

LEHRBUCH

Gerhard Babiels

# Elektrische Antriebe in der Fahrzeugtechnik

Lehr- und Arbeitsbuch

*5. Auflage*



Springer Vieweg

---

# Elektrische Antriebe in der Fahrzeugtechnik

---

Gerhard Babiels

# Elektrische Antriebe in der Fahrzeugtechnik

Lehr- und Arbeitsbuch

5. Auflage



Springer Vieweg

Gerhard Babiel  
Kamp-Lintfort, Deutschland

ISBN 978-3-658-40585-4      ISBN 978-3-658-40586-1 (eBook)  
<https://doi.org/10.1007/978-3-658-40586-1>

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, ein Teil von Springer Nature 2007, 2009, 2014, 2020, 2023  
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Planung/Lektorat: Reinhard Dapper

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Abraham-Lincoln-Str. 46, 65189 Wiesbaden, Germany

---

## Vorwort

Dieses Buch ist aus meinem Vorlesungsskript zur gleichnamigen Vorlesung im Studiengang Fahrzeug- und Verkehrstechnik entstanden, welche ich im Bachelor-/Masterstudien-gang an der Fachhochschule Dortmund ab 2002 gehalten hatte.

In der Automobilindustrie waren E-Automobile zu dieser Zeit noch im Versuchsstadi-um, es gab große Anstrengungen im Bereich der Brennstoffzelle für den Einsatz in PKWs.

Heute, im Jahr 2022, bieten die Fahrzeughersteller eine Auswahl an rein elektrisch betriebene PKWs mit Lithiumionen-Batterien mit Reichweiten um ca. 500 km an. Wir sind somit in der Zukunft der Elektromobilität angekommen. Für die nächste Generation in ca. 2025 sind Reichweiten um 600 km bei günstigeren Batterie-Preisen zu erwarten.

Für eine komplette Umstellung auf E-Mobilität in den nächsten 10 Jahren bedarf es großer volkswirtschaftlicher Anstrengungen im Bereich der Ladeinfrastruktur sowie der Bereitstellung „grüner“ elektrischer Energie.

Die Entwicklung der Elektrofahrzeuge verläuft weiterhin rasant.

In der 5. Auflage gibt es Ergänzungen zum Thema Effizienzsteigerung in der E-Motoren-technik und ein Ausblick in die Zukunft elektrischer Flugsysteme.

Kamp-Lintfort, Deutschland  
im November 2022

Gerhard Babiels

---

## Danksagung

Mein besonderer Dank gilt den Firmen AUTOKABEL, VOLOCOPTER, CENTRAL JAPAN RAILWAY COMPANY und BMW (Bayerische Motorenwerke). Diese haben mir freundlicherweise Bildmaterial und Daten für das Buch zur Verfügung gestellt.

---

# Inhaltsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| <b>1 Energie als primäre Antriebsgröße . . . . .</b>             | 1  |
| 1.1 Die zugeschnittene Größengleichung . . . . .                 | 2  |
| 1.2 Formelsammlung zur Energieumwandlung . . . . .               | 5  |
| 1.3 Mechanische Energie . . . . .                                | 8  |
| 1.4 Chemische Energie . . . . .                                  | 11 |
| 1.4.1 Das Periodensystem . . . . .                               | 12 |
| 1.5 Nukleare Energie . . . . .                                   | 18 |
| 1.6 Elektrische und magnetische Feldenergie . . . . .            | 18 |
| 1.7 Gravitationsenergie . . . . .                                | 19 |
| 1.8 Solarenergie . . . . .                                       | 19 |
| 1.9 Übungsaufgaben zu Kap. 1 . . . . .                           | 20 |
| Literatur . . . . .  | 22 |
| <b>2 Elektrochemische Energiespeicher und -wandler . . . . .</b> | 23 |
| 2.1 Akkumulatoren . . . . .                                      | 23 |
| 2.1.1 AGM- und Gel-Technologie . . . . .                         | 26 |
| 2.2 Die Brennstoffzelle . . . . .                                | 27 |
| 2.3 Kondensatoren . . . . .                                      | 30 |
| 2.3.1 Technische Ausführungen . . . . .                          | 31 |
| 2.4 Lithiumionen-Akkumulator . . . . .                           | 34 |
| 2.5 Aluminium Luft-Batterie . . . . .                            | 35 |
| 2.6 Zink-Luft-Akkumulator . . . . .                              | 38 |
| 2.6.1 Entladung . . . . .  | 38 |
| 2.6.2 Ladung . . . . .   | 39 |
| 2.7 Übungsaufgaben . . . . .                                     | 39 |
| <b>3 Transformatoren . . . . .</b>                               | 43 |
| 3.1 Magnetfeldgleichungen . . . . .                              | 43 |
| 3.1.1 Das Durchflutungsgesetz . . . . .                          | 43 |
| 3.1.2 Die magnetische Flussdichte $B$ . . . . .                  | 45 |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 3.1.3   | Der magnetische Fluss $\phi$ . . . . .                    | 45 |
| 3.1.4   | Der magnetische Widerstand $R_m$ . . . . .                | 45 |
| 3.1.5   | Das „Ohmsche Gesetz“ für Magnetkreise . . . . .           | 46 |
| 3.1.6   | Fremdinduktion . . . . .                                  | 46 |
| 3.1.7   | Selbstinduktion . . . . .                                 | 47 |
| 3.2     | Gekoppelte Spulen . . . . .                               | 50 |
| 3.2.1   | Idealer Übertrager . . . . .                              | 50 |
| 3.2.2   | Transformator mit Streufluss . . . . .                    | 51 |
| 3.3     | Spannungsgleichungen des Transformators . . . . .         | 51 |
| 3.4     | Ersatzschaltbilder für Transformatoren . . . . .          | 54 |
| 3.4.1   | Ersatzschaltbild des idealen Transformators . . . . .     | 54 |
| 3.4.2   | Ersatzschaltbild des realen Transformators . . . . .      | 54 |
| 3.4.3   | Zeigerbild des Transformators . . . . .                   | 56 |
| 3.5     | Verluste eines Transformatoren . . . . .                  | 57 |
| 3.5.1   | Verluste im Leerlauf . . . . .                            | 57 |
| 3.5.2   | Ströme und Verluste im Kurzschluss . . . . .              | 59 |
| 3.6     | Dreiphasenspannungssysteme . . . . .                      | 60 |
| 3.6.1   | Einphasen-Spannungsversorgung mit Schutzkontakt . . . . . | 60 |
| 3.6.2   | Dreiphasen-Spannungsversorgung . . . . .                  | 61 |
| 3.6.2.1 | Symmetrische Last . . . . .                               | 63 |
| 3.6.3   | Leistung im Dreiphasensystem . . . . .                    | 64 |
| 3.6.3.1 | Symmetrische Last in Sternschaltung . . . . .             | 64 |
| 3.6.3.2 | Symmetrische Last in Dreieckschaltung . . . . .           | 64 |
| 3.6.3.3 | Leistung bei unsymmetrischer Last . . . . .               | 65 |
| 3.7     | Technische Ausführungen von Transformatoren . . . . .     | 68 |
| 3.7.1   | Wirbelstromunterdrückung in Transformatoren . . . . .     | 68 |
| 3.7.2   | Kerntransformator (Abb. 3.38) . . . . .                   | 69 |
| 3.7.3   | Manteltransformator . . . . .                             | 69 |
| 3.7.4   | Ringkerntransformator . . . . .                           | 69 |
| 3.7.5   | Der Spartransformator . . . . .                           | 69 |
| 3.7.6   | Der Trenntransformator . . . . .                          | 71 |
| 3.7.7   | Transformator mit Mittelanzapfung . . . . .               | 71 |
| 3.7.8   | Drehstromtransformatoren . . . . .                        | 72 |
| 3.8     | Magnetische Abschirmung . . . . .                         | 73 |
| 3.9     | Drosselwirkung von Spulen . . . . .                       | 74 |
| 3.10    | Übungsaufgaben zu Kap. 3 . . . . .                        | 76 |
| 4       | <b>Analoge Elektrische Maschinen . . . . .</b>            | 81 |
| 4.1     | Zählpfeilsysteme . . . . .                                | 81 |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.2      | Elektromechanische Energiewandler . . . . .                            | 81         |
| 4.2.1    | Energiedichte des elektrischen Feldes . . . . .                        | 82         |
| 4.2.2    | Energiedichte des magnetischen Feldes . . . . .                        | 82         |
| 4.3      | Kraft und Drehmomenterzeugung in einer elektrischen Maschine . . . . . | 83         |
| 4.4      | Der Linearmotor . . . . .  | 85         |
| 4.4.1    | Linearmotor in Anwendungen . . . . .                                   | 86         |
| 4.5      | Die Drehfeldmaschine . . . . .   | 88         |
| 4.5.1    | Konstruktionsbegriffe elektrischer Maschinen . . . . .                 | 88         |
| 4.6      | Die Asynchronmaschine . . . . .  | 91         |
| 4.6.1    | Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer . . . . . | 93         |
| 4.6.2    | Ortskurve des Ständerstromes der Asynchronmaschine . . . . .           | 95         |
| 4.6.3    | Betriebszustände der Asynchronmaschine . . . . .                       | 99         |
| 4.6.3.1  | Der optimale Betriebspunkt der Asynchronmaschine . . . . .             | 101        |
| 4.6.4    | Drehmoment und Leistung der Asynchronmaschine . . . . .                | 101        |
| 4.6.5    | Drehzahlstellung der Asynchronmaschine . . . . .                       | 107        |
| 4.6.5.1  | Wechselrichter . . . . .   | 109        |
| 4.6.5.2  | Pulsgesteuerter Wechselrichter . . . . .                               | 110        |
| 4.6.6    | Übungsaufgaben zur Asynchronmaschine . . . . .                         | 112        |
| 4.7      | Die Synchronmaschine . . . . .   | 118        |
| 4.7.1    | Das Ersatzschaltbild der Synchronmaschine . . . . .                    | 119        |
| 4.7.2    | Betriebszustände der Synchronmaschine . . . . .                        | 120        |
| 4.7.3    | Leistung und Drehmoment der Synchronmaschine . . . . .                 | 121        |
| 4.7.4    | Klauenpolsynchrongenerator (Lichtmaschine) . . . . .                   | 122        |
| 4.8      | Die Gleichstrommaschine . . . . .                                      | 124        |
| 4.8.1    | Generatorbetrieb . . . . .   | 124        |
| 4.8.2    | Motorbetrieb . . . . .   | 125        |
| 4.9      | Einphasen-Kommutatormotor . . . . .                                    | 128        |
| 4.10     | Leistungsfluss in elektrischen Maschinen . . . . .                     | 129        |
|          | Literatur . . . . .  | 130        |
| <b>5</b> | <b>Digitale Elektrische Maschinen . . . . .</b>                        | <b>131</b> |
| 5.1      | Der Reluktanzmotor . . . . .   | 131        |
| 5.2      | Asynchron-Reluktanzmotor . . . . .                                     | 135        |
| 5.3      | Transversalflussmotor . . . . .  | 136        |
| 5.4      | Bürstenloser Gleichstrommotor . . . . .                                | 139        |
| 5.4.1    | Aufbau des BLDC-Motors . . . . .                                       | 139        |
| 5.4.2    | Statorströme des BLDC-Motors . . . . .                                 | 140        |
| 5.4.3    | Regelung des BLDC-Motors mit Hallsensoren . . . . .                    | 142        |
| 5.4.4    | Sensorlose Regelung des BLDC-Motors . . . . .                          | 146        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.5      | Schrittmotoren . . . . .   | 147        |
| 5.5.1    | Der permanenterregte Schrittmotor . . . . .                          | 148        |
| 5.5.2    | Das Mikroschrittverfahren . . . . .                                  | 148        |
| 5.5.3    | Reluktanzschrittmotoren . . . . .                                    | 153        |
| 5.5.4    | Hybridschrittmotoren . . . . .                                       | 154        |
| 5.6      | Servomotoren . . . . .   | 155        |
| 5.7      | Übungsaufgaben zu Synchron- und Gleichstrommaschine . . . . .        | 158        |
|          | Literatur . . . . .  | 161        |
| <b>6</b> | <b>Antriebssysteme . . . . .</b>                                     | <b>163</b> |
| 6.1      | Antriebskonzept einer E-Lok . . . . .                                | 163        |
| 6.2      | Die Magnetschwebebahn . . . . .                                      | 166        |
| 6.2.1    | Der Transrapid . . . . .   | 166        |
| 6.2.2    | Die Japanische Magnetschwebebahn „Supraleitender Maglev“ . . . . .   | 168        |
| 6.3      | Elektromechanisches KERS – Kinetic Energy Restoring System . . . . . | 171        |
| 6.4      | E-Antrieb in einem PKW . . . . .                                     | 173        |
| 6.5      | Ausblick E-Antriebe in Luftfahrzeugen . . . . .                      | 174        |
| 6.6      | Übungsaufgabe zu Kap. 6 . . . . .                                    | 175        |
| 6.7      | Allgemeine Prüfungsfragen . . . . .                                  | 177        |
| <b>7</b> | <b>Anhang . . . . .</b>  | <b>181</b> |
| 7.1      | Komplexe Leistung . . . . .  | 182        |
| 7.2      | Ortskurven . . . . .   | 182        |
| 7.3      | Lösungen zu den Übungsaufgaben . . . . .                             | 186        |
| 7.4      | Lösungen zu Abschn. 6.7 Allgemeine Prüfungsfragen . . . . .          | 209        |
| 7.5      | Werkstoffdaten . . . . .   | 210        |
|          | <b>Periodensystem . . . . .</b>                                      | <b>211</b> |
|          | <b>Literatur . . . . .</b>   | <b>215</b> |
|          | <b>Stichwortverzeichnis . . . . .</b>                                | <b>217</b> |

---

## Formelzeichen und Abkürzungen

|  |  |
|--|--|
| $\underline{I}, \underline{U}$           | Komplexe Effektivwertzeiger von Strom und Spannung                       |
| $I, U$                                   | Effektivwerte, Gleichstromwerte, Betrag der komplexen Effektivwertzeiger |
| $i(t), u(t)$                             | Zeitlich veränderliche reelle Ströme und Spannungen                      |
| $\hat{i}, \hat{u}$                       | Amplitude zeitlich veränderlicher Ströme und Spannungen                  |
| $\hat{i} = \sqrt{2} \cdot I$             | Für sinusförmige Ströme und Spannungen                                   |
| $\hat{u} = \sqrt{2} \cdot U$             |  |
| A  | Ampere, Einheit des elektrischen Stroms                                  |
| C  | Coulomb, Einheit der elektrischen Ladung                                 |
| V  | Volt, Einheit der elektrischen Spannung                                  |
| $\Phi$                                   | Magnetischer Fluss (Spitzenwert)   |
| $\mathbf{B}, \mathbf{H}$                 | Magnetische Flussdichte, magnetische Feldstärke                          |
| $T = Vs/m^2$                             | Tesla, Einheit der Flussdichte   |
| $\Theta$                                 | Magnetische Durchflutung (magnetische Spannung)                          |
| $E$                                      | Elektrische Feldstärke   |
| R  | Elektrischer Widerstand  |
| $\rho$                                   | Spezifischer elektrischer Widerstand                                     |
| G  | Leitwert   |
| $\sigma$                                 | Streuziffer  |
| $\lambda$                                | Wellenlänge  |
| $\Omega$                                 | Einheit des elektrischen Widerstandes Ohm                                |
| $R_m$                                    | Reluktanz, magnetischer Widerstand                                       |
| $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$                | Magnetische Permeabilität  |
| $\mu_0$                                  | $1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$                                      |
| $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ | Dielektrizitätszahl  |
| $\epsilon_0$                             | $8,86 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  |
| $\gamma$                                 | Gravitationskonstante $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kgs}^2)$  |
| C  | Kapazität  |
| $F = As/V$                               | Farad, Einheit der Kapazität   |
| L  | Induktivität   |
| X  | Blindwiderstand  |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $H = Vs/A$      | Henry, Einheit der Induktivität   |
| $f$             | Frequenz  |
| $\omega$        | Kreisfrequenz   |
| $\tau$          | Polteilung, Zeitkonstante   |
| $\varphi$       | Phasenwinkel  |
| $\alpha, \beta$ | Winkelvariable  |
| $F$             | Kraft   |
| $W, E$          | Arbeit, Energie   |
| $E_d$           | Energiedichte   |
| $\Delta H$      | Enthalpie   |
| mol             | Das Mol ist die Zahl $6,0221415 \cdot 10^{23}$ . Es ist definiert über die Zahl der Atome in einem Gramm Wasserstoff (1,00794 g). |
| $e$             | Elementarladung, $1,60217653 \cdot 10^{-19} C$  |
| $P$             | Wirkleistung  |
| $Q$             | Blindleistung   |
| $S$             | Scheinleistung  |
| $j$             | $\sqrt{-1}$   |
| $Z$             | Komplexer Widerstand  |
| $Y$             | Komplexer Leitwert  |



# Energie als primäre Antriebsgröße

1

## Zusammenfassung

Für die Antriebskraft  $F$  und die Antriebsenergie  $W$  von Fahrzeugen gilt der fundamentale Zusammenhang.

Für die Antriebskraft  $F$  und die Antriebsenergie  $W$  von Fahrzeugen gilt der fundamentale Zusammenhang:

$$F = \frac{dW}{dx} \quad (\text{dx = Wegstück in Fahrtrichtung}). \quad (1.1)$$

Elektroantriebe setzen eine elektrische Energiequelle voraus. Überhaupt muss man zunächst einmal dafür sorgen, dass eine Primärenergiequelle in einem Fahrzeug vorhanden ist.

Die elektrische Antriebsenergie kann aus verschiedenen Energiequellen gewonnen werden, es können Akkumulatoren, Kondensatoren oder Brennstoffzellen sein, wobei die Brennstoffzelle kein Energiespeicher sondern ein elektrochemischer Energiewandler ist.

Bei den heutigen Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor wird die Energie aus Benzin, Diesel oder Erdgas erzeugt. Bei den Brennstoffzellenfahrzeugen wird es voraussichtlich Wasserstoff oder Methanol sein.

Im Prinzip sind auch andere Primärquellen möglich wie z. B. radioaktives Uran in Atom-U-Booten oder Ionenquellen und Gravitationsfelder für Raumfahrzeuge.

Hybridfahrzeuge verfügen sowohl über einen Verbrennungsmotor wie auch einen Elektromotor. Primäre Energiequelle ist dabei wiederum Benzin oder Diesel, ein Teil der elektrischen Energie wird auch dadurch gewonnen, dass im Bremsbetrieb die elektrische Antriebsmaschine als Generator eingesetzt wird und die gewonnene elektrische Energie in einer Batterie zwischengespeichert wird.

**Tab. 1.1** Umrechnungsfaktoren für die Energie

|      | J                    | Nm                 | kWh                   | kcal                  | kpm                   | eV                   |
|------|----------------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| J    | 1                    | 1                  | $0,278 \cdot 10^{-6}$ | $0,239 \cdot 10^{-3}$ | 0,102                 | $6,24 \cdot 10^{18}$ |
| Nm   | 1                    | 1                  | $0,278 \cdot 10^{-6}$ | $0,239 \cdot 10^{-3}$ | 0,102                 | –                    |
| kWh  | $3,6 \cdot 10^6$     | $3,6 \cdot 10^6$   | 1                     | 860                   | 367.098               | $2,25 \cdot 10^{25}$ |
| kcal | $4,186 \cdot 10^3$   | $4,186 \cdot 10^3$ | $1,163 \cdot 10^{-3}$ | 1                     | 427                   | $2,61 \cdot 10^{22}$ |
| kpm  | 9,807                | 9,807              | $2,723 \cdot 10^{-6}$ | $2,342 \cdot 10^{-3}$ | 1                     | $6,12 \cdot 10^{19}$ |
| eV   | $1,6 \cdot 10^{-19}$ | –                  | $4,45 \cdot 10^{-26}$ | $3,83 \cdot 10^{-23}$ | $1,63 \cdot 10^{-20}$ | 1                    |

Letztendlich wird aus einer Primärenergie die mechanische Antriebsenergie  $W$  gewonnen.

Die Menge der Primärenergie bestimmt dabei die Reichweite eines Fahrzeugs.

Wie schon der erste Hauptsatz der Wärmelehre aussagt (Wärmeenergie = mechanische Arbeit) sind verschiedene Energieformen äquivalent (gleichwertig, siehe Tab. 1.1). Bei der Umwandlung von einer Energieform in die andere geht immer etwas an Energie verloren bzw. wird in Entropie (Unordnung) umgesetzt.

Unter Berücksichtigung des Wirkungsgrads kann man mit Hilfe der physikalischen Formeln die Energiearten ineinander umrechnen.

## 1.1 Die zugeschnittene Größengleichung

In der Mathematik verwendet man Gleichungen mit Variablen, Parametern und Konstanten, die durch Buchstaben dargestellt werden. Beispiel:

$$\nu = \frac{s}{t}. \quad (1.2)$$

In der Physik werden die Variablen als Produkt aus Zahlenwert und Einheit dargestellt:

$$\{\nu\} \cdot [\nu] = \frac{\{s\} \cdot [s]}{\{t\} \cdot [t]}. \quad (1.3)$$

Die eckige Klammer steht für die Einheit von ...

Die geschweifte Klammer für Zahlenwert von ...

Diese Gleichungen sind nur dann richtig, wenn genormte Einheiten wie die SI-Einheiten eingesetzt werden. Das heißt:

- |                     |      |
|---------------------|------|
| Für Länge           | m,   |
| Für Zeit            | s,   |
| Für Geschwindigkeit | m/s, |
| Für Spannung        | V,   |

---

|                      |              |
|----------------------|--------------|
| Für Strom            | A,           |
| Für Kraft            | N,           |
| Für Leistung         | W,           |
| Für Arbeit = Energie | Nm = J = Ws. |

In der Messtechnik kommt es oft vor, dass man Größen in anderen Einheiten misst und umrechnen muss. Damit sich die Umrechnung – insbesondere bei Messreihen – möglichst einfach gestaltet, verwendet man zugeschnittene Größengleichungen. Hierzu einige Beispiele:

Man ermittelt die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs in km/h, indem man die Zeit auf einen Kilometer stoppt. Ausgangspunkt ist die Gl. 1.2:

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \quad v = \frac{l}{t}.$$

Diese Gleichung erweitert man mit den gewünschten Einheiten:

$$v \frac{\text{km}/\text{h}}{\text{km}/\text{h}} = \frac{l \frac{\text{km}}{\text{km}}}{t \frac{\text{s}}{\text{s}}} \quad (1.4)$$

Anschließend stellt man die Formel so um, dass die gesuchte Größe verknüpft mit der gewünschten Einheit auf der linken Seite der Gleichung steht und die Messgrößen mit den gegebenen Einheiten sowie Konstanten auf der rechten Seite:

$$\frac{v}{\text{km}/\text{h}} = \frac{\text{km}}{(\text{km}/\text{h}) \cdot \text{s}} \frac{\frac{l}{\text{km}}}{\frac{t}{\text{s}}} \quad (1.5)$$

Nun fasst man Einheiten und Konstanten auf der rechten Seite zusammen:

$$\frac{v}{\text{km}/\text{h}} = \frac{1}{\frac{\text{s}}{\text{h}}} \frac{\frac{l}{\text{km}}}{\frac{\text{t}}{\text{s}}} = \frac{1}{\frac{\text{s}}{3600\text{s}}} \frac{\frac{l}{\text{km}}}{\frac{\text{t}}{\text{s}}} = \frac{1}{\frac{1}{3600}} \frac{\frac{l}{\text{km}}}{\frac{\text{t}}{\text{s}}} \quad (1.6)$$

Und letztlich wird daraus die zugeschnittene Größengleichung:

$$\frac{v}{\text{km}/\text{h}} = 3600 \frac{\frac{l}{\text{km}}}{\frac{\text{t}}{\text{s}}} \quad (1.7)$$

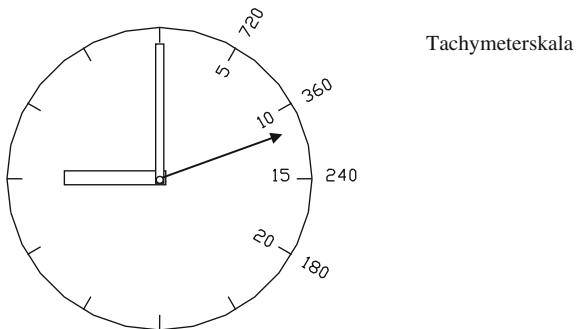
Setzt man in diese Gleichung die Messwerte ein, findet man sehr schnell die Geschwindigkeit in km/h.

10 s auf einen Kilometer ergeben 360 für  $v$  in km/h

15 s auf einen Kilometer ergeben 240 für  $v$  in km/h

20 s auf einen Kilometer ergeben 180 für  $v$  in km/h

**Abb. 1.1** Tachymeterskala



Man kann diese Gleichung auch nutzen, um die Werte für die so genannte Tachymeterskala zu erhalten. Die Tachymeterskala (Abb. 1.1) findet man gelegentlich auf Rennsport-Armbanduhren, wo neben der Sekundenzeit (für einen Kilometer) direkt die Geschwindigkeit in km/h steht.

Ein anderes Beispiel ist die Berechnung des Drehmoments  $M$  in Nm aus den Messwerten der Leistung  $P$  in kW an der Welle eines Motors und der Drehzahl  $n$  in Umdrehungen pro Minute ( $\text{min}^{-1}$ ).

Ausgangspunkt ist die Formel:

$$M = \frac{P}{\varrho} = \frac{P}{2\pi \cdot n}. \quad (1.8)$$

Zunächst erweitert man wieder mit den gewünschten Einheiten:

$$M \frac{\text{Nm}}{\text{Nm}} = \frac{P \frac{\text{kW}}{\text{kW}}}{2\pi \cdot n \frac{\text{min}^{-1}}{\text{min}^{-1}}} \quad (1.9)$$

Auf der linken Seite lässt man  $M$  in Nm stehen, indem man beide Seiten durch Nm teilt:

$$\frac{M}{\text{Nm}} = \frac{1}{\text{Nm}} \cdot \frac{P_{\text{kW}}^{\text{kW}}}{2\pi \cdot n^{\frac{\text{min}^{-1}}{\text{min}^{-1}}}}. \quad (1.10)$$

Nun fasst man auf der rechten Seite die Einheiten und Konstanten zusammen:

$$\frac{M}{\text{Nm}} = \frac{\text{kW} \cdot \frac{P}{\text{kW}}}{\text{Nm} 2\pi \min^{-1} \cdot \frac{n}{\min^{-1}}}. \quad (1.11)$$

Man wandelt die Einheiten so um, dass man möglichst viele Einheiten im Vorfaktor kürzen kann, also z. B.  $\text{min} = 60 \text{ s}$ :

$$\frac{M}{\text{Nm}} = \frac{10^3 \text{W} \cdot 60 \text{s} \cdot \frac{\text{P}}{\text{kW}}}{\text{Nm} 2\pi \cdot \frac{n}{\text{min}^{-1}}}, \quad (1.12)$$

jetzt nutzt man die Äquivalenz Nm = Ws und kürzt.

Das ergibt dann die zugeschnittene Größengleichung für das Drehmoment.

$$\frac{M}{\text{Nm}} = \frac{60.000}{2\pi} \frac{\frac{\text{P}}{\text{kW}}}{\frac{n}{\text{min}^{-1}}} \quad \text{bzw.:} \quad \frac{M}{\text{Nm}} = 9549 \frac{\frac{\text{P}}{\text{kW}}}{\frac{n}{\text{min}^{-1}}} \quad (1.13)$$

## 1.2 Formelsammlung zur Energieumwandlung

| Mechanische Energie = Arbeit   | $W = F s$                  | $[W] = \text{Nm} = \text{J}$   |
|--|----------------------------|--|
| Kinetische Energie   | $E = 1/2 m v^2$            | $m = \text{Masse}$<br>$v = \text{Geschwindigkeit}$   |
| Rotationsenergie   | $E = (1/2 J \omega^2)$     | $J = \text{Trägheitsmoment}$<br>$\omega = \text{Winkelgeschwindigkeit}$                            |
| Mechanische Leistung   | $P = W/t$<br>$P = M\omega$ | $[P] = \text{Nm/s}$<br>$M = \text{Drehmoment}$   |
| Windenergie<br>aus dem Rotor eines Windrades                                 |                            |  |
| Rotationsenergie<br>aus der bewegten Luftmasse                               | $E = 1/2 J \omega^2$       | $J = \text{Trägheitsmoment}$<br>$\omega = \text{Winkelgeschwindigkeit}$                            |
| Translationsenergie  |                            | $E = 1/2 m v^2$  |
| Wärmeenergie   | $E = m c \Delta T$         | $m = \text{Masse}$<br>$c = \text{spez. Wärmekapazität}$<br>$\Delta T = \text{Temperaturdifferenz}$ |
| Chemische Energie<br>ist die Energie der Bindungselektronen eines Moleküls   | $[E] = eV$                 | $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$  |
| Chemische Energiemenge $\Delta H$<br>Energie pro $6 \cdot 10^{23}$ Molekülen |                            | $[\Delta H] = \text{J/Mol}$<br>$1 \text{ mol} = 6 \cdot 10^{23}$<br>$1 \text{ Dutzend} = 12$       |
| Nukleare Energie   | $E = \Delta mc^2$          | $[E] = \text{MJ}$  |
| Strahlungsenergie  | $E = hf$                   |  |
| Energie eines Photons  |                            | $h = 6,62618 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$<br>Planck constant<br>$f = \text{Frequenz}$                |

(Fortsetzung)

|   |  |  |
|---|--|--|
| mittlere Energie eines Photons eines schwarzen Körpers der Temperatur $T$ | $E = kT$                               | Boltzmannkonstante $k$<br>$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  |
|   |  | $T = \text{Temperatur}$  |
| Ruhemasse eines Photons   |  | $m_0 = 0$  |
| Relativistische Masse nach Einstein                                       | $m_r = E/c^2$                          |  |
| <b>Strahlungsleistung</b>   | $P = \sigma A(T^4 - Tu^4)$             | $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$<br>$T = \text{Temperatur in K}$<br>$Tu = \text{Umgebungstemp. in K}$            |
| <b>Solare Energie</b>   |  |  |
| Energie pro Fläche  |  | $[E] = \text{kW/m}^2$  |
| Jahresmittelwert Europa   |  | $E = 0,1 \text{ kW/m}^2$   |
| Jahresmittelwert Äquator  |  | $E = 1 \text{ kW/m}^2$   |
| <b>Elektrische Energie</b>  | $E = UIt$                              | $[E] = \text{Ws}$  |
| Elektrische Leistung  | $P = UI$                               | $[P] = \text{W} = \text{AV}$   |
| Energiedichte des elektrischen Feldes                                     | $\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}eE^2$      |  |
| <b>Magnetische Energie</b>  |  |  |
| Energiedichte des magnetischen Feldes                                     | $\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}\mu H^2$   |  |
| <b>Gravitationsenergie</b>  |  |  |
| Anziehungskraft zweier Körper   | $F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ | $\gamma = \text{Gravitationskonstante}$<br>$\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kgs}^2)$<br>$r = \text{Abstand der Körper}$ |
| <b>Wasserkraft zur Erzeugung von elektrischer Energie</b>                 | $E = mgH$                              | $m = \text{Masse}$<br>$g = 9,81 \text{ m/s}^2$<br>Erdbeschleunigung<br>$H = \text{Höhe}$   |

$$\ddot{\text{A}} \text{ quivalenz : } 1\text{J} = 1\text{Ws} = 1\text{Nm} \quad (1.14)$$

### Wirkungsgrad $\eta$

$$\eta = \frac{\text{Abgegebene Energie}}{\text{Aufgenommene Energie}} \quad (1.15)$$

Beispiele für den Wirkungsgrad  $\eta$ :

|                    |   |
|--------------------|---|
| Fotovoltaik        | 21 % (handelsübliche monokristalline PERC Solarzellen 2022) |
| Ottomotor          | 35 %  |
| Dieselmotor        | 42 %  |
| Schiffsdieselmotor | 52 %  |
| Brennstoffzelle    | 80 %  |
| inklusive Reformer | 40 %  |
| LiFePhosphat Akku  | 90–98 %   |

Gesamtwirtschaftlich betrachtet spielt nicht nur der Wirkungsgrad eine Rolle sondern auch das Verhältnis von insgesamt über die Lebensdauer eingesetzte Energie zur insgesamt gewonnenen Energie eines Systems. Dieses Verhältnis nennt man den Erntefaktor (Abb. 1.2). Der Erntefaktor mit monokristallinen PERC Solarzellen hat sich in den 2020er-Jahren auf 8 verbessert.

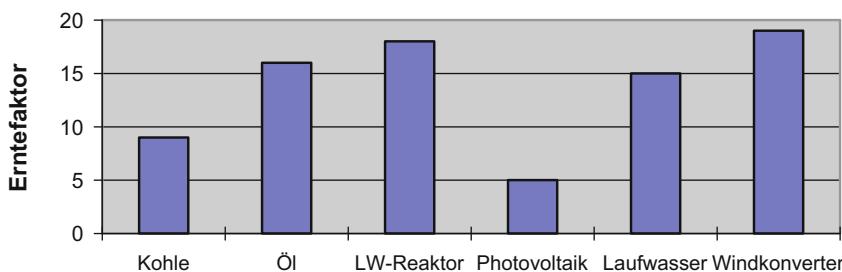
$$\text{Erntefaktor} = \frac{\text{erzeugte elektrische Arbeit in der Nutzungsdauer}}{\text{benötigte Primärenergie für Errichtung und Eigenbedarf}}. \quad (1.16)$$

Ein weiterer Aspekt ist die Umweltfreundlichkeit eines Systems. Ein Maßstab dafür ist beispielsweise die CO<sub>2</sub>-Emission von Systemen (Abb. 1.3 und 1.4).

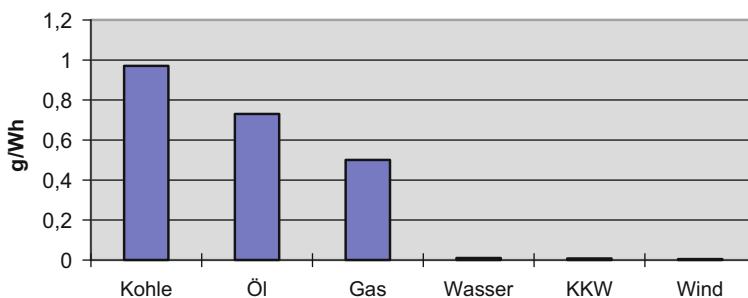
Beispielhaft sei hier die CO<sub>2</sub>-Emission bei der Stromerzeugung verschiedener Kraftwerkstypen dargestellt:

In Kalifornien verlangt der Staat von Automobilherstellern einen maximalen mittleren Flottenverbrauch um die Effizienz bzw. Umweltverträglichkeit zu steigern.

Das California Air Resources Board erließ bereits 1990 ein Gesetz, wonach ein Automobilhersteller ab 1998 2 % aller Neufahrzeuge, ab 2001 5 % aller Neufahrzeuge und ab 2003 10 % der großen Fahrzeuge Zero Emission Vehicles (ZEVs) sein sollten.

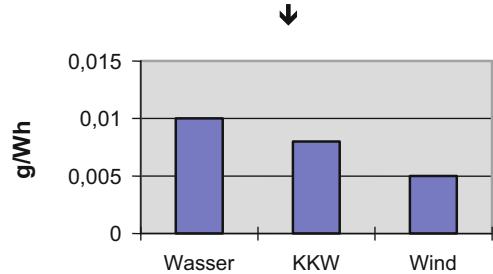


**Abb. 1.2** Erntefaktoren verschiedener Kraftwerkstypen



**Abb. 1.3** CO<sub>2</sub>-Emissionen verschiedener Kraftwerkstypen

**Abb. 1.4** CO<sub>2</sub>-Emission bei der Energieerzeugung durch Wasser-, Wind- und Kernkraft



Dies sollte Autoproduzenten ermutigen, nicht nur den Kraftstoffverbrauch zu senken, sondern vollkommen neue Technologien zu entwickeln.

### 1.3 Mechanische Energie

Mechanische Energie ist gleichbedeutend mit mechanischer Arbeit  $W$ . Es gilt:<sup>1</sup>

$$dW = F \cdot ds \quad \text{Arbeit} = \text{Kraft} \cdot \text{Weg}. \quad (1.17)$$

Bei der Fortbewegung eines Fahrzeugs muss die Reibkraft überwunden werden. Wenn die Kraft längs eines Weges variiert, muss man über kleine Wegintervalle  $ds$  aufsummieren bzw. integrieren:

$$W = \int F(s) ds. \quad (1.18)$$

Kraft und Beschleunigung sind zueinander proportional:

$$F(t) = m \cdot a(t). \quad (1.19)$$

Liegt die Beschleunigung als Zeitfunktion  $a(t)$  vor, muss vor Berechnung der Energie  $W$  die Integrationsvariable  $s$  durch  $t$  substituiert werden.

$$W = \int m(s(t)) \cdot a(s(t)) ds. \quad (1.20)$$

Die Beschleunigung eines Fahrzeugs errechnet sich aus der Änderung der Geschwindigkeit:

<sup>1</sup>Der Einfachheit halber wird angenommen, dass die vektoriellen Größen Kraft, Weg und Beschleunigung die gleiche Richtung haben, so können wir uns hier auf die Beträge beschränken.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}. \quad (1.21)$$

Bremsen bedeutet negative Beschleunigung. Daraus ergibt sich auch negative Arbeit bzw. Energie, die man z. B. beim elektrischen Bremsen (oder mittels eines Schwungrades oder thermisch) rückgewinnen (rekuperieren) kann.

### Beispiel: Energieverbrauch in einem E-Fahrzeug

Der Wirkungsgrad eines elektrischen Antriebs beträgt sowohl im Motor als auch im Generatorbetrieb 80 % und die zu überwindende Reibkraft beträgt bei Geschwindigkeiten bis 50 km/h im Mittel 500 N. Das Fahrzeug besitzt eine Masse von einer Tonne.

Auf einer kurzen Strecke das Geschwindigkeitsprofil gefahren, wie in Abb. 1.5 dargestellt.

In den ersten 10 s ist Beschleunigungsarbeit zu leisten.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{50 \text{ km/h}}{10 \text{ s}} = \frac{50.000 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 10 \text{ s}} = 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

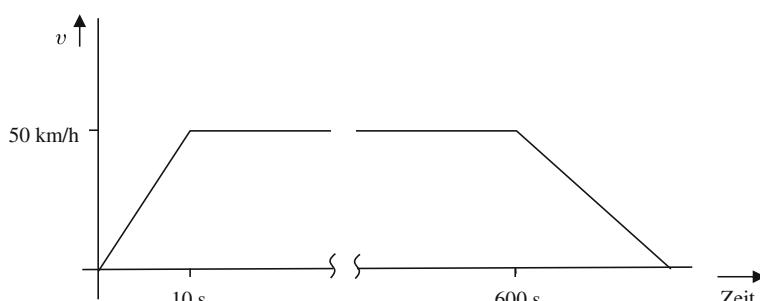
Die daraus resultierende Kraft beträgt:

$$F = m \cdot a = 1000 \text{ kg} \cdot 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1390 \text{ N},$$

für den zurückgelegten Weg gilt bei konstanter Beschleunigung:

$$s = \int_{t=0}^{10 \text{ s}} a \cdot t dt = \left[ a \frac{t^2}{2} \right]_0^{10 \text{ s}} = 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{100 \text{ s}^2}{2} = 69,5 \text{ m}.$$

Damit ergibt sich für die geleistete Arbeit:



**Abb. 1.5** Geschwindigkeitsprofil

$$W = F \cdot s = 1390\text{N} \cdot 69,5\text{m} = 96.605\text{Nm} = 96.605\text{Ws}.$$

Bei einem Wirkungsgrad  $\eta$  von 80 % bedeutet dies ein Energieverbrauch von:

$$E = \frac{W}{\eta} = 120.756\text{Ws}.$$

Beim Bremsen liegt eine negative Beschleunigung vor:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{-50\text{km/h}}{15\text{s}} = \frac{-50.000\text{m}}{3600\text{s} \cdot 15\text{s}} = -0,93 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Für die Kraft gilt:

$$F = m \cdot a = 1000\text{kg} \cdot -0,93 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -930\text{N}.$$

und für den Bremsweg gilt:

$$s = \int_{t=0\text{s}}^{15\text{s}} (a \cdot t + v_0) dt = \left[ a \frac{t^2}{2} + v_0 t \right]_{0\text{s}}^{15\text{s}} = 103,87\text{m}.$$

Bremst man elektrisch durch Umschalten in den Generatorbetrieb, gewinnt man theoretisch:

$$W = F \cdot s = -930\text{N} \cdot 103,87\text{m} = -96.605\text{Ws}$$

und realistisch unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades:

$$E = \eta \cdot W = -77.284\text{Ws}.$$

Insgesamt sind während der Fahrt an Energie also verbraucht worden:

$$\begin{aligned} E_{\text{gesamt}} &= W_{\text{Beschleunigung}} + W_{\text{Reibung}} + W_{\text{Bremsen}} \\ &= 120.756\text{Ws} + 500\text{N} \cdot 8368\text{m} - 77.284\text{Ws} \\ &= 4.140.694\text{Ws} \\ &= 4141\text{kWs} \\ &= 1,15\text{kWh}. \end{aligned}$$

Dabei konnten 77.284 kWs = 0,025 kWh rekuperiert werden.

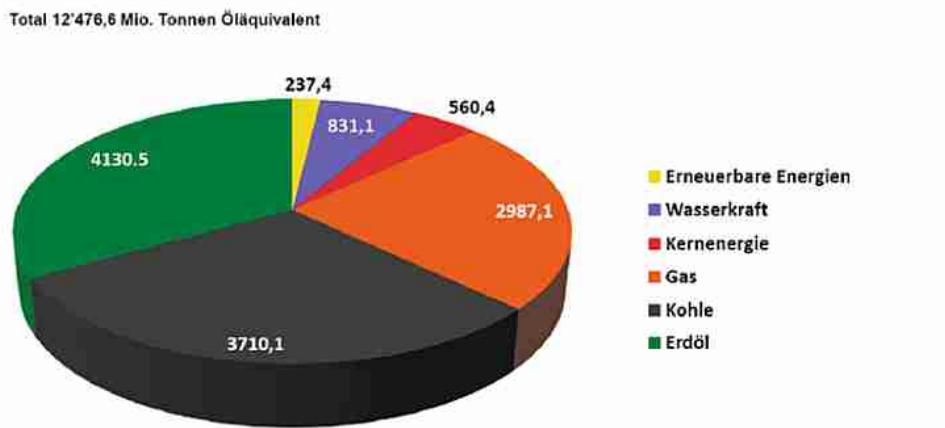
## 1.4 Chemische Energie

Die chemische Energie hat ihre Ursache im Austausch von Elektronen der beteiligten Stoffe.

Die Elektronen auf den äußersten nicht gänzlich gefüllten Schalen der Atome oder Moleküle suchen sich bei einer Reaktion möglichst günstige Energieniveaus. Wenn dabei ein Elektron von einem hohen Energieniveau auf ein niedrigeres übergeht, wird Energie in Form von Wärme oder Strahlung freigesetzt, die Reaktion ist exotherm. Wird ein Elektron bei einer Reaktion auf ein höheres Niveau angehoben, muss dabei Energie aufgenommen werden, die Reaktion ist endotherm.

Die Antriebsenergie, die wir mit Hilfe von Verbrennungsmotoren aus Erdöl gewinnen, ist ein Beispiel für die Nutzung von chemischer Energie. Dass es Zeit wird, Alternativen zu entwickeln, sollen die Abb. 1.6 über den immensen Erdölverbrauch demonstrieren. Irgendwann sind die Vorräte aufgebraucht bzw. werden immer kostspieliger.

## Welt-Energieverbrauch in 2012



**Abb. 1.6** Der Weltölverbrauch im Jahr 2012 betrug 4130,5 Mio t

### 1.4.1 Das Periodensystem

(Das Periodensystem der Elemente finden Sie im Anhang dieses Buches)

Die Energieniveaus der Elektronen kann man durch diskrete Elektronenbahnen (Niels Bohr) beschreiben. Dies gelingt aber nur für das Wasserstoffatom. Zu besseren Ergebnissen führt die Quantenphysik. Für jedes Elektron eines Atoms gibt es vier verschiedene Quantenzahlen, die das Energieniveau bestimmen. Hinzu kommt, dass man ein Elektron nicht immer auf einer mathematisch exakten Bahn findet, sondern dass es nach einer Wahrscheinlichkeitsfunktion dort zu finden ist (Schrödinger-Gleichung).

Den Quantenzahlen kann man dabei bestimmte Bedeutungen zuordnen:

|   |   |
|---|---|
| Hauptquantenzahl $n$                    | → Hauptschale 1, 2, 3, 4  |
| Bahndrehimpuls $l$                      | → Unterschale 0, 1, 2, 3 . . . $(n - 1)$ , Alternativ s, p, d, f          |
| Orientierung des Bahndrehimpulses $m_l$ | → Ausrichtung der Unterschale $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm (l - 1), \pm l$ |
| Spin $m_s$                              | → Orientierung des Eigendrehimpulses $m_s = \pm 1/2$                      |

Ist bei einem Element eine Hauptschale komplett mit Elektronen besetzt, so stellt dies einen besonders stabilen Zustand dar, es handelt sich um Edelgase, die unter Normalbedingungen nicht mit anderen Stoffen reagieren.

Im Periodensystem sind die Elemente nach ihren Schalen und der Anzahl der Elektronen auf diesen geordnet.

Die Zeilen entsprechen den Hauptschalen (Hauptquantenzahlen), die Spalten entsprechen der Füllung der Unterschalen mit Elektronen.

Ab der 4. Zeile kommt es vor, dass Elektronen nicht unbedingt in der Reihenfolge der Hauptschalen besetzt werden. Beim Kalium wird beispielsweise die 4. Hauptschale mit einem Elektron besetzt (4s) und erst beim Scandium beginnt die Besetzung der 3d-Unterschale.

Das liegt daran, dass der Absolutbetrag der Energie der 4s-Schale günstiger ist als der Absolutbetrag der 3d-Schale.

Auf der ersten Hauptschale finden nur zwei Elektronen Platz. (Für  $n = 1$  folgt  $l = 0$  und  $m_l = 0$  und  $m_s = \pm 1/2$ .)

Das einfachste Element, es besteht nur aus einem Proton im Kern und einem Elektron auf der Hülle, ist der Wasserstoff H (Abb. 1.7), hier lautet die Elektronenkonfiguration 1s.

Isotope sind Elemente mit gleicher Anzahl von Protonen aber unterschiedlicher Anzahl von Neutronen. Im neutralen Zustand haben die Isotope auch die gleiche Anzahl von Elektronen, deshalb verhalten sich Isotope chemisch gleich. In der Natur findet man die Isotope eines Elementes in einer bestimmten Mischung. Die Art der Isotope und deren prozentuales Vorkommen auf der Erde sind im Periodensystem angegeben.

Isotope des Wasserstoffs sind Deuterium und Tritium (Abb. 1.8).

**Abb. 1.7** Elektronenkonfiguration des Wasserstoffatoms**Abb. 1.8** Elektronenkonfiguration der Wasserstoffisotope Deuterium und Tritium

Isotope sind zwar chemisch gleichwertig, kerntechnisch jedoch sind sie unterschiedlich stabil, d. h., sie zerfallen unterschiedlich schnell unter Abgabe von Neutronen, Neutrinos und oder  $\alpha$ - ,  $\beta$ -Strahlung und Photonen.

Im natürlichen Vorkommen des Wasserstoffs auf der Erde besteht dieser zu 0,015 % aus Deuterium.

Tritium hat eine Halbwertszeit von 12,3 Jahren und ist damit radioaktiv.

Die erste Hauptschale ist beim Helium He (Abb. 1.9) mit zwei Elektronen voll besetzt, die Elektronenkonfiguration wird mit  $1s^2$  bezeichnet. Die 1 steht für die erste Hauptschale und  $s^2$  bedeutet das zwei Elektronen auf der Unterschale vom Typ s zu finden sind.

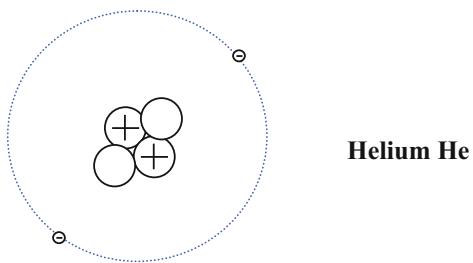
Beim Lithium Li (Abb. 1.10) wird über der 1. Hauptschale eine 2. aufgefüllt. Die Elektronenkonfiguration lautet:  $1s^2 2s$  oder abgekürzt  $[He]2s$ . Das heißt, die erste Hauptschale ist komplett gefüllt [wie beim He] und auf der 2. Hauptschale befindet sich ein Elektron auf der ersten Unterschale. Die erste Unterschale wird immer mit s bezeichnet.

Beim Kohlenstoff C (Abb. 1.11) findet man  $[He]2s^2 2p^2$ .

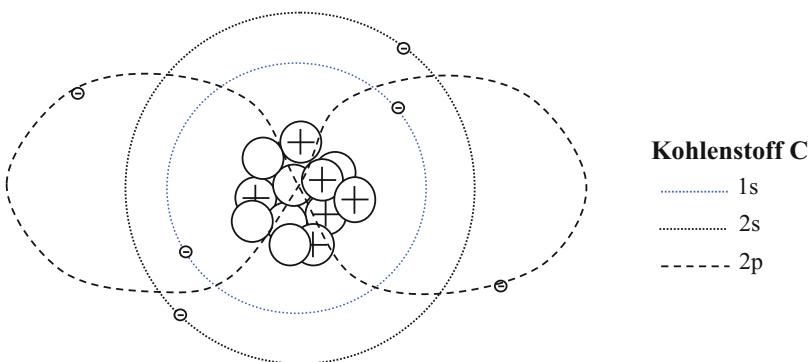
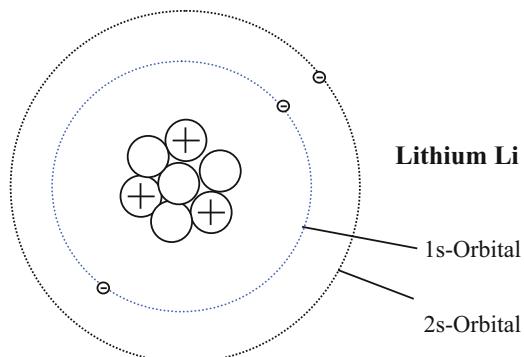
Die 1. Hauptschale (1s) ist voll besetzt.

Auf der 2. Hauptschale ist die 1. Unterschale (2s) mit zwei Elektronen besetzt und auf der 2. Unterschale (2p) befinden sich ebenfalls zwei Elektronen.

**Abb. 1.9** Elektronenkonfiguration des Heliumatoms



**Abb. 1.10** Elektronenkonfiguration des Lithiumatoms



**Abb. 1.11** Elektronenkonfiguration des Kohlenstoffatoms

Auf jedem Orbital finden maximal zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin Platz. Unter Spin versteht man die Eigenrotation des Elektrons, welche eine feste räumliche Ausrichtung (wie beispielsweise die Rotationsachse der Erde) besitzt.

Die Spinausrichtung ist verantwortlich für den permanenten Magnetismus verschiedener Werkstoffe.

Elektronenpaare besitzen immer entgegengesetzte Spins. Klappt man den Spin eines so genannten verschränkten Elektronenpaares, so wird auch der Spin des anderen Elektrons instantan umklappen.

