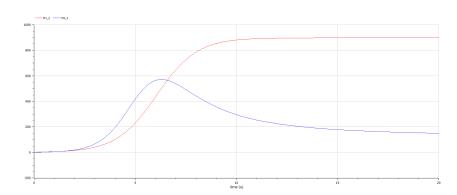


Figure 3.2: График для случая 2

### 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции и построены графики.

## Список литературы

- 1. Математические модели конкурентной среды
- 2. Разработка математических моделей конкурентных процессов