(Dieser Effekt tritt auch bei unterschiedlich polarisierten Photonenpaaren auf, auch wenn diese räumlich getrennt worden sind.)

Die Informationen über den Aufbau der Atomhülle (Elektronenbahnen) entnimmt man dem Periodensystem (Abb. 1.12 und Anhang). Der Halbleiter Silizium (Si, Abb. 1.13) besitzt die Elektronenkonfiguration  $[Ne]3s^23p^2$ .

Die 1. Hauptschale und die 2. Hauptschale sind voll besetzt wie beim Edelgas Neon [Ne].

Auf der 3. Hauptschale sind die 1. Unterschale mit zwei und die 2. Unterschale ebenfalls mit zwei Elektronen belegt.

Die Anzahl der Protonen im Kern ist gegeben durch die Ordnungszahl. Ist ein Element elektrisch neutral, entspricht die Ordnungszahl auch der Anzahl der Elektronen insgesamt.

|  |                                     |                                |  |
|--|-------------------------------------|--------------------------------|--|
| Relative Atommasse<br>[Massenzahl des langlebigsten Isotops] | 243,0614 *                          | *Künstliches Element           | <u>Elementsymbol:</u>                        |
| Ordnungszahl<br>(Protonenzahl)                               | [Rn]5f <sup>7</sup> 7s <sup>2</sup> | Elektronenkonfiguration        | <b>Tc</b> = kein stabiles Isotop bekannt     |
| Schmelzpunkt [°C]<br>Siedepunkt [°C]<br>Elementname          | 95 Am                               | Elementsymbol                  | <b>N</b> = gasförmig                         |
|  | 994<br>2607<br>Americium            | Erste Ionisierungsenergie [eV] | <b>Br</b> = flüssig (bei 20 °C)<br>Am = fest |

Abb. 1.12 Erläuterungen zum Periodensystem

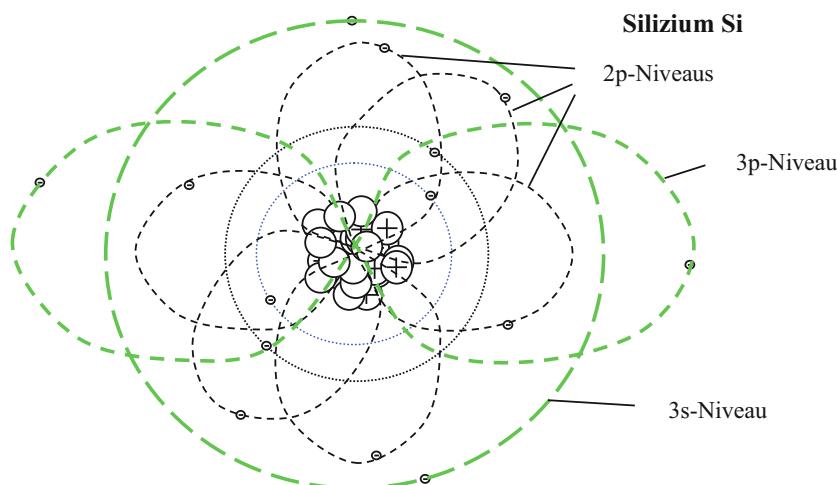


Abb. 1.13 Elektronenkonfiguration des Siliziumatoms

Die Anzahl der Neutronen kann man aus der Differenz zur Massenzahl bestimmen.

In chemischen Reaktionen des Siliziums werden nur die vier Elektronen der nicht voll besetzten äußeren Hülle mit den Elektronen der nicht voll besetzten äußeren Hülle eines anderen Elements ausgetauscht.

Diese Aussage lässt sich verallgemeinern: **Bei chemischen Reaktionen sind immer nur die Elektronen der äußeren nicht voll besetzten Hünlen beteiligt.** Dabei werden die Elektronen so ausgetauscht, dass nach Möglichkeit eine Edelgaskonfiguration in der Verbindung entsteht. Die Energiedifferenz der Niveaus der Bindungselektronen ist die chemische Bindungsenergie.

### Beispiel: Die Verbrennung von Kohlenstoff ( $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ )

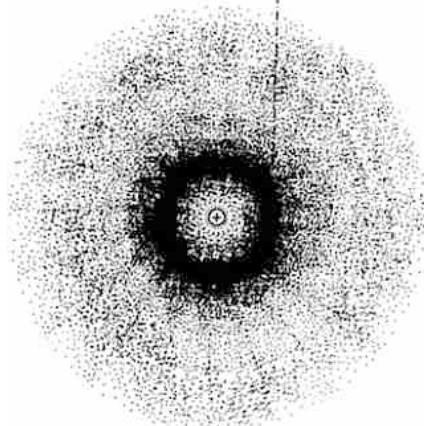
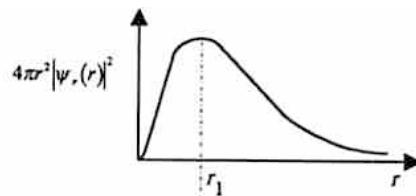
Der Kohlenstoff besitzt vier Elektronen auf der äußeren Hülle ( $2s^22p^2$ ). Den beiden Sauerstoffatomen fehlen jeweils zwei Elektronen zur Edelgaskonfiguration.

Im Molekül  $\text{CO}_2$  teilen sich die vier Bindungselektronen des Kohlenstoffs den Platz auf den Niveaus des Kohlenstoffatoms mit dem Platz auf den Orbitalen der beiden Sauerstoffatome.

Die Orbitale sind in den vorherigen Skizzen durch Linien angedeutet. Besser wäre es, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit durch Wolken anzugeben (Abb. 1.14).

Das Skizzieren der Elektronenwolken wird bei den Elementen mit hohen Ordnungszahlen immer aufwändiger und ist für die Betrachtung chemischer Reaktionen auch nicht

**Abb. 1.14** Radiale Wahrscheinlichkeitsdichte der Elektronen im  $1s$ -Zustand (H-Atom im Grundzustand) als Funktion des Abstands  $r$  vom Kern (Kubalek 2007)



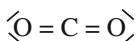
erforderlich. Die Chemiker symbolisieren in Strukturformeln die Bindungselektronen (die Elektronen der äußeren nicht besetzten Schale) durch einfache Punkte.

So wird z. B. Kohlenstoff dargestellt:

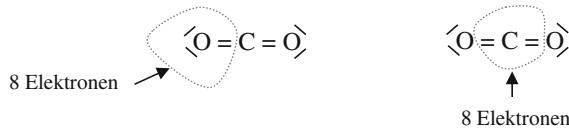


Die äußeren Elektronen bilden sozusagen Bindungsarme (beim Kohlenstoff gibt es also vier mögliche Bindungsarme).

Elektronenpaare werden auch durch Striche gekennzeichnet, z. B.  $\text{CO}_2$ :



An diesem Beispiel sieht man auch, dass sowohl der Kohlenstoff als auch der Sauerstoff 8 Elektronen auf den äußeren Orbitalen „sehen“, was der nächstmöglichen Edelgasanordnung entspricht:



Fehlt ein Elektron auf der äußeren Hülle, so wird dies durch ein hochgesetztes Pluszeichen symbolisiert. Zum Beispiel das Wasserstoffion  $\text{H}^+$ , bei dem das 1s-Elektron fehlt.

Besitzt ein Atom mehr Elektronen als im neutralen Zustand, wird das durch hochgestellte Minuszeichen dargestellt. Zum Beispiel das Sauerstoffion mit zwei zusätzlichen

Elektronen:  $\text{O}^{-}$ .

Ein weiteres Beispiel  $\text{H}_2\text{O}$ :



Der Wasserstoff sieht 2 Elektronen auf seiner 1s-Bahn und hat damit die gleiche Elektronen-Konfiguration wie das Edelgas Helium und der Sauerstoff sieht 8 Elektronen auf der zweiten Hauptschale, die damit aufgefüllt ist wie beim Edelgas Neon.

## 1.5 Nukleare Energie

Die nukleare Energie ergibt sich aus dem Massenunterschied, der an der Reaktion beteiligten Elementen. Man unterscheidet zwischen Kernspaltung und Kernfusion (Kernverschmelzung).

Bei der Kernspaltung wird ein schweres Element wie z. B. Uran gespalten in mittelschwere Elemente wie Eisen und Cäsium. Bildet man die exakte Massensumme der entstehenden Elemente bzw. Elementarteilchen, so stellt man fest, dass diese etwas kleiner ist als die Ausgangsmasse des Urans. Aus dieser Massendifferenz schöpft man die Kernenergie nach der Formel von Albert Einstein  $E = mc^2$ .

Zur Kernspaltung benötigt man ein spezielles Uranisotop, welches mit einer relativ kleinen Halbwertszeit zerfällt und dabei Neutronen freisetzt, welche wiederum andere

Atomkerne spalten können. Damit eine Kettenreaktion mit hoher Energieabgabe stattfindet, muss eine gewisse Dichte von radioaktiven  $^{235}\text{U}$  und Plutonium vorhanden sein (damit die Neutronen auch auf spaltbare Kerne treffen). Ab einer bestimmten kritischen Dichte kommt es zur Atomexplosion.

Nachteilig bei der Kernspaltung ist die Tatsache, dass mittelschwere radioaktive Kerne als Rest übrig bleiben, der so genannte Atommüll.

Bei der Kernfusion werden z. B. Deuterium und Tritium (Isotope des Wasserstoffs) zu Helium verschmolzen. Auch hierbei sind die entstehenden Produkte (Helium und Elementarteilchen) leichter als die Ausgangsprodukte. Aus der Massendifferenz berechnet sich wiederum die entstehende Energie.

Die Kernfusion ist der hauptsächliche Prozess zur Energieentstehung in der Sonne. Man benötigt dazu allerdings Wasserstoffkerne von sehr hoher Geschwindigkeit, damit dieser Prozess überhaupt in Gang kommt. Im Inneren der Sonne herrschen Temperaturen von 10 Mio. °C bei sehr hohen Drücken.

Die Kernverschmelzung zur kontrollierten Energiegewinnung hat bisher nur in Versuchsreaktoren stattgefunden. Um die Wasserstoffkerne auf entsprechend hohe Geschwindigkeiten (Temperaturen von 100 Mio. °C) zu bringen, benutzt man elektromagnetische Teilchenbeschleuniger.

Mit dem Reaktor ITER ([www.ITER.org](http://www.ITER.org)) ist zur Zeit ein Reaktortyp in Bauphase, der eine deutliche positive Energiebilanz bringen soll, d. h., man will erstmalig einen Kernfusionsreaktor auf der Erde betreiben, bei dem man mehr Energie gewinnt als man hineinsteckt.

Der große Vorteil der Kernfusion ist der, dass keine mittelschweren radioaktiven Kerne entstehen, es gibt bei der Kernfusion nur sekundären Atommüll (Reaktorwände).

---

## 1.6 Elektrische und magnetische Feldenergie

Zum Antrieb elektrischer Maschinen nutzt man hauptsächlich die Energie des magnetischen Feldes, gegenüber dem elektrischen Feld können höhere Energiedichten erreicht werden. Dies wird in Kap. 6 ausführlich erläutert.

## 1.7 Gravitationsenergie

Die Gravitationsenergie ist eine Feldenergie wie die des elektrischen und magnetischen Feldes.

Die Anziehungs kraft folgt aus unterschiedlichen Energiedichten ( $dW/dV$ ) des Gravitationsfeldes. Die unterschiedlichen Energiedichten sind wiederum begründet in unterschiedlichen Raumvolumina  $dV$ .

Ziehen sich zwei Massen an, so verändert sich die Raumzeit bzw.  $dV$ .

Wird  $dV$  kleiner, so wird  $dW/dV$  größer. Sehr deutlich wird dies bei schwarzen Löchern im Kern von Galaxien, wo die Raumzeit auf ein Extremum gekrümmmt wird.

Man kann auch sagen, dass die Anziehungs kraft zwischen zwei Massen eine Folge der Raumkrümmung bzw. der Geometrie unseres Universums ist.

Beim Raumschiff Cassini-Huygens, das zum Saturnmond Titan reiste, nutzte man die Gravitationsfelder verschiedener Planeten des Sonnensystems, um ihn auf seine erforderliche Reisegeschwindigkeit von ca. 70.000 km/h zu beschleunigen.

---

## 1.8 Solarenergie

Die Solarenergie ist die Strahlungsenergie, die als Nebenprodukt der Kernreaktionen auf der Sonne anfällt.

Das Atomkraftwerk Sonne läuft seit ca. 5 Mrd. Jahren und wird ca. noch weitere fünf Milliarden Jahre in Betrieb sein (Literaturhinweis: J. v. Butlar, Supernova).

Die hauptsächliche Kernreaktion ist die Kernfusion (Kernverschmelzung) von Wasserstoff zu Helium. Einige technische Daten:

|                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| Innentemperatur:                    | 10.000.000 °C,  |
| Oberflächentemperatur:              | 5700 °C,  |
| Energieabstrahlung in den Weltraum: | $3,3 \cdot 10^{27}$ kWh per anno,   |
| Erdeinstrahlung.                    | $1,5 \cdot 10^{18}$ kWh per anno,   |
| Strahlungsleistung:                 | 1 kW/m <sup>2</sup> Mitteleuropa,<br>davon 14 % UV, 37 % sichtbar, 49 % Infrarot. |

Handelsübliche monokristalline PERC- Zellen (mit reflektierender Rückseite) erreichen heute (2022) einen Wirkungsgrad von ca. 22 %. Entwicklungen mit mehrlagigen Solarzellen erreichen Wirkungsgrade über 40 %, wobei jede Schicht Licht einer bestimmten Wellenlänge ausnutzt. Allerdings steigen mit jeder zusätzlichen Schicht auch die Herstellungskosten.

Fotovoltaik-Anlagen werden zunehmend interessanter als Ladestromlieferanten für E-Mobile. In größerem Maßstab wird man zukünftig mit Hilfe von Solarstrom Wasserstoff produzieren, der für eine nachhaltige Ökonomie unverzichtbar sein wird.

Mittlerweile gibt es Solarturm-Kraftwerke in Spanien und Marokko. Der Vorteil der Solarturmkraftwerke liegt in der Möglichkeit Energie in verflüssigten Salzen bei ca. 300 °C zu speichern.

Mit Hilfe von Parabolspiegel kann man die Sonnenergie in der Brennpunktachse auf Röhren konzentrieren, die wiederum mit flüssigen Salzen gefüllt sind. Damit kann man sogenannte Rinnen-Solarkraftwerke aufbauen.

Es ist abzusehen, dass bei sinkenden Preisen für PV-Module mit dem Solarstrom über elektrische Heizwiderstände ebenfalls Salze auf 300° erhitzt werden können. Mit dem auf 300 °C erhitzen Salzspeichern wird über Wärmetauscher Wasserdampf erzeugt, mit dem man auf konventionelle Weise Turbinen bzw. Stromgeneratoren betreiben kann.

Diese Technologie wäre theoretisch auch geeignet um beispielsweise Kohlekraftwerke umzurüsten. Man müsste die primäre Energie aus der Kohleverbrennung ersetzen durch das Betreiben von Heizstäben (in Salzspeichern), die mit „grünem“ Strom gespeist würden. Für einen 600 MW Kraftwerksblock bräuchte man allerdings ca. 22 km<sup>2</sup> Solarmodulfläche (monokristalline PERC Zellen) oder 100 Windräder der 10 MW-Klasse bei 57 % Verfügbarkeit nebst den Salzspeichern, die die Zeit überbrücken müssen, in denen die Sonne nicht scheint bzw. der Wind nicht weht.

Bei diesem großen Flächenbedarf kann die Energie für eine Umstellung der deutschen Wirtschaft auf nachhaltige Produktion und E-Mobilität mit „grünem“ Wasserstoff und „grünem“ Strom nicht allein im Inland produziert werden. Länder wie beispielsweise Marokko oder Namibia wären mit ihren großen Wüstengebieten geeigneter Energie-Produktionsstandorte. In Marokko gibt es mehrere Solarkraftwerke mit Solarturm (NOOR ENERGY 1), Solarrinnen (NOORO II), PV-Solarzellen und deren Kombination (im Bereich zwischen 160 MW und 950 MW).

Eins der ersten großtechnischen Solarkraftwerke wurde 1982 in Kalifornien errichtet. zeigt das solar angetriebene Flugzeug Solar Challenger bei seinem Rekordflug über den Ärmelkanal im Jahr 1980.

---

## 1.9 Übungsaufgaben zu Kap. 1

### Aufgabe 1.1

Wie viele Bindungselektronen besitzen

C,

N,

O,

Si?

Wie viele Elektronen benötigt

F,

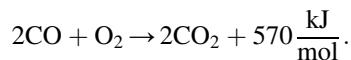
S,

Cl,

um seine äußere Elektronenhülle voll zu besetzen?

**Aufgabe 1.2**

Die Reaktionsbilanz der Verbrennung von Kohlenmonoxid zu Kohlendioxid lautet:



- Wie viel kg Sauerstoff verbraucht man, um 100 kWh zu erzeugen?
- Wie viele km kann ein Fahrzeug mit dieser Energie zurücklegen, wenn eine Reibungskraft von 1000 N zu überwinden ist? (Beschleunigung vernachlässigt)

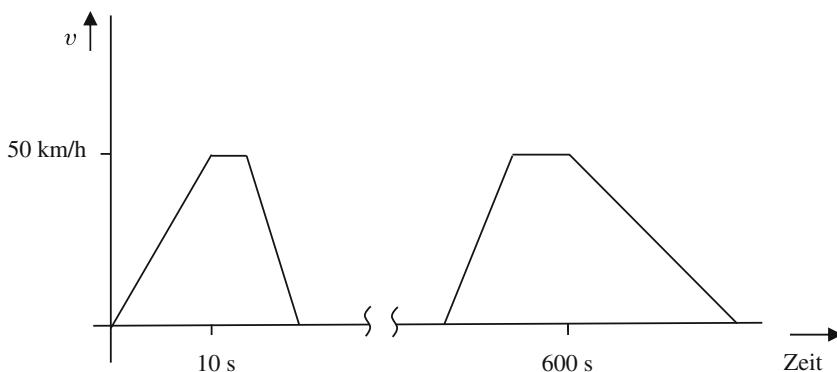
**Aufgabe 1.3**

In einem Verbrennungsmotor setzen sie 1 kmol reinen Kohlenstoff zu Kohlendioxid  $\text{CO}_2$  um. Die Reaktionsenthalpie  $\Delta H$  (frei werdende Energie) der chemischen Reaktion beträgt:  $\Delta H = 406 \text{ MJ/kmol}$ .

- Wie weit können Sie mit einem Fahrzeug, welches 2 kN Reibkraft überwinden muss, fahren?
- Wie viele kWh könnte man einem Haushalt damit zur Verfügung stellen, wenn man für die Umwandlung über einen Generator insgesamt einen Wirkungsgrad von 40 % erreicht?

**Aufgabe 1.4**

Ein Hybridfahrzeug mit einer Masse von 1,5 t fährt in einem Stadtzyklus zehn Beschleunigungs- bzw. Bremsvorgänge dabei wird jeweils von 0 km/h auf 50 km/h beschleunigt und abgebremst:



Der Wirkungsgrad der elektrischen Maschine des Hybridantriebs beträgt im Generator- und im Motorbetrieb 80 %. Die elektrische Energie wird in Doppelschichtkondensatoren mit einem Wirkungsgrad von 95 % gespeichert und kann mit dem gleichen Wirkungsgrad wieder entnommen werden.

Der Wirkungsgrad des Verbrennungsmotors beträgt 30 %.

- a) Hängt die mögliche Rekuperationsenergie von der Bremszeit ab?
- b) Wie groß ist die gesamte mögliche Rekuperationsenergie? ( $\eta = 100\%$ )
- c) Wie viel Energie kann man von der möglichen rückgewinnbaren Energie unter Berücksichtigung der genannten Wirkungsgrade über den elektrischen Antrieb wieder auf die Antriebsachse bringen?
- d) Wie viel Energie müsste dafür der Verbrennungsmotor aufbringen?
- e) Die Energiedichte von Benzin beträgt 12 kWh/l. Wie viel Liter Benzin spart man insgesamt bei diesem Fahrzyklus durch Rekuperation ein?

### Aufgabe 1.5

Ein Windrad zur elektrischen Energieerzeugung besitzt einen Gesamtwirkungsgrad von 90 %. Der Durchmesser des Windrades beträgt 30 m.

Vor dem Windrad wird eine mittlere Windgeschwindigkeit von 72 km/h und hinter dem Windrad von 62 km/h gemessen. Die Luftdichte beträgt  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

Wie viel elektrische Leistung stellt das Windrad zur Verfügung?

### Aufgabe 1.6

Ein schweres und ein leichtes Fahrzeug sollen bezüglich ihres Energieverbrauchs beim Beschleunigen und Bremsen verglichen werden. Das schwere Fahrzeug verfügt über eine Stahlblech-Karosserie und wiegt 2000 kg. Das leichte Fahrzeug ist baugleich, nur die Karosserie besteht größtenteils aus Kohlefaserverbundwerkstoff und wiegt 1800 kg.

- a) Beide Fahrzeuge beschleunigen auf 130 km/h. Wie groß sind die benötigten Energien beider Fahrzeuge?
- b) Von der Geschwindigkeit 130 km/h ausgehend bremsen beide Fahrzeuge „elektrisch“ in den Stillstand. Wie groß sind die rückgewinnbaren Energien beider Fahrzeuge bei einem idealen Wirkungsgrad von 100 %.
- c) Wie groß sind die rekuperierbaren Energien bei einem Wirkungsgrad von 80 %
- d) Wie viel Energie hat das schwere Fahrzeug unter den Bedingungen von c) mehr verbraucht?

---

### Literatur

Kubalek, E.: Vorlesungsskript Werkstoffe der Elektrotechnik, Uni Duisburg-Essen (2007)



# Elektrochemische Energiespeicher und -wandler

2

## Zusammenfassung

Den ersten Akkumulator baute Graf Alessandro Volta um 1770 in Italien. Die Elektroden bestanden aus Kupfer und Zink und befanden sich in einer Zelle mit verdünnter Schwefelsäure, die Zellenspannung betrug 1 V.

## 2.1 Akkumulatoren

Den ersten Akkumulator baute Graf Alessandro Volta um 1770 in Italien. Die Elektroden bestanden aus Kupfer und Zink und befanden sich in einer Zelle mit verdünnter Schwefelsäure, die Zellenspannung betrug 1 V.

Heute werden Akkumulatoren in Fahrzeugen als elektrochemische Energiespeicher eingesetzt. Dabei hat sich der Bleiakkumulator als Starterbatterie durchgesetzt. Zukünftig sind auch andere Systeme zu erwarten. Neben dem Preis pro Wh spielt die Praxistauglichkeit eine große Rolle. Dazu gehört der Betriebstemperaturbereich von –40 bis +85 °C, die Vibrationsfestigkeit und eine möglichst hohe Zyklenzahl (Tab. 2.1 und 2.2).

Die genannten Daten für die Energiedichten sind immer abhängig von der Bauart. Es gibt Akkumulatoren die auf hohe Lebensdauer ausgelegt sind, die sind dann gewichtiger als solche für niedrige Lebensdauer.

Auch Sicherheitsaspekte spielen eine Rolle. Zum Beispiel gibt es Li-Ion-Akkus mit Kobalt Elektroden, die über eine Energiedichte von 140 Wh/kg verfügen. Diese führen aber zu Problemen beim Überladen und es sind aufwändige Sicherheitsschaltungen erforderlich.

Die Funktionsweise des Bleiakkumulators sollen die Skizzen in Abb. 2.1 und 2.2 verdeutlichen.

Bei einem 12 V-Akkumulator sind sechs Plattenpaare in Reihe geschaltet.

**Tab. 2.1** Akkumulatoren im Vergleich

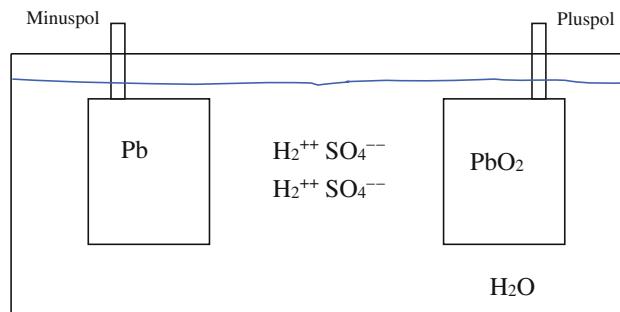
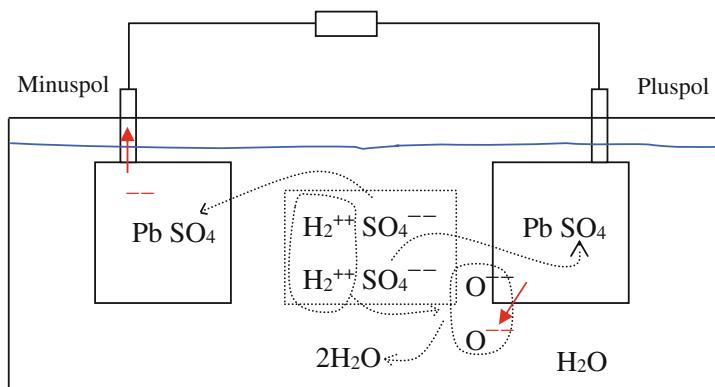
|                              | NiCd<br>Nickel-<br>Cadmium | NiMH<br>Nickel-<br>Metall-<br>Hydrid | Pb-PbO <sub>2</sub><br>Bleisäure<br>Lead<br>Acid | Li-Ion           | Li-Ion-<br>Polymer | Reusable<br>Alkaline |
|------------------------------|----------------------------|--------------------------------------|--|------------------|--------------------|----------------------|
| Zellenspannung               | 1,25 V                     | 1,25 V                               | 2,0 V  | 3,6 V            | 3,6 V              | 1,5 V                |
| Energiedichte                | 45–80                      | 60–120                               | 30–50  | 110–160          | 100–130            | 80                   |
| Ladezyklen 80 %<br>Kapazität | 1500                       | 300–500                              | 200–300  | 500–1000         | 300–500            | 50                   |
| Selbstentladung<br>pro Monat | 20 %                       | 30 %                                 | 5 %  | 10 %             | 10 %               | 0,3 %                |
| Betriebstemperatur           | –40 °C<br>+60 °C           | –20 °C<br>+60 °C                     | –20 °C<br>+60 °C                                 | –20 °C<br>+60 °C | 0 °C<br>+60 °C     | 0 °C<br>+65 °C       |
| Kosten pro Zyklus            | 0,04 €                     | 0,12 €                               | 0,10 €   | 0,14 €           | 0,29 €             | 0,10 €               |

Daten aus: Isidor Buchmann, Batteries in a portable world (1991)

**Tab. 2.2** Zellenspannung und Energiedichten von Akkumulatoren im Vergleich zu Benzin und Wasserstoff

| Typ   | Energiedichte<br>Wh/kg | Leistungsdichte<br>W/kg | Lade-Entlade-<br>Zyklenzahl | Zellenspannung<br>in V |
|---|------------------------|-------------------------|-----------------------------|------------------------|
| Bleidioxid<br>– H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> – Pb | 20–32                  | 20–175                  | 200–2000                    | 2                      |
| Nickeloxid<br>– KOH – Fe                            | 20–45                  | 65–90                   | 2000–5000                   | 1,2                    |
| Nickeloxid<br>– KOH – Cd                            | 25–45                  | 200–600                 | 1000–3000                   | 1,25                   |
| Silberoxid<br>– KOH – Zn                            | 50–150                 | 200–400                 | 100–200                     | 1,5                    |
| Li-Titanat oder<br>LiFe – PO <sub>4</sub>           | 90–108                 | 3000                    | 15000                       | 3,6<br>3,3             |
| Bromkomplex<br>– ZnBr – Zn                          | 65–100                 | 85–120                  | 500–1500                    | 1,8                    |
| Natrium-<br>Schwefel                                | 120                    | 185                     | >1000                       | 2,1                    |
| Natrium-<br>Nickeloxid                              | 89                     | 109                     | 1000–1500                   |                        |
| Benzin  | 12.000                 | Opel Astra<br>290–370   |                             |                        |
| H <sub>2</sub> Druckgas<br>flüssig<br>Metallhydrid  | 2500<br>5500<br>900    | motorenabhängig         | unbegrenzt                  |                        |
| Alu-Luft-<br>Batterie                               | 300–1000               |                         | viermal Wasser<br>nachladen | 1,2                    |

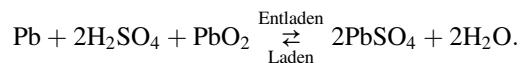
Quelle: VEW (1993, ergänzt 2009, 2014)

**Abb. 2.1** Geladener Bleiakkumulator**Abb. 2.2** Entladevorgang im Bleisäureakkumulator

Beim Entladen wandern Sulfat( $\text{SO}_4^{2-}$ )-Ionen zum Minuspol und bilden mit dem Blei Bleisulfat ( $\text{PbSO}_4$ ) und zwei freie Elektronen.

$\text{SO}_4^{2-}$ , wandern auch zum Pluspol und bilden dort ebenfalls Bleisulfat  $\text{PbSO}_4$ . Zusätzlich geht hier  $\text{O}_2$  mit insgesamt vier Elektronen geladen in die wässrige Lösung, zwei Elektronen stammen vom  $\text{SO}_4^{2-}$  und zwei sind vom Minuspol über den Verbraucher geflossen. In der Lösung verbinden sich der Sauerstoff und die verbleibenden Wasserstoff-Ionen zu Wasser (Abb. 2.2).

Die chemische Reaktionsgleichung lautet:

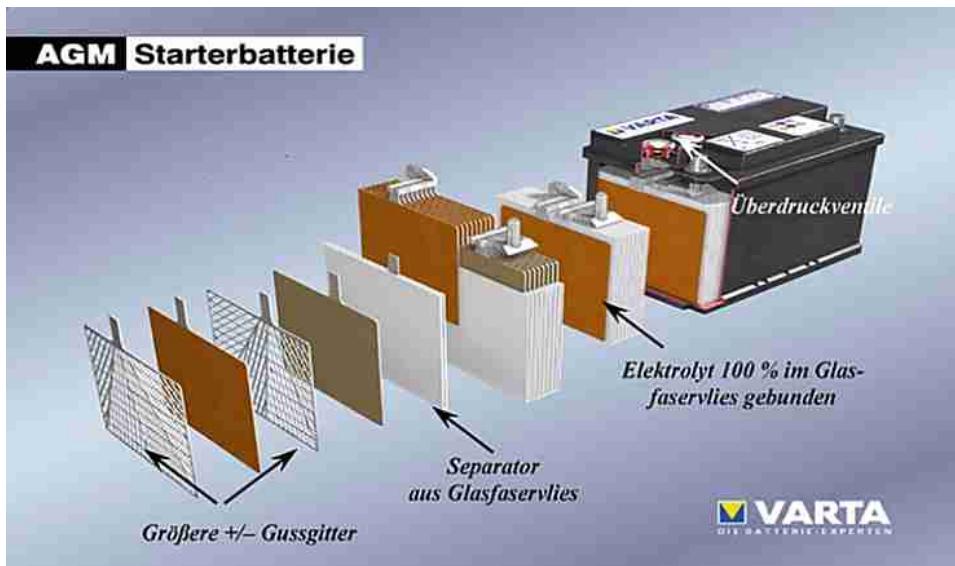


### 2.1.1 AGM- und Gel-Technologie

Normalerweise können Batterien nicht verschlossen werden, da durch Zersetzung des Elektrolyten in einer Nebenreaktion (bzw. bei Überladung) die Gase Wasserstoff und Sauerstoff entstehen. AGM- bzw. Gel-Batterien umgehen dieses Problem, in dem der Elektrolyt immobilisiert wird. Die Schwefelsäure bildet mit  $\text{SiO}_2$ -Pulver ein Gel (Gel-Technologie), oder wird in einem hochporösen, trockenen Glasfasermaterial absorbiert (Absorbent Glas Material – AGM-Technologie, Abb. 2.3).

Batterien auf Basis der Gel-Technologie verfügen über einen zusätzlichen Separator. Die Menge an Elektrolyt wird erhöht (10 ml/Ah), wodurch der Abstand zwischen den Elektroden und auch der Innenwiderstand zunimmt. Die Wärmekapazität wird höher, sodass die Batterie weniger anfällig für thermische Überlastung ist. Die Herstellungskosten sind um 15 bis 20 % höher als bei den AGM-Batterien. Das Gel schrumpft bei tiefen Temperaturen. Dabei kann der Kontakt zur Aktivmasse verloren gehen.

AGM-Batterien sind gefährdet durch höhere thermische Belastung, wenn der AGM-Separator den Kontakt zur Aktivmasse verliert. Bei Batterien auf Basis der AGM-Technologie ist der Elektrolyt weniger stark gebunden, als dies mit der Gel-Technologie möglich ist. In eingeschränktem Maß ist eine Säureschichtung wie bei flüssigen Systemen möglich. Dies führt zu inhomogener Batteriebelastung. Bei AGM-Batterien erlaubt die mikroporöse Struktur des Glasfasermaterials guten Gastransport durch den Elektrolytraum. Somit kann die Rekombination von Wasser- und Sauerstoff sofort ungehindert erfolgen.



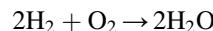
**Abb. 2.3** AGM-Batterie von VARTA

Für die Anwendung zur Rekuperation sind AGM-Batterien wegen ihrer hohen Leistungsfähigkeit geradezu prädestiniert.

Unabhängig vom Batterietyp ist darauf zu achten, dass keine zu hohen Ladespannungen (oberhalb der Zersetzungsspannung) angelegt werden, weil dann explosives Wasserstoffgas entsteht.

## 2.2 Die Brennstoffzelle

Bei der Brennstoffzelle wird chemische Bindungsenergie direkt in elektrische Energie umgesetzt. Die einfachste und ökologisch interessanteste ist die Wasserstoff-Brennstoffzelle. Diesem Typ liegt die Reaktionsgleichung



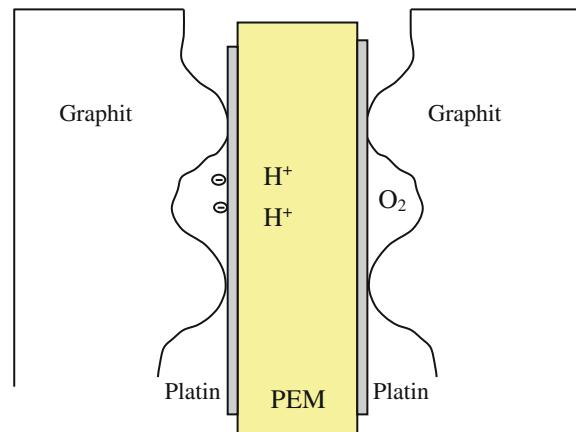
zu Grunde.

Die Elektronen des Wasserstoffs finden in der Verbindung mit Sauerstoff günstigere Energieniveaus. Die Differenz der Energieniveaus ergibt die Reaktionsenergie (286 kJ/mol). Diese wird bei der Knallgasreaktion spontan freigesetzt (Explosion).

In der Brennstoffzelle leitet man die Elektronen über den Umweg eines elektrischen Verbrauchers (z. B. Glühlampe, Elektromotor). Man spricht auch von der „kalten Verbrennung“.

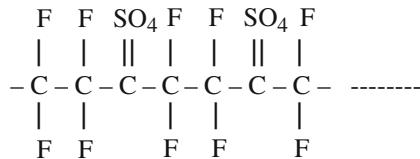
Kern der Brennstoffzelle ist eine Folie, die Protonen ( $\text{H}^+$ ) aufsaugt, Elektronen jedoch an der Oberfläche haften bleiben. Der Wasserstoff teilt sich an der Oberfläche der Folie auf in Protonen ( $\text{H}^+$ ), die in die Folie hinein diffundieren und Elektronen ( $\text{e}^-$ ), die an der Folienoberfläche hängenbleiben. Diese Aufspaltung wird durch eine hauchdünne Platinbedampfung (ca. 5 µm dick) der Folienoberfläche katalytisch unterstützt (Abb. 2.4).

**Abb. 2.4** Wasserstoffbrennstoffzelle



Die Folie wird auch mit PEM – Proton Exchange Membran – bezeichnet.

Chemisch basiert die Folie auf Perfluorosulfonsäure/Polytetrafluorethylen (PTFE) Copolymersäure. An den kettenförmigen PTFE-Molekülen sind Schwefelsäuregruppen angehängt.

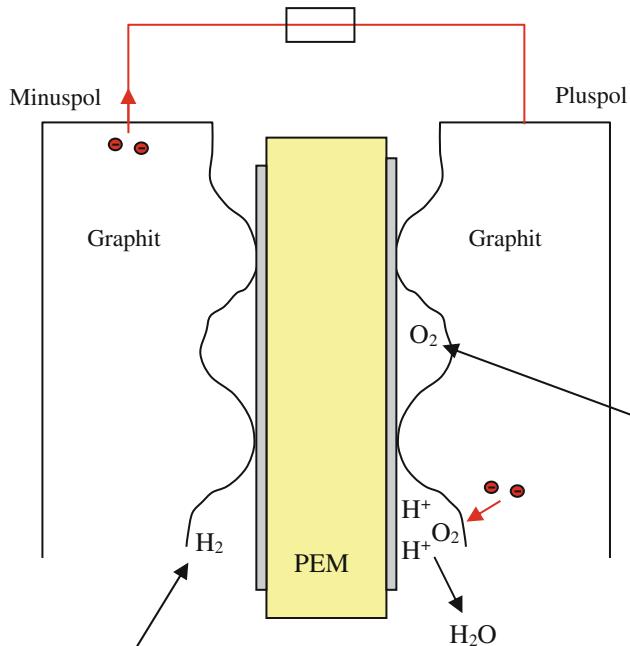


Über die  $SO_4$ -Gruppe kann das Proton längs der Polymerkette durch die Folie transportiert werden. Die Folie ist ca. 100–250  $\mu\text{m}$  dick und wird beispielsweise von Dupont unter dem Namen Nafion angeboten.

Auf der einen Seite der Folie – dort wo die Elektronen des Wasserstoffs hängenbleiben – bildet sich ein negatives Potenzial, auf der anderen Seite der Folie ein positives Potenzial.

Das Potenzial wird über geriffelte Grafitplatten abgegriffen. (Die Grafitplatten sind geriffelt, damit die Gase an die Folienoberfläche gelangen können.)

Wenn man jetzt einen elektrischen Verbraucher an diese Platten anschließt (Abb. 2.5), fließen die Elektronen von der linken negativen Grafitplatte über den Verbraucher zur



**Abb. 2.5** Stromfluss in der Brennstoffzelle

rechten positiven Graftplatte (Angetrieben von der Energiedifferenz der Energieniveaus für die Elektronen in den Wasserstoff- und in den Sauerstoffatomen).

An der positiven Graftplatte gehen die Elektronen auf den Sauerstoff über (je zwei auf ein Sauerstoffatom  $O^{--}$ ). Nun wiederum saugt der negativ geladene Sauerstoff die positiv geladenen (Wasserstoff)protonen aus der Folie und verbindet sich mit diesen zu Wasser. Die Reaktion bleibt so lange aufrechterhalten wie Elektronentransport (Stromfluss) möglich ist. Der Wirkungsgrad der Brennstoffzelle beträgt ca. 80 % bei Systemen im 100-kW-Bereich.

Muss man den Wasserstoff zunächst aus Methanol gewinnen (reformieren), reduziert sich der Wirkungsgrad auf ca. 40 %.

Die Gewinnung von Wasserstoff aus Methanol ( $CH_3OH$ ) nennt man Reformation.

Dabei mischt man Methanol und Wasserdampf bei 150–300 °C und bei einem Druck von einigen bar. Unter diesen Temperatur-Druck-Bedingungen bildet sich Kohlendioxid, Kohlenmonoxid und Wasserstoff. In einem weiteren Prozessschritt wird das Gas von Kohlenmonoxid (CO) gereinigt. Brennstoffzellenfahrzeuge der zweiten Generation verfügen über einen Reformator, sodass man Methanol tanken kann.

Man kann Wasserstoff auch elektrolytisch aus Wasser gewinnen. Dazu muss man nur zwei Elektroden in Wasser tauchen und eine Gleichspannung >1,229 V anlegen. An der einen Elektrode wird dann Wasserstoff freigesetzt und an der anderen Sauerstoff.

Benutzt man dazu „Strom aus der Steckdose“ wird die gesamte Umweltpolitik auf die Ebene der Stromerzeugung verlagert. Kommt der Strom z. B. von einem Kohlekraftwerk (ohne Wärmekraftkopplung) wird sich die  $CO_2$ -Emission insgesamt nicht verbessern.

Die Brennstoffzellentechnik befindet sich für PKWs noch im Entwicklungsstadium, in Bussen werden sie in Kleinserien bereits eingesetzt. Den Stand der Technik dokumentieren die Brennstoffzellen der 6. Generation in Abb. 2.6.

**Abb. 2.6** State of the art  
120 kW-Brennstoffzellen von  
Ballard Power Systems



Neben den Wasserstoffbrennstoffzellen gibt es auch noch andere Typen wie die Solid Oxid Fuel Cell (SOFC), die bei hohen Temperaturen von 1000 °C arbeiten. Als Elektrolyt werden dort Keramikrohre eingesetzt. Auf der einen Seite kann direkt Erdgas zugeführt werden (es zerfällt bei den hohen Temperaturen in Wasserstoff und Kohlendioxid).

Dieser Zellentyp ist nicht für den Einsatz in PKW geeignet aber z. B. in kleinen Blockheizkraftwerken, wo man auch den hohen Abwärmeanteil von ca. 50 % nutzen kann.

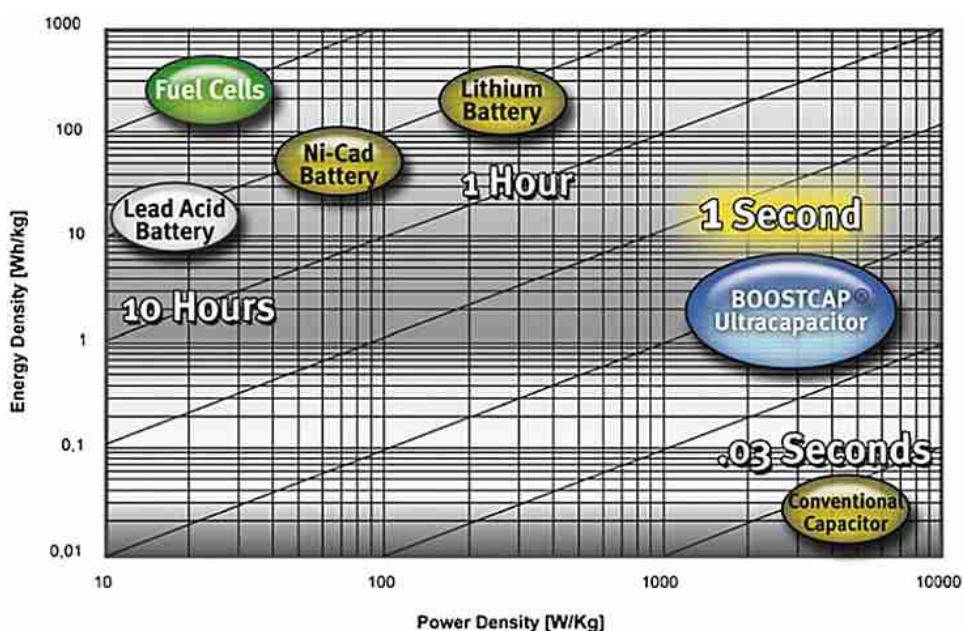
## 2.3 Kondensatoren

In den letzten Jahren gewinnen Kondensatoren als Energiespeicher an Bedeutung. Zum einen erreicht man immer höhere Kapazitätswerte (einige 1000 F) und zum anderen besitzen diese einen sehr niedrigen Innenwiderstand (<1 mΩ).

Im Vergleich zu Batterien – mit Innenwiderständen <10 mΩ – ist der niedrige Innenwiderstand besonders interessant, weil man kurzzeitig sehr hohe Ströme entnehmen kann, wie sie beim Starten von elektrischen Motoren erforderlich sind.

Anlaufdrehmomente von >500 Nm sind so für einen E-Motor machbar. In Hybridfahrzeugen, bei denen sowohl der E-Motor als auch der Verbrennungsmotor auf die Antriebswelle wirken, sind maximale Drehmomente von 1000 Nm realistisch.

Abb. 2.7 zeigt eine Auftragung von Energiedichten über Leistungsdichten verschiedener Systeme (Fuel Cells = Brennstoffzellen).



**Abb. 2.7** Elektrochemische Energiequellen im Vergleich (Maxwell Technologies 2006)

Das Diagramm verdeutlicht, dass man Kondensatoren im Sekundenbereich bei sehr hohen momentanen Leistungen einsetzen kann, hingegen Bleibatterien im 10-Stunden-Bereich bei niedrigen Leistungen.

Die Kondensatoren, die diese hohen Faradwerte erreichen, sind elektrolytische Doppelschichtkondensatoren (Abb. 2.8, 2.9 und 2.10).

Die äußersten metallischen Elektroden bestehen aus reinem Aluminium, darauf befindet sich eine Schicht aus halbleitendem porösem Kohlenstoff. Dieser Kohlenstoff ist so aufgebracht, dass er über eine sehr große wirksame Fläche verfügt ( $3000 \text{ m}^2/\text{g}$ ).

Dann folgt der Elektrolyt (z. B. TEATBF<sub>4</sub> Tetraethylammonium-Tetrafluoroborat ( $\text{C}_2\text{H}_5)_4\text{NBF}_4$ ), in dem sich Wassermoleküle sowie positive und negative Ionen befinden. Ein poröser Separator (Papier oder Kunststoff) platziert den Elektrolyten in die Mitte des Systems und lässt die Ionen diffundieren.

Bringt man Elektronen auf die linke Al-C-Elektrode, so werden diese gebunden durch positive Ionen an der Kohlenstoffoberfläche im Elektrolyten. Ein Transport von Elektronen und Löchern in den Elektrolyt hinein wird durch Potenzialbarrieren des Kohlenstoffs verhindert (solange die Spannung ausreichend klein bleibt).

Analog werden Löcher an der rechten Al-C-Elektrode durch negative Ionen gebunden.

So ergeben sich zwei in Reihe geschaltete Kondensatorsschichten (Helmholtzlayer). Die Kapazität  $C$  ist deshalb so hoch, weil die effektive Schichtdicke  $d$  nur ca. 1 nm beträgt und in gewickelten Ausführungen eine sehr hohe Kondensatorfläche erzielt wird. Zur hohen effektiven Fläche trägt auch die Porosität des Kohlenstoffs bei: Mit einem Gramm Carbonpulver erreicht man eine Fläche von  $3000 \text{ m}^2$ .

Der elektrische Widerstand (Widerstand für Elektronen und Löcher) des halbleitenden Kohlenstoffs spielt eine untergeordnete Rolle, weil die Schichtdicke sehr gering ist (nm-Bereich).

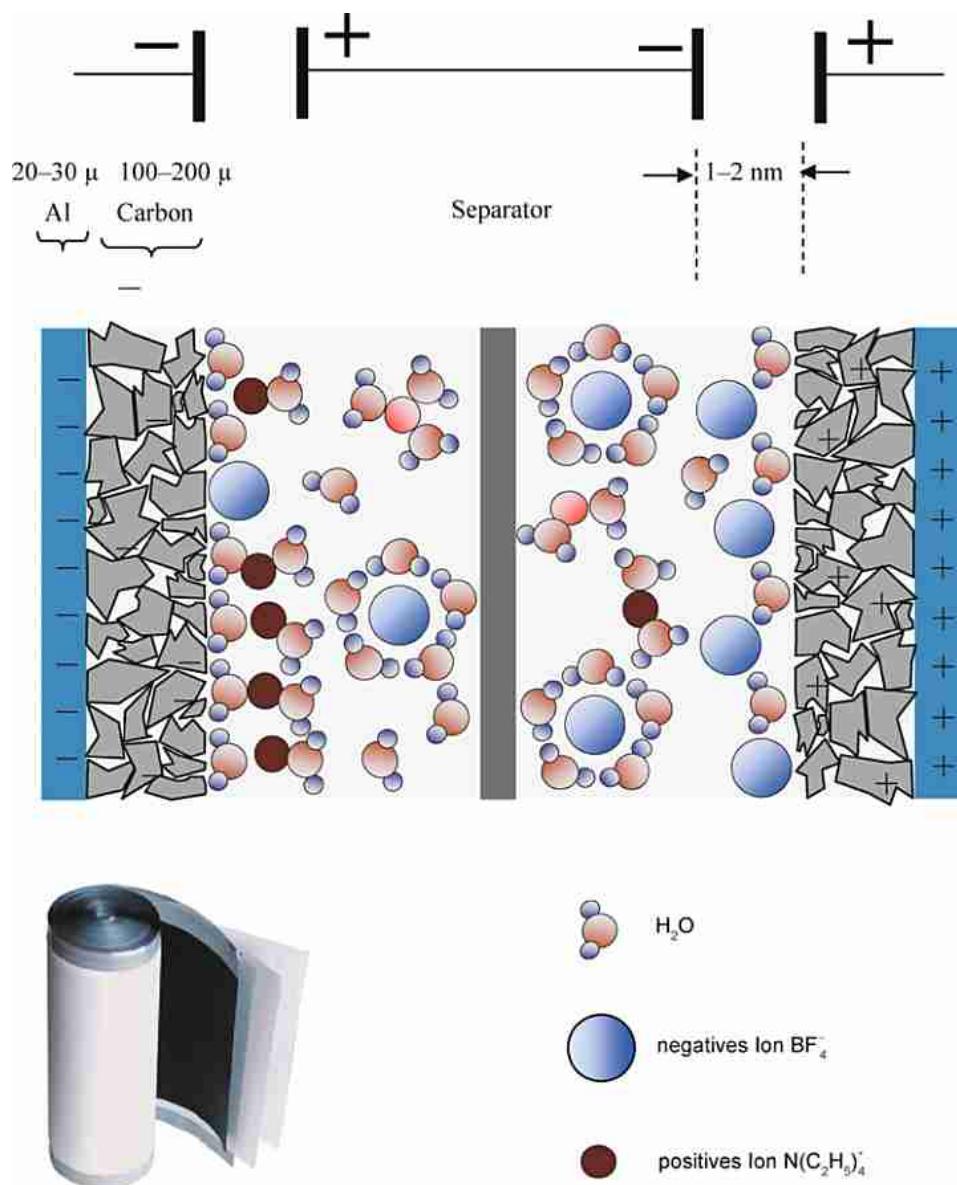
Solange man eine bestimmte Schwellenspannung (2,7 V) nicht überschreitet, finden keine chemischen Reaktionen (Elektronenaustausch) statt, dann sind auch alle Vorgänge reversibel, d. h., der Kondensator kann viele 1000 Male geladen und entladen werden.

Ähnliches gilt auch für die Temperaturbeständigkeit, unterhalb von 70 °C sind die Kondensatoren stabil.

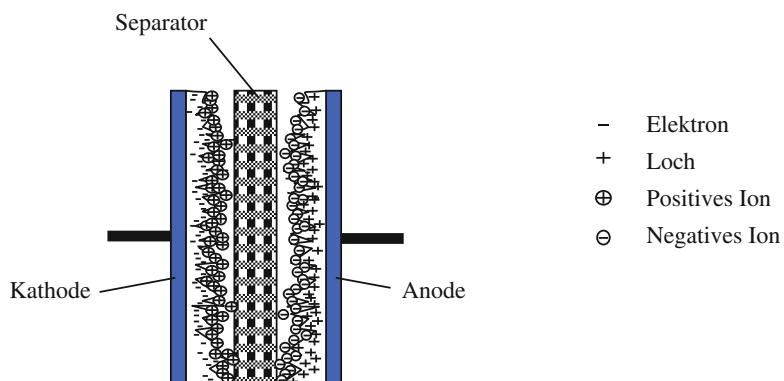
### 2.3.1 Technische Ausführungen

Andere Hersteller von Doppelschichtkondensatoren (EDLC, Electrolytic-Double-Layer-Capacitor) sind:

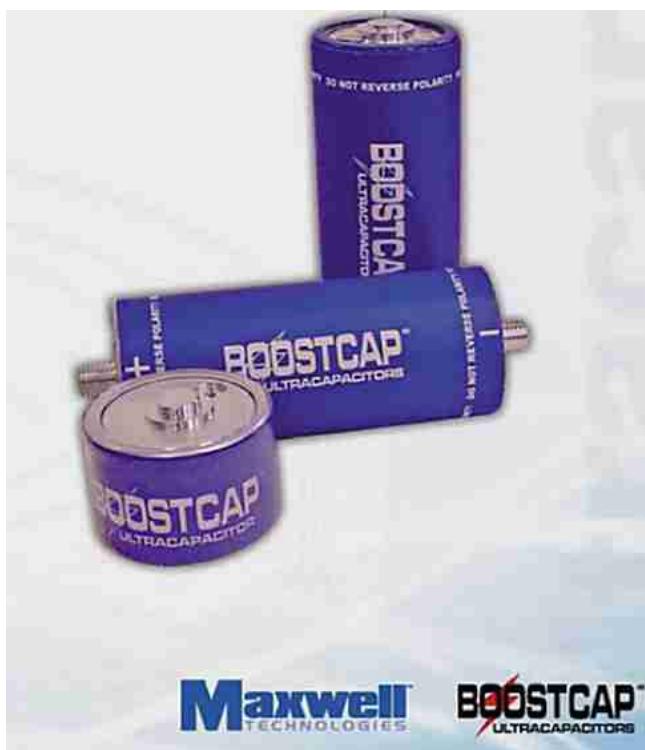
- EPCOS – Ultracaps,
- PANASONIC – Goldcaps,
- NESSCAP – Ultrakondensatoren.



**Abb. 2.8** Aufbau eines Doppelschichtkondensators (Maxwell Technologies 2006)



**Abb. 2.9** Schematischer Aufbau des Doppelschichtkondensators



**Abb. 2.10** Technische Ausführungen von Doppelschichtkondensatoren

## 2.4 Lithiumionen-Akkumulator

Li-Ion-Akkumulatoren haben sich in Form des Li-Ion-Polymerakkus schon seit Anfang 2000 in Notebooks, Handys und anderen portablen Geräten wegen der hohen Energie-dichte durchgesetzt (Abb. 2.11). Erst in den letzten Jahren sind sicherheitsrelevante Fortschritte gemacht worden, um diese Technik im Automobil einsetzen zu können. Zu den Verbesserungen gehören die Crashfestigkeit sowie die Sicherheit gegen Überhitzung und Selbstentzündung.

Ein weiteres Problem stellt die Zellspannungssymmetrierung dar. Im Fahrzeug werden Zellen in Parallel- und Reihenschaltung verwendet, um auf hohe Leistungen und hohe Spannungen von z. B. 400 V zu kommen, die für Antriebsmotoren in der > 50kW-Klasse erforderlich sind.

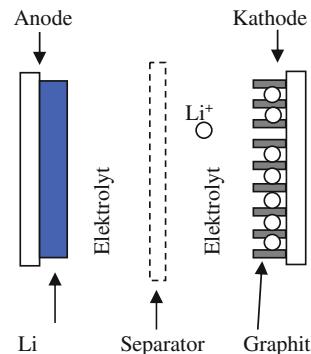
Im Handy wird nur eine einzige Zelle verwendet, dabei spielt es keine Rolle ob die Zellspannung um 10 % variiert, für das Handybordnetz wird die Spannung elektronisch auf 3 V heruntergeregt.

Will man eine 400 V-Li-Ionen-Batterie laden, muss jede der 96 in Reihe geschalteten Zellen die gleiche Spannung von 3,6 V erreichen, ansonsten könnten einige Zellen zuviel Spannung erhalten, was zu deren elektrochemischer Zerstörung führen würde. Deshalb ist eine spezielle Symmetrierungsschaltung erforderlich.

Ein Vorteil der Li-Ionen-Batterie ist ihr niedriger Innenwiderstand, der es ermöglicht z. B. beim Anfahren sehr hohe Ströme fließen zu lassen, was gleichbedeutend mit sehr hohen Anfahrdrehmomenten ist. Das heißt aber auch, dass man in der Lage sein muss, diese hohen Ströme schalten zu können. Dazu sind wiederum spezielle Hochstromschalt-systeme erforderlich. Schaltzyklen von  $10^6$  bei einigen hundert Ampere sind für die Lebensdauer eines PKWs gefordert.

**Abb. 2.11** Schematischer Aufbau des Lithium-Ionen Akkumulators

**Prinzipieller Aufbau eines Lithiumionenakkus mit Graphit-Kathode**



Der Li-Ionen-Akkumulator besteht aus:

- einer Anode – Lithium und ein Metall, welches die äußere Elektrode bildet,
- einem Elektrolyten – Lithiumsalz gelöst in einem organischen Lösungsmittel,
- einem Separator – für Li-Ionen durchlässig,
- einer Kathode – Metallelektrode, die mit Graftit belegt ist.

Wenn der Akku geladen wird, wandern Li-Ionen von der Anode durch den Elektrolyten und den Separator zur Kathode. Auf molekulare Ebene zeigt Graftit eine Schichtstruktur, in die sich die relativ kleinen Li-Ionen einlagern können (Abb. 2.11).

Der Elektrolyt besteht aus einem brennbaren organischem Lösungsmittel. Beim ersten Ladevorgang bildet sich auf der Kathode eine nicht brennbare Schutzschicht (Solid Elektrolyt Interface SEI).

Unter normalen Betriebsbedingungen bildet die SEI eine Sicherheitsbarriere. Bei Temperaturen über 120 °C löst sich diese Barriere jedoch auf und es kommt zur Selbstentzündung des Systems.

Diesen Effekt kann man verhindern, indem man andere Elektrodenmaterialien wie Nano-Titan oder Eisenphosphat einsetzt. Diese KFZ-tauglichen Typen sind bis ca. 200 °C sicher.

Dem Separator kommt ebenfalls eine hohe sicherheitsrelevante Bedeutung zu. Er muss nach Möglichkeit auch im Crashfall den Plus- und Minuspol im Zellinneren sicher isolieren, soll aber im Normalbetrieb die Li-Ionen passieren lassen. Die Firmen evonik bzw. Degussa haben eine flexible keramikbeschichtete Folie entwickelt, die hervorragende Crashfestigkeit nachgewiesen hat.

Durch den niedrigen Innenwiderstand sind die Li-Ionen-Akkus in hohem Maße schnellladefähig, denn die Schnellladung mit hohen Strömen wird in der Regel begrenzt durch die Verlustleistung am Innenwiderstand und der damit verbundenen Erwärmung.

Die Li-Ionen-Akkumulatoren der neuen Generation sind die idealen Akkus für Elektro- und Hybridfahrzeuge. Einschränkend wirkt sich momentan nur der Preis aus. Langfristig gesehen sind auch die Lithiumvorräte auf der Erde begrenzt.

Zur Zeit sind weltweit eine Milliarde Fahrzeuge vorhanden. Die heute bekannten Lithiumvorräte reichen allerdings nur für die Ausrüstung einiger Prozent an Fahrzeugen aus.

---

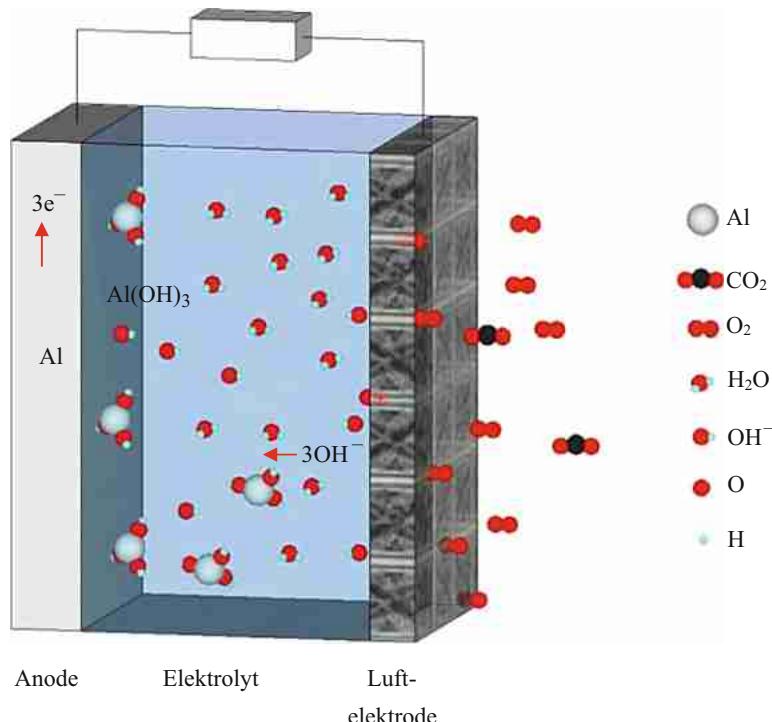
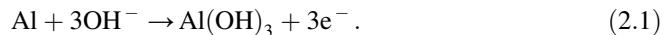
## 2.5 Aluminium Luft-Batterie

Der Li-Ionen-Akkumulator ist der zurzeit beste Typ für den Einsatz in Kraftfahrzeugen, dennoch lassen die erzielbaren Reichweiten von ca. 160 km mit Li-Metallionen-Akkumulatoren und ca. 400 km mit Li-Polymer-Akkumulatoren (diese sind temperaturempfindlicher und stellen im Falle eines Fahrzeugcrash eine höhere Brandgefahr dar) zu wünschen übrig und der Li-Ion-Akkumulator ist heute noch sehr teuer.

Eine preiswerte Alternative scheint die Aluminium-Luft-Batterie zu sein. Generell sind Metall-Luft-Batterien seit längerem bekannt, hatten aber alle ihre besonderen Nachteile, um in Serienproduktion gehen zu können. Die Al-Luft-Batterie hatte bisher das Problem, das Kohlendioxid die Batterie zerstörte. Dieses Problem ist von dem israelischen Entwickler Aviv Tzidon gelöst worden. Prototypen sind von der Firma Phinergy bereits erfolgreich getestet worden (Abb. 2.12).

Aus einem Kilogramm Aluminium lassen sich theoretisch acht Kilowattstunden (kWh) elektrische Energie gewinnen. In der Praxis sind es allerdings nur vier Kilowattstunden. Die andere Hälfte der Energie wird als Wärme freigesetzt. Bezogen auf das Gesamtgewicht der Phinergy-Batterie, also inklusive aller Bauteile, Elektrolyt und Gehäuse, hat das System derzeit eine Kapazität von 0,3 kWh elektrischer Energie je Kilogramm. Durch Optimierung der Elektrolytflüssigkeitsmenge sind Energiedichten von 1 kWh/kg erreichbar. (Lossau 2013)

Die an der Anode aus Aluminium ablaufende Oxidation bei der Entladung ist:



**Abb. 2.12** Aluminium-Luft-Batterie von Phinergy (2014)

An der aus Kohlenstoff bestehende Kathode läuft folgende Reduktion ab:



Die chem. Reaktionsgleichung, aus der sich der Energiegewinn berechnet lautet:



Das Funktionsprinzip sei an Abb. 2.13 erläutert. Die Kathode – auch Luftelektrode genannt – lässt Sauerstoffmoleküle aus der Luft in den Elektrolyten gelangen. Der Elektrolyt besteht anfänglich aus reinem Wasser. Die Besonderheit der Luftelektrode ist die, dass Kohlendioxid aus der Luft abgeblockt wird. Sauerstoff kann die Luftelektrode passieren und dabei Elektronen aufnehmen.

An der Al-Anode wird Aluminium oxidiert. Dabei gibt das Aluminiumatom drei Elektronen an die Anode ab und verbindet sich mit drei negativ geladenen  $\text{OH}^-$  zu Aluminiumhydroxid  $\text{Al(OH)}_3$ , welches sich wiederum im Wasser löst.

Die drei Elektronen wandern als elektrischer Strom über einen angeschlossenen Verbraucher zur Luftelektrode und gehen dort auf Sauerstoffatome über. Die negativ geladenen Sauerstoffatome lösen sich im Wasser und bilden die Hydroxidionen  $\text{OH}^-$ .

Die von Phinergy entwickelte Luftelektrode ist eine poröse Elektrode mit enorm großer Oberfläche und Silber als Katalysator. Phinergy verspricht eine sehr hohe Lebensdauer.

Mit zunehmender Entladung reichert sich der Elektrolyt mit Aluminiumhydroxid an und muss nach einiger Zeit gegen frisches Wasser ausgetauscht werden. Bei den Phinergybatterien in E-Fahrzeugen ist dies nach ca. 300 km der Fall.

Nach ca. 1600 km ist das Aluminium so weit aufgebraucht, dass die gesamte Batterie ausgetauscht werden muss.

Aus dem mit Aluminiumhydroxid angereicherten Wasser kann man das Aluminium durch Elektrolyse recyceln, was man in Deutschland vorzugsweise mit Strom aus der Windenergie durchführen kann. Dabei könnte sinnvollerweise die Überschuss-Windenergie genutzt werden.

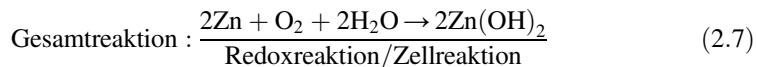
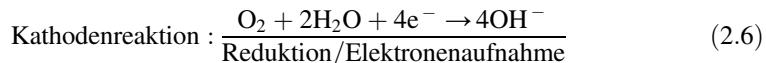
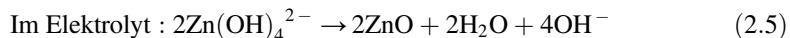
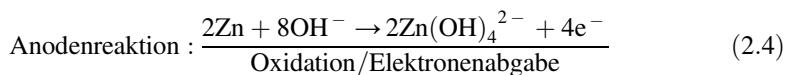


**Abb. 2.13** Elektrochemie der Aluminiumluftbatterie

## 2.6 Zink-Luft-Akkumulator

Prinzipiell haben wir es in der Zink-Luft Batterie mit einem ähnlichen Ablauf wie in der Aluminium-Luft-Batterie zu tun: Über eine Sauerstoffdurchlässige Elektrode der sog. Luftelektrode oder Gasdiffusionselektrode gelangt Sauerstoff in den Elektrolyten. Im Elektrolyten bildet sich Hydroxyd ( $\text{OH}^-$ ) und wandert zur Metallanode, an der das Zink oxidiert wird.

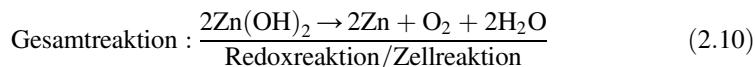
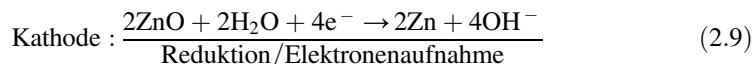
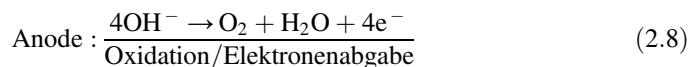
### 2.6.1 Entladung



Eine Wiederaufladbarkeit kann erreicht werden, wenn das umgesetzte Metall mechanisch ersetzt wird, womit eine Variante einer Brennstoffzelle mit festem Brennstoff vorliegt. Solche Systeme werden seit den 1970er-Jahren auf ihre Eignung in Elektrofahrzeugen geprüft, haben sich bisher jedoch noch nicht bewähren können.

Eine elektrische Wiederaufladung wäre weniger aufwändig und damit benutzerfreundlicher. Ein Wiederaufladen der Zink-Elektrode ist in einem wässrigen alkalischen Elektrolyten möglich; dabei bilden sich aber Dendriten (bäumchenförmige Kristallstrukturen), die zu Kurzschlüssen führen. Außerdem muss eine bifunktionale, poröse Gasdiffusions-elektrode verwendet werden. Bifunktional heißt, dass sie zur Reduktion des Luftsauerstoffs und zur Oxidation des Entladungsprodukts ( $\text{OH}^-$ ) an der Dreiphasengrenze Festelektrode – Flüssigelektrolyt – Gasraum fähig sein muss. (34, 35, siehe Anhang)

## 2.6.2 Ladung



Die Poren der Gasdiffusionselektrode müssen mit einem Elektrolyten benetzt sein, um eine große Reaktionsfläche für den Sauerstoffumsatz an der Dreiphasengrenze anzubieten. Das „Herzstück“ der Gasdiffusionselektrode ist eine etwa 1 mm dünne Aktivschicht, die ein leitendes Trägermaterial aus feinteiligem Kohlenstoff aufweist, auf das elektrolytseitig ein Katalysator zur Beschleunigung der Sauerstoffreduktion und Hydroxidoxidation aufgebracht wird.

In Zink-Luft-Zellen sind etwa 400 bis 600 Lade-/Entladevorgänge erreichbar; die mittlere Entladespannung beträgt etwa 1,16 V.

Bei neuen Batterien ist die Eintrittsöffnung für den Luftsauerstoff meist mit einer Lasche versiegelt, sodass die Redoxreaktionen erst bei Entfernung dieses Siegels einsetzen. Daher zeichnen sich Zink-Luft-Batterien durch eine lange Lagerfähigkeit aus, müssen nach Entfernung des Siegels jedoch in der Regel innerhalb weniger Wochen aufgebraucht werden. (34, 35)

Phinergy verspricht auf seiner Webseite einen Zink-Luft-Akkumulator mit extrem haltbaren Elektroden mit einer Lebensdauer von mehreren tausend Stunden. Außerdem habe man eine geschützte Zink-Elektrode entwickelt, die nicht unter Dendritenbildung leidet und somit die Zellbeschädigung vermeidet.

## 2.7 Übungsaufgaben

### Aufgabe 2.1

Wie lange müssen Sie einen 12 V-Bleiakkumulator laden, um 1 kWh Energie zu speichern?

Es steht ein Ladegerät mit den Nenndaten 12 V/10 A zur Verfügung.

Wie lange müssten Sie an einer Solartankstelle (in Äquatornähe) mit  $10 \text{ m}^2$  Kollektorfläche „tanken“, um die gleiche Energiemenge zu speichern?

Der Wirkungsgrad der Solarzellen beträgt 10 %. Die Einstrahlungsleistung beträgt  $1 \text{ kW/m}^2$ .

**Aufgabe 2.2**

Ein Elektrofahrzeug ist mit 20 in Reihe geschalteten 12 V-Akkumulatoren zu je 160 Ah ausgerüstet.

- a) Wie lange dauert ein Ladezyklus wenn ein Ladegerät mit den Daten 240 V/15 A zur Verfügung steht (100 % Wirkungsgrad)?
- b) Wie groß ist seine Reichweite, wenn eine Reibkraft von 1000 N zu überwinden ist?
- c) Wie viel Masse bringen die Energieträger, wenn es sich um Li-Ion-Akkumulatoren handelt? (Energiedichte = 90 Wh/kg)
- d) Wie hoch sind die Kosten für einen Ladevorgang, wenn eine Kilowattstunde 0,10 € kostet?

**Aufgabe 2.3**

Wie lautet die chemische Reaktionsgleichung, die der Wasserstoffbrennstoffzelle zu Grunde liegt?

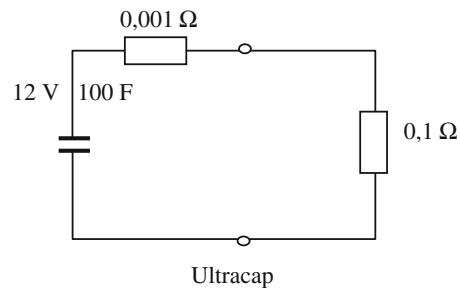
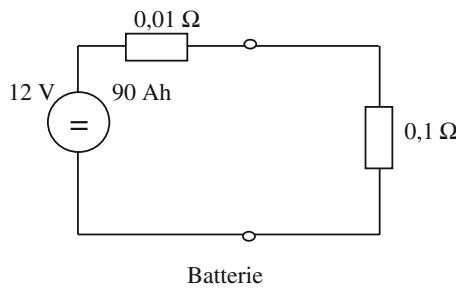
- a) Skizzieren Sie den Aufbau der Brennstoffzelle.
- b) Erläutern Sie die Wirkungsweise.
- c) Wie hoch ist der Wirkungsgrad der Brennstoffzelle mit und ohne Methanolreformer?

**Aufgabe 2.4**

- a) Wie lautet die chemische Reaktionsgleichung des Lade- und Entladevorgangs in einem Bleiakkumulator?
- b) Skizzieren Sie den Lade- und Entladevorgang auf molekularer Ebene und beschreiben den Weg der Ionen und Elektronen.
- c) Beim Laden eines Bleiakkumulators schließt man normalerweise den Pluspol des Ladegeräts an den Pluspol der Batterie an und den Minuspol des Ladegeräts an den Minuspol der Batterie. Was geschieht, wenn man das Ladegerät verpolt an den leeren Akku anschließt?
- d) Was passiert, wenn man durch einen geladenen Akku mit erhöhter Ladespannung Strom treibt?
- e) Was geschieht, wenn man zwei teilgeladene Akkumulatoren verpolt miteinander verbindet?
- f) Bis zu welcher Spannungshöhe kann man die Pole einer Batterie berühren?
- g) Wie lautet die Anschlussregel für das Laden eines Akkumulators?

**Aufgabe 2.5**

Sie verfügen über eine geladene Batterie und einen geladenen Doppelschicht-Kondensator.



- Skizzieren Sie den Stromverlauf, wenn die auf 12 V geladenen Elemente an einer ohmschen Last entladen werden.
- Wie groß sind die in den beiden Elementen gespeicherten Energien in kWh?
- Welche Kurzschlussleistung steht anfänglich an den beiden Energiespeichern an?
- Welcher Kondensator-Kapazität entspricht die Ladungsangabe von 90 Ah der 12 V-Batterie?

**Aufgabe 2.6**

Ein Elektrofahrzeug ist mit 20 in Reihe geschalteten 12 V-Akkumulatoren zu je 160 Ah ausgerüstet.

- Wie groß ist seine Reichweite wenn eine Reibkraft von 1000 N zu überwinden ist?
- Wie viel Masse bringen die Energieträger mit sich, wenn es sich um Bleiakkumulatoren handelt?  
(Energiedichte  $E_d = 32 \text{ Wh/kg}$ )
- Wie schwer sind die Energieträger, wenn es sich um Ni-MH-Akkumulatoren handelt?  
( $E_d = 45 \text{ Wh/kg}$ )
- Wie weit kommt das Fahrzeug mit 50 kg flüssigem H<sub>2</sub> als Energiequelle?  
( $E_d = 5500 \text{ Wh/kg}$ )



# Transformatoren

3

## Zusammenfassung

Neben grundlegenden Begriffen des Magnetfeldes werden Transformatoren behandelt. Transformatoren bestehen aus feststehenden Spulenpaaren. Das Verstehen der Transformatoren bildet die Grundlage zum Verständnis elektrischer Maschinen mit bewegten Spulen.

## 3.1 Magnetfeldgleichungen

### 3.1.1 Das Durchflutungsgesetz

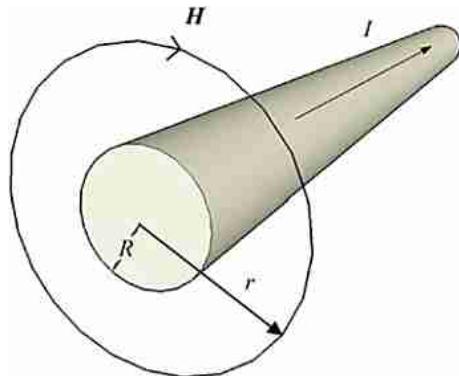
Ein Stromfluss ist immer mit einem Magnetfeld verbunden und umgekehrt (Abb. 3.1).

$$\theta = \oint \mathbf{H} d\mathbf{r} = \int \mathbf{S} d\mathbf{A} \quad (3.1)$$

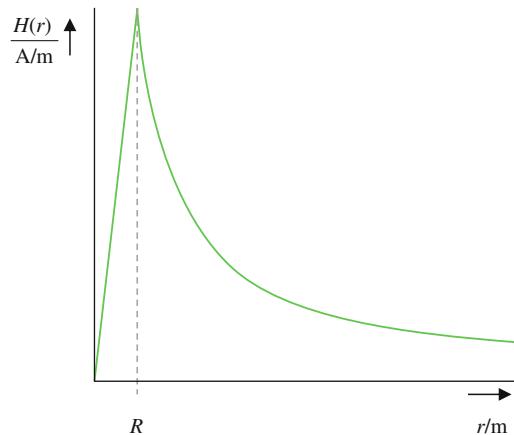
mit  $\Theta$  = Magnetische Durchflutung (Magnetische Spannung),  
 $\mathbf{H}$  = Magnetische Feldstärke,  
 $r$  = Radius,  
 $R$  = Leiterradius,  
 $n$  = Anzahl der Leiterschleifen,  
 $S$  = elektrische Stromdichte,  
 $I$  = elektrischer Strom.

Für die einfache geometrische Anordnung gilt  
außerhalb des Leiters  $r > R$ :

**Abb. 3.1** Verknüpfung von elektrischem Strom und Magnetfeld



**Abb. 3.2** Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke  $H$  vom Radius  $r$



$$\theta = H 2\pi \cdot r = nI \quad (3.2)$$

$$H = \frac{nI}{2\pi \cdot r} \quad (3.3)$$

innerhalb des Leiters  $r < R$ :

$$H = S \frac{r}{2} = \frac{I}{\pi \cdot R^2} \frac{r}{2}. \quad (3.4)$$

Insgesamt ergibt sich die in Abb. 3.2 dargestellte Abhängigkeit  $H(r)$ .

Das Magnetfeld von Permanentmagneten hat seine Ursache in den Spins der Elektronen, ist also mit atomar kleinen Kreisströmen verbunden.

### 3.1.2 Die magnetische Flussdichte $B^1$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (3.5)$$

mit  $\mu$  = Magnetische Permeabilität,  
 $\mu_0$  = Magnetische Permeabilität im Vakuum,  
 $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$  Vs/Am.

### 3.1.3 Der magnetische Fluss $\phi$

$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{A} \quad (3.6)$$

Für konstante Flussdichte  $B$  durch eine senkrecht dazu stehende Fläche  $A$  (Flächenvektor parallel zur Richtung von  $B$ ) gilt (Abb. 3.3):

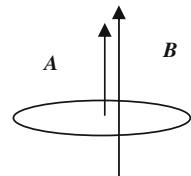
$$\Phi = BA. \quad (3.7)$$

### 3.1.4 Der magnetische Widerstand $R_m$

Für homogene Flussdichten kann man auch einen magnetischen Widerstand definieren

$$R_m = \frac{l}{\mu A}. \quad (3.8)$$

**Abb. 3.3** Flächenvektor und Flussdichtevektor parallel




---

<sup>1</sup> Anmerkung: Fettgedruckte Formelbuchstaben symbolisieren Vektoren.

### 3.1.5 Das „Ohmsche Gesetz“ für Magnetkreise

Für magnetische Kreise mit konstanter Flussdichte gilt:

$$\theta = \Phi \cdot R_m. \quad (3.9)$$

Die magnetische Durchflutung  $\Theta$  wird auch als „magnetische Spannung“ bezeichnet.

### 3.1.6 Fremdinduktion

Befindet sich eine Leiterschleife in einem sich ändernden Magnetfeld (Abb. 3.4), so wird in der Leiterschleife eine elektrische Spannung induziert, die induzierte Spannung ist proportional zur zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses eines externen (fremden) Magnetfeldes.

$$u_{\text{ind}}(t) = \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.10)$$

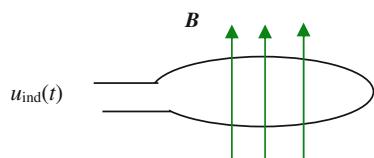
$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{A} \quad (3.11)$$

$$B = \mu H \quad (3.12)$$

mit  $\phi$  = Magnetischer Fluss,  
 $B$  = Magnetische Flussdichte,  
 $\mu$  = Magnetische Permeabilität.

Es wird auch eine Spannung in der Leiterschleife induziert, wenn diese im konstanten Magnetfeld mit konst. Winkelgeschwindigkeit rotiert. Die Leiterschleife sieht dabei eine zeitlich cosinusförmige (sinusförmige) Änderung des magnetischen Flusses. Bildet man  $d\phi/dt$ , folgt eine sinusförmige (cosinusförmige) induzierte Spannung.

**Abb. 3.4** Externe Flussdichte und daraus resultierende induzierte Spannung in einer Spule



### 3.1.7 Selbstinduktion

Ändert sich in einer Leiterschleife der Strom, so induziert diese Änderung ebenfalls eine Spannung:

$$u_{\text{ind}}(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (3.13)$$

Die induzierte Spannung ist proportional zur Induktivität  $L$  der Leiterschleife und zur Geschwindigkeit der Stromänderung.

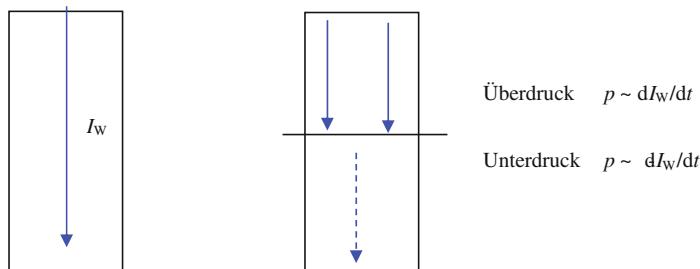
Den Vorgang der Selbstinduktion kann man sich durch ein Analogon mit einem Wasserstrom in einer Rohrleitung erklären (siehe Abb. 3.5 und 3.6).

Bremst man den Wasserstrom durch Einfügen eines Schiebers aus, so entsteht auf der einen Seite des Schiebers ein Überdruck und auf der anderen Seite ein Unterdruck, weil das Wasser wegen seiner Trägheit weiterfließen möchte.

Beim elektrischen Strom bremst man durch Öffnen eines Schalters Ladungsträger aus.

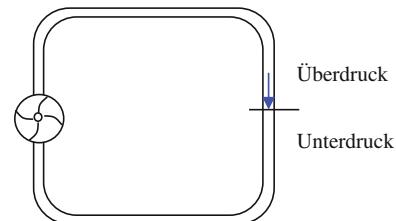
Dadurch entsteht ein Ladungsträgerstau auf der einen Seite des Schalters, was eine Überspannung verursacht (induziert) und auf der anderen Seite des Schalters eine Unterspannung induziert (Abb. 3.7).

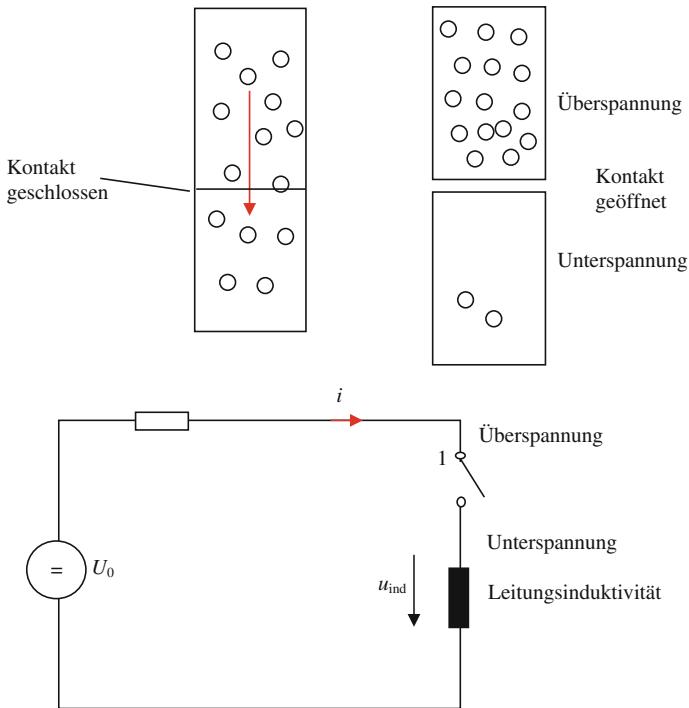
Das Vermögen, den Stromfluss aufrecht zu erhalten, wird durch die Leitungsinduktivität dargestellt.



**Abb. 3.5** Selbstinduzierter Überdruck in einer Wasserleitung, in der der Wasserstrom gesperrt wird

**Abb. 3.6** Wasserkreislauf mit Pumpe und Schieber





**Abb. 3.7** Entstehung der Selbstinduktionsspannung im elektrischen Stromkreis

### Beispiel

Der Strom beträgt vor Öffnen des Schalters 10 A und der Strom geht linear innerhalb einer Millisekunde beim Schalten auf Null (Abb. 3.8). Die Leitungsinduktivität beträgt 10 mH.

Die induzierte Spannung errechnet sich dann

$$u_{\text{ind}}(t) = L \frac{di(t)}{dt} = 10 \text{mH} \frac{-10 \text{A}}{1 \text{ms}} = -100 \text{V}.$$

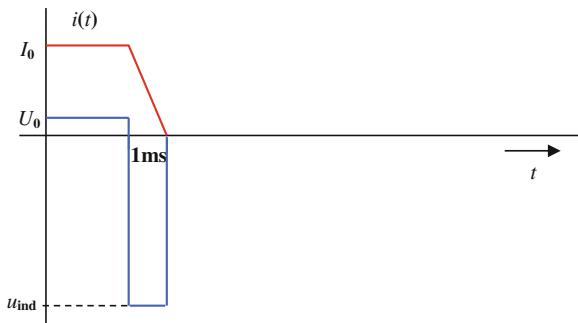
Das lässt sich auch grafisch darstellen (siehe Abb. 3.8).

Wird zum Beispiel ein Strom im Bordnetz abgeschaltet, treten am Verbraucher hohe Spannungsspitzen auf!

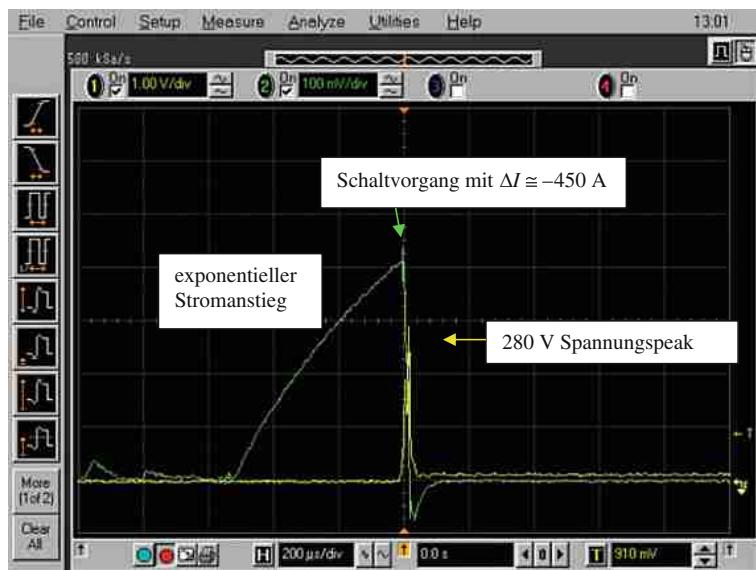
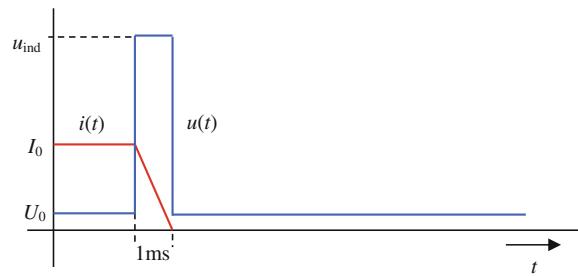
Misst man die Spannung (Abb. 3.7) vor dem Schalter (zwischen Punkt 1 und Masse) kehrt die Induktionsspannung ihr Vorzeichen um (siehe Abb. 3.9).

Das nachfolgende Scopebild (Abb. 3.10) zeigt die Messung von Strom (1div = 100 A) und Spannung (1div = 100 V) bei der Trennung eines Kurzschlussstroms durch einen pyrotechnischen Schalter am Pluspol einer Autobatterie. Nach Gl. 3.13 kann man aus der Messung der Stromänderung  $\Delta I$ , der Schaltzeit  $\Delta t$  und der induzierten Spannungsspitze  $U_{\text{ind}}$  die Induktivität eines Schaltkreises ermitteln.

**Abb. 3.8** Selbstinduktions-  
spannung durch Stromänderung  
in einer Spule



**Abb. 3.9** Induktionsspannung  
im Bordnetz



**Abb. 3.10** Oszilloskopie eines Schaltvorgangs im KFZ-Bordnetz

Aus dem Scopebild (Abb. 3.10) ergibt sich ein näherungsweise linearer Stromabfall von  $\Delta I = -450 \text{ A}$  in einer Zeit  $\Delta t = 20 \mu\text{s}$  mit einem resultierenden Spannungsspeak von 280 V. Daraus berechnet sich die Bordnetzinduktivität zu:

$$L = \frac{U_{\text{ind}}}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{280 \text{ V} \cdot 20 \mu\text{s}}{-450 \text{ A}} = 12,44 \mu\text{H}.$$

## 3.2 Gekoppelte Spulen

Ein Transformator besteht aus zwei Spulen, welche über ein magnetisches Wechselfeld miteinander gekoppelt sind (Abb. 3.11).

Eine Seite des Transformators wird von einem Wechselstrom gespeist, dieser Strom verursacht ein magnetisches Wechselfeld, welches wiederum die andere Spule durchdringt und dort eine Wechselspannung induziert. Wird ein Verbraucher angeschlossen, fließt ein entsprechender Strom.

### 3.2.1 Idealer Übertrager

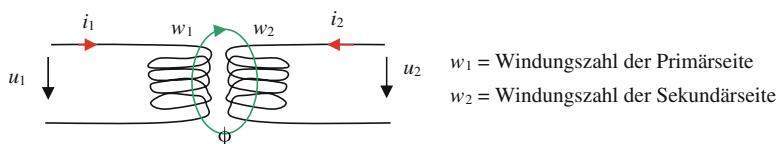
Ist die magnetische Kopplung perfekt und treten keinerlei Verluste auf, so spricht man vom **idealen Übertrager**.

Beim idealen Übertrager werden Spannungen und Ströme gemäß

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{w_1}{w_2} = \ddot{u}, \quad (3.14)$$

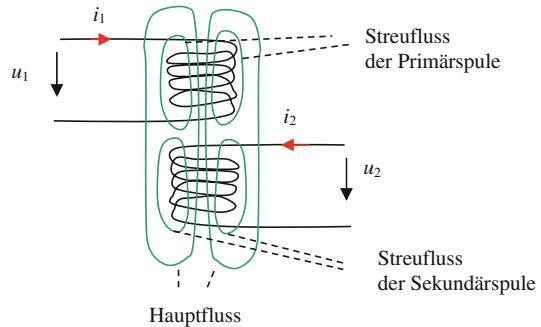
$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \quad (3.15)$$

transformiert.



**Abb. 3.11** Zwei über das Magnetfeld gekoppelte Spulen bilden einen Transformator

**Abb. 3.12** Streufluss und Hauptfluss in einem Transformator



### 3.2.2 Transformator mit Streufluss

Bei einem realen Transformator wird ein Teil des Magnetfeldes gestreut. Man unterscheidet zwischen Streufluss und Hauptfluss.

Der Hauptfluss durchdringt beide Spulen gleichermaßen, der Streufluss durchdringt nur eine Spule (Abb. 3.12).

Das Verhältnis von Streufluss zu Hauptfluss definiert die Streuziffer  $\sigma$

$$\sigma = \frac{\text{Streufluss}}{\text{Hauptfluss}}. \quad (3.16)$$

---

## 3.3 Spannungsgleichungen des Transformators

Für die beiden Seiten des Transformators gelten im Allgemeinen die Spannungsgleichungen (Abb. 3.13):

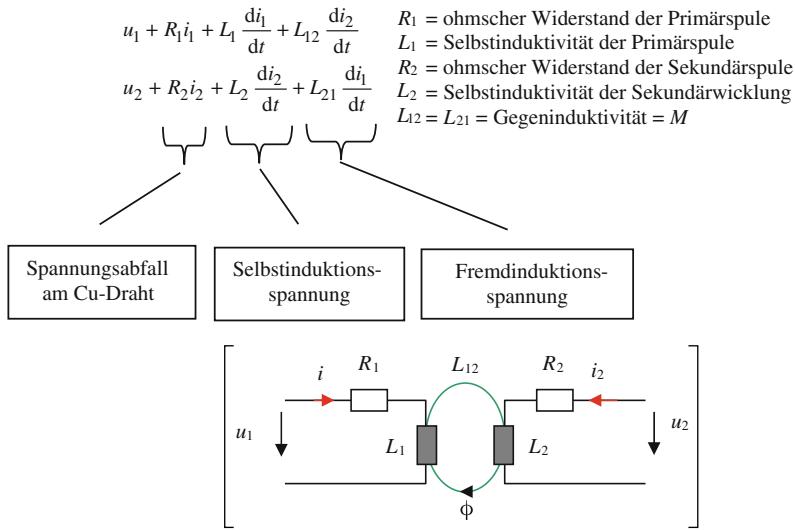
Bei Vernachlässigung der ohmschen Widerstände gelten für den Transformator die Gleichungen:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (3.17)$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (3.18)$$

Wird der Transformator von einer Seite gespeist und auf der anderen Seite im Kurzschluss oder Leerlauf betrieben, lassen sich Kurzschluss- und Leerlaufinduktivität ermitteln (siehe Tab. 3.1).

Das Verhältnis der Kurzschlussinduktivität zur Leerlaufinduktivität ist unabhängig davon welche Seite gespeist wird. Man definiert das Verhältnis als Gesamtstreuziffer  $\sigma$ :



**Abb. 3.13** Transformatordarstellung durch diskrete Bauteile

**Tab. 3.1** Kurzschluss- und Leerlaufinduktivität des verlustfreien Transformators

| Betrieb                      | Speisung von Seite 1  | Speisung von Seite 2  |
|------------------------------|---|---|
| Leerlauf                     | $i_2 = 0$<br>$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$  | $i_1 = 0$<br>$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$  |
| andere Seite kurzgeschlossen | $u_2 = 0 \Rightarrow \frac{di_2}{dt} = -\frac{M}{L_2} \frac{di_1}{dt}$<br>$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - \frac{M^2}{L_2} \frac{di_1}{dt}$<br>$u_1 = \underbrace{\left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right)}_{\text{Kurzschlussinduktivität}} L_1 \frac{di_1}{dt}$ | $u_1 = 0 \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = -\frac{M}{L_1} \frac{di_2}{dt}$<br>$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - \frac{M^2}{L_1} \frac{di_2}{dt}$<br>$u_2 = \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}\right) L_2 \frac{di_2}{dt}$ |

$$\sigma = \frac{\text{Kurzschlussinduktivität}}{\text{Leerlaufinduktivität}} = \frac{\text{Leerlaufstrom}}{\text{Kurzschlussstrom}} = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} < 1. \quad (3.19)$$

Bei idealer Kopplung ( $\sigma = 0$ ) gilt:

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}. \quad (3.20)$$

Somit gilt bei Speisung der einen Seite und Kurzschluss der anderen Seite:

$$u_1 = \sigma \cdot L_1 \frac{di_1}{dt}, \quad (3.21)$$

$$u_2 = \sigma \cdot L_2 \frac{di_2}{dt}. \quad (3.22)$$

Ein Transformator wird zumeist mit sinusförmiger Wechselspannung betrieben. Dann bietet sich die komplexe Schreibweise an:

$$i(t) = \hat{i} \cos(\omega t - \varphi), \quad (3.23)$$

$$\underline{I} = I_{\text{eff}} e^{j(\omega t - \varphi)}, \quad (3.24)$$

$$I_{\text{eff}} = I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}. \quad (3.25)$$

Die Ableitung des komplexen Stroms ergibt die Multiplikation mit  $j\omega$ :

$$\frac{di_1}{dt} \rightarrow \frac{d\underline{I}_1}{dt} = j\omega I_1 e^{j(\omega t - \varphi)} = j\omega \underline{I}_1. \quad (3.26)$$

für den Kurzschlussstrom folgt in komplexer Schreibweise

$$\underline{I}_{1K} = \frac{\underline{U}_1}{\sigma j\omega L_1}, \quad (3.27)$$

in komplexer Schreibweise gilt für die Leerlaufspannung (Speisung von Seite 1):

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_{1L} \quad (3.28)$$

bzw. für den Leerlaufstrom

$$\underline{I}_{1L} = \frac{\underline{U}_1}{j\omega L_1}. \quad (3.29)$$

Für das Verhältnis von Leerlaufstrom zu Kurzschlussstrom folgt:

$$\frac{\underline{I}_{1L}}{\underline{I}_{1K}} = \sigma. \quad (3.30)$$

## 3.4 Ersatzschaltbilder für Transformatoren

### 3.4.1 Ersatzschaltbild des idealen Transformators

Beim idealen Transformator werden Spannungen mit dem Windungszahlverhältnis transformiert (Ströme umgekehrt). Wählt man eine bezogene Schreibweise, kann man im Ersatzschaltbild Ausgangs- und Eingangsseite miteinander verbinden (Abb. 3.14).

Man kann jetzt die Sekundärseite mit den Strichgrößen rechnen und für Primär- und Sekundärseite (mit Strichgrößen) ein gemeinsames Zeigerdiagramm bei komplexer Darstellung verwenden. Man darf nur nie vergessen, dass in Realität eine galvanische Trennung zwischen Eingang und Ausgang besteht.

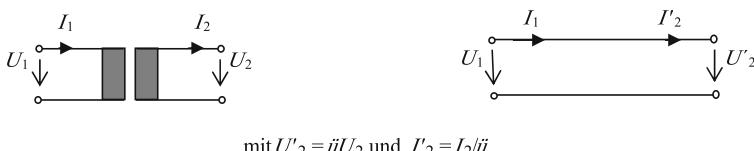
### 3.4.2 Ersatzschaltbild des realen Transformators

Beim verlustbehafteten Transformator verwendet man auch ein Ersatzschaltbild mit bezogenen Größen (siehe Abb. 3.15).

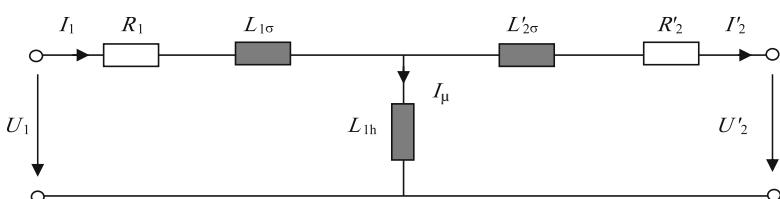
$$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2} \quad (3.31)$$

$$U'_2 = \ddot{u} U_2 \quad (3.32)$$

$$I'_2 = \frac{1}{\ddot{u}} I_2 \quad (3.33)$$



**Abb. 3.14** Ersatzbilder des idealen Übertragers



**Abb. 3.15** Ersatzschaltbild des Transformators mit auf die Primärseite bezogenen Größen

$$L_{1h} = \ddot{u}M \quad (3.34)$$

$$L_{1\sigma} = L_1 - \ddot{u}M \quad (3.35)$$

$$R'_2 = \ddot{u}^2 R_2 \quad (3.36)$$

$$L'_{2\sigma} = \ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u}M \quad (3.37)$$

Man definiert auch eine primäre Streuziffer  $\sigma_1$  und eine sekundäre Streuziffer  $\sigma_2$ :

$$\sigma_1 = \frac{L_{1\sigma}}{L_{1h}} \quad (3.38)$$

$$\sigma_2 = \frac{L'_{2\sigma}}{L_{1h}} \quad (3.39)$$

Für die Gesamtstreuziffer gilt:

$$\sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)(1 + \sigma_2)} \quad (3.40)$$

Für den Zusammenhang zwischen dem Hauptfluss  $\phi_h$  und dem Magnetisierungsstrom  $I_\mu$  gilt in der Regel die nicht lineare Kennlinie des verwendeten Eisenkerns (Hysteresekurve).

Wählt man als Grundlage für die Berechnung den magnetischen Fluss, gilt für die induzierten Spannungen:

$$U_{i1h} = w_1 \omega \frac{\hat{\Phi}_h}{\sqrt{2}}, \quad (3.41)$$

$$U_{i2h} = w_2 \omega \frac{\hat{\Phi}_h}{\sqrt{2}}. \quad (3.42)$$

Für Magnetfeldgrößen schreibt man abkürzend

$$\hat{\Phi} = \Phi.$$

Bei Leerlauf gilt

$$U_{i1} = w_1 \omega \frac{(\Phi_h + \Phi_\sigma)}{\sqrt{2}}, \quad (3.43)$$

$$U_{i2} = w_2 \omega \frac{\Phi_h}{\sqrt{2}}. \quad (3.44)$$

Mit

$$\frac{\Phi_{1\sigma}}{\Phi_{lh}} = \frac{L_{1\sigma}}{L_{lh}} = \sigma_1 \quad (3.45)$$

wird daraus

$$\frac{U_{i1}}{U_{i2}} = \frac{w_1}{w_2} \frac{\Phi_h + \Phi_{1\sigma}}{\Phi_h} = \frac{w_1}{w_2} (1 + \sigma_1). \quad (3.46)$$

Eine Zerlegung von  $\sigma$  und  $\sigma_1$  ist nur messbar, wenn das Windungszahlverhältnis  $\sigma$  bekannt ist.

### 3.4.3 Zeigerbild des Transformators

Durch die Wahl bezogener Größen (gekennzeichnet durch ') gelingt es, die Ströme und Spannungen phasenrichtig als komplexe Zeiger in einem Zeigerdiagramm darzustellen.

Als Beispiel sei ein Transformator mit kapazitiver Last in Abb. 3.16 erläutert.

Ausgangspunkt ist die Spannung  $U'_2$ , die wahlweise in Richtung der reellen Achse gelegt wird.

Der Strom  $I'_2$  steht senkrecht zur Spannung  $U'_2$  (beim Kondensator eilt der Strom vor).

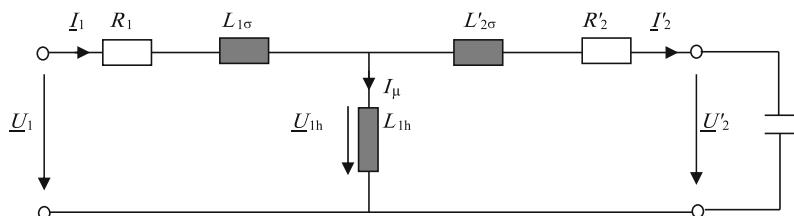
Im Sekundärkreis folgt aus dem Maschenumlauf:

$$\underline{U}_h = jX'_{2\sigma} I'_2 + R'_2 I'_2 + \underline{U}'_2. \quad (3.47)$$

Der Magnetisierungsstrom  $I_\mu$  berechnet sich zu:

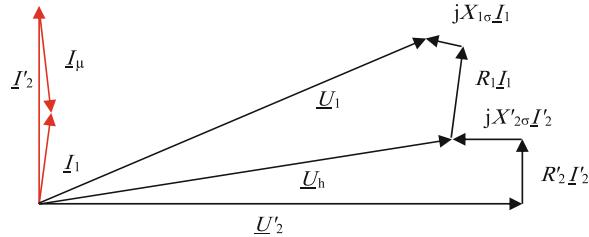
$$I_\mu = \frac{\underline{U}_h}{jX_h}. \quad (3.48)$$

Aus der Knotenregel für Ströme folgt:



**Abb. 3.16** Transformator mit kapazitiver Last

**Abb. 3.17** Zeigerbild des Transformators mit kapazitiver Last



$$\underline{I}_1 = \underline{I}_\mu + \underline{I}'_2. \quad (3.49)$$

Aus dem Maschenumlauf auf der Primärseite gilt dann für die Spannungen:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + j X_{1\sigma} \underline{I}_1 + \underline{U}_h. \quad (3.50)$$

Damit lassen sich alle Ströme und Spannungen in einem Zeigerdiagramm (Abb. 3.17) darstellen.

Oft wählt man auch  $\underline{U}_1$  in Richtung der reellen Achse, dann ergibt sich das gleiche Zeigerdiagramm nur um den Phasenwinkel zwischen  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}'_2$  gedreht.

## 3.5 Verluste eines Transformators

Wirkleistungsverluste entstehen durch die ohmschen Widerstände der Kupferwicklungen.

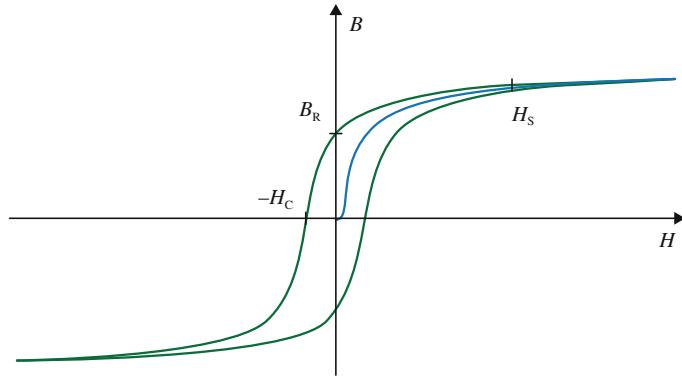
Verluste entstehen bei Transformatoren mit Eisenkern auch durch die Ummagnetisierung von Elementarmagneten im Eisen. Diese Verluste lassen sich aus der Fläche der Hysteresekurve (Abb. 3.18) berechnen. Man wählt deshalb auch Kernmaterialien mit schmaler Hysteresekurve (Weichmagnete).

Ein weiterer Grund für Verluste sind Wirbelströme, die durch sich ändernde Magnetfelder im Eisen induziert werden (Abb. 3.36). Diese unterdrückt man durch den Einsatz geblechter Eisenkerne, wobei die Eisenbleche gegeneinander isoliert sind und zudem durch Legieren mit Silizium hochohmig eingestellt werden. Die Verluste, die im Kernmaterial entstehen, werden unter dem Begriff Eisenverluste zusammengefasst und im Ersatzschaltbild durch den Widerstand  $R_{Fe}$  repräsentiert (Abb. 3.19).

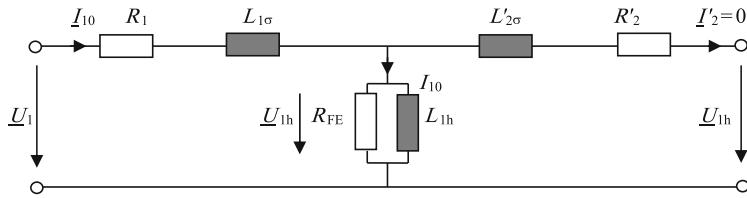
Die Verluste durch Streufelder erzeugen Blindleistungsverluste, die ebenfalls vermieden werden sollten.

### 3.5.1 Verluste im Leerlauf

Für den Leerlaufstrom  $\underline{I}_{10}$  gilt:



**Abb. 3.18** Hysteresekurve. (Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Ferromagnetismus>)



**Abb. 3.19** Transformator im Leerlauf

$$I_{10} = \frac{U_1}{R_1 + j\omega(L_{1\sigma} + L_h)} = |I_{10}| \cdot e^{j\varphi}. \quad (3.51)$$

Die Wirkleistungsverluste  $P_0$  im Leerlauf sind:

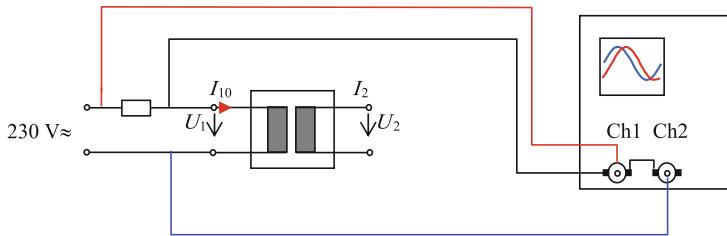
$$P_0 = U_1 \cdot I_{10} \cos \varphi. \quad (3.52)$$

Die Effektivwerte  $U_1$  und  $I_{10}$  lassen sich direkt mit einem Multimeter messen. Den Phasenwinkel  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung kann man mit Hilfe eines Vorwiderstands und eines Oszilloskops (Abb. 3.20) messen (Achtung! Die Oszilloskopeingänge dürfen nicht geerdet sein!) Die Spannung am Vorwiderstand ist in Phase mit  $I_1$ .

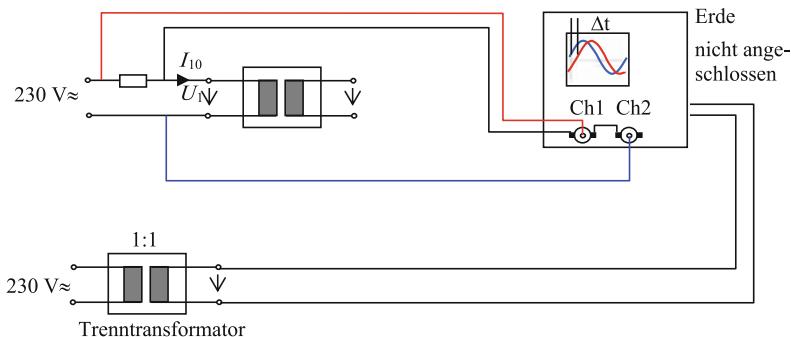
Die Spannung am Kanal 2 des Oszilloskops ist  $-U_1$ . (Die meisten Oszilloskope bieten die Möglichkeit, die Spannung negiert anzuzeigen, sodass man den Phasenwinkel zwischen  $U_1$  und  $I_1$  direkt ablesen kann).

Alle Messleitungen können 230 V-Spannung führen!

Falls die Eingangsmasse des Oszilloskops mit seinem metallischen Gehäuse verbunden ist (welches geerdet sein muss), kommt es sofort zum Kurzschluss. Abhilfe schafft hier ein Trenntransformator zur Spannungsversorgung des Oszilloskops (Abb. 3.21).



**Abb. 3.20** Messung von Leerlaufstrom und -Spannung eines Transformators. (Standby -Betrieb)



**Abb. 3.21** Messung der Leerlaufverluste (Standby-Verluste) mit Trenntransformator

Am Oszilloskop liest man die Phasenverschiebung  $\Delta t$  ab und berechnet daraus den Phasenwinkel

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \quad \text{mit } T = \text{Periodendauer des Signals.} \quad (3.53)$$

### 3.5.2 Ströme und Verluste im Kurzschluss

Nach Gl. 3.29 gilt, dass der Kurzschlussstrom das  $1/\sigma$ -fache des Leerlaufstroms ist. Das heißt, je geringer die Streuung eines Transfornators desto größer wird der Kurzschlussstrom ( $\sigma < 1$ ).

Bei einem kurzgeschlossenen Transfornator kommt es zur Überhitzung der Cu-Wicklungen und auch zu Überhitzung im Eisenkern.

Bei Schweißtransfornatoren wird gezielt für einen hohen Streufaktor gesorgt. Zum Beispiel durch Luftpalte im Eisenkern, sodass der Schweißstrom – der durch Kurzschließen mit den Schweißelektroden gewollt ist – begrenzt wird.

## 3.6 Dreiphasenspannungssysteme

In Europa stellen die Energieversorger für die Industrie und Haushalte ein 50 Hz 230 V/400 V-Dreiphasenspannungssystem zur Verfügung (in den USA 60 Hz 115 V/200 V).

### 3.6.1 Einphasen-Spannungsversorgung mit Schutzkontakt

Betrachten wir zunächst ein System mit nur einer Phase (Abb. 3.22).

Für die Stromversorgung bräuchte man eigentlich nur zwei Leiter:

Phase: Leiter mit wechselndem Potenzial zwischen  $\sqrt{2} \cdot 230$  V und  $+\sqrt{2} \cdot 230$  V,  
Nullleiter: Leiter zur Stromrückführung (im Idealfall potenzialfrei).

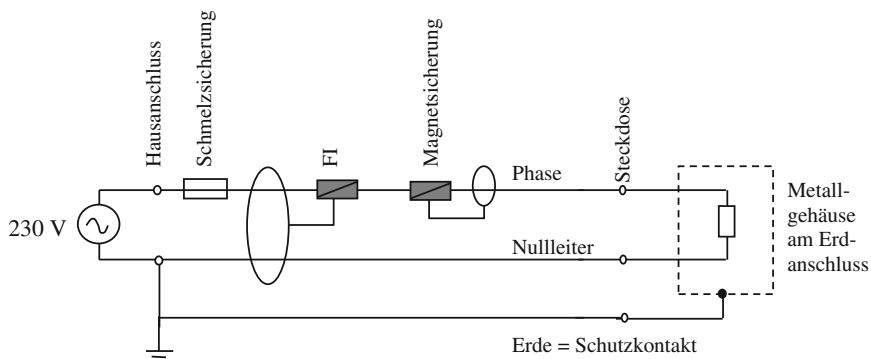
Der dritte Leiter, der über niederohmige Leitungen mit dem Erdreich verbunden ist, ist ein zusätzlicher Schutzkontakt.

Kommt der spannungsführende Leiter (Phase) mit Erde in Kontakt – z. B. dadurch, dass die Phase mit einem geerdeten metallischen Gehäuse in Berührung kommt –, fließt ein hoher Kurzschlussstrom, und die Sicherungen trennen die Spannung ab.

Gibt es einen Fehlerstrom, der nicht über den Nullleiter sondern über den Erdanschluss zurückfließt, so trennt der FI-Schalter ab einer definierten Schwelle (z. B. 30 mA) die Spannung vom Verbraucher.

Der FI-Schalter ist im Prinzip eine Induktionsspule, die den Hin- und Rückleiter umschließt. Wenn die Ströme im Hin- und Rückleiter nicht gleich groß sind, wird in dieser Spule ein Strom induziert, der wiederum einen Trennschalter auslösen kann.

Dies ist besonders dann wichtig, wenn eine Person mit einer Phase in Berührung kommt und ein Strom über die Person zur Erde fließt. Wegen des relativ hohen Körperwiderstands würden die Starkstromsicherungen nicht auslösen, der FI-Schalter jedoch schon bei dem sehr niedrigen Schwellstrom bei einigen 10 mA.



**Abb. 3.22** Einphasenspannungssystem mit Schutzleiter

### 3.6.2 Dreiphasen-Spannungsversorgung

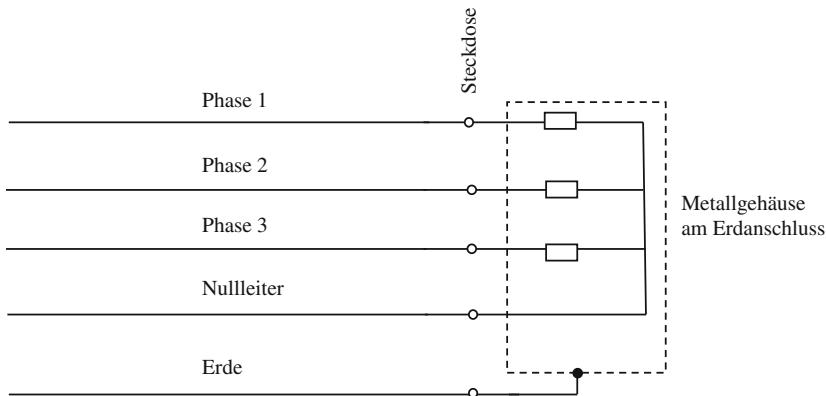
Bei einem Dreiphasensystem kommen drei Spannung führende Leiter und ein Nullleiter vom Energieversorger. Der Nullleiter ist außerdem mit dem Erdreich auf einem Potenzial (siehe Abb. 3.23).

Die einzelnen Phasenleiter haben ein mit 50 Hz-Frequenz sinusförmiges wechselndes Potenzial von 230 V effektiv bezogen auf den Nullleiter (Abb. 3.24).

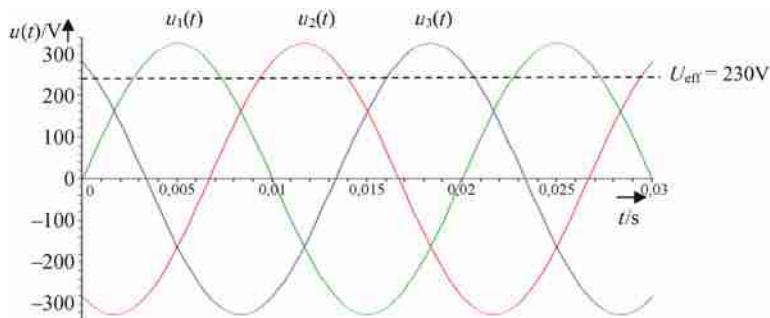
Die drei Spannungen bezeichnet man auch mit  $R, S, T$  oder  $u, v, w$  oder häufig auch  $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$ . Sie haben alle die gleiche Amplitude sind jedoch jeweils  $120^\circ$  zueinander phasenverschoben.

Die drei Spannungen lassen sich auch als komplexe Effektivwertzeiger darstellen (Abb. 3.25).

Einer der Vorteile eines Dreiphasensystems ist der, dass man auch Spannungen zwischen den Leitern abgreifen kann (Abb. 3.26).

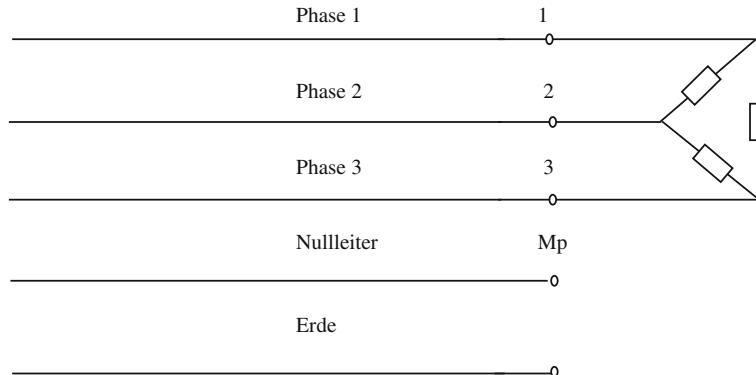
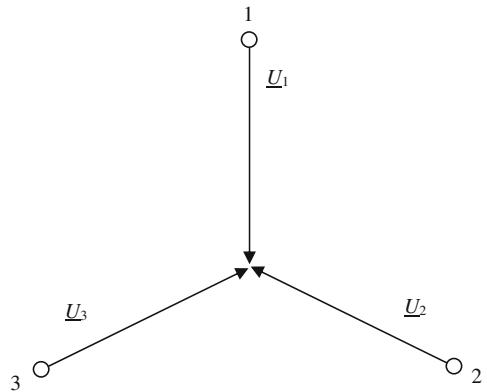


**Abb. 3.23** Dreiphasensystem mit Schutzkontakt (Schuko)



**Abb. 3.24** Amplituden und Phasenlage im Dreiphasen-230 V-Spannungssystem

**Abb. 3.25** Zeigerdiagramm zum Dreiphasensystem



**Abb. 3.26** Verbraucher in Dreieckschaltung

Die Spannungen zwischen den Phasen nennt man auch Dreieckspannungen. Ihr Betrag und ihre Phasenlage folgen aus dem komplexen Zeigerdiagramm (Abb. 3.27)

$$\underline{U}_{\Delta 1} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2, \quad (3.54)$$

$$\underline{U}_{\Delta 2} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3, \quad (3.55)$$

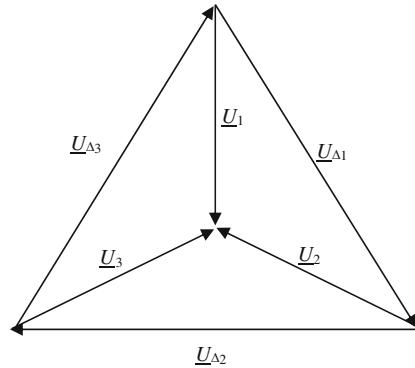
$$\underline{U}_{\Delta 3} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1. \quad (3.56)$$

Die Spannungen  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{U}_2$ ,  $\underline{U}_3$  nennt man auch Sternspannungen und schreibt abkürzend:

$$\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3 = \underline{U}_S = \underline{U}_Y,$$

analog findet man als Abkürzung für die Dreieckspannung

**Abb. 3.27** Zusammenhang zwischen Stern- und Dreieckspannungen



$$\underline{U}_{\Delta 1}, \underline{U}_{\Delta 2}, \underline{U}_{\Delta 3} = \underline{U}_{\Delta}.$$

Mit Hilfe des Cosinussatzes kann man den Zusammenhang zwischen den Stern- und Dreieckspannungen berechnen:

$$U_{\Delta}^2 = U_S^2 + U_S^2 - 2U_S U_S \cos(120^\circ), \quad (3.57)$$

$$U_{\Delta} = \sqrt{3} U_S. \quad (3.58)$$

Der Nulleiter wird auch Mittelpunktleiter oder kurz Mp genannt. Bei vollkommen symmetrischer Last ist das Potenzial des Nulleiters identisch mit dem Potenzial im Mittelpunkt des Sterns im komplexen Zeigerdiagramm.

### Vorteile des Dreiphasensystems

Zwei verschiedene Spannungen stehen zur Verfügung: 230 V und 400 V.

Bei symmetrischer Last kann der Rückleiter eingespart werden bzw. die ohmschen Verluste über den Rückleiter entfallen.

Bei Verwendung der hohen Dreieckspannungen treten geringere Leitungsverluste auf bzw. es können kleinere Cu-Querschnitte verwendet werden.

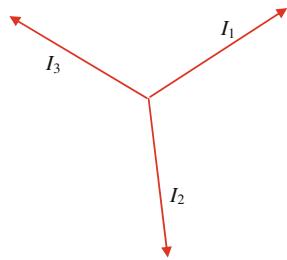
Eine Erzeugung magnetischer Drehfelder bzw. Wanderfelder wird möglich (daher auch der Name Drehstrom).

#### 3.6.2.1 Symmetrische Last

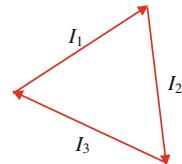
Sind die Widerstände nach Abb. 3.23 oder nach Abb. 3.26 gleich groß, spricht man von symmetrischer Belastung. Die Ströme in den Widerständen sind dann vom Betrag her gleich groß und jeweils um  $120^\circ$  zueinander phasenverschoben (Abb. 3.28). Das gilt auch für beliebige komplexe Widerstände.

Für die Summe der Ströme (Abb. 3.29) gilt:

**Abb. 3.28** Ströme bei symmetrischer Last



**Abb. 3.29** Addition der Ströme bei symmetrischer Last ergibt Null



$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0. \quad (3.59)$$

Deshalb ist der Strom im Nulleiter bei symmetrischer Belastung gleich Null und der Rückleiter kann eingespart werden (Abb. 3.31).

### 3.6.3 Leistung im Dreiphasensystem

#### 3.6.3.1 Symmetrische Last in Sternschaltung

Für die gesamte Wirkleistung gilt:

$$P_{\text{gesamt}} = 3U_S I_L \cos \varphi = 3P_1. \quad (3.60)$$

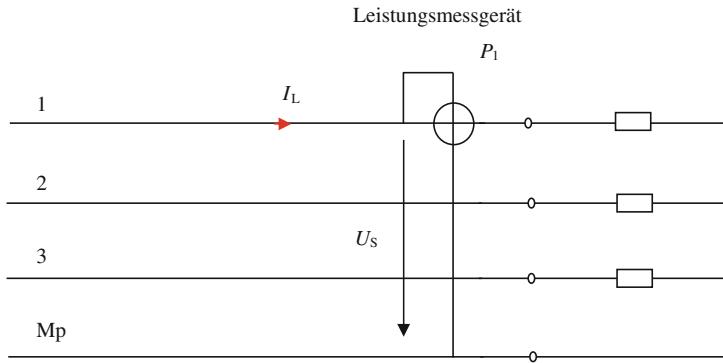
$P_1$  ist die Wirkleistung, die man mit einem Leistungsmessgerät in einer Zuleitung messen kann (Abb. 3.30).

#### 3.6.3.2 Symmetrische Last in Dreieckschaltung

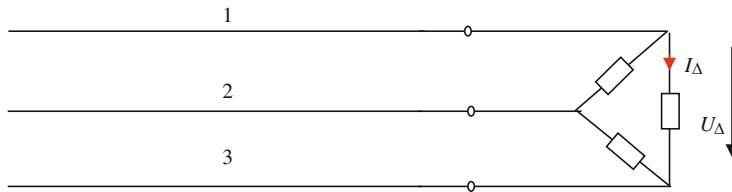
Hier (Abb. 3.31) beträgt die Gesamtwirkleistung:

$$P_{\text{gesamt}} = 3U_\Delta I_\Delta \cos \varphi. \quad (3.61)$$

Da die Dreiecksspannung um den Faktor  $\sqrt{3}$  größer ist als die Sternspannung, ist auch der Dreieckstrom um den Faktor  $\sqrt{3}$  größer. Daraus folgt wiederum, dass bei gleich großen Verbraucherwiderständen die Gesamtwirkleistung in der Dreieckschaltung dreimal so hoch ist wie in der Sternschaltung.



**Abb. 3.30** Leistungsmessung bei symmetrischer Last



**Abb. 3.31** Symmetrische Last in Dreieckschaltung

$$P_{\text{gesamt}}(\text{Dreieck}) = 3P_{\text{gesamt}}(\text{Stern}) = 9P_1 \quad (3.62)$$

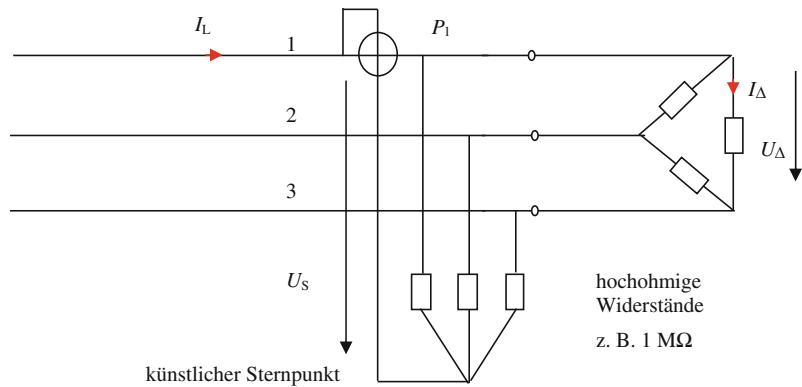
Will man die Leistung in der Zuleitung messen, braucht man einen Sternpunkt für den Spannungspfad des Messgeräts. Diesen Sternpunkt kann man künstlich mit drei hochohmigen Widerständen erzeugen (siehe Abb. 3.32).

### 3.6.3.3 Leistung bei unsymmetrischer Last

Bei unsymmetrischer Belastung muss die Leistung aller drei Zuleitungen (Abb. 3.33) addiert werden:

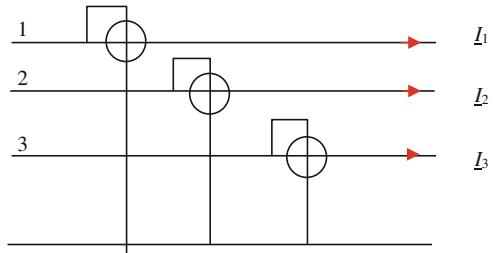
$$P_{\text{gesamt}} = \text{Re} \left\{ \underline{U}_{1\text{Mp}} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2\text{Mp}} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3\text{Mp}} \underline{I}_3^* \right\}. \quad (3.63)$$

Man kann allerdings auch mit Hilfe der Aaronschaltung (Abb. 3.34) mit nur zwei Leistungsmessgeräten die Gesamtleistung messen:

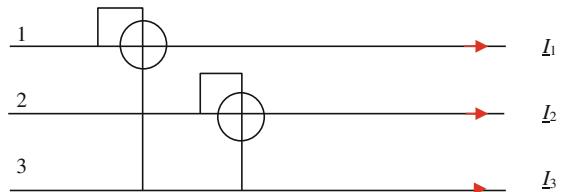


**Abb. 3.32** Erzeugung eines künstlichen Sternpunktes

**Abb. 3.33** Leitungsmessung bei unsymmetrischer Last



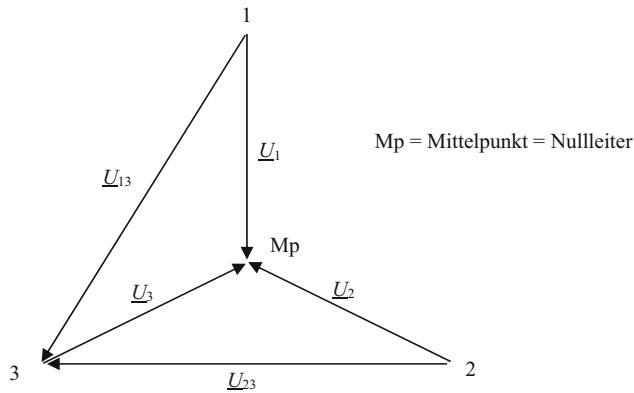
**Abb. 3.34** Leitungsmessung bei unsymmetrischer Last



$$P_{\text{gesamt}} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_{13} I_1^* + \underline{U}_{23} I_2^* \right\}. \quad (3.64)$$

Voraussetzung ist, dass der Sternpunkt nicht angeschlossen ist, denn dann gilt:

$$I_3 = -(I_1 + I_2) \quad (\text{Stromüber } M_p \text{ ist Null.})$$

**Abb. 3.35** Zeigerdiagramm

Beweis der Gültigkeit der Aaronschaltung (siehe Abb. 3.35), dem Zeigerdiagramm entnimmt man:

$$\underline{U}_{13} = \underline{U}_1 - \underline{U}_3, \quad (3.65)$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3, \quad (3.66)$$

$$\underline{I}_3 = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2), \quad (3.67)$$

$$P_{\text{gesamt}} = \text{Re} \left\{ \underline{U}_{1\text{Mp}} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2\text{Mp}} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3\text{Mp}} \underline{I}_3^* \right\}, \quad (3.68)$$

$$P_{\text{gesamt}} = \text{Re} \left\{ \underline{U}_{1\text{Mp}} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2\text{Mp}} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3\text{Mp}} (-\underline{I}_1 - \underline{I}_2)^* \right\}, \quad (3.69)$$

$$P_{\text{gesamt}} = \text{Re} \left\{ \left( \underline{U}_{1\text{Mp}} - \underline{U}_{3\text{Mp}} \right) \underline{I}_1^* + \left( \underline{U}_{2\text{Mp}} - \underline{U}_{3\text{Mp}} \right) \underline{I}_2^* \right\}, \quad (3.70)$$

$$P_{\text{gesamt}} = \text{Re} \left\{ \underline{U}_{31} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{23} \underline{I}_2^* \right\}. \quad (3.71)$$

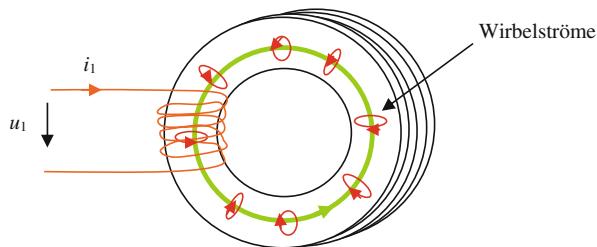
## 3.7 Technische Ausführungen von Transformatoren

### 3.7.1 Wirbelstromunterdrückung in Transformatoren

Zur Unterdrückung von Wirbelströmen sind die Transformatorenkerne aus ineinander verschachtelten, gegeneinander isolierten Eisenblechen aufgebaut. Die Eisenbleche besitzen ein hohes  $\mu_r$  und durch Legieren mit Si eine möglichst niedrige elektrische Leitfähigkeit (Abb. 3.36).

Eine weitere Ausführung zur Wirbelstromunterdrückung ist der gewickelte Bandkern (Abb. 3.37).

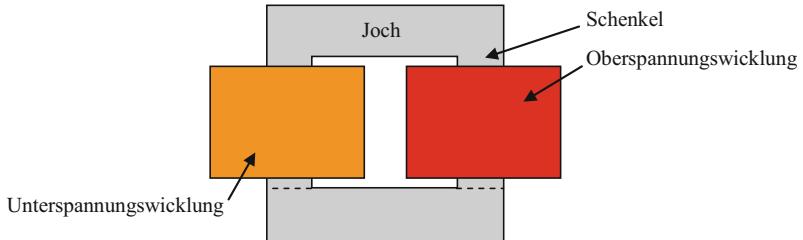
**Abb. 3.36** Ringtransformator aus geschichteten Blechen



**Abb. 3.37** Gewickelter Bandkern eines 60 W-Ringkerntransformators, lackiert, 65 mm Außendurchmesser

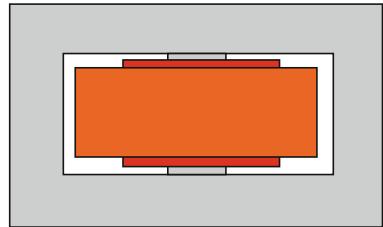


### 3.7.2 Kerntransformator (Abb. 3.38)



**Abb. 3.38** Kerntransformator

**Abb. 3.39** Manteltrans-  
formator



### 3.7.3 Manteltransformator

Bei gleicher Leistungsauslegung kommt der Manteltransformator (Abb. 3.39) mit geringerer Bauhöhe aus als ein Kerntransformator (Abb. 3.38).

### 3.7.4 Ringkerntransformator

Als 50 Hz-Wechselstromtransformator besteht er aus ringförmig gestanzten Blechen (Abb. 3.36) oder aus einem gewickelten Bandkern (Abb. 3.37), als Hochfrequenztransformator aus Ferritkern.

Seine besondere Eigenschaft ist der geringe Streufluss. Im Vergleich zu Mantel- und Kerntransformator besitzt er bei gleicher Leistungsauslegung das geringste Gewicht. Nachteilig ist der größere Aufwand beim Wickeln (Abb. 3.40).

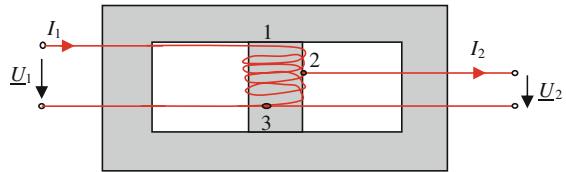
### 3.7.5 Der Spartransformator

Der Spartransformator (Abb. 3.41) besitzt nur eine Wicklung, die für die Sekundärspannung lediglich eine Anzapfung (2) besitzt.

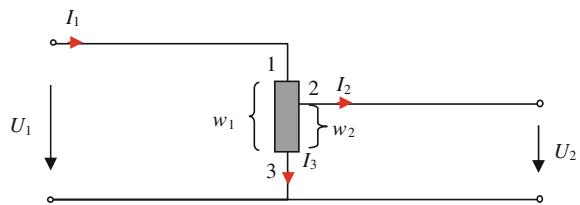
**Abb. 3.40** Ringkerntransformator



**Abb. 3.41** Spartransformator



**Abb. 3.42** Schaltbild des Spartransformators



Bei Vernachlässigung sämtlicher Verluste gilt das Ersatzschaltbild (siehe Abb. 3.42).

Für die Stromtransformation gilt wie bei einem Zweispulentafo  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{w_1}{w_2}$  und aus der Knotenregel folgt für den Strom  $I_3$ :

$$I_3 = I_1 - I_2 = I_1 - I_1 \frac{w_1}{w_2} = I_1 \frac{w_2 - w_1}{w_2}. \quad (3.72)$$

Für die Beträge der Ströme folgt daraus:

$$|I_3| < |I_1|, \quad (3.73)$$

$$|I_3| < |I_2|. \quad (3.74)$$

Deshalb kann man den Wicklungsteil 2–3 mit kleinerem Kupferquerschnitt ausführen. Der Spartrafo kommt mit dem geringst möglichen Volumen aus.

Nachteil ist jedoch die fehlende galvanische Trennung. Spartransformatoren werden in Fernsehgeräten als Netztransformatoren eingesetzt. Punkt 3 des Trafos, welcher primärseitig mit Phase verbunden sein kann, ist in der Fernseherschaltung mit Masse (dem gemeinsamen Rückleiter) und dem inneren Stahlrahmen (Chassis) verbunden. Bei geöffnetem Gerät und Netzverbindung kann es gefährlich werden, wenn man mit dem Chassis in Berührung kommt (230 V)!

### 3.7.6 Der Trenntransformator

Alle Transformatoren, die über zwei elektrisch isolierte Spulen verfügen, sind Trenntransformatoren.

In der Messtechnik findet man häufig Trenntransformatoren für 230 V mit dem Windungszahlverhältnissen 1 : 1. Will man z. B. Messungen an einem Fernseher vornehmen, schließt man einen Trenntrafo zwischen Fernseher und der Netzsteckdose an. Dann ist in jedem Fall das Chassis des Fernsehers potenzialfrei gegenüber Erde.

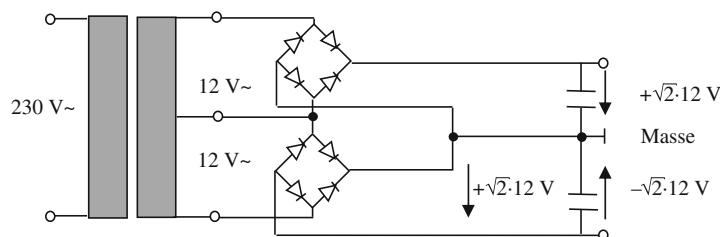
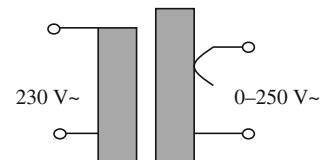
Für die Labormesstechnik kommen auch einstellbare Trenntransformatoren zum Einsatz (siehe Abb. 3.43).

Die Sekundärwicklung wird über einen Schleifkontakt abgegriffen.

### 3.7.7 Transformator mit Mittelanzapfung

Transformatoren mit Mittelanzapfung werden verwendet, wenn man positive und negative Sekundärspannungen erzeugen möchte, z. B.  $\pm 12$  V (Abb. 3.44).

**Abb. 3.43** Trenntransformator mit variabler Sekundärspannung



**Abb. 3.44** Transformator mit Mittelanzapfung für ein symmetrisches Netzteil mit  $\pm 12$  V-Spannung. Im Leerlauf laden sich die Kondensatoren auf den Spitzenwert

Anmerkung: „Masse“ ist der gemeinsame Rückleiter in einer elektrischen Schaltung und ist nicht zu verwechseln mit „Null“ oder „Erde“.

Das Massesymbol ist:  $\perp$ .

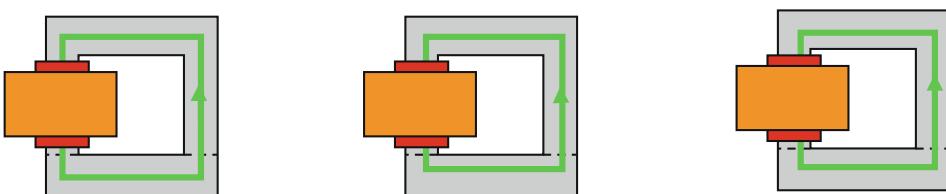
In Kfz-Bordnetzen ist für die Energieleitungen die Fahrzeugkarosserie die Masse bzw. der gemeinsame Rückleiter. Signalleitungen besitzen einen eigenen Rückleiter, um von den Spannungsabfällen durch hohe Ströme auf der Karosseriemasse entkoppelt zu sein.

### 3.7.8 Drehstromtransformatoren

Will man 3-Phasen-Wechselspannung z. B. von 10 kV auf 230 V transformieren, kann man dies mit drei Einphasentransformatoren bewerkstelligen (siehe Abb. 3.45).

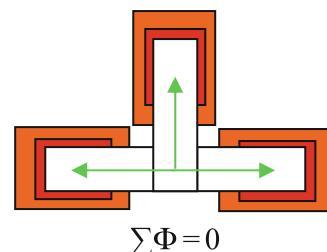
Man kann für drei Transformatoren auch einen gemeinsamen Rückflussschenkel bauen (Abb. 3.46, von oben gesehen).

Bei symmetrischer Last ist die Summe der magnetischen Flüsse im gemeinsamen Schenkel gleich Null, deshalb kann man diesen auch einsparen. Deshalb findet man in der Regel eine sehr einfache Bauform für Drehstromtransformatoren (Abb. 3.47).

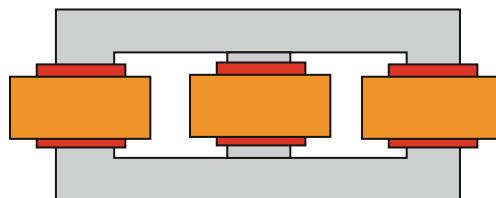


**Abb. 3.45** Transformatorenbank mit freiem magnetischen Rückfluss

**Abb. 3.46** Zusammenstellung von drei Transformatoren



**Abb. 3.47** Drehstromtransformator ohne Rückflussschenkel



### 3.8 Magnetische Abschirmung

Werden Transformatoren in empfindlichen Schaltungen z. B. in einem HiFi-Verstärker eingesetzt, muss man Streufelder unbedingt unterdrücken. Dazu kapselt man die Transformatoren mit hochpermeablem Metall, welches die magnetischen Streuflüsse kurzschließt.

Zur magnetischen Abschirmung lassen sich auch supraleitende Spulen einsetzen. Das Induktionsgesetz lässt sich auch in der Form deuten, dass eine Spule bestrebt ist, den magnetischen Fluss konstant zu halten:

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 = U_{\text{ind}}.$$

Ausgangspunkt ist eine supraleitende Spule in der kein Strom fließt und deshalb innerhalb der Spule das Feld gleich Null ist:

$$\begin{array}{l} \Phi = 0 \\ i = 0 \end{array}$$

Supraleiterspule

Wird dann ein äußeres magnetisches Feld dazu geschaltet, so wird in der Spule (mit Lichtgeschwindigkeit) ein Strom induziert, welcher ein genau entgegengesetzt starkes Feld innerhalb der supraleitenden Spule erzeugt, sodass die Summe der Felder innerhalb der supraleitenden Spule wieder Null ergibt (Abb. 3.48).

Für die supraleitende Spule gilt (siehe auch Transformatorgl. 3.17 und 3.18):

$$U_2 \equiv 0 = \frac{d\Phi}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}. \quad (3.75)$$

$U_2$  muss Null sein, weil der elektrische Widerstand des Supraleiters Null ist!

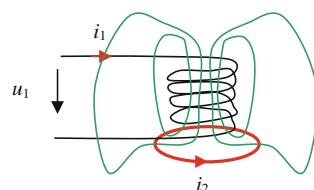
Damit wird auch die Flussänderung

$$\frac{d\Phi}{dt}$$

auf Null gehalten und der Fluss, der den Supraleiter durchdringt, bleibt Null. Damit ist der Raum innerhalb der Supraleiter-Spule ideal abgeschirmt.

Für die Ströme gilt:

**Abb. 3.48** Abschirmwirkung einer Supraleiterspule



$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{M}{L_2} \frac{di_1}{dt}. \quad (3.76)$$

### 3.9 Drosselwirkung von Spulen

Wird eine Spule in Reihe zu einem Verbraucher geschaltet, so spricht man von einer Drossel, weil Stromänderungen am Verbraucher gedrosselt werden (Abb. 3.49).

Im in Abb. 3.50 dargestellten Beispiel ist  $u_1$  eine eingeschaltete Gleichspannung.

Aus dem Maschenumlauf in Abb. 3.49 folgt:

$$u_2(t) = u_1(t) - u_L = u_1(t) - L \frac{di}{dt}, \quad (3.77)$$

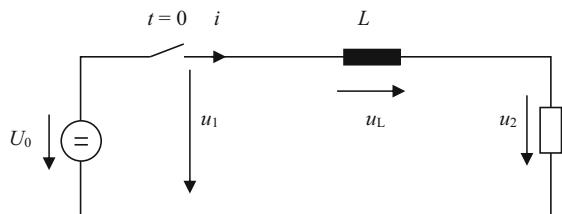
$$R \cdot i(t) = \varepsilon(t) \cdot U_0 - L \frac{di}{dt} \quad (3.78)$$

mit

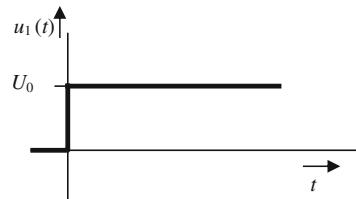
$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t = 0. \end{cases} \quad (3.79)$$

Die Lösung der Differentialgl. 3.78 ergibt einen exponentiell ansteigenden Stromverlauf (Abb. 3.51):

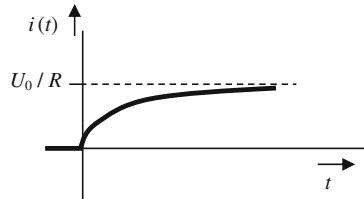
**Abb. 3.49** Schaltvorgang an einer Spule



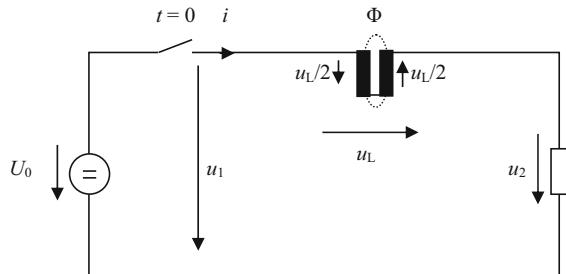
**Abb. 3.50** Spannungsverlauf beim Schalten



**Abb. 3.51** Gedrosselter Stromverlauf beim Einschalten



**Abb. 3.52** Verstärkte Drosselwirkung durch Kopplung von zwei Spulenhälften



$$i(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \text{mit} \quad \tau = \frac{L}{R}. \quad (3.80)$$

Ohne die Drossel in Abb. 3.49 würde der Strom ebenso sprunghaft ansteigen wie die Spannung.

Je größer das Verhältnis  $L/R$  desto langsamer der Stromanstieg.

Ersetzt man die Drossel der Induktivität  $L$  durch eine Anordnung von zwei gekoppelten Spulen der Induktivität  $L/2$ , so kann man mit Hilfe der Transformatorgl. 3.17 und 3.18 zeigen, dass sich eine doppelt so große Drosselinduktivität ergibt (Abb. 3.52).

Für eine Seite der gekoppelten Spulen gilt:

$$\frac{u_L}{2} = \frac{L}{2} \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}. \quad (3.81)$$

Da die beiden Spulen vom gleichen Strom durchflossen werden gilt

$$i_1 = i_2,$$

unter Vernachlässigung der Streuung gilt:

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2} = \frac{L}{2}, \quad (3.82)$$

in Gl. 3.81 eingesetzt ergibt das

$$u_L = 2L \frac{di}{dt} \quad (3.83)$$

und für den Strom  $i(t)$ :

$$i(t) = \frac{U_0}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{2L}} \right), \quad (3.84)$$

die Anstiegszeit verdoppelt sich gegenüber der einfachen Spule.

### 3.10 Übungsaufgaben zu Kap. 3

#### Aufgabe 3.1

Von einer 12 V-Batterie wird bei eingeschalteten Verbrauchern das Batteriekabel vom Pluspol abgezogen:

- a) Wie groß war der Strom, als der Schalter geschlossen war?
- b) Wie groß wird die induzierte Spannung, wenn der Strom beim Schalten innerhalb von 1 ms von seinem stationären Wert auf Null geht?
- c) Welche Maßnahmen kann man ergreifen, um die induzierte Spannung  $U_{\text{ind}}$  klein zu halten?

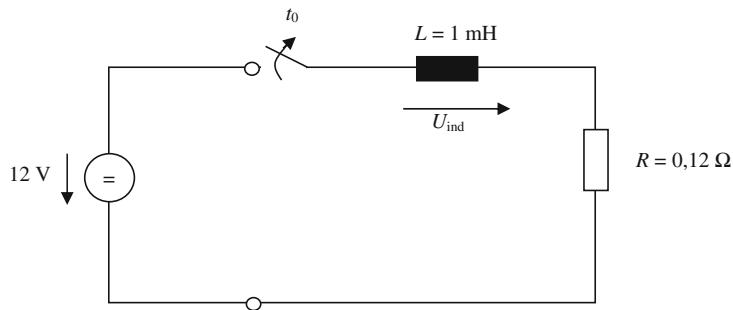
#### Aufgabe 3.2

Eine ringförmig gewickelte Spule hat den mittleren Ringdurchmesser  $D = 0,3$  m und die Windungszahl  $N = 1000$ .

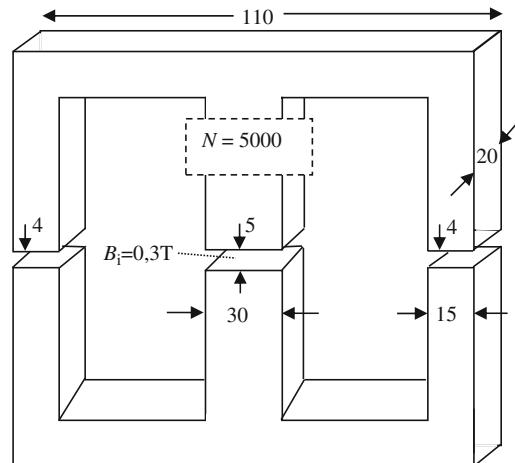
- a) Welcher Strom  $I$  muss fließen, damit die mittlere Flussdichte  $B = 1,2$  mT beträgt?
- b) Wie groß wird die Flussdichte  $B$  in der Spule, wenn der Ring mit Eisenblech gefüllt wird? ( $\mu_r(\text{Fe}) = 10.000$ )

**Aufgabe 3.3**

Von einem Mantelkern mit Luftspalten sind die geometrischen Abmessungen gegeben:



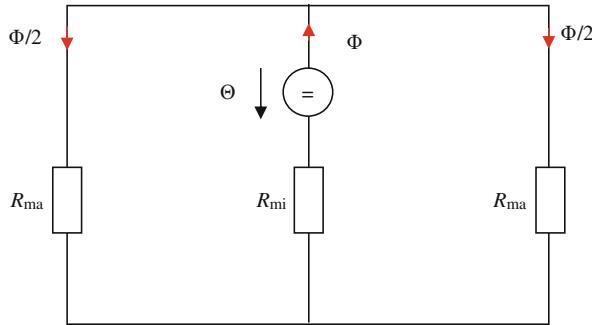
- a) Bestimmen Sie die Größen des magnetischen Ersatzschaltbildes



- b) Wie groß muss der elektrische Strom  $I$  sein, damit die magnetische Induktion  $B_i = 0,3 \text{ T}$  beträgt?

**Aufgabe 3.4**

Von einem Transformator sind die Windungszahlen bekannt:

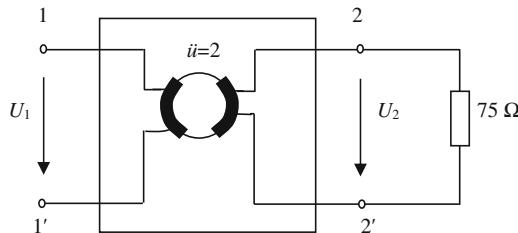


Sämtliche Verluste und Streuungen des Transformators sind zu vernachlässigen.

- Wie groß sind das Spannungsverhältnis  $U_1/U_2$  und das Stromverhältnis  $I_1/I_2$ ?
- Wie groß ist der Eingangswiderstand  $R_1$ ?

**Aufgabe 3.5**

Von einem Transformator ist das elektrische Ersatzschaltbild gegeben:



*Gegebene Transformatorgrößen:*

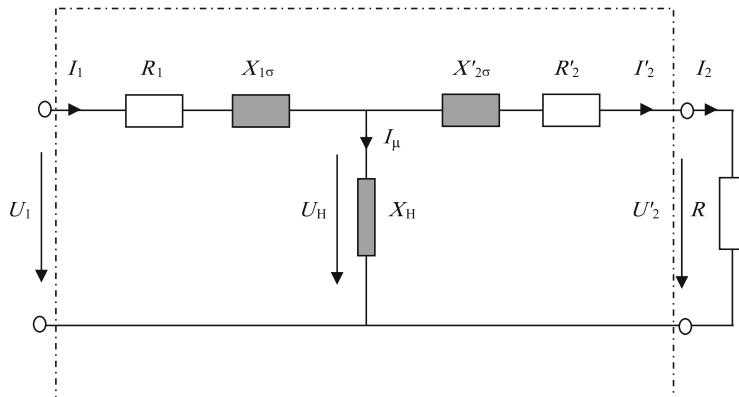
$$U'_2 = 240V \quad \ddot{u} = w_1/w_2 = 20 \quad f = 50Hz \quad R_1 = R'_2 = 1,8\Omega \quad R = 10\Omega \\ L_{1\sigma} = L'_{2\sigma} = 3,18mH \quad L_H = 3,18H \quad (1H = 1Vs/A)$$

Der Trafo werde mit  $R = 10 \Omega$  belastet, bestimme in der angegebenen Reihenfolge:

$$U_2, I_2, I'_2, U_H, I_\mu, I_1, U_1$$

**Aufgabe 3.6**

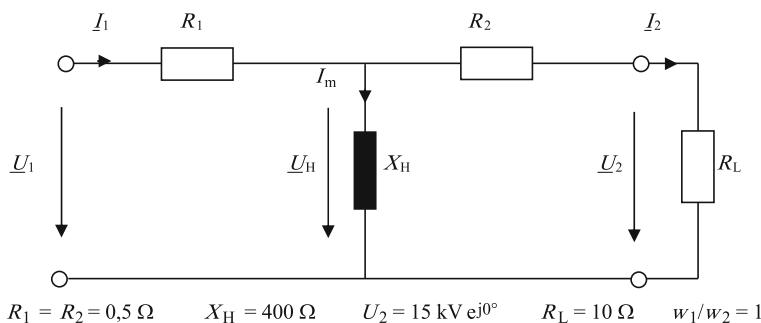
Von einem Mittelfrequenztransformator, der für Bahnantriebe bei  $f = 20 \text{ kHz}$  eingesetzt wird, sind folgende Daten bekannt (Streuinduktivitäten sind vernachlässigt):



- Berechnen Sie alle Ströme und Spannungen nach Betrag und Phase.
- Der gleiche Transformator wird jetzt im Leerlauf mit  $U_1 = 240 \text{ V}$ , **50 Hz** betrieben. Wie groß sind dann  $I_1$  und  $U_2$ ?
- Wie groß wird der Leerlaufstrom  $I_1$ , wenn der Transformator an  $15 \text{ kV}$ ,  **$16 \frac{2}{3} \text{ Hz}$**  angeschlossen wird?

**Aufgabe 3.7**

Sie sollen einen Transformator für ein Batterieladegerät für  $2 \text{ A}$  Ladestrom und  $15 \text{ V}$  Sekundärspannung berechnen:



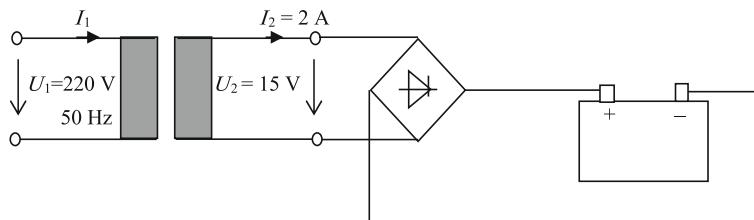
$$R_1 = R_2 = 0,5 \Omega$$

$$X_H = 400 \Omega$$

$$U_2 = 15 \text{ kV } e^{j0^\circ}$$

$$R_L = 10 \Omega$$

$$w_1/w_2 = 1$$

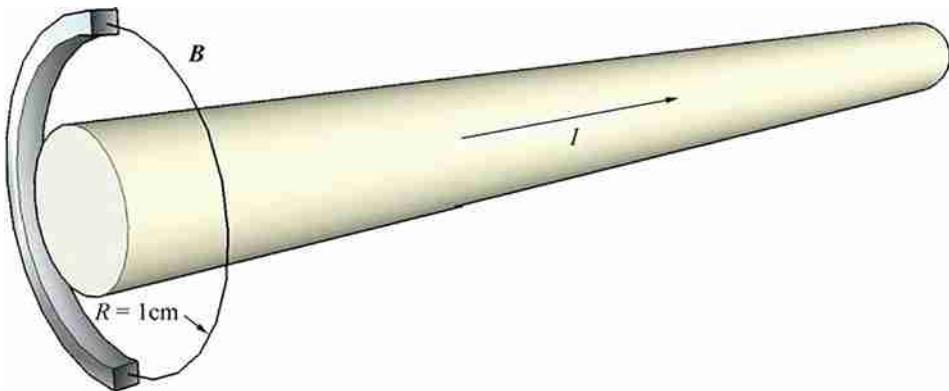


Für den Trafo sind sämtliche Verluste und Streuungen zu vernachlässigen

- Wie groß ist das Windungszahlverhältnis  $w_1/w_2$ ?
- Wie groß ist der Primärstrom  $I_1$  (bei  $I_2 = 2 \text{ A}$ )?
- Wie groß sind  $X_H$  bzw.  $L_H$  zu wählen, damit im Leerlauf nicht mehr als  $10 \text{ mA}$  primär fließen?

### Aufgabe 3.8

Gegeben ist die skizzierte Anordnung eines geraden elektrischen Leiters, durch den ein Strom von  $1 \text{ A}$  fließt, und eines Halbringes aus Eisen mit  $\mu_r = 10.000$ , welcher auf einem Radius von  $1 \text{ cm}$  um den Leiter platziert ist.



Wie groß ist die magnetische Flussdichte  $B$  auf dem eingezeichneten Radius  $R = 1 \text{ cm}$ ?



# Analoge Elektrische Maschinen

# 4

## Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die grundlegenden physikalischen Eigenschaften und Begriffe elektrischer Maschinen erklärt. Kap. 4 beschäftigt sich mit den historisch zuerst entwickelten Standardmaschinen, die ohne digitale Kommutierung und ohne digitale Regelung voll funktionsfähig sind.

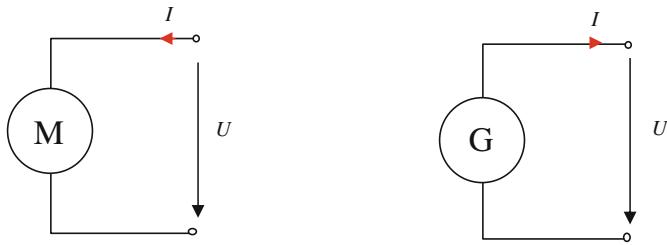
## 4.1 Zählpfeilsysteme

Elektrische Maschinen können immer als Generator oder als Motor betrieben werden. Im Generatorbetrieb ist der aus der Maschine heraus fließende Strom positiv, im Motorbetrieb ist der in die Maschine hinein fließende Strom positiv (Abb. 4.1).

Wird bei der gegebenen Zählpfeilrichtung der Motor als Generator oder der Generator als Motor betrieben, so wird der Strom negativ.

## 4.2 Elektromechanische Energiewandler

Die Energieumwandlung elektrischer Energie in mechanische Energie (oder umgekehrt) erfolgt hauptsächlich über magnetische Felder und nur selten über elektrostatische Felder. Der Grund liegt in der größeren Energiedichte, die man mit Magnetfeldern erreichen kann.



**Abb. 4.1** Zählpfeilrichtungen für Verbraucher und Generatorschreibweise

#### 4.2.1 Energiedichte des elektrischen Feldes

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad (4.1)$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (4.2)$$

mit  $\epsilon$  = Dielektrizitätszahl,  
 $\epsilon_r$  = relative Dielektrizitätszahl,  
 $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-14}$  F/cm.

In Luft ( $\epsilon = \epsilon_0$ ) erreicht man Feldstärken bei normaler Luftfeuchtigkeit bis zur Durchschlagsfeldstärke von 10 kV/cm (trockene Luft > 20 kV) und damit eine maximale Energiedichte von:

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} 8,86 \cdot 10^{-14} \frac{\text{F}}{\text{cm}} \cdot 10^8 \frac{\text{V}^2}{\text{cm}^2} = 4,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Nm}}{\text{cm}^3}. \quad (4.3)$$

#### 4.2.2 Energiedichte des magnetischen Feldes

In Luft sind Flussdichten von 1 T (1 Tesla = 1 Vs/m<sup>2</sup>) leicht erreichbar. Somit gilt für die Energiedichte magnetischer Felder in Luft:

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}, \quad (4.4)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r, \quad (4.5)$$

$$\frac{dW}{dV} = 0,4 \frac{\text{Nm}}{\text{cm}^3} \quad (4.6)$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Vs}}{\text{A cm}} \quad (4.7)$$

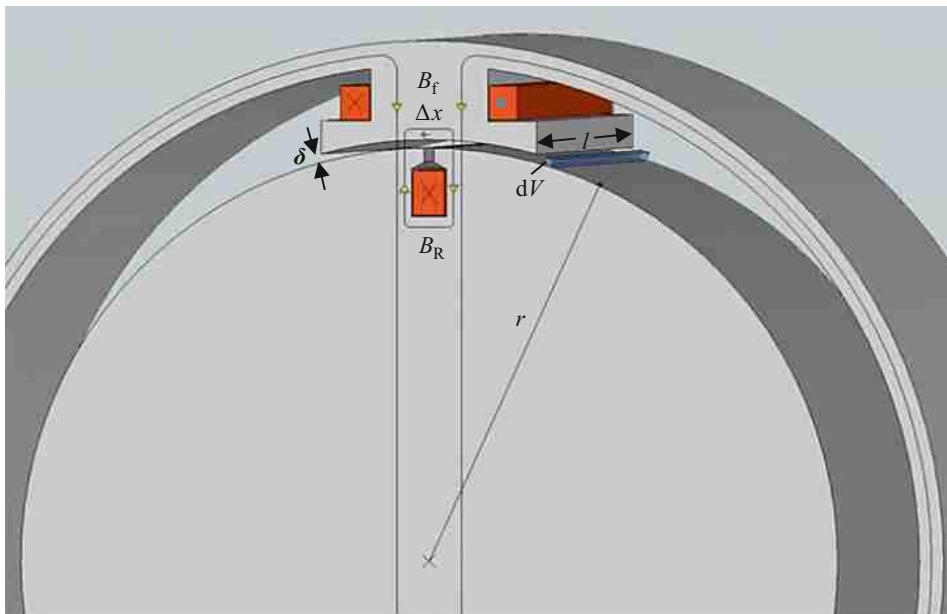
(mit Supraleitern erreicht man auch 1,5 T).

Die Energiedichte des magnetischen Feldes ist also ca. um fünf Zehnerpotenzen größer als die des elektrischen Feldes, weshalb dann auch die Energieumwandlung in elektrischen Maschinen nahezu ausschließlich über das magnetische Feld erfolgt (Ausnahme: Polarisationsmotor).

### 4.3 Kraft und Drehmomenterzeugung in einer elektrischen Maschine

Im Allgemeinen befinden sich Spulen im Ständer und im Läufer einer elektrischen Maschine, beide erzeugen Magnetfelder, die sich im Luftspalt der Maschine überlagern (Abb. 4.2):

Die Antriebskraft lässt sich aus der Änderung der magnetischen Energie  $\Delta W$  bei einer Wegänderung  $\Delta x$  berechnen:



**Abb. 4.2** Überlagerung der Flussdichten von Rotor und Stator

$$F = \frac{\Delta W}{\Delta x}. \quad (4.8)$$

Für die magnetische Flussdichte im Luftspalt unterscheidet man zwischen links  $B_{\text{links}}$  und rechts  $B_{\text{rechts}}$

$$\begin{aligned} B_{\text{links}} &= B_f - B_R \\ B_{\text{links}} &= B_f - \mu_0 \frac{I}{2\delta} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} B_{\text{rechts}} &= B_f + B_R \\ B_{\text{rechts}} &= B_f + \mu_0 \frac{I}{2\delta} \end{aligned} \quad (4.10)$$

und für die magnetische Energiedichte:

$$\frac{\Delta W_{\text{links}}}{\Delta V} = \frac{B_{\text{links}}^2}{2\mu_0}, \quad (4.11)$$

$$\frac{\Delta W_{\text{rechts}}}{\Delta V} = \frac{B_{\text{rechts}}^2}{2\mu_0}. \quad (4.12)$$

Dreht sich also die Maschine um den kleinen Weg  $\Delta x$ , so ergibt sich die Änderung der magnetischen Energie aus der Differenz zwischen links und rechts:

$$\Delta W = \Delta W_{\text{rechts}} - \Delta W_{\text{links}}, \quad (4.13)$$

$$\Delta W = \Delta V \left( \frac{B_{\text{rechts}}^2}{2\mu_0} - \frac{B_{\text{links}}^2}{2\mu_0} \right), \quad (4.14)$$

$$\Delta W = \frac{\Delta V}{2\mu_0} \frac{4B_f \mu_0 I}{2\delta}, \quad (4.15)$$

$$\text{mit } \Delta V = \Delta x \cdot l \cdot \delta \quad (4.16)$$

folgt dann die Energiedifferenz:

$$\Delta W = \Delta x \cdot B_f \cdot I \cdot l \quad (4.17)$$

und für die Antriebskraft:

$$F = \frac{\Delta W}{\Delta x} = I \cdot B_f \cdot l \quad (4.18)$$

bzw. für das Drehmoment:

$$M = I \cdot B_f \cdot l \cdot r. \quad (4.19)$$

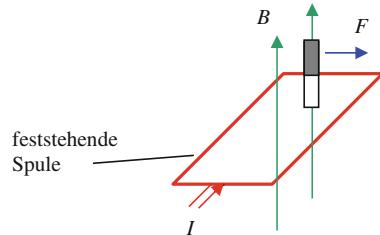
## 4.4 Der Linearmotor

Der Linearmotor ist ein Drehstrommotor, bei dem die Drehstromwicklungen im Fahrweg verlegt sind. Durch die räumlich hintereinander liegenden Spulen wird der zeitlich versetzte Strom der drei Phasen geschickt. Dadurch wandert die maximale magnetische Flussdichte, die von den feststehenden Spulen erzeugt wird in fortschreitender  $x$ -Richtung. Es entsteht eine Wanderwelle, weshalb man den Motor auch Wanderfeldmotor nennt.

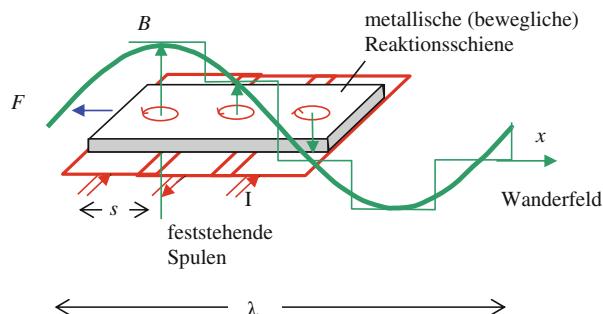
Beim synchronen Linearmotor enthält der bewegliche Teil des Motors entweder Permanent- oder Elektromagnete, die ein magnetisches Gleichfeld erzeugen. Dieses Gleichfeld stößt sich am Wanderfeld ab (je nach Polung auch Anziehung) (Abb. 4.3).

Beim asynchronen Linearmotor enthält der bewegliche Teil lediglich einen metallischen Leiter in Form einer Metallplatte (Reaktionsschiene, Abb. 4.4). In dieser Metallplatte induziert das Wanderfeld Wirbelströme. Die Wirbelströme wiederum erzeugen Magnetfelder, die in der einen  $x$ -Richtung eine Feldverstärkung in der anderen  $x$ -Richtung eine

**Abb. 4.3** Prinzip des Linearantriebs



**Abb. 4.4** Linearmotor mit metallischer Platte (Reaktionsschiene) im beweglichen Teil und Spulen im Fahrweg



Feldschwächung hervorrufen. Es folgt dann wieder aus dem allgemeinen Kraftweg-Gesetz die Antriebskraft.

$$F = \frac{\Delta W}{\Delta x} \quad (4.20)$$

Es entsteht näherungsweise eine sinusförmige Welle, wenn man die Wicklungen einer Phase räumlich auf mehrere Nuten verteilt.

Die maximale Geschwindigkeit der Metallplatte berechnet sich aus der Wellenlänge  $\lambda$  und der Frequenz  $f$  des Drehstroms. Wobei die Wellenlänge  $\lambda$  abhängt von der Länge der Drehstromwicklung bzw. der Polteilung.

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  gilt:

$$c = \lambda \cdot f. \quad (4.21)$$

Liegen die Spulen beispielsweise  $1/3$  m auseinander, so beträgt die maximale Geschwindigkeit  $c$  bei  $50$  Hz Drehstrom:

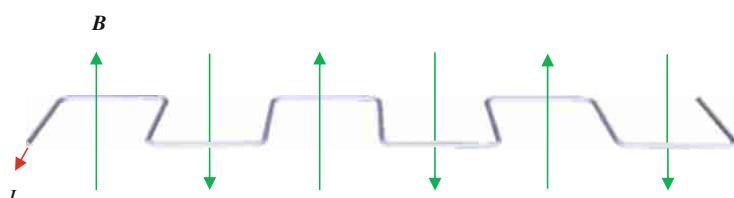
$$c = 2 \text{ m} \cdot \frac{50}{\text{s}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

#### 4.4.1 Linearmotor in Anwendungen

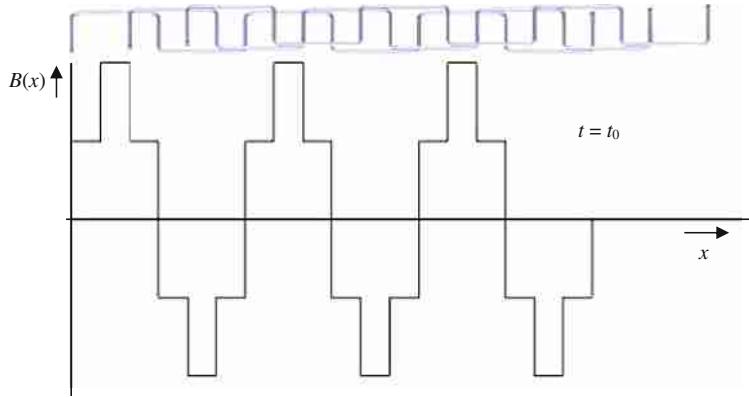
Die wohl bekannteste Anwendung ist die Magnetschwebebahn. In Deutschland unter dem Namen Transrapid oder Metrorapid bekannt, in Japan Maglev genannt.

Im Fahrweg liegt eine mäanderförmige Drehstromwicklung, weil sich diese problemlos verlegen lässt (Abb. 4.5 und 4.6).

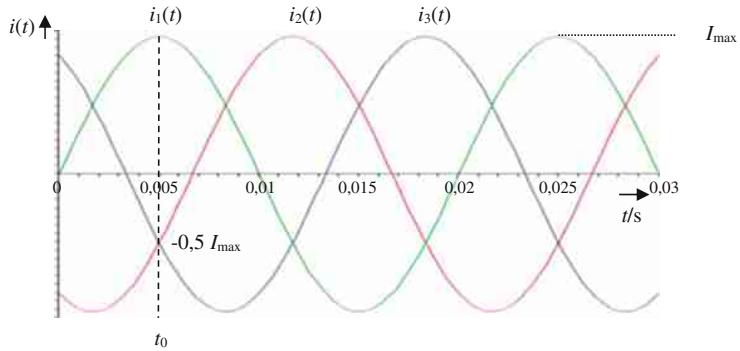
Zum Zeitpunkt  $t_0$  ist der Strom  $i_1$  im Strang 1 maximal in den beiden anderen Strängen gerade  $-0,5 I_{\max}$  (Abb. 4.7). Entsprechend sind die Beträge der Flussdichten. Bei der vektoriellen Überlagerung der Flussdichten wechselt für jeden Strang im Abstand von  $\lambda/2$  die Richtung von  $B$  um  $180^\circ$  (Abb. 4.5), was für den Betrag eine Multiplikation mit  $-1$



**Abb. 4.5** Ein Strang der mäanderförmigen Wicklung



**Abb. 4.6** Komplette mäanderförmige Drehstrom-Wicklung mit resultierendem  $B(x, t_0)$



**Abb. 4.7** Zum Zeitpunkt  $t_0$  ist  $i_1(t) = I_{\max}$  und  $i_2(t) = -0,5 I_{\max}$

bedeutet. Die Überlagerung aller drei B-Felder ergibt einen trapezförmigen der Sinusform angenäherten Flussdichteverlauf.

In der Aluminium-Gießtechnik werden so genannte Induktionspumpen eingesetzt, um das flüssige Metall in die Formen zu pressen. Durch die Gießform wird wie beim Linearmotor eine magnetische Wanderwelle geführt. Da die Gießform feststeht, wird nur das flüssige Metall innerhalb der Gießform bewegt.

Linearmotoren ermöglichen ein Höchstmaß an Präzision, deshalb werden sie auch in Werkzeug- und Produktionsmaschinen eingesetzt (Abb. 4.8). Weitere Vorteile sind hohe Fahrgeschwindigkeiten (bis 800 m/min) sowie die Einsparung mechanischer Übertragungsglieder.



**Abb. 4.8** Permanenterregter synchroner Linearmotor

## 4.5 Die Drehfeldmaschine

### 4.5.1 Konstruktionsbegriffe elektrischer Maschinen

Der Stator einer Drehfeldmaschine ist der stehende Teil auch Ständer genannt, der rotierende Teil wird mit Rotor oder Läufer bezeichnet.

$N$  = Gesamtnutenzahl

$m$  = Strangzahl = Anzahl der Phasen (meist  $m = 3$ )

$p$  = Polpaarzahl, gibt an wie oft sich die Drehstromwicklung am Umfang wiederholt

$q$  = Lochzahl, gibt an, auf wie viel Nuten pro Pol die Wicklung eines Stranges aufgeteilt ist.  $q$  ist also die Nutenzahl pro Pol und Strang

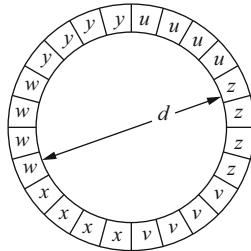
$$q = \frac{N}{2pm}. \quad (4.22)$$

In Abb. 4.9 sind zwei Beispiele mit verschiedenen  $p$  und  $q$  dargestellt.

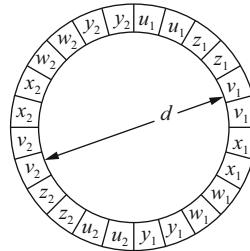
#### Einige Beispiele

In der Drehfeldmaschine befinden sich mindestens drei Spulen symmetrisch am Umfang verteilt (Abb. 4.10). Durch diese Spulen schickt man die phasenverschobenen Ströme eines Drehstromsystems. Dadurch entsteht eine mit der Frequenz des Drehstroms rotierende magnetische Flussdichte  $B$ .

$$\begin{aligned}N &= 24 \\m &= 3 \\p &= 1 \\q &= 4\end{aligned}$$



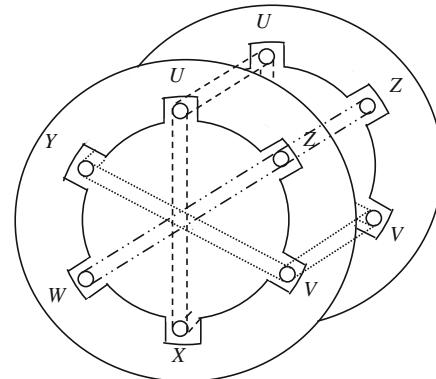
$$\begin{aligned}N &= 24 \\m &= 3 \\p &= 2 \\q &= 2\end{aligned}$$



**Abb. 4.9** Zwei Beispiele mit verschiedenen Nuten, Polpaar- und Lochzahlen

**Abb. 4.10** Drei Spulen 120° räumlich versetzt im Ständer einer Drehfeldmaschine

$$\begin{aligned}p &= 1 \\q &= 1 \\m &= 3\end{aligned}$$



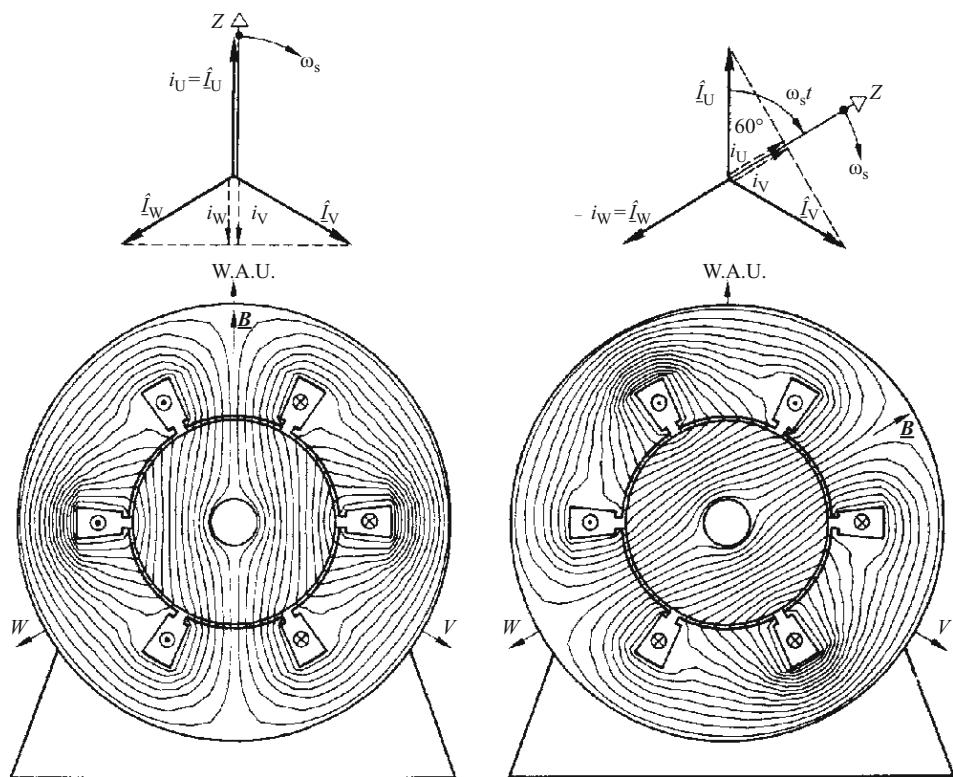
Die Abb. 4.11 zeigt die resultierende magnetische Flussdichte  $B$  aus der räumlichen Überlagerung von drei feststehenden Spulen mit den Wicklungssachsen  $U, V, W$  im Ständer zu zwei verschiedenen Phasenwinkeln  $\omega t = 0$  und  $\omega t = 60^\circ$  bzw. zu zwei verschiedenen Zeitpunkten.

Bei 50 Hz-Drehstrom ist die Zeitdifferenz  $20 \text{ ms}/6 = 3,33 \text{ ms}$ . Da sowohl Ständer wie auch Läufer aus Eisen bestehen, konzentrieren sich die Flussdichte-Feldlinien im hochpermeablen Material.

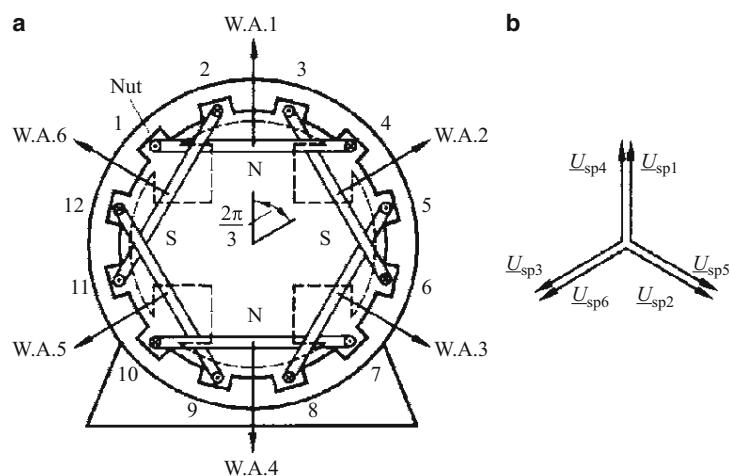
Wird im Läufer der Maschine ein magnetisches Gleichfeld erzeugt (Synchronmaschine), versucht der Läufer dem Feld zu folgen, und zwar rotiert der Läufer im stationären Zustand mit der Frequenz des Drehfeldes bei 50 Hz Drehstrom, also mit  $3000 \text{ min}^{-1}$ .

Wiederholt sich die Drehstromwicklung zweimal am Umfang ( $p = 2$ ) – wie in Abb. 4.12 dargestellt – benötigt die Maschine zwei Perioden für eine volle Umdrehung. Demnach beträgt die Drehzahl dann bei 50 Hz Drehstrom  $1500 \text{ min}^{-1}$ .

Da sich die Drehstromwicklung zweimal am Umfang wiederholt, hat die Maschine zwei Polpaare, die Polpaarzahl  $p$  beträgt 2. Im Läufer der Synchronmaschine befinden sich vier

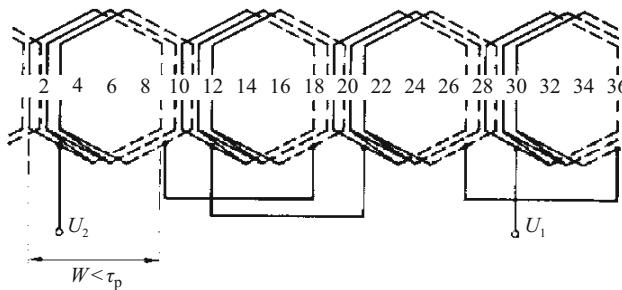
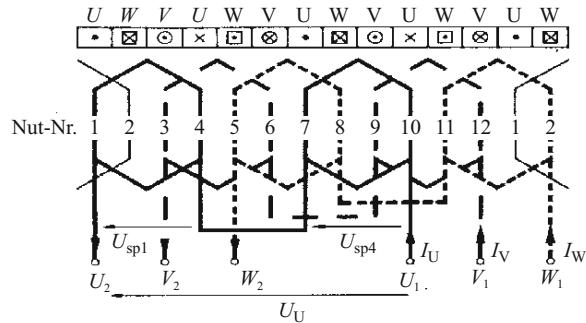


**Abb. 4.11** Erregerfeldverlauf zu zwei Zeitpunkten. (60° Phasenverschiebung, Quelle: Eckardt 1982)



**Abb. 4.12** Vierpolige Maschine mit der Polpaarzahl  $p = 2$ . (Eckardt 1982)

**Abb. 4.13** Zonenplan (Eckardt 1982)



**Abb. 4.14** Vierpolige Zweischichtwicklung mit  $q = 3$ , Strang  $U$ . (Eckardt 1982)

Pole. Die Wicklungsachsen (W. A.) zweier benachbarter Ständerspulen sind räumlich um  $360^\circ/3p$  versetzt, die darin fließenden Ströme zeitlich um  $1/3$  der Periodendauer.

Um den Aufbau der Wicklungen verständlicher zu machen, stellt man die Spulen auch in der Abwicklung und im Zonenplan dar (siehe Abb. 4.13).

Damit auch räumlich eine sinusförmige FlussdichteVerteilung entsteht, verteilt man die Wicklungen einer Phase auf mehrere Nuten und auch Schichten (siehe Abb. 4.14).

## 4.6 Die Asynchronmaschine

Ständer und Läufer sind aus geschichteten gegeneinander isolierten Blechen aufgebaut, um die Wirbelstromverluste gering zu halten.

Der Ständer der Asynchronmaschine trägt pro Polpaar eine komplette Drehstromwicklung. Daraus folgt ein Drehfeld mit nahezu sinusförmiger FlussdichteVerteilung. Während einer Periode verschiebt sich die Flussverteilung um den Winkel  $360^\circ/p$ , sodass zu einem vollen Umlauf der Flussverteilung  $p$  Perioden des Wechselstroms notwendig sind.

Die Drehgeschwindigkeit des Drehfeldes beträgt also:

$$n_1 = \frac{f_1}{p} \quad (4.23)$$

mit  $f_1$  = Frequenz des Wechselstroms im Ständer,  
 $n_1$  wird die synchrone Drehzahl genannt.

Beim Läufer der Asynchronmaschine werden zwei Bauformen unterschieden:

Beim **Schleifringläufer** ist der Läufer in gleicher Weise wie der Ständer bewickelt und die Wicklungsenden sind an Schleifringe geführt, die auf der Welle angebracht sind. Der Betriebspunkt der Maschine lässt sich dann durch die Größe der Widerstände, über die die Wicklungsenden geschlossen werden, einstellen. Beim Hochlauf der Maschine schaltet man äußere Widerstände in Reihe, um das Anlaufdrehmoment zu erhöhen.

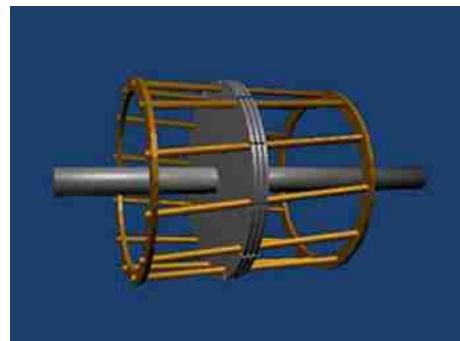
Bei der zweiten Bauform (Abb. 4.15) handelt es sich um den **Käfigläufer**.

In axialer Richtung sind auf dem Läuferumfang Stäbe angebracht, die an den Stirnflächen durch Ringe kurzgeschlossen sind. Es besteht kein Zugang mehr zur Läuferwicklung.

Zur Erhöhung des Rotorwiderstands beim Anlauf nutzt man den Effekt der Stromverdrängung, welche bei niedrigen Drehzahlen (und relativ hoher Frequenz der induzierten Wechselströme in den Rotorstäben) wirksam wird.

Im Motorbetrieb erzeugen die Ströme im Ständer ein Drehfeld. Dieses wiederum induziert Ströme in den Spulen bzw. Stäben des Läufers. Die Läuferströme erzeugen wiederum ein Drehfeld, das zu unterschiedlichen Energiedichten des Magnetfeldes im Luftspalt führt und ein antreibendes Drehmoment nach Abschn. 4.2 erzeugt. Der Läufer erreicht allerdings nie die synchrone Drehzahl, weil dann keine Ströme mehr im Läufer induziert würden (wegen  $\partial B / \partial t = 0$ ), der Läufer würde, wenn er sich synchron mit dem Ständerfeld dreht, ein zeitlich konstantes  $B$  „sehen“. Der Läufer besitzt folglich einen Schlupf gegenüber dem Ständerdrehfeld.

**Abb. 4.15** Käfigläufer  
 (squirrel-cage), Eisenblechpaket nur angedeutet. (<http://de.wikipedia.org>)



### Einige Definitionen

$n$  = mechanische Läuferdrehzahl = Maschinendrehzahl

$n_2$  = Relativdrehzahl, das Ständerdrehfeld rotiert relativ zum Läufer mit  $n_2$

Im Läufer werden Ströme mit der Frequenz  $f_2$  induziert.

$$f_2 = pn_2 \quad (4.24)$$

$$f_1 = f_2 + pn \quad (4.25)$$

Vom Ständer aus gesehen rotiert das Läuferdrehfeld mit der Ständerfrequenz  $f_1$ .

Unter dem Schlupfs versteht man das Verhältnis der Relativdrehzahl  $n_2$  zur synchronen Drehzahl  $n_1$ , also

$$s = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}. \quad (4.26)$$

### 4.6.1 Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer

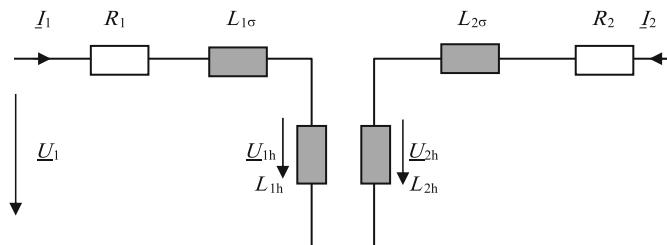
In Abb. 4.16 sind  $L_{1\text{h}}$  und  $L_{2\text{h}}$  die primär- und sekundärseitige Hauptinduktivität.

Für den Ständer gilt die Maschengleichung:

$$\underline{U}_1 = R_1 I_1 + j\omega_1 L_{1\sigma} I_1 + \underline{U}_{1\text{h}}. \quad (4.27)$$

Für den Läufer gilt die Maschengleichung:

$$0 = R_2 I_2 + j\omega_2 L_{2\sigma} I_2 + \underline{U}_{2\text{h}} \quad (4.28)$$



**Abb. 4.16** Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer

Vom Ständer aus betrachtet (oder vom resultierenden  $B$  aus gesehen) gilt für die erzeugten Hauptspannungen:

$$\frac{\underline{U}_{2h} \cdot e^{j(\omega_2 + \omega)t}}{\underline{U}_{1h} \cdot e^{j\omega_1 t}} = \frac{\underline{U}_{2h}}{\underline{U}_{1h}} e^{j\omega_1 t} = \frac{\underline{U}_{2h}}{\underline{U}_{1h}}. \quad (4.29)$$

Die Phasenverschiebung ist gleich Null!

$$\frac{\underline{U}_{2h}}{\underline{U}_{1h}} = \frac{U_{2h}}{U_{1h}} \quad (4.30)$$

Die Effektivwerte der induzierten Spannung sind:

$$U_{2h} \propto w_2 \omega_2 B \quad U_{1h} \propto w_1 \omega_1 B, \quad (4.31)$$

$$\frac{\underline{U}_{2h}}{\underline{U}_{1h}} = \frac{w_2 \omega_2}{w_1 \omega_1} = \frac{w_2}{w_1} s. \quad (4.32)$$

Durch die Einführung bezogener Größen kommt man ähnlich wie beim Transformator zu einem vereinfachten Ersatzschaltbild (in Abb. 4.17 dargestellt für eine Phase).

$$U_{1h} = \frac{\ddot{u}}{s} U_{2h} = U'_{2h} \quad \text{mit} \quad \ddot{u} = \frac{w_1}{w_2} \quad (4.33)$$

bei gleicher Phasenzahl in Ständer und Läufer gilt:

$$X'_{2\sigma} = \frac{\ddot{u}^2}{s} X_{2\sigma} \quad (4.34)$$

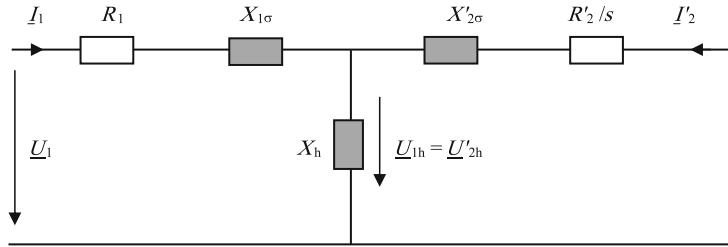
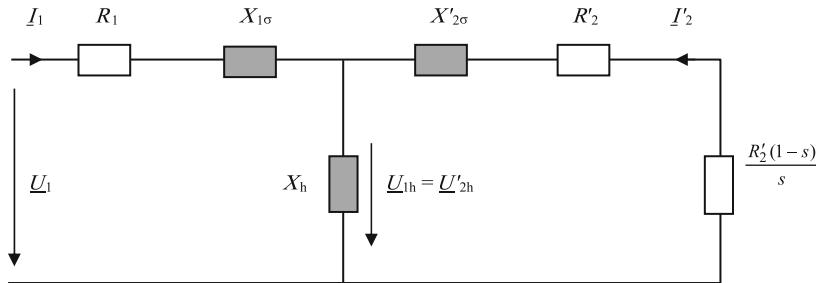
$$R'_2 = \ddot{u}^2 R_2 \quad (4.35)$$

$$I'_2 = \frac{m_2 w_2}{m_1 w_1} I_2 \quad (4.36)$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{\ddot{u}} \quad (4.37)$$

Das Ersatzschaltbild in Abb. 4.17 ist identisch mit dem in Abb. 4.18.

Dieses Ersatzschaltbild (Abb. 4.18) soll deutlich machen, dass sich die Asynchronmaschine formal wie ein Transformator verhält, der mit dem Widerstand

**Abb. 4.17** Ersatzschaltbild mit auf den Ständer bezogenen Größen**Abb. 4.18** Im Widerstand  $R'_2$  entsteht Verlustleistung und im Widerstand  $\frac{R'_2(1-s)}{s}$  mechanische Wirkleistung

$$\frac{R'_2(1-s)}{s}$$

belastet ist.

### 4.6.2 Ortskurve des Ständerstromes der Asynchronmaschine

Wirkleistung und Drehmoment der Asynchronmaschine werden im Wesentlichen vom Realteil des Ständerstromes bestimmt. Um den Ständerstrom bei jeder Drehzahl bzw. bei jedem Schlupf zu erhalten, benutzt man die Ortskurve des Ständerstromes mit dem Schlupf  $s$  als Parameter. Diese spezielle Ortskurve nennt man auch Heylandkreis (1894 erstmals von Heyland veröffentlicht).

Ausgangspunkt der Ortskurve ist das Ersatzschaltbild nach Abb. 4.17. Kennt man die Ortskurve des komplexen Eingangsleitwerts  $Y_1$  der Schaltung, so erhält man die Ortskurve des Eingangsstroms  $I_1$  durch Multiplikation mit der konstant und reell gewählten Eingangsspannung  $U_1$ .

$$\underline{I}_1 = U_1 \underline{Y}_1$$

Man zeichnet immer nur das einphasige Ersatzschaltbild, weil elektrische Maschinen immer symmetrisch gebaut werden. Vom Betrag her sind die Ströme in allen Phasen gleich groß (Abb. 4.19).

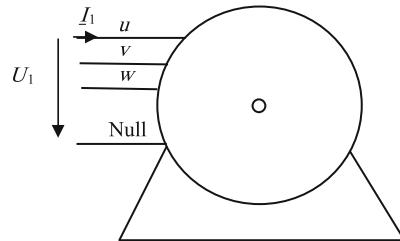
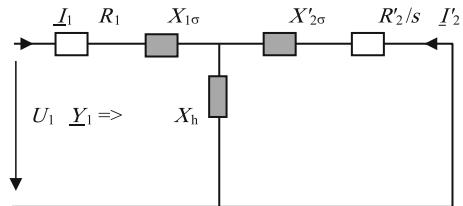
Zunächst betrachten wir die Ortskurve der Rotorgrößen in der Impedanzebene:

$$\underline{Z} = \frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}. \quad (4.38)$$

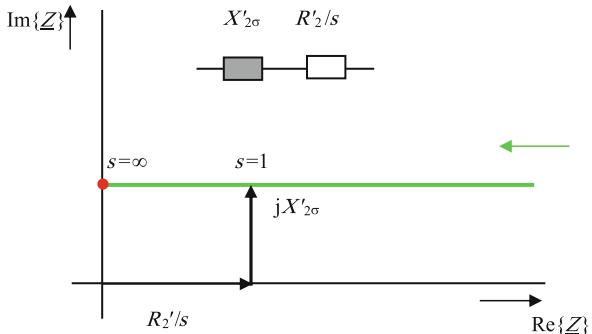
Der Punkt in Abb. 4.20 markiert den Schlupf  $\infty$ .

$X_{1\text{ h}}$  liegt parallel zu  $X_{2\sigma}'$  und  $R_2''/s$  deshalb transformieren wir im nächsten Schritt in die komplexe Admittanzebene (Abb. 4.21).

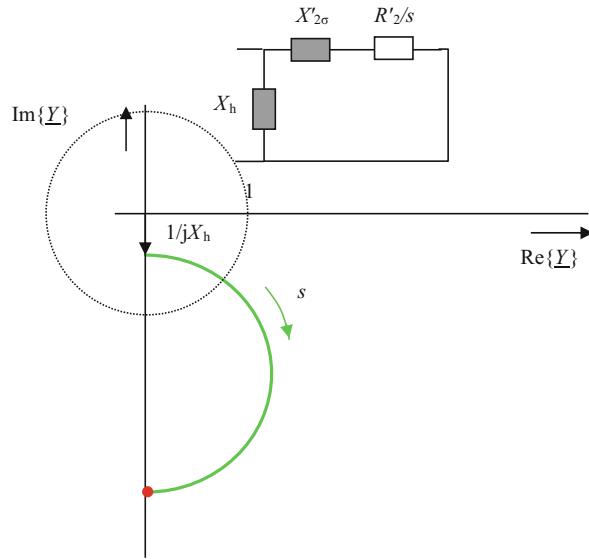
**Abb. 4.19** Einphasiges Ersatzschaltbild und dreiphasiges Anschlussschema



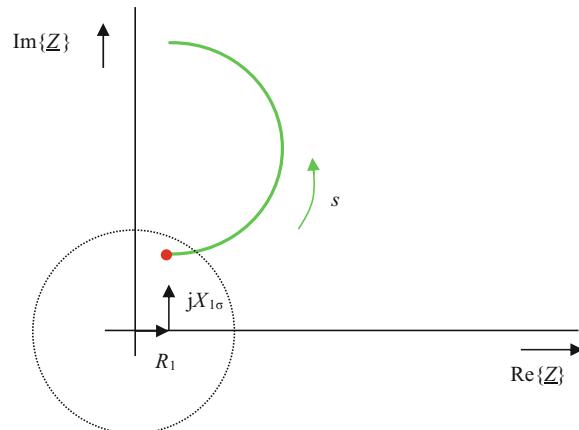
**Abb. 4.20** Ortskurve einer Spule und eines variablen Widerstands



**Abb. 4.21** Ortskurve wie zuvor mit parallel geschalteter Spule



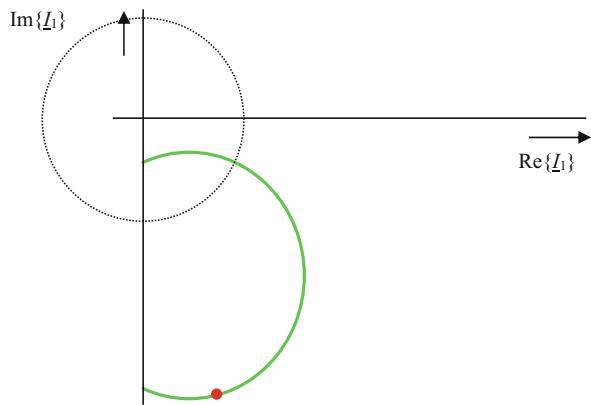
**Abb. 4.22** Spiegelung in die Z-Ebene



$$\underline{Y} = \frac{1}{\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}} + \frac{1}{jX_h} \quad (4.39)$$

Nun vollzieht man die Reihenschaltung von  $R_1$  und  $X_{1\sigma}$ , was man durch Addition am einfachsten in der Impedanzebene (Abb. 4.22) vornehmen kann (also transformiert man Abb. 4.21 zunächst von der  $Y$ - in die  $Z$ -Ebene).

**Abb. 4.23** Transformation in die Admittanzebene



$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\frac{1}{\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}}} + R_1 + jX_{1\sigma} \quad (4.40)$$

Um den Eingangsleitwert  $Y_1$  zu erhalten, muss man noch einmal in die Admittanzebene (Abb. 4.23) transformieren. Damit erhält man auch die Ortskurve des Eingangsstroms  $I_1$ , weil

$$\underline{I}_1 = U_1 \underline{Y}_1$$

und  $U_1$  eine konstante reelle Größe ist.

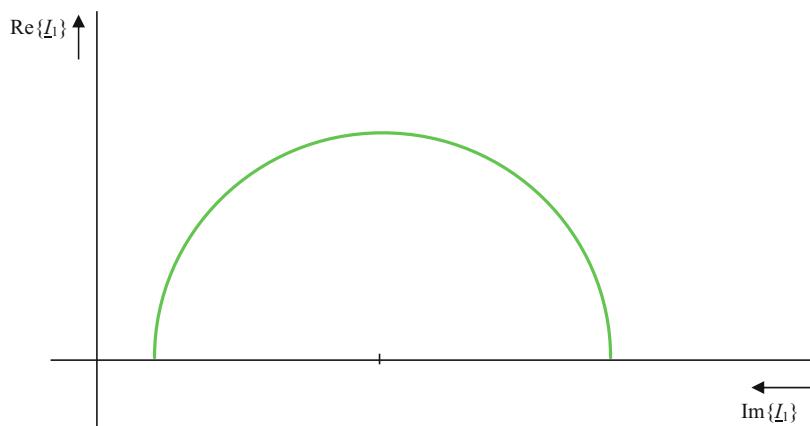
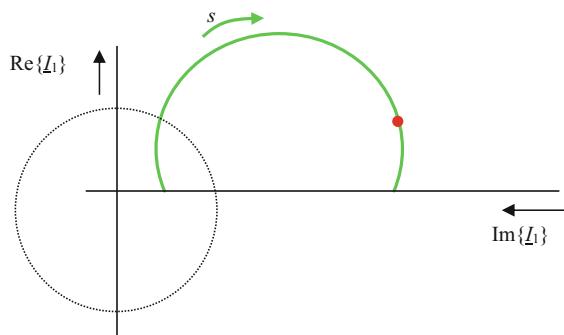
$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}}} + R_1 + jX_{1\sigma}} \quad (4.41)$$

Die Elektromaschinenbauer verwenden gerne eine Ortskurve des Ständerstromes derart, dass der Graph im 1. Quadranten dargestellt wird. Dies erreicht man durch eine Drehung des Koordinatensystems um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn (Abb. 4.24).

In vielen Fällen kann man den Widerstand der Ständerwicklung  $R_1$  und die primäre Streuinduktivität  $X_{1\sigma}$  vernachlässigen. Dann ergibt sich eine halbkreisförmige Ortskurve mit dem Mittelpunkt auf der imaginären Achse (Abb. 4.25):

$$\underline{I}_1 = \frac{U_1}{\frac{1}{\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}}} \cdot \underline{1} \quad (4.42)$$

**Abb. 4.24** Drehung des Koordinatensystems um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn



**Abb. 4.25** Vereinfachung durch Vernachlässigung der Ständerverluste

Die Formel für den komplexen Eingangsstrom  $I_1$  lässt sich vereinfachen zu

$$I_1 = U_1 \left( \frac{1}{\frac{R'_2}{s} + jX'_{2\sigma}} + \frac{1}{jX_h} \right). \quad (4.43)$$

### 4.6.3 Betriebszustände der Asynchronmaschine

(Ständerwiderstand und Streuinduktivität  $X_{1\sigma}$  vernachlässigt)

- Leerlauf der Asynchronmaschine  $s = 0$  ( $n$  = synchrone Drehzahl)

$$\underline{I}_l = \frac{U_1}{jX_h} = \underline{I}_0, \quad (4.44)$$

- Anlauf der Asynchronmaschine  $s = 1$  ( $n = 0$ )

$$\underline{I}_l = U_1 \left( \frac{1}{R'_2 + jX'_{2\sigma}} + \frac{1}{jX_h} \right) = \underline{I}_A. \quad (4.45)$$

Die Maschine verhält sich wie ein kurzgeschlossener Transformator. Einen Asynchronmotor sollte man nur kurzzeitig im Anlauf bzw. im Stillstand betreiben, wegen des hohen Anlaufstroms werden die Wicklungen heiß.

- Ideeller Kurzschluss der Maschine  $s = \infty$  ( $n = -\infty$ )

Dieser Punkt wird praktisch nie erreicht, er ist aber ein markanter Punkt der Ortskurve.

$$\underline{I}_l = U_1 \left( \frac{1}{jX'_{2\sigma}} + \frac{1}{jX_h} \right) \quad (4.46)$$

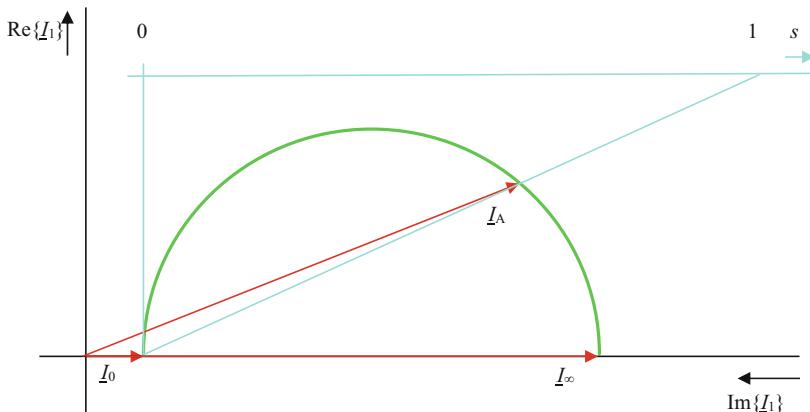
$$\underline{I}_l = -jU_1 \left( \frac{X'_{2\sigma} + X_h}{X'_{2\sigma} \cdot X_h} \right) = \underline{I}_\infty \quad (4.47)$$

Die Parametrierung der Ortskurve mit dem Schlupf gelingt zeichnerisch über die Schlupfgerade. Die Schlupfgerade ist eine Parallele zur Strecke  $I_0 I_\infty$ .

Die Schlupfgerade wird linear geteilt (Abb. 4.26).

Den Nullpunkt findet man als Schnittpunkt mit einer Senkrechten im Punkt  $I_0$ .

Den Punkt  $s = 1$  findet man als Schnittpunkt mit dem Strahl von  $I_0$  durch  $I_A$ .



**Abb. 4.26** Ortskurve mit Schlupfgerade

### 4.6.3.1 Der optimale Betriebspunkt der Asynchronmaschine

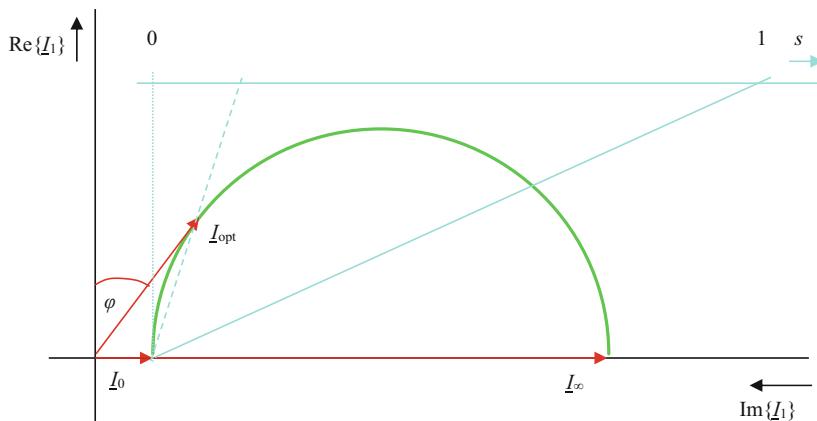
Der Wirkungsgrad der Asynchronmaschine ist am größten, wenn der  $\cos\varphi$  des Ständerstroms maximal wird. Das ist der Fall, wenn der Winkel  $\varphi$  möglichst klein ist. Den kleinsten Winkel  $\varphi$  findet man, wenn man die Tangente an die Ortskurve legt (Abb. 4.27).

Den dazugehörigen Schlupf findet man über den Strahl von  $I_0$  durch  $I_{\text{opt}}$ .

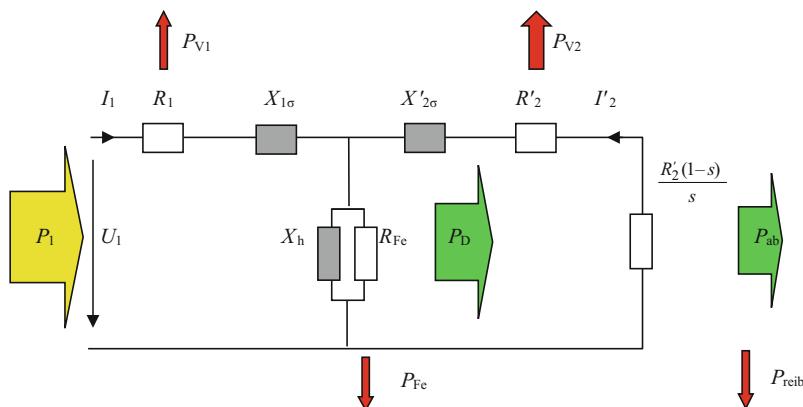
### 4.6.4 Drehmoment und Leistung der Asynchronmaschine

Das Drehmoment der AM berechnet sich aus der Leistung, die im Luftspalt aus den Energiedifferenzen des Läufer- und Ständerfeldes entsteht (siehe 4.3). Diese Leistung nennt man die Luftspalt- oder Drehfeldleistung  $P_D$ , sie ist eine reine Wirkleistung.

Den gesamten Wirkleistungsfluss der AM entnimmt man der Abb. 4.28.



**Abb. 4.27** Tangente an den Heylandkreis liefert den optimalen Betriebspunkt



**Abb. 4.28** Leistungsfluss in der Asynchronmaschine

Mit  $P_1$  = eingespeiste elektrische Wirkleistung,  
 $P_{V1}$  = ohmsche Verluste in der Ständerwicklung,  
 $P_{Fe}$  = Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverluste im Eisen,  
 $P_D$  = Luftspaltleistung,  
 $P_{V2}$  = ohmsche Verluste in der Läuferwicklung,  
 $P_{reib}$  = Reibungsverluste,  
 $P_{ab}$  = abgegebene mechanische Leistung an der Welle.

Vereinbarungsgemäß gilt für elektrische Maschinen im Motorbetrieb  $P_{ab} = P_N = P_{mech}$ . Die Verluste im Widerstand  $R'_2$  repräsentieren die ohmschen Verluste der Läuferwicklung (wie bei einem Transformator). Im schlupfabhängigen Lastwiderstand  $R'_2(1-s)/s$  wird die abgegebene mechanische Leistung umgesetzt.

Daraus folgt der Wirkungsgrad der Asynchronmaschine im Motorbetrieb zu:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_1} = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_{V1} + P_{V2} + P_{Fe} + P_{reib}}. \quad (4.48)$$

Insgesamt liefert die Luftspaltenergiendifferenz die Leistung  $P_D$ :

$$P_D = 3 \cdot \frac{R'_2}{s} I'^2_2. \quad (4.49)$$

Ein Teil davon sind die ohmschen Verluste in der Läuferwicklung  $P_{V2}$ :

$$P_{V2} = 3 \cdot R'_2 \cdot I'^2_2 = s \cdot P_D. \quad (4.50)$$

Der andere Teil von  $P_D$  liefert die mechanische Leistung  $P_{mech}$  (Rotationsleistung):

$$P_{mech} = 3 \cdot \left( R'_2 \frac{1-s}{s} \right) \cdot I'^2_2 = (1-s) \cdot P_D. \quad (4.51)$$

Vernachlässigt man die ohmschen Verluste in der Ständerwicklung  $P_{V1}$ , die Eisenverluste  $P_{Fe}$  sowie die Reibungsverluste  $P_{reib}$ , so lässt sich der Wirkungsgrad angeben zu:

$$\eta \approx \frac{P_{mech}}{P_D} = 1 - s. \quad (4.52)$$

Unter Vernachlässigung der Verluste gilt somit:

$$P_D = \frac{P_{mech}}{1-s} = P_1. \quad (4.53)$$

Das innere Drehmoment  $M$  berechnet sich aus:

$$M = \frac{P_D}{2\pi \cdot n_1} = \frac{P_1}{2\pi \cdot n_1}, \quad (4.54)$$

ohne Ständerverluste gilt auch  $P_D = P_1$  oder

$$M = \frac{P_{\text{mech}}}{(1-s) \cdot 2\pi \cdot n_1} \quad (4.55)$$

und mit

$$n_1 = \frac{n}{1-s} \quad (4.56)$$

$$M = \frac{(1-s)P_{\text{mech}}}{2\pi \cdot n \cdot (1-s)} = \frac{P_{\text{mech}}}{2\pi \cdot n} \quad (4.57)$$

( $n$  = mechanische Drehzahl).

Die Eingangswirkleistung einer dreiphasigen AM beträgt

$$P_1 = 3U_1 \cdot |I_1| \cos \varphi = 3U_1 \operatorname{Re}\{I_1\} \quad (4.58)$$

vernachlässigt man die Verluste im Ständer sowie die Eisenverluste, so ist  $P_1$  identisch mit  $P_D$ . Dann lässt sich das Drehmoment angeben zu:

$$M = \frac{3U_1 \operatorname{Re}\{I_1\}}{2\pi \cdot n_1} = \text{konst.} \cdot \operatorname{Re}\{I_1\}. \quad (4.59)$$

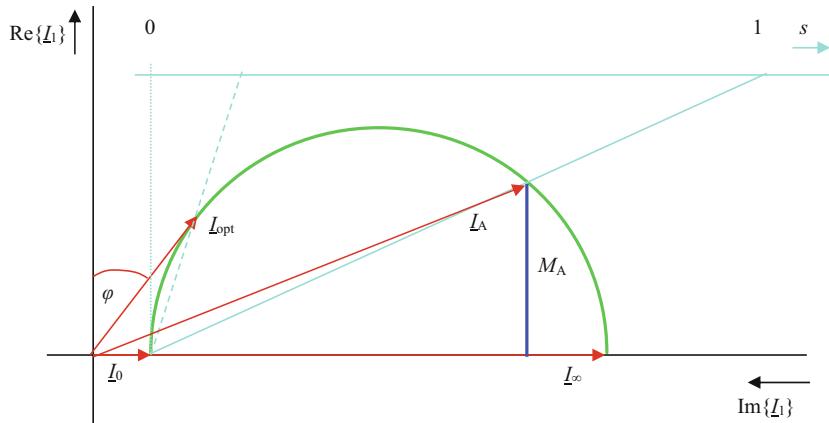
Bei konstanter Klemmenspannung  $U_1$  und Netzfrequenz  $f_1(n_1)$  ist die Wirkleistung und damit auch das Drehmoment direkt proportional zum Realteil des Ständerstroms (Abb. 4.29).

Hat man bei einer AM z. B. das Anlaufdrehmoment gemessen, so kann man dieses proportional zum Realteil des Anlaufstroms in die Ortskurve eintragen und mit einem Drehmomentmaßstab versehen:

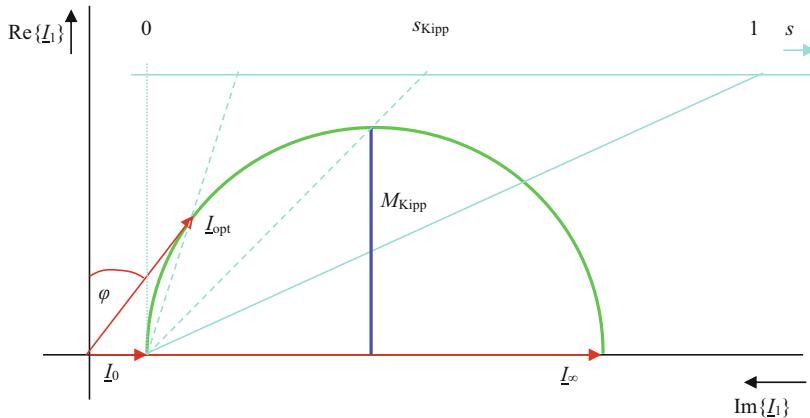
Das maximale Drehmoment findet man am höchsten Punkt der Ortskurve (Abb. 4.30). Das maximale Drehmoment wird auch mit Kippmoment  $M_{\text{Kipp}}$  bezeichnet. Belastet man die AM vom Nennbetrieb (Nähe opt. Betrieb) ausgehend über das Kippmoment hinaus, so kippt die Maschine, d. h., sie kommt zum Stillstand. Den dazu gehörigen Schlupf bezeichnet man als Kippschlupfs<sub>Kipp</sub>.

Im Kippunkt gilt für den Rotorstrom (Abb. 4.31):

$$\operatorname{Re}\{I_R\} = \operatorname{Im}\{I_R\} \quad (\text{und})$$



**Abb. 4.29** Proportionalität von Drehmoment und Wirkstrom  $\text{Re}\{\underline{I}_1\}$

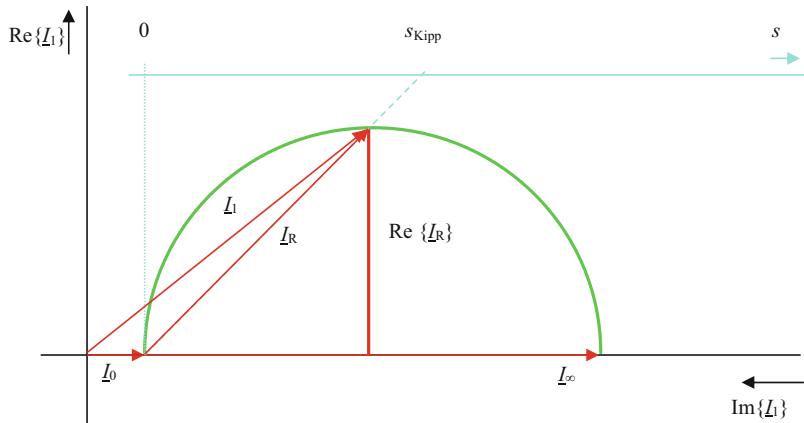


**Abb. 4.30** Das maximale Drehmoment  $M_{\text{Kipp}}$  und der dazugehörige Schlupf  $s_{\text{Kipp}}$

$$I_R = \frac{U_1}{\frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}} + jX'_{2\sigma}} = \frac{U_1}{\left(\frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}}\right)^2 + (X'_{2\sigma})^2} \cdot \left( \frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}} - jX'_{2\sigma} \right) \quad (4.60)$$

daraus folgt

$$\frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}} = X'_{2\sigma} \quad (4.61)$$



**Abb. 4.31** Rotorstrom im Kippunkt

$$s_{\text{kipp}} = \frac{R'_2}{X'_{2\sigma}} \quad (4.62)$$

unter der Vernachlässigung von  $R_1$  gilt:

$$\text{Re}\{\underline{I}_L\} = \text{Re}\{\underline{I}_R\}. \quad (4.63)$$

Das Drehmoment kann man dann auch mit dem Realteil des Rotorstroms allgemein angeben zu:

$$M = \text{konst. } \text{Re}\{\underline{I}_R\} = \text{konst. } \frac{U_1}{\left(\frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X'_{2\sigma})^2} \cdot \left(\frac{R'_2}{s}\right). \quad (4.64)$$

Das Drehmoment kann man auch beziehen auf das maximale Drehmoment  $M_{\text{kipp}}$ :

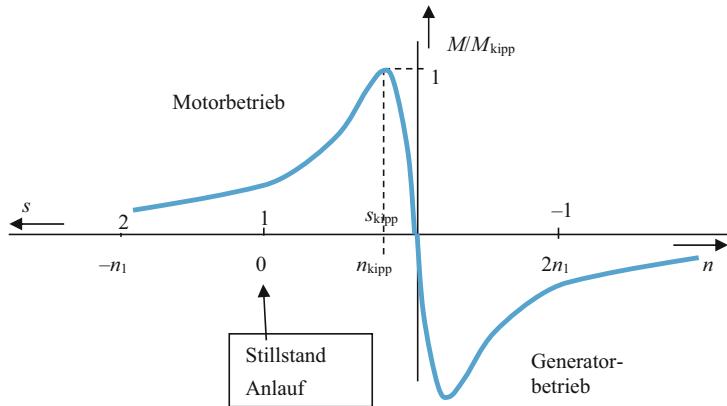
$$\begin{aligned} \frac{M}{M_{\text{kipp}}} &= \frac{\frac{R'_2}{s} \left( \frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}^2} + X'_{2\sigma}^2 \right)}{\left( \frac{R'_2}{s^2} + X'_{2\sigma}^2 \right) \frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}}} = \frac{s_{\text{kipp}}}{s} \frac{\left( \frac{R'_2}{s_{\text{kipp}}^2} + X'_{2\sigma}^2 \right)}{\left( \frac{R'_2}{s^2} + X'_{2\sigma}^2 \right)} = \frac{s}{s_{\text{kipp}}} \frac{R'_2}{R'_2} \frac{R'_2 + s_{\text{kipp}}^2 X'_{2\sigma}^2}{R'_2 + s^2 X'_{2\sigma}^2}, \\ \frac{M}{M_{\text{kipp}}} &= \frac{s}{s_{\text{kipp}}} \frac{s_{\text{kipp}}^2 + s_{\text{kipp}}^2}{s_{\text{kipp}}^2 + s^2} \end{aligned} \quad (4.65)$$

daraus folgt die Kloß'sche Formel

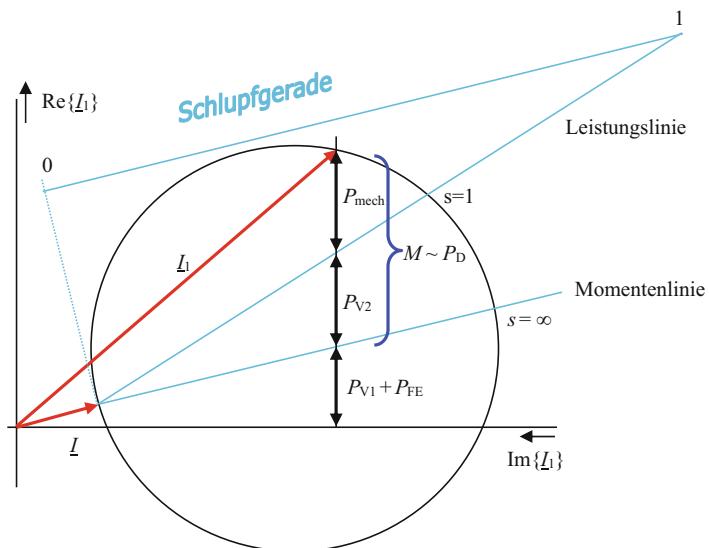
$$\frac{M}{M_{\text{kipp}}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{\text{kipp}}} + \frac{s_{\text{kipp}}}{s}}. \quad (4.66)$$

Der Zusammenhang zwischen Drehmoment und Schlupf bzw. Drehmoment über Drehzahl lässt sich somit auch grafisch darstellen (Abb. 4.32).

Für den allgemeinen Fall, d. h. unter Berücksichtigung aller Verluste, lassen sich die Leistungsverhältnisse auch im Heylandkreis darstellen (Abb. 4.33).



**Abb. 4.32** Die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie der Asynchronmaschine



**Abb. 4.33** Leistungs- und Momentenlinie im Heylandkreis

Die Eisenverluste  $P_{Fe}$  können nahezu vollständig dem Ständer zugeordnet werden, da im Nennbereich die Läuferfrequenz ( $f_R = s_N f_1$ ) sehr niedrig ist.

Die Ständerverlustleistung  $P_{V1}$ , verursacht durch  $R_1$ , kann in Summe mit den Eisenverlusten  $P_{Fe}$  zwischen der imaginären Achse und der Momentenlinie (Verbindungslinie zwischen  $I_0$  und  $I_\infty$ ) abgegriffen werden.

Die Verlustleistung im Rotor  $P_{V2}$  kann zwischen der Momentenlinie und der Leistungsline (Verbindungslinie zwischen  $I_0$  und  $I_A$  ( $s = 1$ )) abgegriffen werden. Man erkennt, dass im synchronen Leerlauf ( $s = 0$ )  $P_{V2}$  Null wird.

Die Strecke zwischen Leistungsline und Heylandkreis stellt die abgegebene mechanische Leistung  $P_{mech}$  dar (inklusive Reibungsverluste). Diese ist sowohl für  $s = 1$  (Anlauf) wie für  $s = 0$  (synchrone Lauf) Null.

#### 4.6.5 Drehzahlstellung der Asynchronmaschine

Für die synchrone Drehzahl  $n_1$  von Synchron- und Asynchronmaschine besteht die Möglichkeit, die Drehzahl über die Polpaarzahl oder die Eingangsfrequenz  $f_1$  der speisenden Spannung zu beeinflussen (Gl. 4.23).

Die Polpaarzahl ist durch die Bauart der Maschine vorgegeben. In speziellen Fällen verwendet man Schalter zur Polpaarzahlumschaltung (Dahlanderschaltung) (Abb. 4.34).

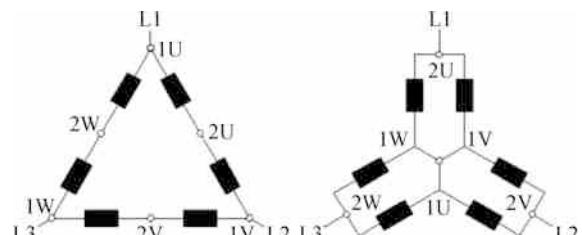
Will man die Drehzahl variabel ändern können, bleibt zur Beeinflussung der Drehzahl nur die Änderung der Frequenz  $f_1$ .

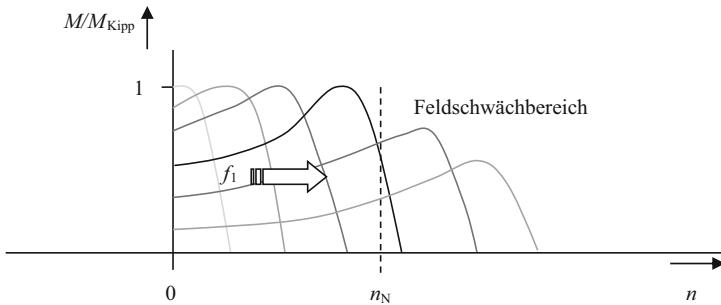
In KFZ-Bordnetzen hat man als Energiequelle eine Gleichspannungsquelle, aus der man (dreiphasige) Wechselspannung erzeugen muss. Dabei ist es gerade für die Asynchronmaschine vorteilhaft mit veränderlichen Frequenzen zu arbeiten, weil man dann auch mit maximalem Moment anfahren kann. Der prinzipielle Drehmoment-Drehzahlverlauf ist durch Gl. 4.66 bzw. Abb. 4.32 gegeben.

Wenn wir uns auf den Motorbetrieb zwischen  $n = 0$  und  $n = n_1$  (synchrone Drehzahl) beschränken und  $f_1$  als Parameter variieren, erhält man folgendes Diagramm (siehe Abb. 4.35).

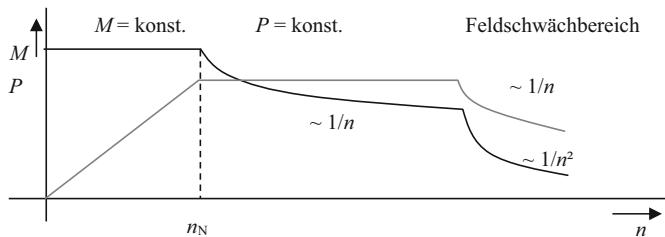
Bei niedrigen Drehzahlen und kleinem  $f_1$  muss man auch die Höhe der Eingangsspannung herunterregeln, weil  $\omega L_H$  sehr klein wird, würde sonst der Eingangsstrom bzw. das Drehmoment zu groß werden.

**Abb. 4.34** Prinzip der Dahlanderschaltung zur Halbierung der Polpaarzahl, um zwischen zwei Drehzahlen umschalten zu können. (<http://de.wikipedia.org>)





**Abb. 4.35** Frequenzabhängigkeit der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie



**Abb. 4.36** Betriebsgrenzen einer Asynchronmaschine

In einem mittleren Drehzahlbereich kann man die Maschine mit konst. Leistung  $P_N$  fahren (Leistungsgrenze ist die Erwärmung der Maschine). Dabei gilt dann  $M \sim 1/n$ .

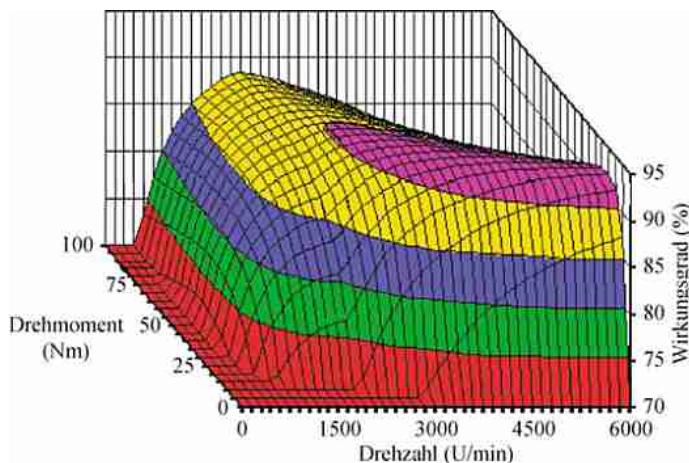
Bei hohen Drehzahlen und hoher  $f_1$  müsste man die Eingangsspannung über die Nennspannung anheben, was aus Isolationsgründen nicht zulässig ist, hier nimmt die Leistung  $P \sim 1/n$  ab und das Drehmoment  $M \sim 1/n^2$  ab. Diesen Bereich nennt man auch Feldschwächbereich.

Die Abb. 4.36 gibt die Betriebsgrenzen der frequenzgeregelten Asynchronmaschine wieder.

Insgesamt erzielt man einen weiten Drehzahlbereich mit hohen Drehmomenten und sehr guten Wirkungsgraden (siehe Abb. 4.37).

Der Bereich  $P = \text{konst.}$  in Abb. 4.36 ist begrenzt durch die maximal zulässige Erwärmung der Maschine. Um möglichst hohe Temperaturen fahren zu können, müssen die Spulendrähte mit einem hochwertigen Lack isoliert werden, z. B. auf Polyimidbasis (Betriebstemperatur bis 252 °C).

Beim Einsatz im PKW kann man für einige Sekunden auch mit doppelter Nennleistung fahren, weil die Maschine über eine entsprechende Wärmekapazität verfügt. Hat man beispielsweise in einem Hybridfahrzeug eine Asynchronmaschine mit einer Nennleistung  $P_N = 50 \text{ kW}$  integriert, so kann man für einen Überholvorgang, der in der Regel nach 10 s



**Abb. 4.37** Wirkungsgradfeld einer 4-poligen streuarmen 3 kW-Asynchronmaschine mit einem Frequenzumrichter zwischen 0 und 200 Hz (Weinberg 1997)

abgeschlossen ist, den Motor mit 100 kW betreiben. Das bedeutet zusätzliche aktive Sicherheit.

#### 4.6.5.1 Wechselrichter

Die Regelung von elektrischen Maschinen ist in den letzten Jahren erst durch den Einsatz von leistungsfähigen und kostengünstigen Halbleiterbauelementen möglich geworden. Im Kilowatt-Leistungsbereich bei Spannungen bis einige 100 Volt kommen MOSFETs (Metal Semiconductor Field Effect Transistor) zum Einsatz. Für höhere Spannungen und Leistungen im 1000-kW-Bereich verwendet man IGBTs (Insulated Gate Bipolar Transistor).

Der prinzipielle Aufbau eines dreiphasigen Wechselrichters ist in Abb. 4.38 dargestellt.

Zur Erzeugung von 50 Hz-Drehstrom müssen die MOSFET-Schalter wie folgt bedient werden (Abb. 4.39):

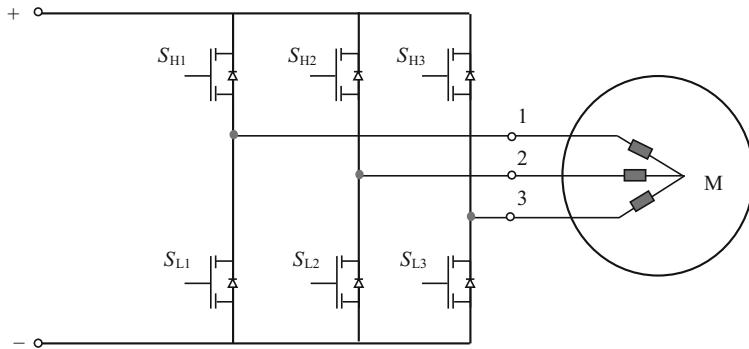
Für die Phase 1 muss man im 10 ms-Abstand den Highside-Schalter  $S_{H1}$  öffnen und schließen bzw. jeweils 10 ms später (phasenverschoben) den Lowside-Schalter  $S_{L1}$  öffnen und schließen.

Eine Phasenverschiebung von  $120^\circ$  bedeutet bei 50 Hz eine Zeitverschiebung von 6,67 ms.

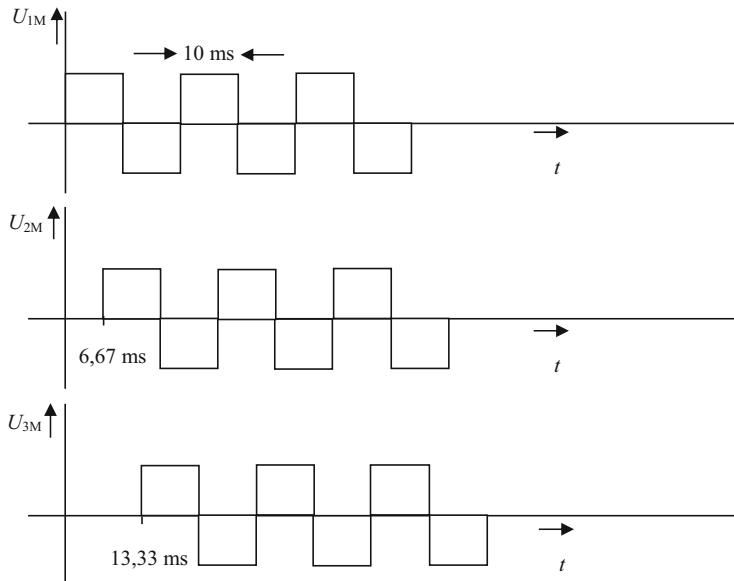
Für die zweite Phase öffnet und schließt man die Schalter  $S_{H2}$  und  $S_{L2}$  wieder im 10 ms-Abstand jedoch mit einer Zeitverschiebung von 6,67 ms gegenüber Phase 1.

Für die dritte Phase öffnet und schließt man die Schalter  $S_{H3}$  und  $S_{L3}$  ebenfalls im 10 ms-Raster mit einer Zeitverschiebung von 13,33 ms (entsprechend  $240^\circ$ ).

An den Punkten 1, 2, 3 entstehen dann gegenüber dem Sternpunkt  $M$  rechteckförmigen Spannungen (siehe Abb. 4.39).



**Abb. 4.38** Dreiphasen-Wechselrichterbrücke

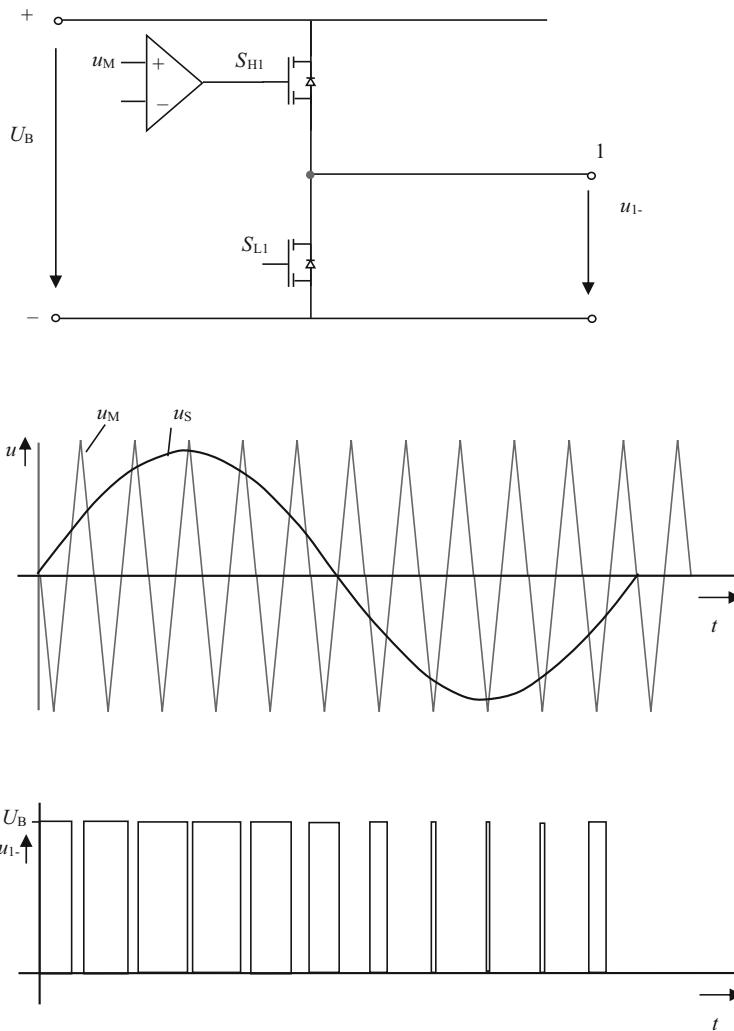


**Abb. 4.39** Phasenlage der rechteckförmigen Wechselspannungen  $U_{iM}$

#### 4.6.5.2 Pulsgesteuerter Wechselrichter

Den Oberwellengehalt der rechteckförmigen Spannungen des so erzeugten 3-phasigen Drehstroms kann man bezüglich der Effektivität der Maschine durch eine Pulsweitenmodulation (PWM) optimieren. Insbesondere sind die ungeradzahligen Oberwellen unerwünscht.

Ein Verfahren zur optimierten PWM gelingt mit Hilfe der Modulation durch eine höherfrequente sägezahnförmige Modulationsspannung  $u_M$  (Abb. 4.40) mit konstanter Amplitude und einer sinusförmigen Steuerspannung  $u_S$  veränderlicher Frequenz und

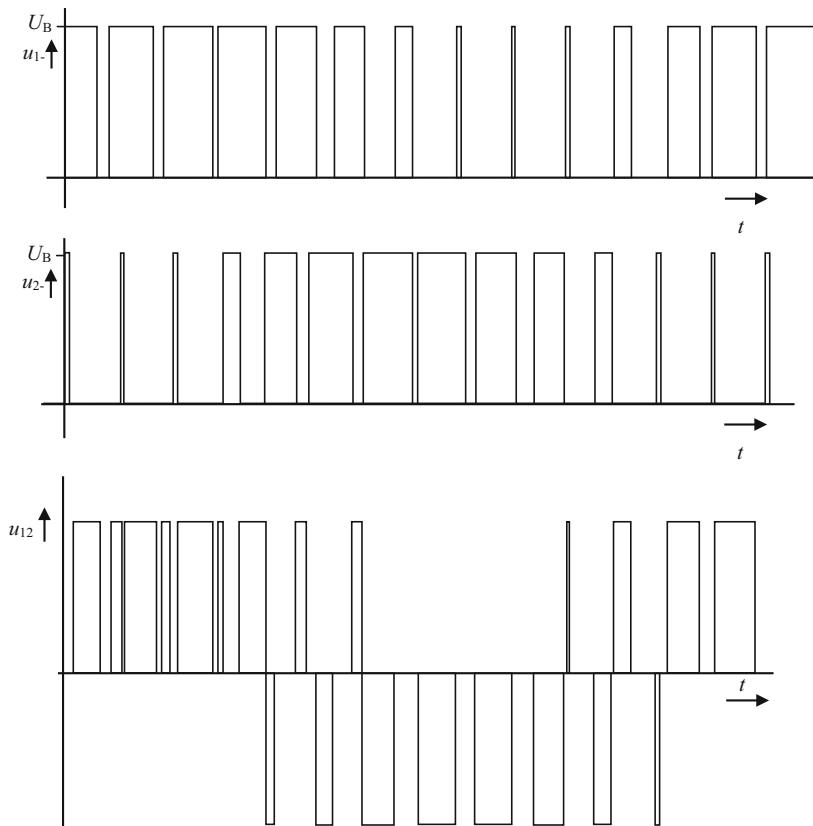


**Abb. 4.40** Erzeugung der pulsweitenmodulierten (PWM) Spannung

veränderlicher Amplitude. (Die Spannungen  $u_M$  und  $u_S$  werden auf den Minuspol der Batterie bezogen).

Immer dann wenn  $u_M > u_S$ , erzeugt der Komparator eine Spannung zum Öffnen von  $S_{H1}$ .

Die Spannung an Punkt 1 bezogen auf Batterieminus (-) ist ein periodisches Pulsmuster mit einem Gleichanteil. Wiederholt man die Betrachtung für Punkt 2 und 3, erhält man drei gleiche um  $120^\circ$  phasenverschobene Pulsmuster.



**Abb. 4.41** Entstehung der verketteten Spannung aus der Differenz zweier Sternspannungen

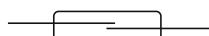
Bildet man die Differenzspannung zwischen zwei Phasenanschlussklemmen, so erhält man wieder eine symmetrische pulsweitenmodulierte Wechselspannung. In Abb. 4.41 wird die Differenzspannung  $u_{12} = (u_{1-}) - (u_{2-})$  dargestellt.

Die Spannungen an den Klemmen  $u_{12}, u_{23}, u_{31}$  bilden wieder ein symmetrisches Dreiphasensystem mit optimiertem Oberschwingungsgehalt (was man durch eine Fourieranalyse nachweisen kann).

## 4.6.6 Übungsaufgaben zur Asynchronmaschine

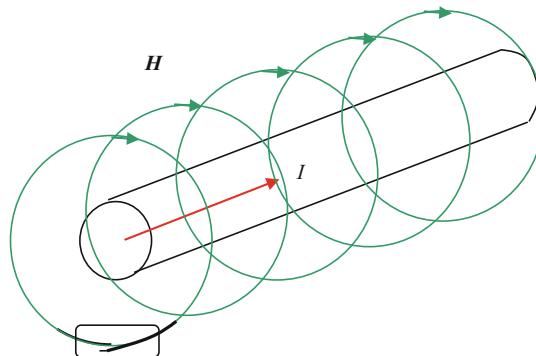
### Aufgabe 4.1

Ein Reedkontakt ist ein magnetischer Schalter. Er besteht aus zwei ferromagnetischen Metallzungen, die sich in einem gasdichten Glasröhren befinden.



Werden die Kontakte von einem Magnetfeld  $H$  durchsetzt, schließen diese, wenn die Kraft aus dem Magnetfeld größer ist als die Federkraft der Metallzungen.

Ermitteln sie die Kraft mit der die ferromagnetischen Zungen eines Reedkontakte im homogenen Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters zusammengezogen werden.



Zur Vereinfachung wird angenommen dass die Kontakte radial in Richtung der Magnetfeldlinien verlaufen.

### Aufgabe 4.2

Von einer Asynchronmaschine ist die Ortskurve des Ständerstromes gegeben. (Verluste durch die Ständerwicklung und Reibungsverluste sind zu vernachlässigen).

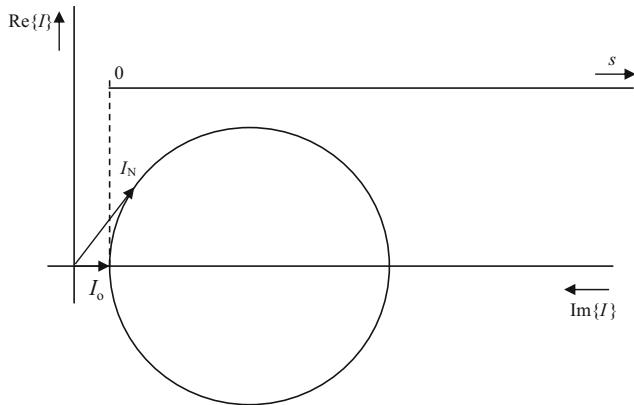
Maschinendaten:

$$m = 3, \quad p = 2, \quad U_N = 400 \text{ V}.$$

Gemessen wurde:

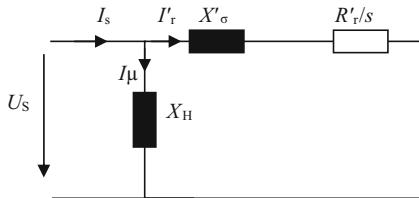
|                |                      |                               |
|----------------|----------------------|-------------------------------|
| im Leerlauf    | $I_0 = 10 \text{ A}$ | $n_0 = 1500 \text{ min}^{-1}$ |
| im Nennbetrieb | $I_N = 30 \text{ A}$ | $n_N = 1350 \text{ min}^{-1}$ |

- a) Wie groß ist der Realteil des Ständerstroms im Nennbetrieb?
- b) Wie groß ist die Eingangswirkleistung  $P_1$ ?
- c) Wie groß ist das innere Drehmoment  $M_i$ ?
- d) Der Wirkungsgrad beträgt 90 %, wie groß ist das Nennmoment  $M_N$ ?



### Aufgabe 4.3

Von einer Asynchronmaschine ist ein vereinfachtes Ersatzschaltbild gegeben:

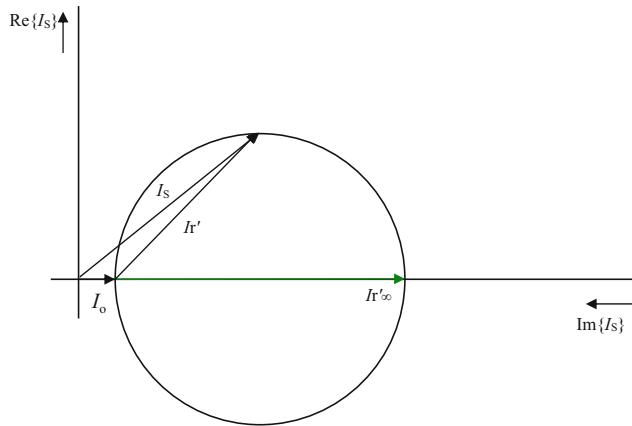


Gegeben sind:

$$U_s = 380 \text{ V}, f_s = 50 \text{ Hz}, n_N = 1460 \text{ min}^{-1}, \\ p = 2, X_H = 78,87 \Omega, X'_\sigma = 4,685 \Omega, R'_r = 0,73 \Omega$$

Gesucht sind:

- die synchrone Drehzahl  $n_0$ ,
- der Nennschlupf  $s_N$ ,
- der Kippschlupf  $s_K$ ,
- der ideelle Rotorkurzschlussstrom  $I_{r'\infty}$ ,
- der Nennstrom im Läufer  $I_{rN'}$  bezogen auf den Strom  $I_{r'\infty}$ ,
- der Anlaufstrom im Läufer  $I_{rA'}$  bezogen auf den Strom  $I_{r'\infty}$ .

**Aufgabe 4.4**

Ein vierpoliger Dreiphasen-Asynchronmotor für 220 V, 50 Hz mit den Nenndaten:

$$\cos \varphi_N = 0,84 \quad \text{und} \quad P_{1N} = 5,5 \text{ kW}$$

zeigt im Leerlauf die Kenngrößen:  $I_{10} = 5,4 \text{ A}$ ,  $P_0 = 350 \text{ W}$

und im Kurzschlussversuch (blockierter Läufer)  $I_K = 68 \text{ A}$ ,  $P_K = 20 \text{ KW}$

Die Wicklungen sind in Sternschaltung ausgeführt.

Konstruieren Sie das Kreisdiagramm des Ständerstroms und ermitteln Sie

$$M_{\text{Kipp}}, \quad s_{\text{Kipp}}, \quad M_N, \quad M_{\text{Anlauf}}.$$

**Aufgabe 4.5**

Gegeben sei ein Asynchronmotor, bei dem die Verluste und Streufelder auf der Ständerseite zu vernachlässigen sind.

Die vierpolige Maschine ( $p = 2$ ) ist an einem 3-Phasen-Drehstromnetz mit

$$U = 40 \text{ V}/50 \text{ Hz}$$

angeschlossen.

Der Realteil des Ständerstroms wird maximal 100 A bei einer Drehzahl von  $787,5 \text{ min}^{-1}$ .

- Wie groß ist der Kippschlupf  $s_{\text{Kipp}}$ ?
- Berechne die Wirkleistung  $P_{\text{Kipp}}$  des Motors im Kippunkt.
- Berechne das Kippdrehmoment  $M_{\text{Kipp}}$ .
- Wie groß ist das Anlaufdrehmoment  $M_A$ ?
- Im Nennbetrieb beträgt die Drehzahl  $1400 \text{ min}^{-1}$ . Wie groß ist das Nenndrehmoment?

### Aufgabe 4.6

Ein 6-poliger Asynchronmotor wird zunächst am 50 Hz-Netz im Leerlauf betrieben. Dann wird schrittweise das Lastmoment erhöht. Bei  $500 \text{ min}^{-1}$  „kippt“ die Maschine, dabei beträgt das Drehmoment 500 Nm. Verluste im Ständer sind zu vernachlässigen.

- Wie groß ist die synchrone Leerlaufdrehzahl?
- Wie groß ist das Drehmoment beim Anlauf?
- Im Nennbetrieb beträgt die Drehzahl  $900 \text{ min}^{-1}$ . Wie groß ist das Nenndrehmoment?
- Wie groß ist der Wirkungsgrad der Maschine (im Nennbetrieb), wenn die aufgenommene Wirkleistung 22 kW beträgt?

### Aufgabe 4.7

Von einer Asynchronmaschine ist die Ortskurve des Ständerstromes gegeben.

(Verluste durch die Ständerwicklung und Reibungsverluste sind zu vernachlässigen).

Maschinendaten:

$$m = 3, \quad p = 2, \quad U_N = 380 \text{ V}.$$

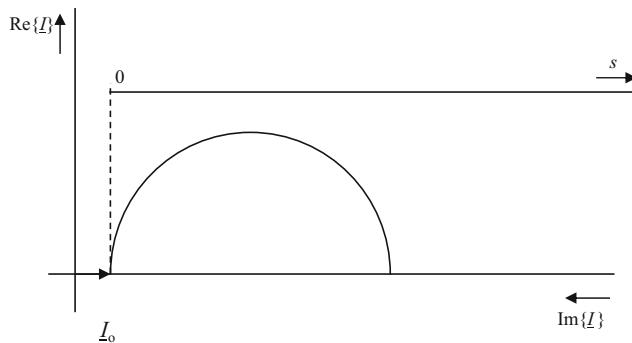
Gemessen wurde:

$$\text{im Leerlauf, } I_0 = 10 \text{ A}, \quad n_0 = 1500 \text{ min}^{-1}.$$

Der Nennbetrieb wird so gewählt, dass der  $\cos\varphi$  des Ständerstroms  $I_N$  optimal ist.

Die Nenndrehzahl beträgt  $n_N = 1350 \text{ min}^{-1}$ .

- Wie groß ist der Realteil des Ständerstroms im Nennbetrieb?
- Wie groß ist die aufgenommene Wirkleistung  $P_1$  im Nennbetrieb?
- Wie groß ist der Anlaufstrom  $I_A$ ?
- Wie groß ist der Kippschlupf  $s_{\text{Kipp}}$ ?

**Aufgabe 4.8**

Von einer Asynchronmaschine ist die Ortskurve des Ständerstromes gegeben.

(Verluste durch die Ständerwicklung und Reibungsverluste sind zu vernachlässigen.)  
Maschinendaten:

$$m = 3, \quad p = 1, \quad U_N = 400 \text{ V}.$$

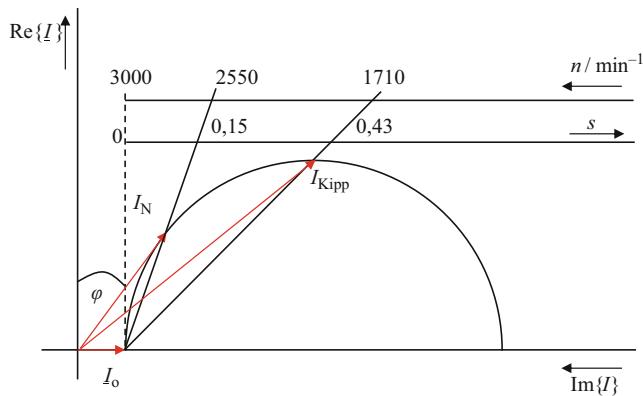
Gemessen wurde:

$$\text{im Leerlauf, } I_0 = 10 \text{ A, } n_0 = 3000 \text{ min}^{-1}.$$

Der Nennbetrieb wird so gewählt, dass der  $\cos\varphi$  des Ständerstroms  $I_N$  optimal ist.

Der Nennschlupf beträgt  $s_N = 0,15$ .

- Wie groß ist der Betrag des Ständerstroms im Nennbetrieb und wie groß der  $\cos\varphi$ ?
- Wie groß ist die aufgenommene Wirkleistung  $P_1$  im Nennbetrieb?
- Wie groß ist der Strom  $I_{Kipp}$  im Kippunkt der Maschine?
- Wie groß ist die Nenndrehzahl  $n_N$  und wie groß ist die Drehzahl  $n_{Kipp}$ , wenn die Maschine „kippt“?



### Aufgabe 4.9

Bei einem 4-poligen Asynchronmotor wird im Nennbetrieb am 50 Hz-Netz ein Strom von 35 A bei einem  $\cos \varphi = 0,8$  gemessen.

Beim Anlauf der Maschine wird ein Drehmoment von  $M_A = 300 \text{ Nm}$  gemessen, dabei beträgt der Strom  $I_A = 120 \text{ A}$  mit einem Phasenwinkel von  $\varphi_A = 60^\circ$ .

Verluste im Ständer sind zu vernachlässigen.

- Zeichnen Sie die Ortskurve des Ständerstroms und beschreiben Sie die einzelnen Schritte der Konstruktion.
- Tragen Sie die Schlupfgerade ein und skalieren Sie diese.
- Zeichnen Sie eine weitere y-Achse für das Drehmoment (mit Maßstab in Nm).
- Wie groß sind der Leerlaufstrom  $I_0$  und die Leerlaufdrehzahl  $n_0$ ?
- Wie groß ist die Drehzahl im Nennbetrieb  $n_N$  und wie groß ist das Nenndrehmoment  $M_N$ ?

## 4.7 Die Synchronmaschine

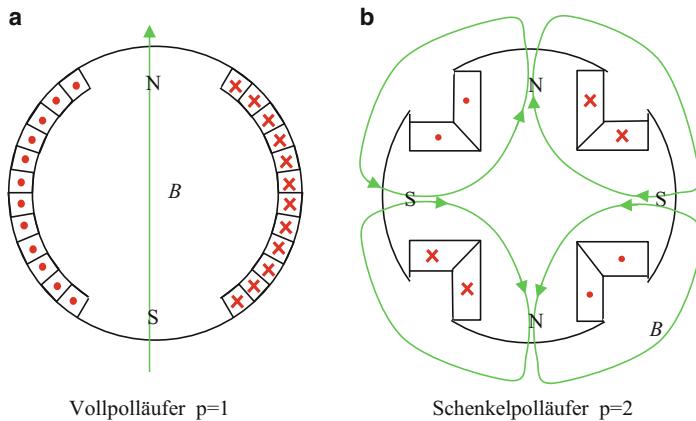
Der Ständer der Synchronmaschine beinhaltet wie bei der Asynchronmaschine eine Drehstromwicklung und ist aus Eisenblechen aufgebaut.

Der Läufer der Synchronmaschine – auch Polrad genannt – besteht aus magnetischen Gleichpolen. Die Gleichpole werden entweder durch Permanentmagnete erzeugt oder durch Spulen, die mit Gleichstrom gespeist werden.

Im stationären Betrieb dreht die Maschine mit der synchronen Drehzahl:

$$n_s = \frac{f_1}{p}. \quad (4.67)$$

$f_1$  ist die Frequenz des Ständerdrehstroms und  $p$  die Polpaarzahl.



**Abb. 4.42** Verschiedene Rotorformen der Synchronmaschine

Man unterscheidet zwischen Vollpolläufer und Schenkelpolläufer (siehe Abb. 4.42).

Der Vollpolläufer kommt bei schnell drehenden Maschinen zum Einsatz.

Der Schenkelpolläufer wird z. B. bei langsam drehenden Wasserkraftgeneratoren verwendet, die einige Meter im Durchmesser besitzen.

#### 4.7.1 Das Ersatzschaltbild der Synchronmaschine

Alle Größen werden auf Ständerfrequenz und Ständerwindungszahl bezogen. Streuungen und Verlustwiderstände im Läufer werden vernachlässigt (Abb. 4.43).

Der Gleichstrom in der Erregerwicklung des Läufers verhält sich vom Ständer aus betrachtet wie eine Wechselspannungsquelle mit der synchronen Frequenz  $f_1$ :

$$\underline{U}_p = jX_e I_e. \quad (4.68)$$

$I_e$  ist der Gleichstrom in der Erregerwicklung.

Der Phasenwinkel zwischen  $U_p$  und  $U_1$  ist der Polradwinkel  $\vartheta$ . Bei einer Maschine mit  $p = 1$  ist er identisch mit dem mechanischen Winkel zwischen der Polachse im Läufer und der Achse der maximalen Erregung im Ständer (Abb. 4.44).

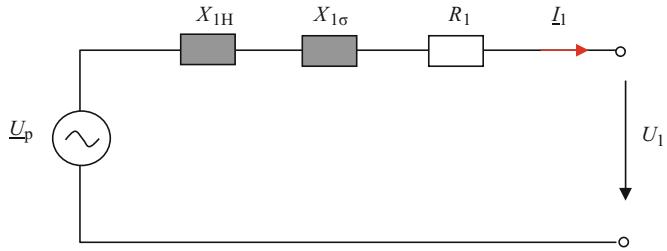
Im Leerlauf gilt:

$$I_1 = 0 \quad U_1 = U_n \quad \theta = 0. \quad (4.69)$$

Im Motorbetrieb wird  $\vartheta$  negativ, das Polrad „hinkt“ nach.

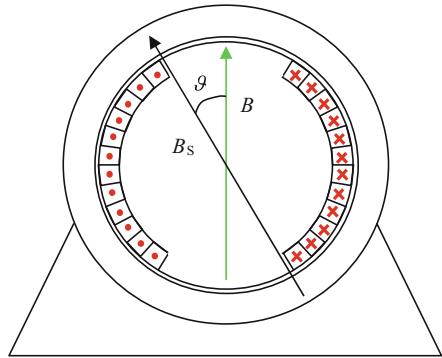
Die Drehzahl ist wie auch im Motorbetrieb die synchrone Drehzahl  $n_1$ .

Im Motorbetrieb liegt  $\vartheta$  zwischen 0 und  $-90^\circ$  für  $\vartheta < -90^\circ$  kippt die Maschine.



**Abb. 4.43** Ersatzschaltbild der Synchronmaschine

**Abb. 4.44** Der Polradwinkel  $\vartheta$  zwischen Ständerdrehfeld  $B_S$  und Rotorgleichfeld  $B$



#### 4.7.2 Betriebszustände der Synchronmaschine

Vernachlässigt man sämtliche Verluste und fasst die Induktivitäten im Ständer zusammen, kommt man zu einem sehr einfachen Ersatzschaltbild (siehe Abb. 4.45).

Aus dem Maschenumlauf folgt:

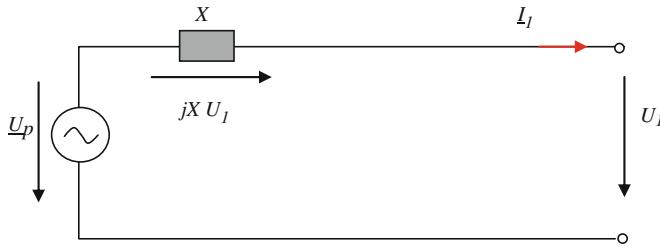
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_p - jX\underline{I}_1, \quad (4.70)$$

$$jX\underline{I}_1 = \underline{U}_p - \underline{U}_1. \quad (4.71)$$

Bei der Erstellung eines Systems komplexer Zeiger darf man einen Zeiger als Bezugssgröße für die Phasenwinkel in Richtung der reellen Achse legen, hier wählen wir  $U_1$  in Richtung der reellen Achse, also  $\underline{U}_1 = U_1$ .

$$U_1 = U_p(\cos \theta + j \sin \theta) - jX\underline{I}_1(\cos \varphi + j \sin \varphi) \quad (4.72)$$

$$\text{Im}\{U_1\} = 0 = U_p \sin \theta - X\underline{I}_1 \cos \varphi \quad (4.73)$$



**Abb. 4.45** Vereinfachtes Ersatzschaltbild der Synchronmaschine

$$U_p \sin \theta = X I_1 \cos \varphi \quad (4.74)$$

$$I_1 = \frac{U_p \sin \theta}{X \cos \varphi} \quad (4.75)$$

Der Winkel  $\varphi$  ist der Phasenwinkel zwischen  $U_1$  und  $I_1$ .

Man unterscheidet bei der Synchronmaschine vier charakteristische Betriebsarten, die man in vier Quadranten verschiedener Zeigerbilder darstellen kann (Abb. 4.46).

Mit Einstellung des Erregerstroms  $I_e$  ( $U_p$ ) lässt sich die Blindleistung regulieren.

Der Wirkleistungsfluss ist bestimmt durch den mechanischen Antrieb oder die mechanische Belastung.

### 4.7.3 Leistung und Drehmoment der Synchronmaschine

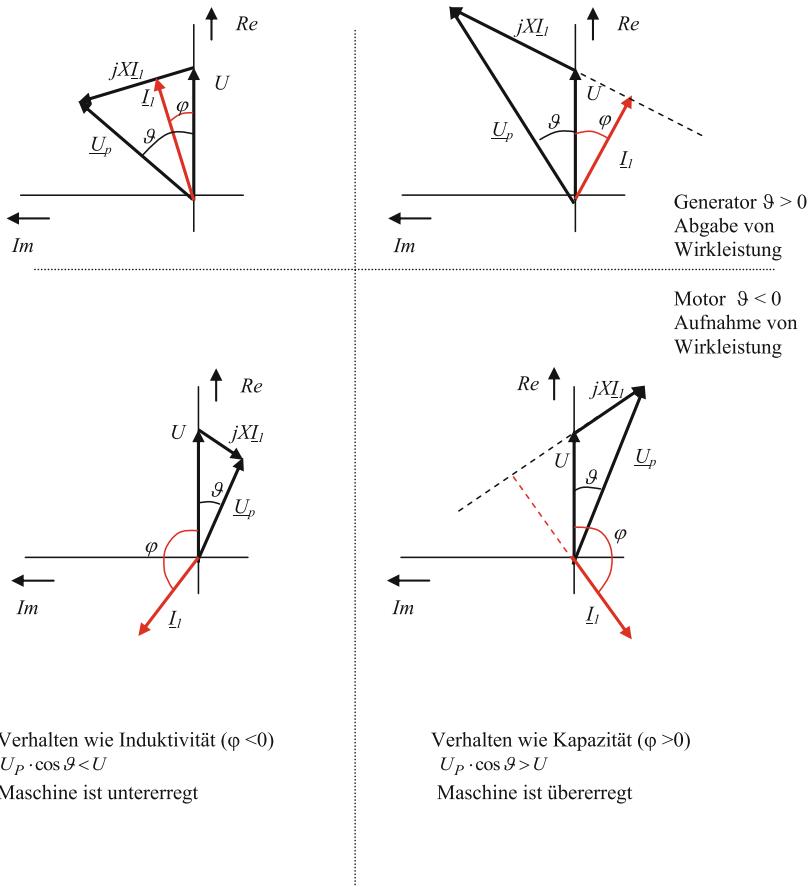
Wie bei der Asynchronmaschine kommt das Drehmoment aus der eingespeisten Wirkleistung. Da wir hier Ständer- und Läuferwiderstände sowie Eisenverluste vernachlässigen, gilt:

$$P = 3 U_1 \cdot I_1 \cos \varphi = 3 U_1 \frac{U_p \sin \theta}{X}. \quad (4.76)$$

Wirkleistung und Drehmoment zeigen eine sinusförmige Abhängigkeit vom Polradwinkel. Das maximale Drehmoment wird für  $|\theta| = 90^\circ$  erreicht. Darüber hinaus kippt die Maschine, also ist das Kippmoment:

$$M_{\text{kipp}} = \frac{3 U_1 U_p}{2\pi \cdot n_1 X}, \quad (4.77)$$

$$M = \frac{P}{2\pi \cdot n_1}. \quad (4.78)$$

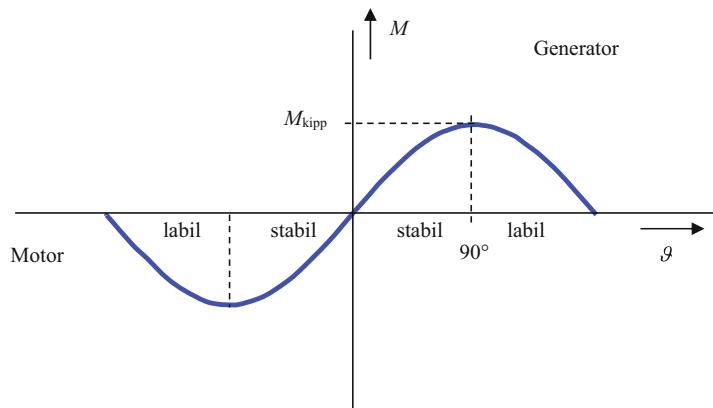


**Abb. 4.46** Vierquadrantenbetrieb der Synchronmaschine

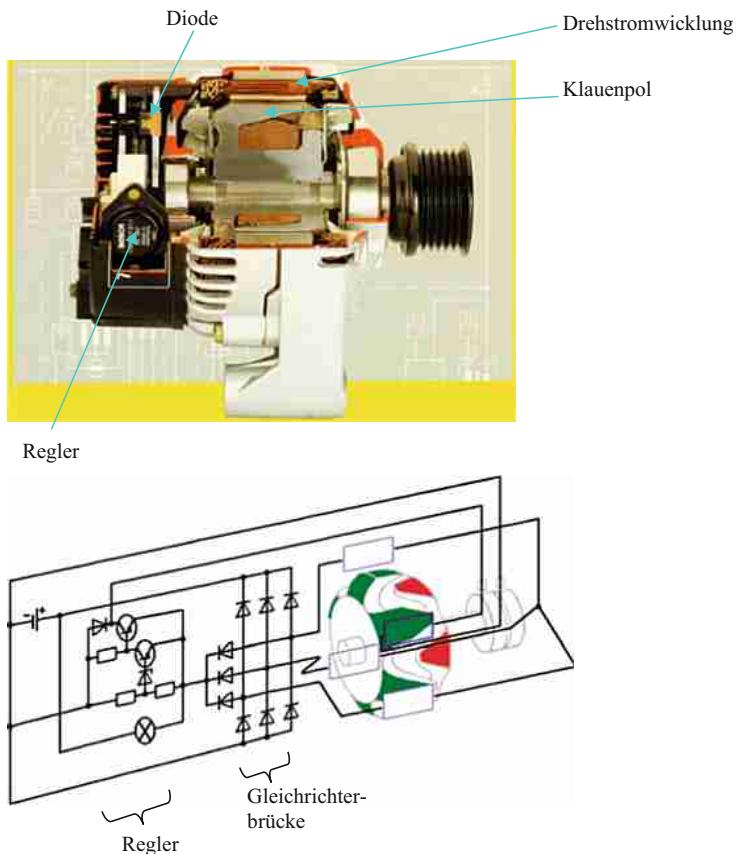
Im Motorbetrieb wird mit zunehmendem Lastmoment der Polradwinkel bis maximal  $90^\circ$  ansteigen, im Generatorbetrieb wird mit zunehmender elektrisch abverlangter Wirkleistung der Polradwinkel bis maximal  $90^\circ$  zunehmen (Abb. 4.47). Darüber hinaus kippt die Maschine.

#### 4.7.4 Klauenpolsynchrongenerator (Lichtmaschine)

Die Drehstrom-Lichtmaschine im PKW ist ein Beispiel für einen Synchrongenerator (Abb. 4.48). Durch die Konstruktion der Pole im Rotor als Klauenpole erhält man eine sehr kompakte Bauform:



**Abb. 4.47** Drehmoment-Polradwinkel-Kennlinie der Synchronmaschine



**Abb. 4.48** Schnitt und Schaltschema eines Klauenpolsynchrongenerator. (Bosch Technische Unterrichtungen 2001. <http://www.kfz-tech.de>)

## 4.8 Die Gleichstrommaschine

### 4.8.1 Generatorbetrieb

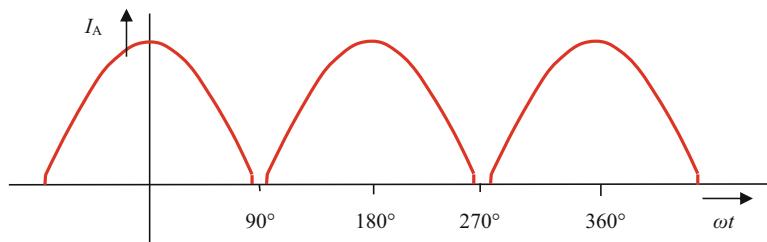
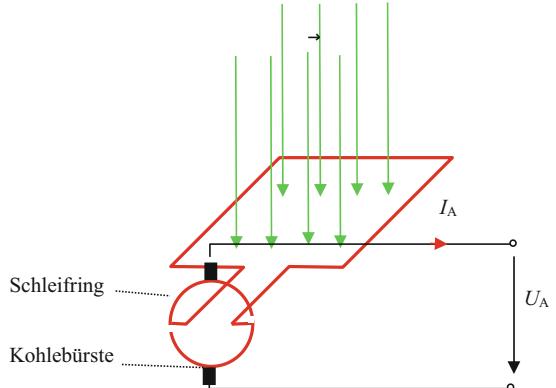
Betrachten wir zunächst eine Spule, die sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in einem konstanten Magnetfeld dreht. In dieser Spule wird dann ein cosinusförmiger Strom (sinusförmige Spannung) induziert (siehe Abb. 4.49).

$$U_A(t) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dB \cdot A(t)}{dt} \quad (4.79)$$

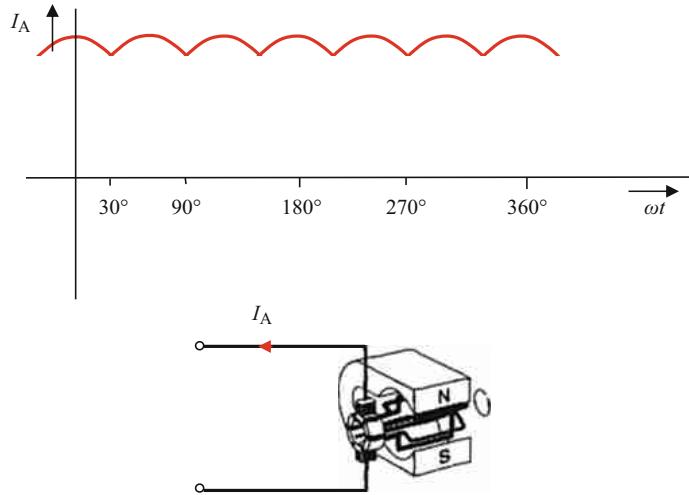
Da man allerdings über die Anordnung der Schleifringe (Kommutatorlamellen) und Kohlebürsten den Strom nach  $180^\circ$  wendet, erhält man immer nur die positive Halbwelle (siehe Abb. 4.50).

Der Strom im Rotor der Gleichstrommaschine wird auch Ankerstrom  $I_A$  genannt, es ist ein pulsierender Gleichstrom. Die Welligkeit dieses Stroms wird umso kleiner, je mehr Spulen am Umfang verteilt werden.

**Abb. 4.49** Prinzip der Gleichstrommaschine



**Abb. 4.50** Stromverlauf in der rotierenden Leiterschleife nach Abb. 4.49. (bei Anschluss einer ohmschen Last)



**Abb. 4.51** Stromverlauf bei drei Spulen im Rotor einer permanenterregten Gleichstrommaschine

Bei drei Leiterschleifen und Generatorbetrieb stellt sich der Ankerstrom wie in Abb. 4.51 dar.

## 4.8.2 Motorbetrieb

Im Motorbetrieb läuft die Maschine auch mit reinem Gleichstrom, der dann in die Maschine hineinfließt.

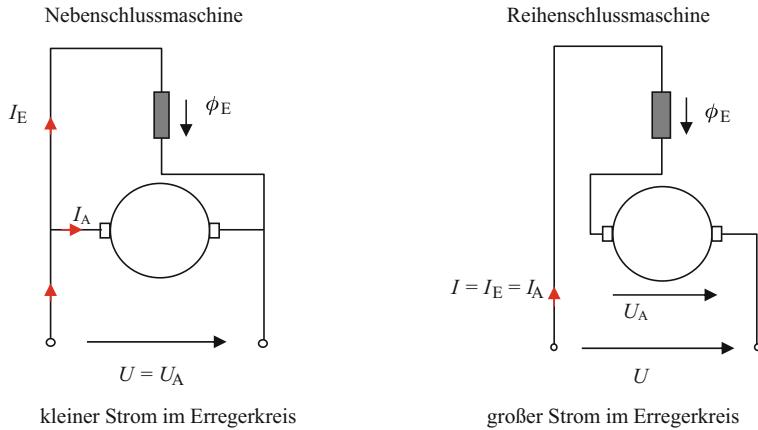
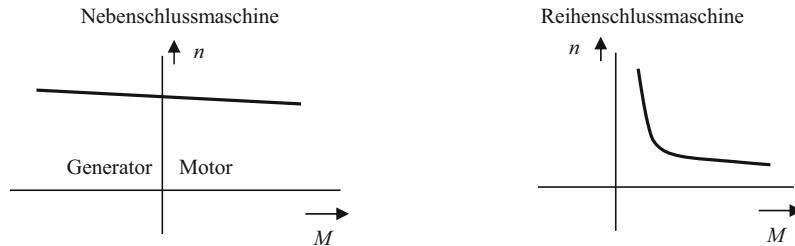
Das magnetische Gleichfeld kann man wie oben (Abb. 4.51 und 4.54) dargestellt mit Permanentmagneten erzeugen oder mit Gleichstromspulen (Erregerwicklungen) (Abb. 4.52). Schließt man die Erregerwicklung in Reihe zur Ankerwicklung, handelt es sich um den so genannten Reihenschlussmotor. Ist die Erregerwicklung parallel geschaltet, erhält man den Nebenschlussmotor (Abb. 4.52).

Das innere Drehmoment  $M_i$  lässt sich auf zwei Arten berechnen. Zum einen als Summe über die Kräfte auf die einzelnen Leiterstäbe im Rotor:

$$M_i = \frac{k}{2\pi} I_A \cdot \Phi_E \quad (4.80)$$

oder über die innere Leistung  $P_i$ :

$$M_i = \frac{P_i}{2\pi \cdot n} = \frac{U_i \cdot I_A}{2\pi \cdot n}. \quad (4.81)$$

**Abb. 4.52** Anschlusssschemata von Neben- und Reihenschlussmaschine**Abb. 4.53** Drehmomentverlauf von Neben- und Reihenschlussmaschine

Die beiden Maschinentypen zeigen unterschiedliches Drehzahl-Drehmomentverhalten (siehe Abb. 4.53).

Den Reihenschlussmotor sollte man nicht ohne Lastmoment fahren, da er dann zum Durchdrehen neigt. Aus den beiden Drehmomentgleichungen folgt:

$$U_A = k \cdot \Phi_E \cdot n. \quad (4.82)$$

Um das Drehmoment  $M_{ab}$ , welches an der Welle abgegeben wird, zu berechnen, muss man die Verlustleistung  $P_v$  von der inneren Leistung abziehen:

$$M_{ab} = \frac{P_i - P_v}{2\pi \cdot n}. \quad (4.83)$$

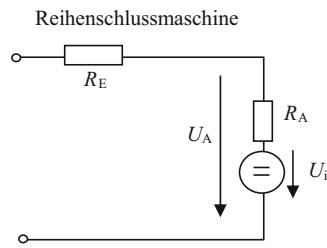
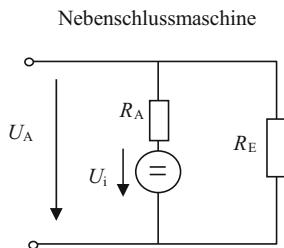
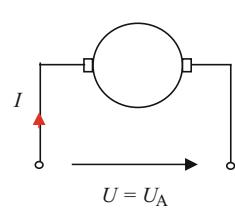
Neben dem Reihenschluss- und Nebenschlusstyp gibt es auch die permanenterregte Gleichstrommaschine, wie sie z. B. im Fahrraddynamo oder als Anlassermotor zum

Einsatz kommt. Der Erregerfluss wird dabei von Permanentmagneten erzeugt (Abb. 4.51 und 4.54).

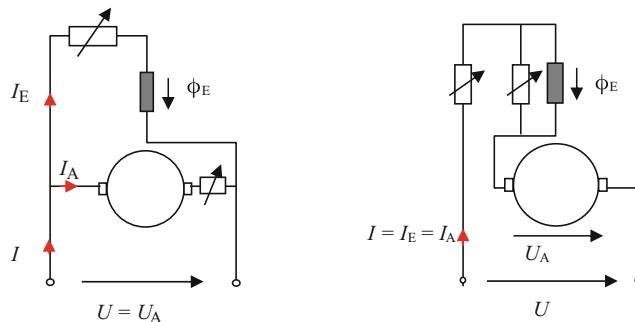
Für den stationären Betrieb kann man die Gleichstromersatzschaltbilder verwenden (siehe Abb. 4.55).

Die Drehzahl- und Drehmomentstellung kann man über Widerstände im Anker- und Erregerkreis vornehmen, wie in Abb. 4.56 dargestellt ist.

**Abb. 4.54** Permanent-erregte Gleichstrommaschine



**Abb. 4.55** Ersatzschaltbilder der Neben- und Reihenschlussmaschine



**Abb. 4.56** Widerstände zur Drehzahlstellung der Gleichstrommaschine

## 4.9 Einphasen-Kommutatormotor

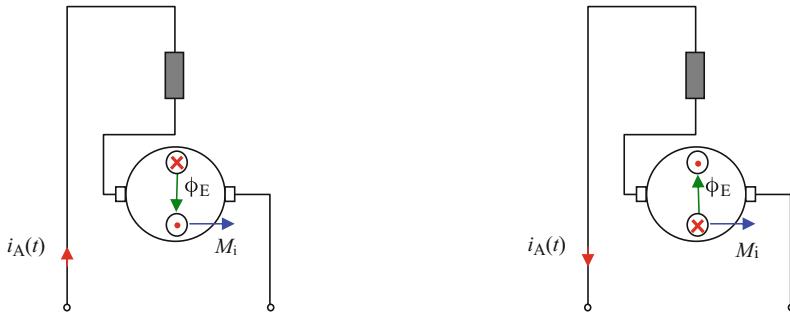
Im Haushalt stehen 230 V Wechselspannungen zur Verfügung, dafür eignet sich der Einphasen-Kommutatormotor, welcher baugleich mit einem Reihenschlussmotor ist. Deshalb nennt man ihn auch Universalmotor.

Zum Verständnis der Funktionsweise betrachten wir das Drehmoment zu zwei Zeiten, bei denen der Strom gerade um  $180^\circ$  phasenverschoben sowie auch die Spulen um  $180^\circ$  gedreht sind (siehe Abb. 4.57).

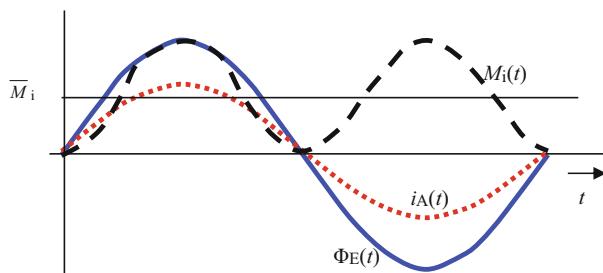
Das Drehmoment pulsiert mit der doppelten Frequenz des Stromes bzw. des magnetischen Flusses. Stromfluss und Magnetfluss sind in Phase.

Wegen der Trägheit des Rotors wird der Mittelwert des Drehmoments wirksam (Abb. 4.58):

$$\bar{M}_i = \frac{\hat{M}_i}{2} = \frac{k}{2\pi} I_A \Phi_{\text{eff}}. \quad (4.84)$$



**Abb. 4.57** Leistungsfluss in einer Gleichstrommaschine



**Abb. 4.58** Zeitlicher Verlauf von Strom, Drehmoment und Erregerfluss im Universalmotor

## 4.10 Leistungsfluss in elektrischen Maschinen

### Beispiel: Gleichstrommaschine

Im Einzelnen bedeuten:

- $P_{\text{el}}$  = zugeführte elektrische Leistung,
- $P_A$  = Ankerleistung,
- $P_{VA}$  = Verlustleistung in der Ankerwicklung,
- $P_{VFe}$  = Verluste im Eisen,
- $P_{VR}$  = Verluste durch Reibung,
- $P_{\text{ab}}$  = abgegebene Leistung ( $\Rightarrow$  Drehmoment an der Welle),
- $P_i$  = innere Leistung der Maschine

$$P_A = P_{\text{ab}} + P_{VFe} + P_{VR} + P_{VA} \quad (4.85)$$

Die roten Pfeile in Abb. 4.59 symbolisieren den Leistungsfluss der Gleichstrommaschine im Motorbetrieb.

$$P_i \equiv P_{\text{ab}} + P_{VFe} + P_{VR} = M_i \omega \quad (4.86)$$

$$P_{\text{ab}} = \omega \cdot M_{\text{ab}} = P_{\text{mech}} = P_N \quad (4.87)$$

Definitionsgemäß ist die Nennleistung  $P_N$  einer elektrischen Maschine immer die abgegebene Leistung  $P_{\text{ab}}$ , im Motorbetrieb also die mechanische Leistung  $P_{\text{mech}}$ .

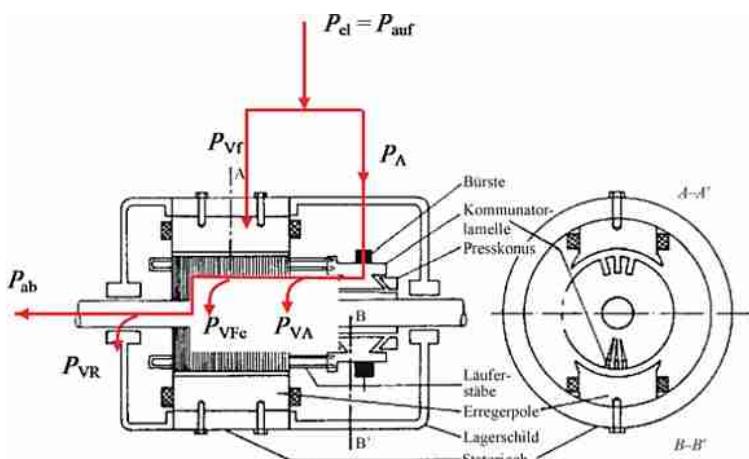


Abb. 4.59 Leistungsfluss in einer Gleichstrommaschine

Die Maschine muss mechanisch und wärmotechnisch so ausgelegt sein, dass die Nennleistung im Dauerbetrieb im angegebenen Betriebstemperaturbereich gefahren werden kann.

In einem PKW beispielsweise muss ein zusätzlicher E-Motor, der in der Nähe eines Verbrennungsmotors platziert ist, Umgebungstemperaturen von +125 °C bei seiner Nennleistung schadlos überstehen. Bei dieser Umgebungstemperatur kommt im Nennbetrieb die Eigenerwärmung hinzu, sodass Wicklungstemperaturen im 200 °C-Bereich auf Dauer anstehen können.

---

## Literatur

- Eckardt, H.: Grundzüge der elektrischen Maschinen. Teubner Studienbücher, Stuttgart (1982)  
Weinberg, S.: Die ersten drei Minuten, Der Ursprung des Universums (Friedrich Griese Übersetzer).  
Piper, München (1997)



# Digitale Elektrische Maschinen

5

## Zusammenfassung

In Kap. 5 werden die elektrischen Maschinen behandelt, die ohne eine digitale Steuerung oder Regelung nicht funktionieren würden. Bei Reluktanzmotoren werden beispielsweise digital getaktete Ständerströme bis in den 100 kHz-Bereich hinein erzeugt.

Mit der Erfindung des Thyristors (1957) wurde die elektronische Regelung elektrischer Maschinen möglich. In Kap. 5 Digitale Elektrische Maschinen werden vor allem die Maschinen beschrieben, die ohne digitale Regelung nicht lauffähig sind.

Des weiteren werden E-Maschinen beschrieben, die historisch gesehen später entwickelt worden sind.

## 5.1 Der Reluktanzmotor

Reluktanz heißt magnetischer Widerstand. Der Ständer des Reluktanzmotors unterscheidet sich prinzipiell nicht von dem einer Synchron- oder Asynchronmaschine. Der Ständer des RM enthält mehrere Phasen und Pole.

Der Rotor besteht aus weichmagnetischem Material. Durch die Geometrie des Rotors ergeben sich unterschiedliche magnetische Widerstände (Reluktanzen) für unterschiedliche Winkelstellungen des Rotors (Abb. 5.1).

Wird beispielsweise das horizontale Spulenpaar des Ständers unter Strom gesetzt, so wird die magnetische Energie im Luftspalt in Abb. 5.3 größer sein als in Abb. 5.2, weil die Flussdichte  $B$  größer ist bzw. der magnetische Widerstand kleiner ist.

Die Kraft, die am Rotor angreift, lässt sich berechnen:

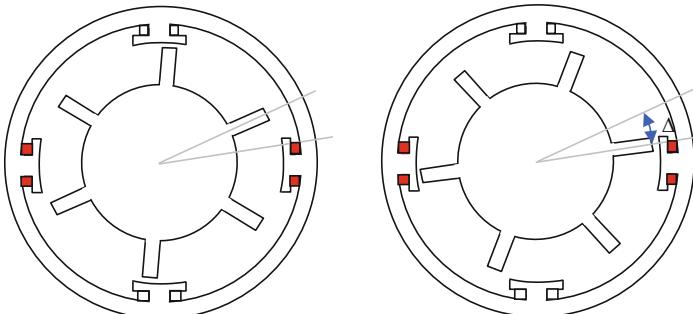


Bild 1

Bild 2

**Abb. 5.1** Reluktanzmotor der sich um ein kleines Wegstück  $\Delta x$  gedreht hat

$$F = \frac{W_2 - W_1}{\Delta x}. \quad (5.1)$$

Nutzt man die Trägheit des Rotors und schaltet im richtigen Moment den Strom aus und anschließend weiter auf das andere Spulenpaar, so wird sich der Rotor drehen.

Im Gegensatz zum Synchronmotor sind dazu keine magnetischen Pole im Läufer erforderlich!

Im folgenden Beispiel wird die Antriebskraft in einer Reluktanzmaschine berechnet aus dem Energieunterschied  $\Delta W$  im magnetischen Kreis zu zwei verschiedenen Winkelstellungen bzw. für den Wegunterschied  $\Delta x$ . Der Einfachheit halber betrachten wir ein gegenüberliegendes Spulenpaar und die Auswirkung auf zwei um  $180^\circ$  versetzte Zähne. (In einer realen Reluktanzmaschine sind andere Magnetflusswege zu beachten).

Weiterhin vernachlässigen wir die magnetischen Widerstände im Eisen gegenüber den magnetischen Widerständen der Luftspalte.

Durch die beiden Spulen mit der Windungszahl  $N = 1000$  fließt ein Strom von 1 A.

Wir machen weiterhin die Vereinfachung, dass der magnetische Fluss über die Luftspaltlänge  $d_1$  bzw.  $d_2$  fließt und die Luftsputfläche konstant der Zahnoberfläche  $A$  entspricht.

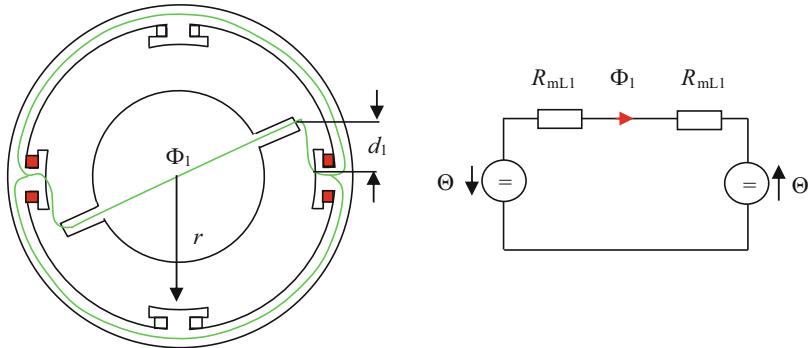
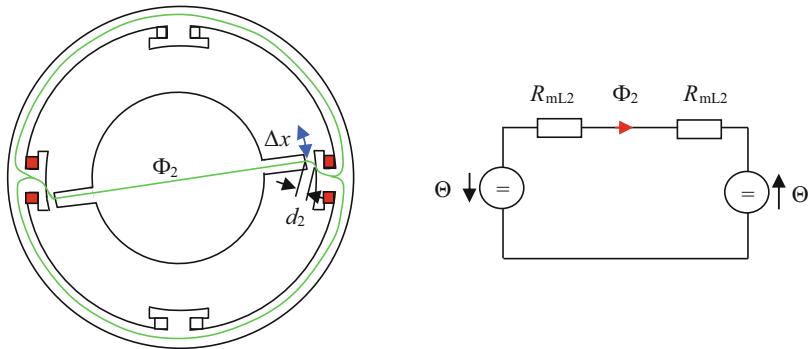
$d_1 = 5 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 2 \text{ mm}$ ,  $A = 3 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 5 \text{ mm}$

Die Spulen sind so gewickelt, dass der entstehende magnetische Fluss in gleicher Richtung die Maschine durchdringt.

Als Erstes berechnet man die Größen nach Abb. 5.2, für den Fluss  $\Phi_1$  gilt:

$$\Phi_1 = \frac{2\theta}{2R_{mL1}} = \frac{NI}{\frac{d_1}{\mu_0 A}} = \frac{1000 \text{ A}}{\frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/A m} \cdot 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}} = 1,51 \cdot 10^{-4} \text{ Vs},$$

die magnetische Flussdichte im Luftspalt beträgt:

**Abb. 5.2** Reluktanzmotor und Ersatzschaltbild**Abb. 5.3** Reluktanzmotor und Ersatzschaltbild +  $\Delta x$ 

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = \frac{1,51 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,25 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2},$$

die Feldstärke im Luftspalt beträgt:

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_0} = \frac{0,25 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \text{ Am}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}} = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}},$$

die Energie im Luftspalt nach Abb. 5.2:

$$W_1 = \frac{1}{2} H_1 \cdot B_1 \cdot V_1 = \frac{1}{2} 0,25 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ Ws}$$

Jetzt folgt die Berechnung für den Zustand mit dem kleineren Luftspalt (Abb. 5.3):

$$\Phi_2 = \frac{2\theta}{2R_{mL2}} = \frac{NI}{d_2} = \frac{1000 \text{ A}}{\frac{\mu_0 A}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}} = 3,77 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{A} = \frac{3,77 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,63 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$$

$$H_2 = \frac{B_2}{\mu_0} = \frac{0,63 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \text{ Am}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}} = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}},$$

die Energie im kleineren Luftspalt (Abb. 5.3) beträgt:

$$W_2 = \frac{1}{2} H_2 \cdot B_2 \cdot V_2 = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 0,63 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \\ = 0,19 \text{ Ws.}$$

Die Energiedifferenz  $\Delta W$  zwischen Luftspalt 1 und 2 beträgt:

$$\Delta W = W_2 - W_1 = 0,115 \text{ Ws},$$

dabei hat sich die Maschine um die Strecke  $\Delta x = 5 \text{ mm}$  gedreht, daraus errechnet sich die Kraft auf einen Zahn (ein Luftspaltvolumen):

$$F = \frac{\Delta W}{\Delta x} = \frac{0,115 \text{ Ws}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 23 \text{ N.}$$

Das Drehmoment, welches an beiden Zähnen angreift ist:

$$M = 2F \cdot r.$$

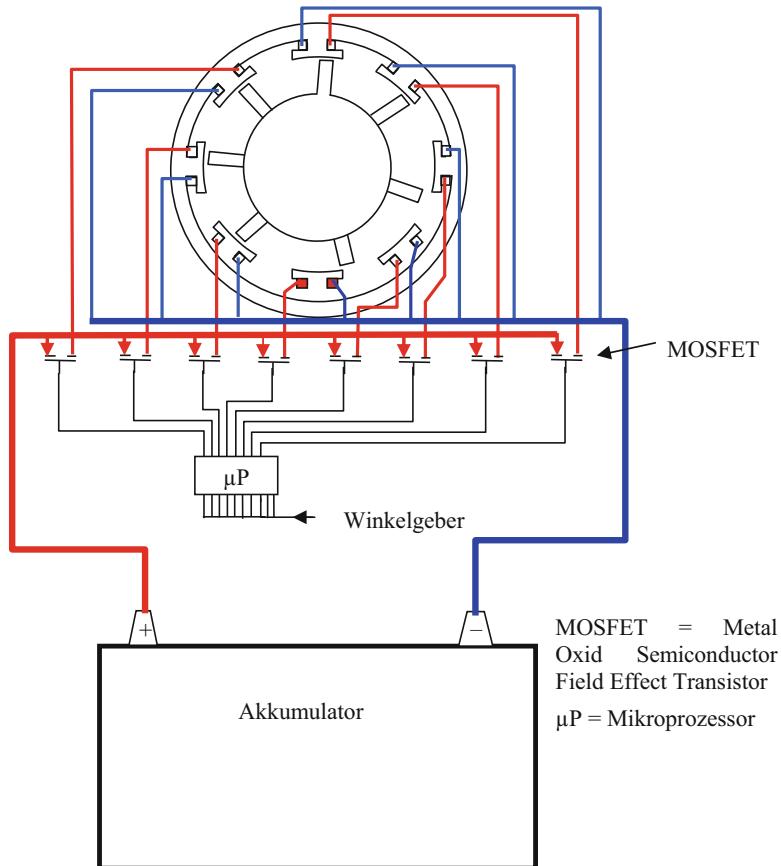
Bei einem Radius  $r = 8 \text{ cm}$

$$M = 3,68 \text{ Nm.}$$

Reluktanzmotoren, die aus einer Gleichstromquelle (z. B. Akkumulator oder Brennstoffzelle) gespeist werden, lassen sich idealerweise mit Hilfe eines Mikroprozessors und Halbleiterschaltern regeln (Abb. 5.4).

Über einen Winkelgeber ermittelt der  $\mu$ P die Stellung und die Winkelgeschwindigkeit des Rotors und kann durch Ein-Ausschalten der Spulenströme über die MOSFETs die Drehzahl des Motors regeln.

Reluktanzmotor mit 8 Spulen im Stator und 7 Reluktanzpolen im Rotor

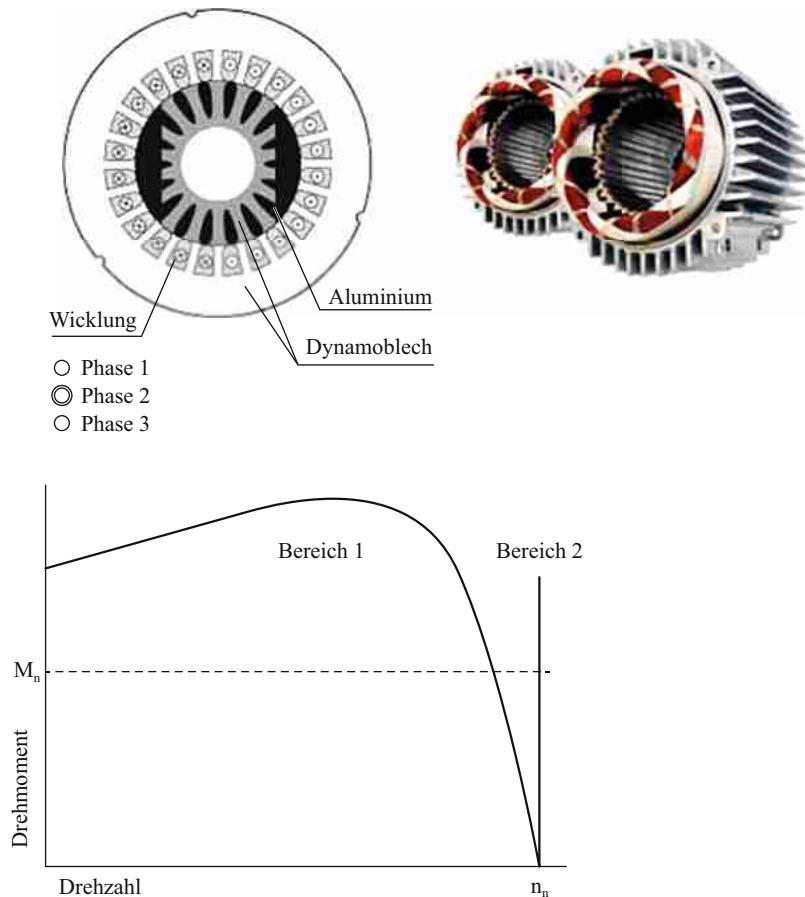


**Abb. 5.4** Ansteuerung eines Reluktanzmotors über einen Mikroprozessor

## 5.2 Asynchron-Reluktanzmotor

Dieser Motor (Abb. 5.5) besitzt im Rotor einen Kurzschlussläufer und unsymmetrische Reluktanzen. Der Motoranlauf funktioniert im Wesentlichen über die Eigenschaften des Asynchronomotors (Bereich 1), kommt der Motor auf Nenndrehzahl, zieht das Reluktanzdrehmoment den Motor in den synchronen Betrieb (Bereich 2 gestrichelte Linie).

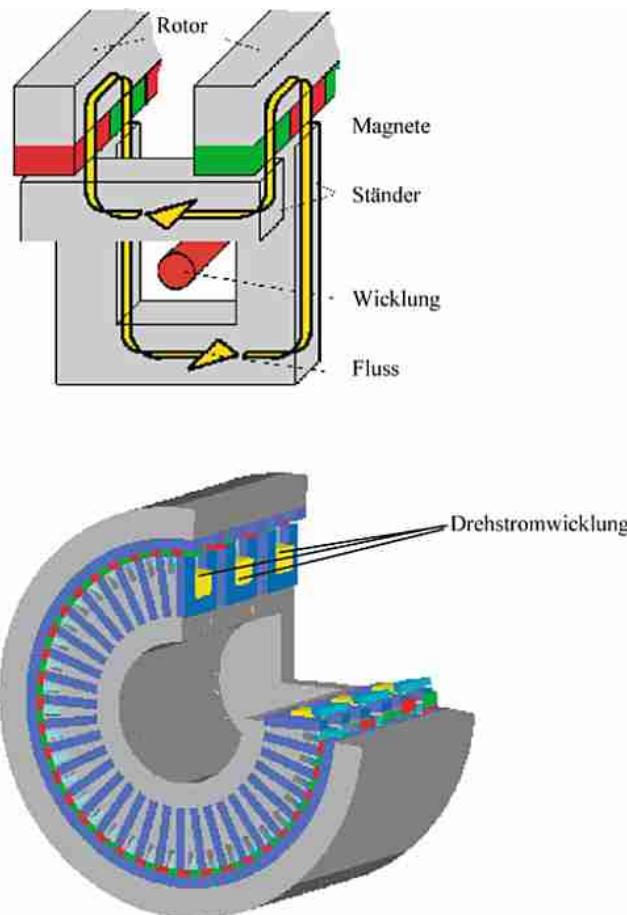
Bei Synchronmotoren findet man andererseits zusätzlich zur Gleichstromspule im Läufer einen Kurzschlusskäfig, damit der Motor zunächst asynchron hochlaufen kann.



**Abb. 5.5** Kombination von Reluktanz- und Asynchronmaschine

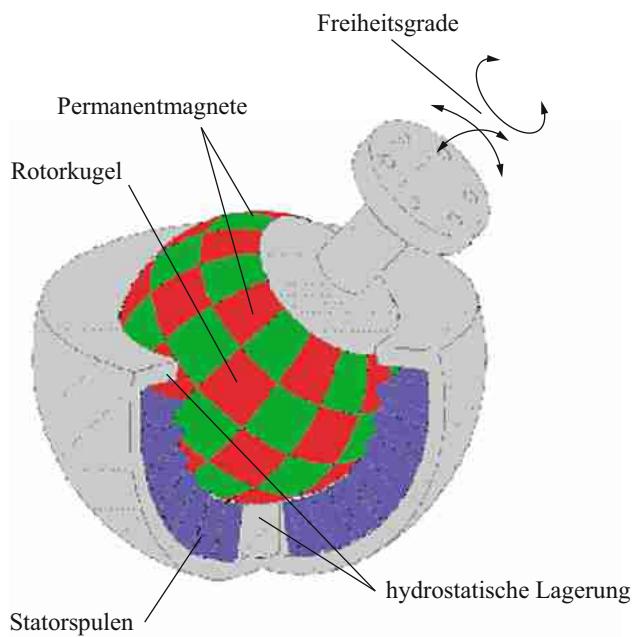
### 5.3 Transversalflussmotor

Der Transversalflussmotor (Abb. 5.6) ist eigentlich ein Außenpol-Synchronmotor, hier sind die Drehfeldspulen jedoch parallel und radial auf der Drehachse angeordnet. Der magnetische Fluss verläuft mäanderförmig durch Ständer und Rotor. Die Antriebskraft entsteht wie bei jeder elektromagnetischen Maschine aus der Änderung der Energiedichte im Luftspalt ( $dW/dx$ ).



**Abb. 5.6** Schnittbilder zur Transversalflussmaschine. (Institut für elektrische Antriebe)

Eine konsequente Weiterentwicklung des Prinzips ist der Kugelmotor (Abb. 5.7). Hierzu muss man allerdings mit einem aufwändigen Rechneralgorithmus die Ströme der Feldwicklungen berechnen, um eine gezielte dreidimensionale Bewegung zu erreichen. Da Rechnerkapazität zukünftig kein Problem darstellt, könnte dieser Motor in Roboteranwendungen zum Einsatz kommen. Nachteilig ist natürlich die aufwändige mechanische Herstellung der Komponenten.



**Abb. 5.7** Kugelmotor

## 5.4 Bürstenloser Gleichstrommotor

### 5.4.1 Aufbau des BLDC-Motors

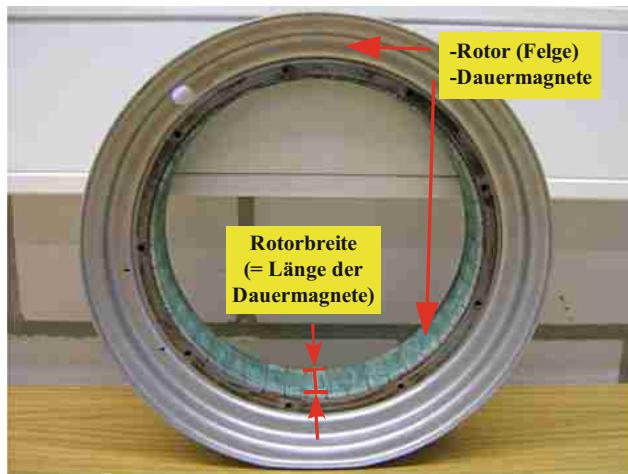
BLCD steht abkürzend für **B**rush**L**ess **D**irect **C**urrent bzw. BürstenLoser Gleichstrom. Vom Aufbau her kann man diese Maschine auch als Synchronmaschine bezeichnen.

Der einzige Unterschied zwischen den beiden Motortypen ist, dass die Drehfelderzeugung beim Brushless-DC-Motor nicht mit sinusförmigem Wechselstrom, sondern über getakteten Gleichstrom erfolgt, der mit Hilfe einer Leistungselektronik – in Abhängigkeit von der Rotorposition – den drei Phasen zugeführt wird. Dabei ist immer eine Phase stromlos, eine Phase mit dem Pluspol der Spannungsversorgung und die dritte Phase mit dem Minuspol der Spannungsversorgung verbunden (siehe Abb. 5.9).

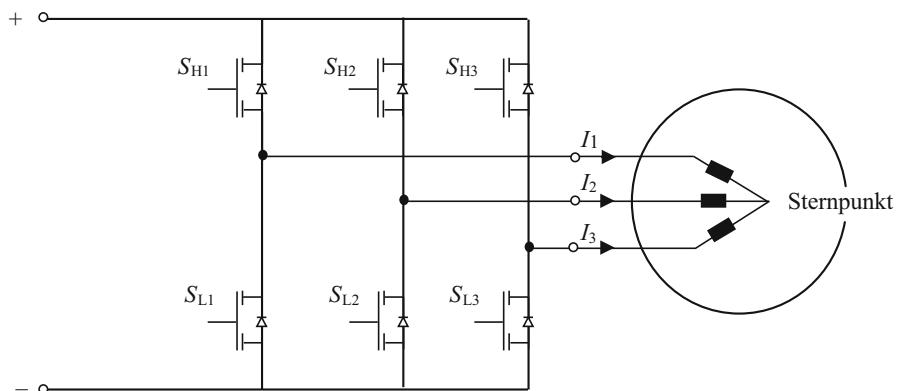
Abb. 5.8 zeigt einen Radnabenmotor mit feststehendem inneren Teil, auf dem sich eine mehrpolige Drehstromwicklung befindet. Der Rotor ist die Felge (Abb. 5.9), die mit Permanentmagneten bestückt ist. Die Dauermagnete sind in radialer Richtung magnetisiert. Zwei benachbarte Magnete sind jeweils entgegengesetzt polarisiert.



**Abb. 5.8** 2kW-Radnabenmotor mit  $17 \cdot 3$  Spulen im Stator



**Abb. 5.9** Stator eines 2kW-Radnabenmotors mit 47 Permanentmagneten



**Abb. 5.10** Schaltskizze zum BLDC-Motor

#### 5.4.2 Statorströme des BLDC-Motors

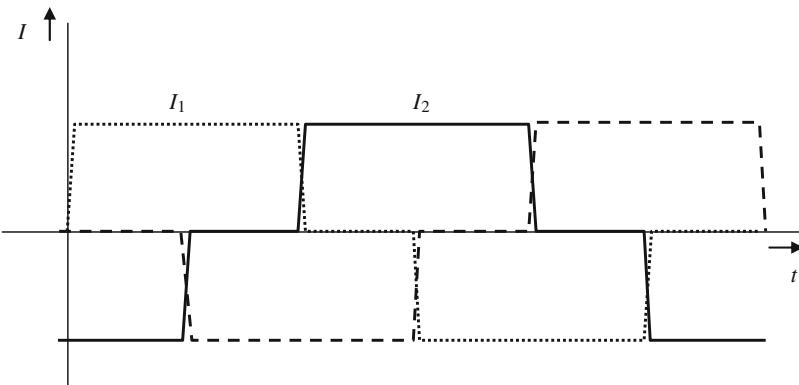
Die drei Phasen der Statorwicklung sind sternförmig miteinander verschaltet (siehe Abb. 5.10). Die drei Spulen werden von einem trapezförmigen Strom durchflossen. Bezogen auf den Sternpunkt sind diese Ströme positiv und negativ, bezogen auf den Gleichstromkreis fließt der Strom kontinuierlich von Plus nach Minus.

Zwischen den drei trapezförmigen Strömen beträgt die Phasenverschiebung  $120^\circ$  und die Summe aller Ströme ist im Sternpunkt stets Null. Diese beiden Eigenschaften sind wie bei einer Drehstrommaschine, die mit sinusförmigen Strömen gespeist wird. So berechnet

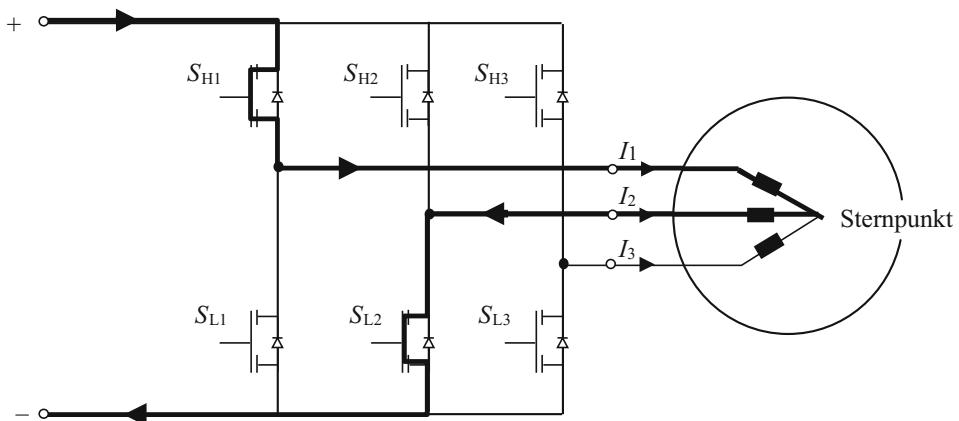
sich auch die Drehzahl der Maschine im stationären Zustand aus der Grundfrequenz  $f_1$  der Ströme und der Polpaarzahl (Wiederholung der Drehstromwicklung am Umfang).

Wenn die Halbleiterschalter den Strom symmetrisch kommutieren (mit gleicher Geschwindigkeit öffnen und schließen) (Abb. 5.10 und 5.11), treten im Gleichstromkreis keine Stromänderungen und somit auch keine Induktionsspannungen auf!

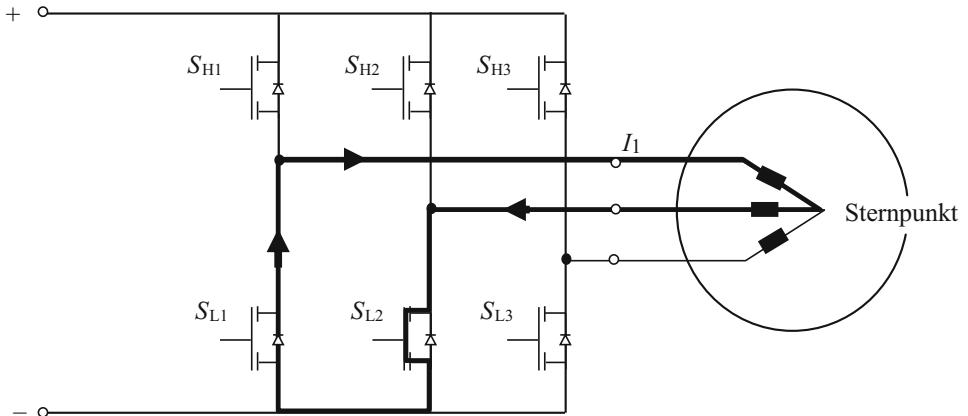
Von den Halbleiterschaltern ist im Motorbetrieb immer ein Highside- und ein Lowside-Schalter geöffnet. Beim Ausschalten des Gesamtstroms schaltet man nur den Highside-Schalter aus. Dadurch kann über die Freilaufdioden der anderen Lowsideschalter der Strom freilaufen, ohne dass Induktionsspannungen entstehen (Abb. 5.12 und 5.13). Das wird besonders dann wichtig, wenn man eine Leistungssteuerung durch eine Pulsweitenmodulation des Gesamtstroms vornimmt.



**Abb. 5.11** Trapezförmiger Drehstrom in den Statorspulen des BLDC-Motors



**Abb. 5.12** Motorstrom vor dem Ausschalten  $I_2 = -I_1, I_3 = 0$



**Abb. 5.13** Motorstrom kurz nach dem Ausschalten im Freilauf. (über die Rückstromdiode von  $S_{L1}$ )

Bei Verwendung von MOSFETs als Schalter sind die Freilaufdioden intrinsisch, das heißt bauartbedingt im Transistor vorhanden. Bei Verwendung anderer Transistortypen müssen externe Dioden z. B. Fast Recovery Dioden (FREDs) hinzugefügt werden.

Die Ansteuerung der Transistoren wird von einem Mikrocontroller vorgenommen auf Treiber und Schutzbeschaltungen wird im Folgenden verzichtet und nur die prinzipielle Darstellung skizziert.

#### 5.4.3 Regelung des BLDC-Motors mit Hallsensoren

Der Hochlauf eines Synchronmotors ist nicht trivial. Bei einem Motor mit gleichstromerregter Spule wird diese beim Anfahren kurzgeschlossen, sodass die Maschine wie eine Asynchronmaschine hochlaufen kann. Beim BLDC-Motor kann dies über die Abfrage der relativen Statorposition zur Rotorposition erfolgen, um dann die richtigen Ströme zum richtigen Zeitpunkt durchzuschalten.

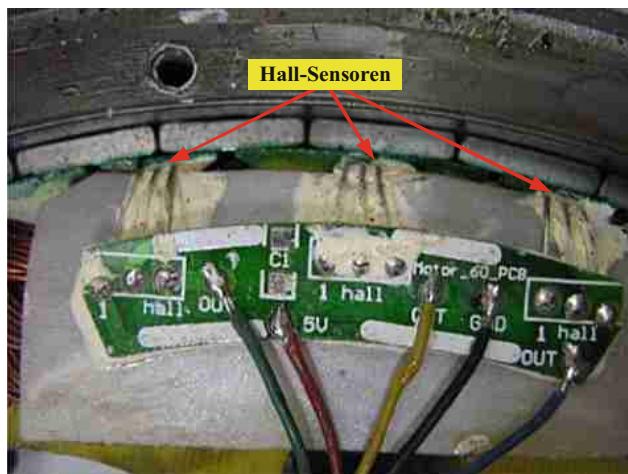
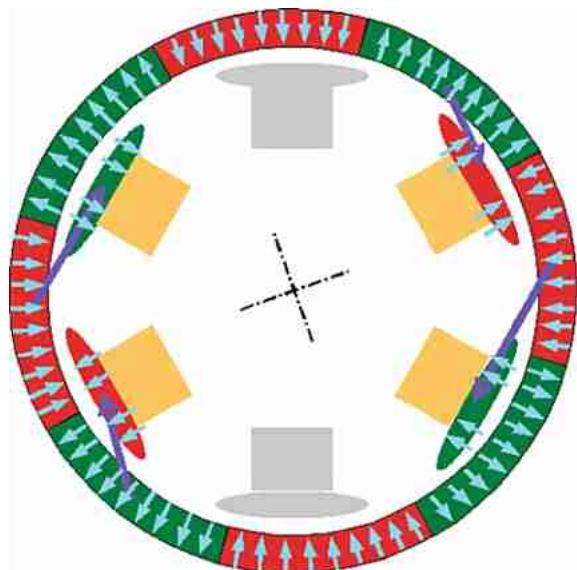
Wie in Abb. 5.14 prinzipiell dargestellt, sind die Dauermagneten so angeordnet, dass immer im Wechsel mal der Südpol und mal der Nordpol in Richtung Stator zeigen, sodass die austretenden Feldlinien immer radial in die Rad-Mitte bzw. von der Rad-Mitte weg zeigen.

Die Elektromagneten auf dem Stator sind in gleicher Weise angeordnet, das heißt, wenn die entsprechenden Phasen Strom führen, erzeugen diese ebenfalls Magnetfelder, die radial nach außen oder nach innen zeigen.

Magnetfelder, die in Stator und Rotor gleich gerichtet sind, ziehen sich an. Sind sie entgegengesetzt gerichtet, so stoßen sie sich ab. (Unterschiedliche Magnetfelddichten sorgen für die Kraftentstehung in Rotationsrichtung).

Mit Hilfe der drei Hall-Sensoren (siehe Abb. 5.15) kann kontinuierlich die Rotorposition überwacht und außerdem die Drehzahl des Motors bestimmt werden.

**Abb. 5.14** Magnetfelder im Motor, Prinzip Seitenansicht.  
(Kafader 2009)



**Abb. 5.15** Hallsensoren im Radnabenmotor

Die in dem Radnabenmotor verbauten Hall-Sensoren verhalten sich wie magnetfeld-abhängige Schalter. Sie schalten die über einen Pullup-Widerstand auf 5 V gesetzte Sensorleitung nach Masse kurz, wenn sich direkt über ihnen der magnetische Südpol eines Dauermagneten befindet.

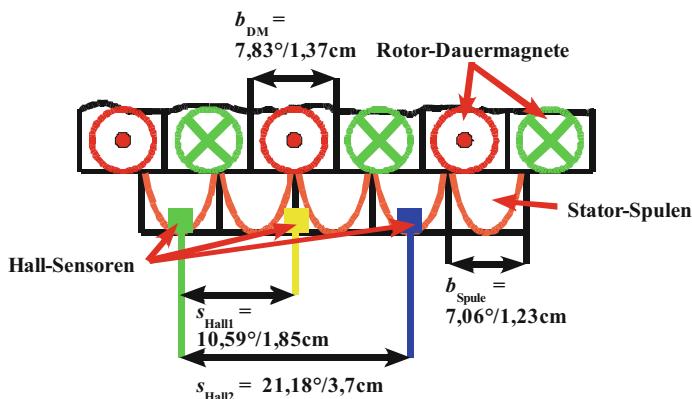
Dadurch können die Zustände der Hall-Sensoren direkt über einen Microcontroller ausgewertet werden.

Aufgrund der Anordnung der Hall-Sensoren (siehe Abb. 5.16) gibt es genau sechs Kombinationen der Zustände der drei Hall-Sensoren, die immer in der gleichen Reihenfolge auftreten.

In Tab. 5.1 sind diese Kombinationen eingetragen, wobei die gewählte Nummerierung nicht festlegt, welche Kombination als erstes auftritt. Vielmehr beschreibt sie die immer wiederkehrende Abfolge der Kombinationen bei positiver Drehrichtung des Motors. Bei negativer Drehrichtung treten die Kombinationen immer in umgekehrter Reihenfolge auf.

Es ist zu erkennen, dass beim Übergang von einer Kombination zur nächsten, sich nur der Zustand eines Hall-Sensors ändert. Es haben immer zwei Hall-Sensoren den gleichen Zustand, während der dritte den komplementären Zustand einnimmt. Es kommt niemals vor, dass alle drei Hall-Sensoren den gleichen Zustand aufweisen.

Entsprechend den sechs Hall-Sensor-Kombinationen gibt es auch genau sechs Möglichkeiten, den Strom durch jeweils zwei der drei Phasen zu leiten. Diese sechs Möglichkeiten sind in Tab. 5.2 zu sehen.



**Abb. 5.16** Relative/absolute Breite von Rotormagneten, und Statorwicklungen und relative/absolute Abstände der Hall-Sensoren zueinander

**Tab. 5.1** Hall-Sensor-Zustands-Kombinationen

|               | Hall-Sensor 1 | Hall-Sensor 2 | Hall-Sensor 3 |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Kombination 1 | 0             | 1             | 0             |
| Kombination 2 | 0             | 1             | 1             |
| Kombination 3 | 0             | 0             | 1             |
| Kombination 4 | 1             | 0             | 1             |
| Kombination 5 | 1             | 0             | 0             |
| Kombination 6 | 1             | 1             | 0             |

**Tab. 5.2** Strom-Phasen-Zustands-Kombinationen

|               | Phase 1   | Phase 2   | Phase 3   |
|---------------|-----------|-----------|-----------|
| Kombination 1 | High (+I) | Low (-I)  | -         |
| Kombination 2 | High (+I) | -         | Low (-I)  |
| Kombination 3 | -         | High (+I) | Low (-I)  |
| Kombination 4 | Low (-I)  | High (+I) | -         |
| Kombination 5 | Low (-I)  | -         | High (+I) |
| Kombination 6 | -         | Low (-I)  | High (+I) |

**Tab. 5.3** Hall-Phasen-Kombinationen

|                         | Ver-knüpfungs-möglichkeit <b>1</b> | Ver-knüpfungs-möglichkeit <b>2</b> | Ver-knüpfungs-möglichkeit <b>3</b> | Ver-knüpfungs-möglichkeit <b>4</b> | Ver-knüpfungs-möglichkeit <b>5</b> | Ver-knüpfungs-möglichkeit <b>6</b> |
|-------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Hall-Sensor-Kombination | Strom-Phasen-Kombination           | Strom-Phasen-Kombination           | Strom-Phasen-Kombination           | Strom-Phasen-Kombination           | Strom-Phasen-Kombination           | Strom-Phasen-Kombination           |
| 1                       | 1                                  | 2                                  | 3                                  | 4                                  | 5                                  | 6                                  |
| 2                       | 2                                  | 3                                  | 4                                  | 5                                  | 6                                  | 1                                  |
| 3                       | 3                                  | 4                                  | 5                                  | 6                                  | 1                                  | 2                                  |
| 4                       | 4                                  | 5                                  | 6                                  | 1                                  | 2                                  | 3                                  |
| 5                       | 5                                  | 6                                  | 1                                  | 2                                  | 3                                  | 4                                  |
| 6                       | 6                                  | 1                                  | 2                                  | 3                                  | 4                                  | 5                                  |

Auch hier gilt wieder, dass die Nummerierung nur die Abfolge der Kombinationen bei positiver Drehrichtung widerspiegelt und nicht festlegt, welche Kombination als erstes zu wählen ist. Für die negative Drehrichtung muss die Reihenfolge umgekehrt werden.

Um den Motor zum „richtigen“ Drehen anzuregen, muss jeder der Hall-Sensor-Kombinationen die passende Phasen-Kombination zugeordnet werden, sowohl für die Vorwärts-Drehung als auch für die Rückwärts-Drehung. Die oben beschriebenen Reihenfolgen der Kombinationen sind dabei immer beizubehalten, da sonst die Gefahr besteht, undefinierte Zustände in der Transistor-Brücke (Kurzschlüsse) zu generieren, die zum Systemausfall führen können.

Es ergeben sich, bei Einhalten der Reihenfolgen, wiederum sechs Möglichkeiten, die Hall-Sensor-Kombinationen mit den Kombinationen für die Transistor-Brücke zu verknüpfen. In Tab. 5.3 sind alle Kombinationsmöglichkeiten aufgelistet.

Durch die unterschiedliche Polzahl im Stator und Läufer bzw. bauartbedingt gibt es nur zwei Kombinationen, die eine definierte Bewegungsrichtung garantieren. Bei diesen beiden Kombinationen sind die anziehenden Kräfte zwischen den Stator- und Rotorpolen in Rotationsrichtung (vorwärts oder rückwärts) gleichgerichtet, das heißt, der gesamte Strang der Dauermagnete wird immer in dieselbe Richtung gezogen.

Bei den vier verbleibenden Kombinationsmöglichkeiten ist festzustellen, dass die Dauermagneten teilweise in entgegengesetzte Richtungen angezogen werden, wodurch nicht mit Sicherheit gesagt werden kann, ob und in welcher Richtung sich der Motor drehen würde.

Wie vorher bereits erwähnt, kann mit Hilfe der Hall-Sensoren, außer der Auswahl der richtigen Phasen-Kombination, die Drehzahl des Motors bestimmt werden.

Bei Drehung des Rotors um **15,66°**, also zwei Dauermagnet-Breiten, werden genau einmal alle sechs Hall-Sensor-Kombinationen durchlaufen.

Da die Kommutation, das heißt, das Weiterschalten der Phasen-Kombinationen, direkt mit der Änderung der Hall-Sensor-Kombination verknüpft ist, wird dabei auch genau ein Drehfeldzyklus, also alle sechs Phasen-Kombinationen durchlaufen.

Das bedeutet, dass bei einer vollen Umdrehung des Rades (Rad = Rotor) genau **23** mal dieser Zyklus abläuft, bzw. sich die Hall-Sensor-Kombination und damit auch die Phasen-Kombination **138** mal ändert.

Über einen Mikrocontroller können diese Zustandsänderungen über einen bestimmten Zeitraum, zum Beispiel **1 s**, gezählt werden.

Wird dann der Wert des Zählers durch **138** geteilt, so ergibt das die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde, also die Drehzahl des Motors.

Um die Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde zu berechnen, muss die Drehzahl noch mit dem Umfang des Rades, welcher bei dem verwendeten Motor ungefähr  **$U_{Rad} = 1,34 \text{ m}$**  beträgt, multipliziert werden. Für die Umrechnung auf Kilometer pro Stunde ist dann noch eine Multiplikation mit **3,6** notwendig.

$$n = \frac{690 \text{ Flanken/Sekunde}}{138 \text{ Flanken/Umdrehung}} = 5/\text{s}$$

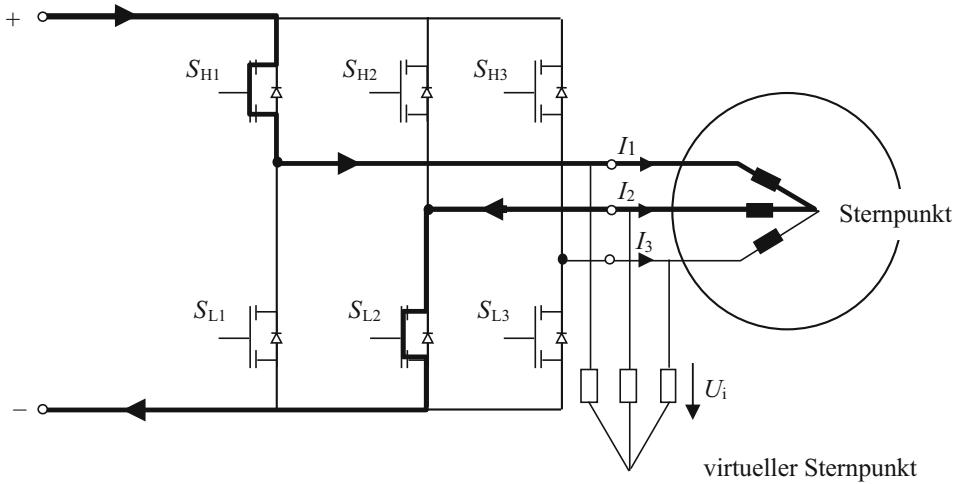
$$v = 5 \text{ s}^{-1} \cdot 1,34 \text{ m} = 6,7 \text{ m/s} = 24,12 \text{ km/h}$$

Mit dieser Methode, kann die aktuelle Geschwindigkeit des Fahrzeugs überwacht werden und gegebenenfalls, wenn die maximal zulässige Höchstgeschwindigkeit erreicht wird, der Dutycycle des Steuersignals für die Highside-Transistoren so geregelt werden, dass diese Geschwindigkeit nicht überschritten wird.

Der Vorteil des BLDC-Motors gegenüber einem Gleichstrommotor mit mechanischem Kommutator liegt darin, dass eine verschleißfreie (bürstenlose) Kommutierung vorgenommen wird. Im Idealfall werden auch keine störenden Induktionsspannungen durch die Stromwendung erzeugt.

#### 5.4.4 Sensorlose Regelung des BLDC-Motors

Neben der Möglichkeit die relative Rotorposition und die Drehzahl über Hallsensoren zu ermitteln, kann man dies – wenn auch mit Einschränkungen – sensorlos über die induzierte Spannung in der jeweils stromlosen Wicklung des Stators vornehmen.



**Abb. 5.17** Messung einer induzierten Spannungen  $U_i$  an der leistungsstromlosen Statorwicklung

Dazu verwendet man hochohmige Messwiderstände die einen virtuellen Sternpunkt bilden (Abb. 5.17).

Befindet sich die leistungsstromlose Spule 3 gerade senkrecht unter dem Feld eines sich bewegenden Rotormagneten wird nach dem Induktionsgesetz in dieser Spule eine Spannung induziert. Diese ist proportional zur Flussänderung bzw. der Rotationsgeschwindigkeit. Diese Induktionsspannung ist allerdings Null, wenn der Rotor steht. Des Weiteren erzeugen auch die Streu- und Rückflussanteile aus den Feldänderungen verursacht von den beiden stromdurchflossenen Spulen Induktionsspannungsanteile. Es erfordert intelligente Vorgehensweisen und Algorithmen, um aus den Induktionsspannungen die Rotorpositionen zu erkennen.

Beim Anlauf der Maschine erhält man keine Induktionsspannung in der ruhenden stromlosen Spule, deshalb wird folgende Vorgehensweise gewählt: Man bestromt die Drehstromwicklung so, dass durch zwei Spulen positiver und durch eine Spule negativer Gleichstrom fließt. Dadurch erzeugt man ein definiertes magnetisches Gleichfeld im Stator und der Läufer nimmt dann mit seinen Permanentmagneten eine definierte Startposition ein. Anschließend kann man die richtige der 6 sinnvollen Phasenfolgen (Tab. 5.3) anlegen und den Motorhochlauf starten.

## 5.5 Schrittmotoren

Bei einem Schrittmotor lässt sich der Rotor über die Anzahl der Steuerimpulse in eine definierte Winkelstellung positionieren. Die Winkelauflösung ist dabei abhängig von der Anzahl der am Umfang verteilten Pole. 200 Pole sind dabei keine Seltenheit. Mit Hilfe des Mikroschrittverfahrens lässt sich die Auflösung auf z. B. 800 Winkelschritte pro

Umdrehung optimieren, was einer Winkelauflösung von  $0,45^\circ$  entspricht. Schrittmotoren werden z. B. in Druckern und CNC-Maschinen eingesetzt. Im KFZ finden sie Anwendungen als Stellmotoren für die Spiegelverstellung, die Sitzverstellung, die Drosselklappenbetätigung, die Leerlauffüllungsregelung, die Zeigerbewegung im Anzeigeninstrument, die Klappenverstellung in der Klimaanlage usw.

Schrittmotoren haben den Vorteil, dass sie keine Winkelsensoren benötigen, man benötigt lediglich einen Endschalter, um einen Referenzpunkt zu besitzen, von dem aus die Schritte gezählt werden können. Im KFZ lassen sich Schrittmotoren direkt über eine H-Brücke vom Batteriegleichstrom ansteuern.

Schrittmotoren lassen sich in drei Grundtypen unterteilen:

- Permanentmagnetisch erregte Schrittmotoren,
- Reluktanzschrittmotoren,
- Hybridschrittmotoren.

### 5.5.1 Der permanenterregte Schrittmotor

Die Funktionsweise eines Schrittmotors lässt sich einfach an einem zweisträngigen ( $m = 2$ ) und zweipoligen ( $p = 1$ ) PM-Schrittmotor erläutern (siehe Abb. 5.18).

Je nachdem welches Spulenpaar bestromt wird und in welcher Richtung der Gleichstrom durch die Stränge geleitet wird, kann man die dargestellten Rotorpositionen erreichen.

Führt man die Bestromung in der Reihenfolge a), b), c), d) durch, wird der Motor rechts drehen. Die Winkelauflösung beträgt dabei  $90^\circ$ . Erhöht man die Polpaarzahl  $p$  oder die Anzahl der Strangströme  $m$ , so wird dementsprechend die Winkelauflösung verfeinert. Für den räumlichen Winkel  $\alpha$  zwischen zwei benachbarten Rotorpositionen gilt:

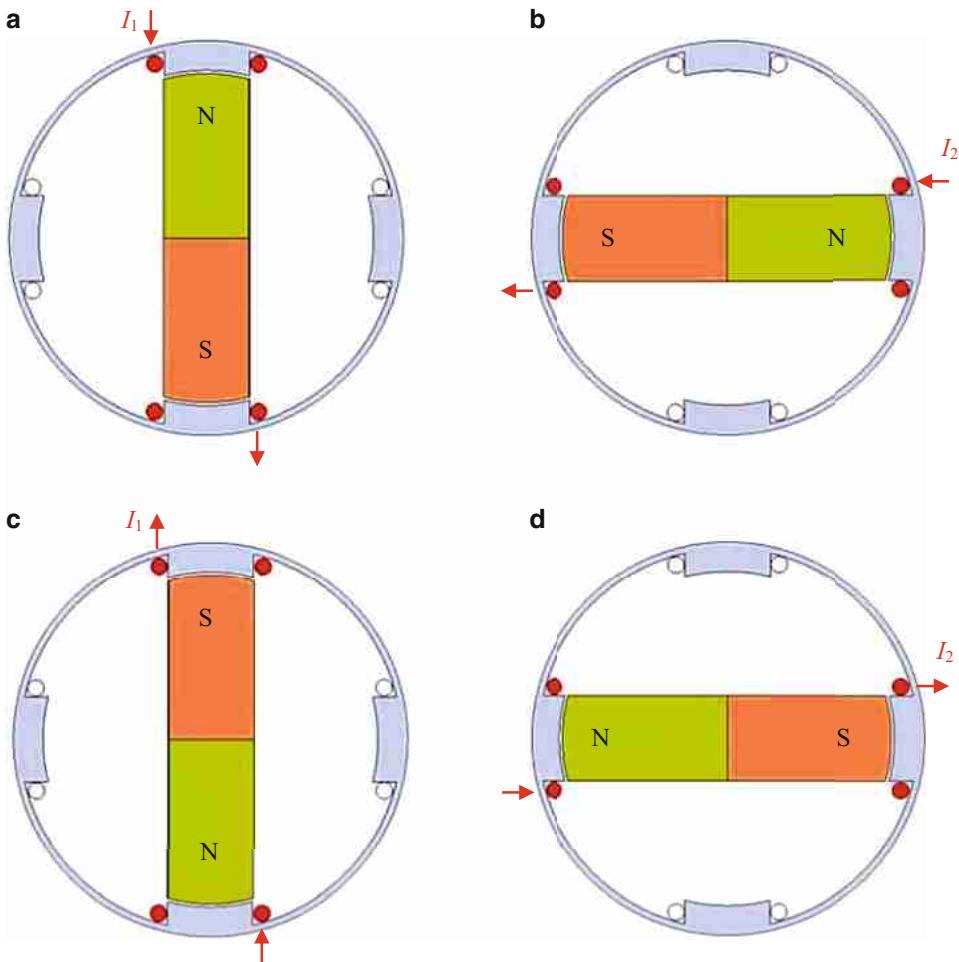
$$\alpha = \frac{360^\circ}{2 \cdot m \cdot p}. \quad (5.2)$$

Die Strangströme werden über zwei H-Brücken gesteuert:

Auch bei hohen Polzahlen (z. B. 200) gibt es insgesamt nur vier Anchlussleitungen zum Motor. Innerhalb des Motors sind die Pole eines Stranges in Reihe geschaltet.

### 5.5.2 Das Mikroschrittverfahren

Bei der Ansteuerung mit Gleichstrom wird immer nur ein Strang mit positivem oder negativem Strom – erzeugt durch H-Brückenschalter (Abb. 5.19) – gespeist. Für beide Stränge entsteht über der Zeitachse ein Blockstromdiagramm (Abb. 5.20):

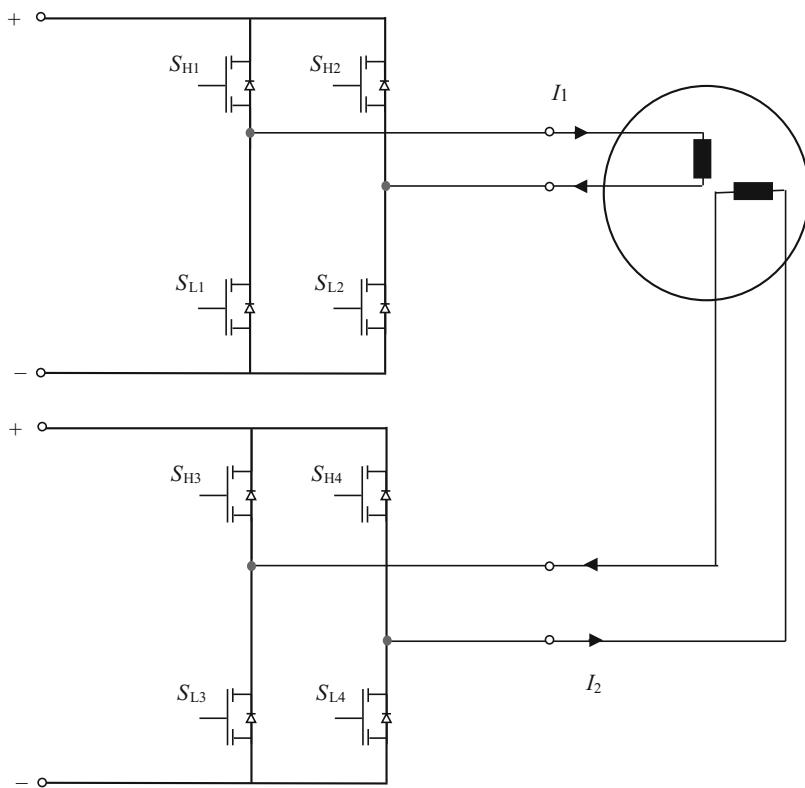


**Abb. 5.18** Rotorstellung und Strangströme im PM-Schrittmotor ( $m = 2, p = 1$ )

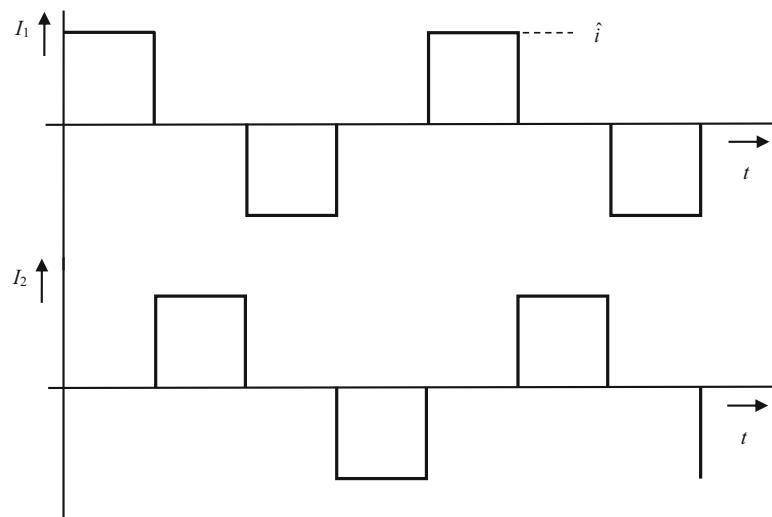
Bei jedem Schritt dreht sich der Rotor um den Schrittwinkel  $\alpha$ . Will man Zwischenschritte – sogenannte Mikroschritte – erreichen, muss man beide Stränge gleichzeitig bestromen.

Werden zum Beispiel die beiden Strangströme gleichzeitig und beide mit gleicher Amplitude nach Abb. 5.18a und b eingespeist, dreht der Rotor um  $45^\circ$ .

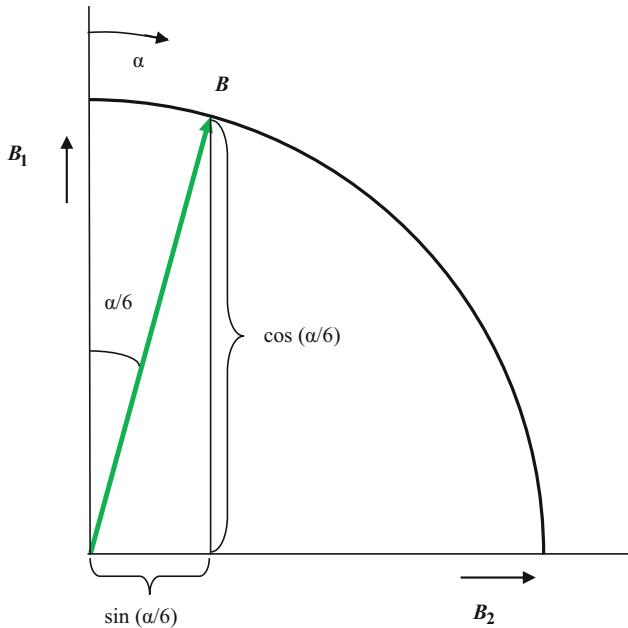
Gibt man durch den einen Strang einen Strom höherer Amplitude, so wird das entstehende Statorfeld  $\mathbf{B}$  den Rotor näher zu diesem Pol bewegen. Die Richtung erhält man aus der vektoriellen Addition der beiden Statorstrangfelder  $\mathbf{B}_1$  und  $\mathbf{B}_2$ . Wenn man will, dass die Amplitude des Gesamtfeldes  $\mathbf{B}$  konstant bleibt bzw. sich die Spitze von  $\mathbf{B}$  auf einem Kreis bewegt (Abb. 5.21), müssen die Stromamplituden der beiden Stränge für  $n$  Mikroschritte mit Vielfachen von  $\cos(\alpha/n)$  und  $\sin(\alpha/n)$  multipliziert werden.



**Abb. 5.19** Zwei H-Brücken zur Steuerung der beiden Strangströme



**Abb. 5.20** Blockströme I<sub>1</sub> und I<sub>2</sub> für schrittweisen Rechtslauf



**Abb. 5.21** Faktoren für die Einstellung eines Mikroschrittwinkels von  $15^\circ$

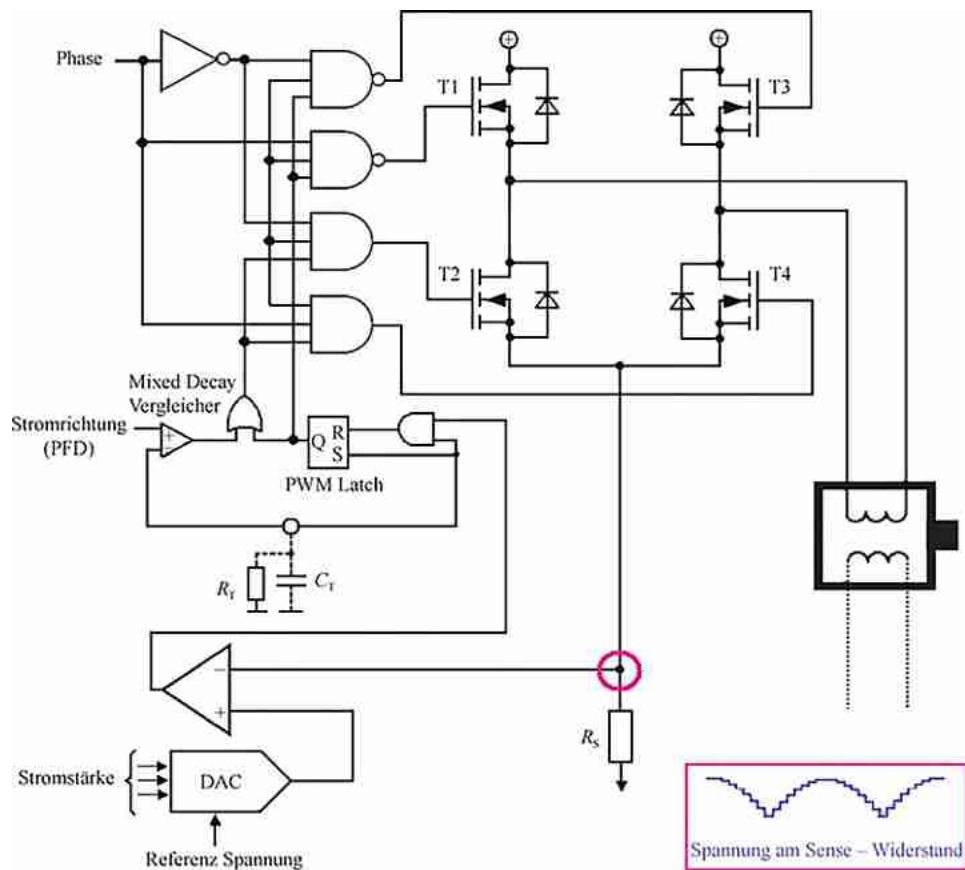
(Die Quadratur der Faktoren liefert immer den Wert eins, weil  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ )

Die Einstellung der Amplitudenfaktoren gelingt bei Gleichstrom mittels PWM-Regelung des Stromes. Einige auf dem Markt erhältliche Regelbausteine (Controller) enthalten Programme für eine einstellbare Anzahl an Mikroschritten  $n = 4, 8, \dots$

Ein Controller, der Mikroschritte mit dieser Methode der Strom-Regelung erzeugen kann, wird als Mikroschritt-Treiber bezeichnet. Ein Mikroschritt-Treiber kann die Motorschrittwinkel in 4 oder mehrere Teile unterteilen. Abb. 5.22 ist eine Darstellung des Mikroschritt-Treibers, der die Hälfte einer Chopping H-Brücke mit digitaler Stromsteuerung zeigt. Diese Schaltung steuert nur eine Spule des Schrittmotors, während eine identische Schaltung die andere Spule steuert. Die Stromrichtung und die Stromstärken werden synchronisiert, um den gewünschten Sinus/Cosinus-Quadraturzeitverlauf zu verursachen. Mit Hilfe des DAC (Digital-Analog-Wandler), kann die Referenzspannung digital so eingestellt werden, dass der Strom durch die Spule in diskreten Schritten reguliert wird. Der Spannungs-Zeitverlauf am Sense-Widerstand  $R_S$  ist eine gleich gerichtete Sinuswelle (absoluter Wert der Sinuswelle), da der Strom nie negativ in Richtung des Sense-Widerstandes fließt (<http://www.stepperworld.com/>).

Lassen Sie uns die Strom Verhältnisse betrachten, die benötigt werden, um insbesondere 1/8 Schrittewinkel zu erzielen, siehe Tab. 5.4 und Abb. 5.23 (<http://www.stepperworld.com/>).

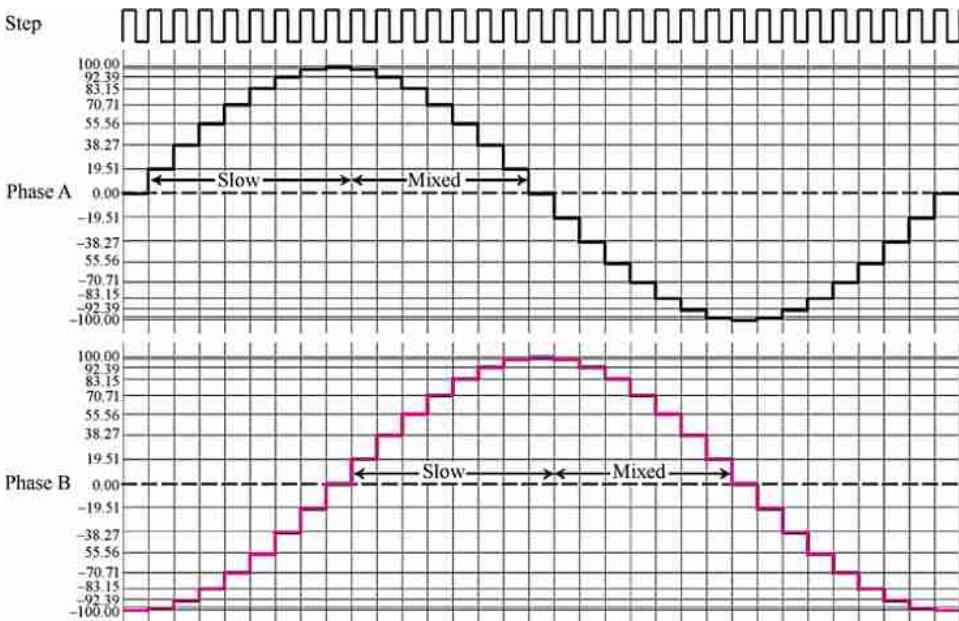
Um auf diese Prozentangaben zu kommen, wird ein nicht linearer „Sinus gewichteter“ Digital/Analog-Wandler (DAC) verwendet. Alle Prozentangaben können mit nur 3 Bits



**Abb. 5.22** Blockschaltbild der Mikroschritt-Ansteuerung

**Tab. 5.4** Stromverhältnisse

| Schrittposition | Phase A in % | Phase B in % | Winkel in ° |
|-----------------|--------------|--------------|-------------|
| Voll-Schritt    | 100          | 0            | 0           |
| 1/8-Schritt     | 98,1/[100]   | 19,5         | 11,03       |
| 1/4-Schritt     | 92,4         | 38,2         | 22,46       |
| 3/8-Schritt     | 83,1         | 55,5         | 33,74       |
| 1/2-Schritt     | 70,7         | 70,7         | 45          |
| 5/8-Schritt     | 55,5         | 83,1         | 56,26       |
| 3/4-Schritt     | 38,2         | 92,4         | 67,54       |
| 7/8-Schritt     | 19,5         | 98,1/[100]   | 78,97       |
| Voll-Schritt    | 0            | 100          | 90          |

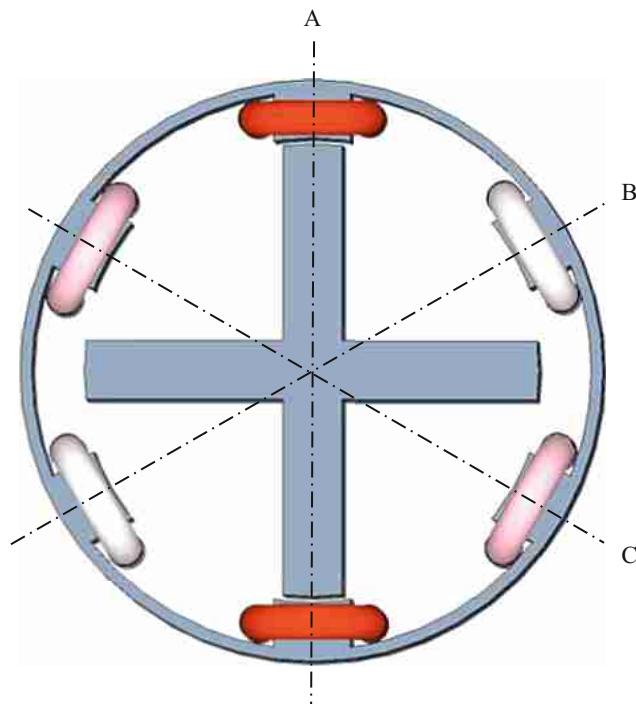


**Abb. 5.23** Sinus-/Cosinus-Mikroschritt-Welle bei einem 1/8 Schrittinkel. (Allegro MicroSystems 2022b)

dargestellt werden, indem man den Wert 98,1 % rausnimmt und ihn auf 100 % rundet, um die 9 Werte mit einem 3 Bits DAC darzustellen (<http://www.stepperworld.com/>).

### 5.5.3 Reluktanzschrittmotoren

Beim Reluktanzschrittmotor besteht der Rotor aus einem weichmagnetischen Material und ist in gezahnter Form aufgebaut. Im Ständer befinden sich die Strangwicklungen. Ist der Schrittmotor stromlos, also außer Betrieb, herrscht kein magnetisches Feld. Der Reluktanzschrittmotor wird auch abgekürzt als VR-Schrittmotor bezeichnet. Dies röhrt daher, dass der Rotor des Reluktanzschrittmotors mit einem veränderlichen magnetischen Widerstand (engl. variable reluctance) arbeitet. Wird nun der Schrittmotor in Betrieb genommen entsteht ein magnetischer Fluss im Rotor. Durch die Erregung einer Strangwicklung bewegt sich der nächstliegende Rotorzahn in die Richtung des erregten Stranges, weil er von diesem angezogen wird. Durch die unsymmetrische Bauform von Rotorzähnen und Strangwicklungen kann dieses System der Anziehung unendlich fortgeführt werden, wenn die Strangwicklungen nacheinander abwechselnd erregt werden. Die Schrittinkel werden durch die Anzahl der Rotorzähne bestimmt. Es sind sogar Schrittinkel unter  $1^\circ$  technisch möglich. Die Abb. 5.24 zeigt den grundsätzlichen Aufbau eines Reluktanzschrittmotors



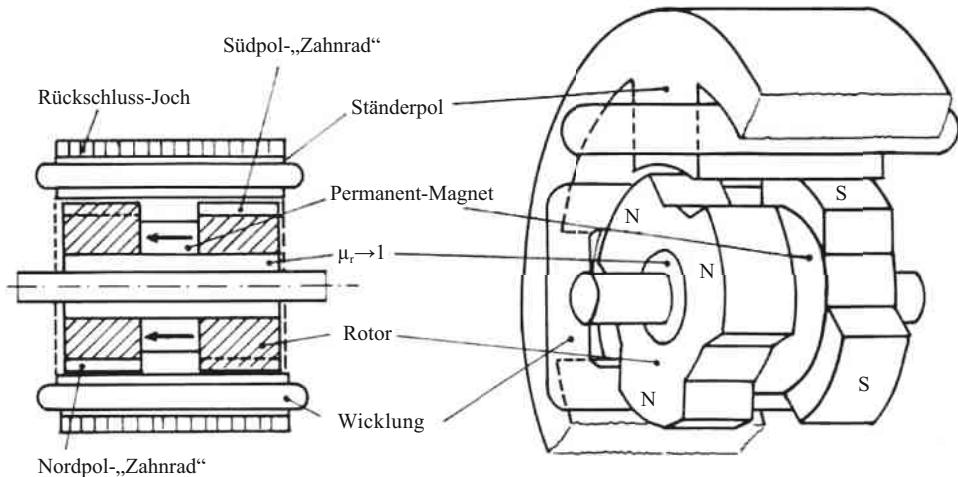
**Abb. 5.24** Dreisträngiger Reluktanzschrittmotor mit  $p = 1$  und  $m = 3$

mit drei Strängen A, B und C. Die Wicklungen des Stranges A sind hier bestromt. Der Rotor richtet sich entsprechend des geringsten magnetischen Widerstandes aus. (Rummich 2005)

Der Motor benötigt 6 Anchlussleitungen bzw. drei H-Brücken. Der Vorteil des Reluktanzschrittmotors ist seine einfache und kostengünstigere Bauweise im Vergleich zu allen anderen Motortypen. Der VR-Motor benötigt keine Permanentmagnete, die aus Selten-erdmetallen wie beispielsweise Samarium, Neodym oder Yttrium hergestellt werden. Nachteil des VR- gegenüber dem PM-Motor ist allerdings das geringere Drehmoment bei gleichem Bauvolumen, weil die erreichbaren Energiedichteunterschiede im VR-Typ geringer sind.

#### 5.5.4 Hybridschrittmotoren

Hybridschrittmotoren (Abb. 5.25) sind eine Kombination aus VR- und PM-Motoren. Es werden die Vorteile beider Systeme genutzt. Die Motivation Hybridmotoren zu bauen,



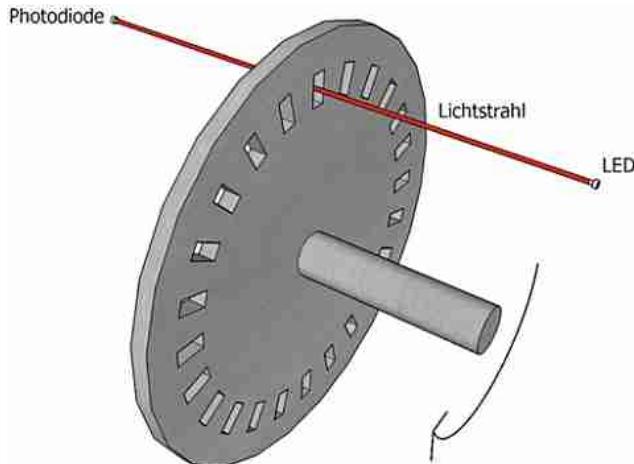
**Abb. 5.25** Aufbau Hybridschrittmotor (Rummich 2005)

röhrt aus der Ausnutzung von Eigenschaften wie kleine Schrittwinkel, große Drehmomente und Selbsthaltemomente. Hybirdmotoren werden auch als HY-Schrittmotoren bezeichnet. Der Rotor besteht im Grunde aus zwei weichmagnetischen und gezahnten Polschuhen. Zwischen den weichmagnetischen Rotorteilen liegt ein Permanentmagnet. In der Regel entsprechen die Rotorteile, von der Geometrie her, derer von VR-Motoren. Es ist ein Vollschrittbetrieb aber auch Halbschrittbetrieb problemlos möglich. (Rummich 2005)

## 5.6 Servomotoren

Ein Servomotor ist keine spezielle elektrische Maschine, sondern kann beispielsweise eine Gleichstrommaschine oder eine Synchronmaschine sein. Allerdings werden die Motorströme elektronisch so geregelt, dass definierte Positionen angefahren werden können. Dazu sind digitale Positionssensoren erforderlich. Als Positionsgeber dienen beispielsweise Hallsensoren (siehe Abb. 5.8 (alt 4.67)) oder auch optische Winkelgeber (Rotary Encoder) wie in Abb. 5.26 prinzipiell dargestellt.

Ein feststehender Lichtstrahl – erzeugt von einer Leuchtdiode – trifft auf eine rotierende Lochscheibe, die fest mit der Antriebsachse gekoppelt ist. Hinter der Lochscheibe trifft der Lichtstrahl auf eine Fotodiode, die eine Spannung erzeugt falls der Lichtstrahl ein Loch passiert. Die Löcher sind in gleichmäßigem Winkelabstand angebracht. In Abb. 5.26 sind



**Abb. 5.26** Winkelgeber (Rotary Encoder) mit 24 Löchern bzw.  $15^\circ$  Winkelauflösung

24 Löcher gleichmäßig auf  $360^\circ$  verteilt. Damit würde man eine Winkelauflösung von  $15^\circ$  erreichen. In der Praxis werden weitaus höhere Winkelauflösungen  $< 1^\circ$  erreicht.

Damit man die Drehrichtung erkennen kann, benötigt man mindestens zwei Fotodioden.

Die zweite Fotodiode ist um ein Viertel der Periodenlänge versetzt angebracht, sodass die Signale der Fotodetektoren bei der Rotation in der einen Richtung um  $90^\circ$  phasenverschoben sind und in der anderen Richtung um  $270^\circ$ .

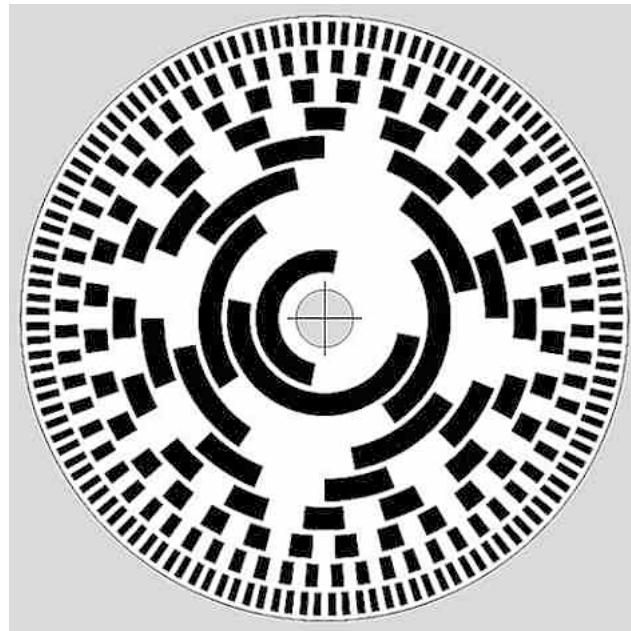
Absolute Positionen erreicht man durch die Verwendung eines zusätzlichen Nullsensors (Zero), der einmal pro Umdrehung einen Impuls liefert.

Am Sensorausgang werden die drei Signale in analoger Form (A, B, Z) oder digital aufbereitet zur Verfügung gestellt zum Beispiel für CANopen oder Profibus.

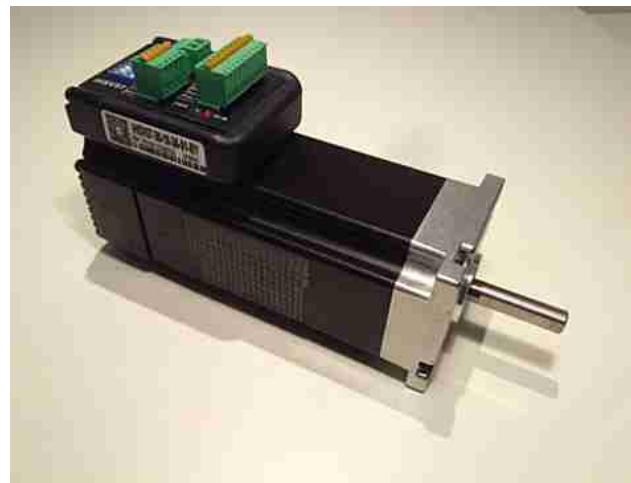
Verwendet man mehrere radial angebrachte Spuren, kann man direkt ein digitales Signal zur absoluten Positionsbestimmung erzeugen. Abb. 5.27 zeigt eine sogenannte Grey Disc mit 8 + 1 Bit Auflösung (Abb. 5.28).

Einen Servomotor kauft man in der Regel als System inklusive des Motorreglers ein.

Im Automobilbau werden z. B. für die Fensterheber Servomotoren eingesetzt. Im Maschinenbau findet man Servomotoren in CNC-Maschinen und Industrierobotern. Der geregelte Servomotor hat gegenüber einem gesteuerten Schrittmotor in gewissen Anwendungssituationen Vorteile. Man kann den Servomotor mit Drehmomentregelung (Vektorregelung) betreiben. Der Servomotor kann keine „Schritte“ verlieren, beim Schrittmotor hingegen spart man die Positionssensorik.



**Abb. 5.27** Gray Disc mit 8 + 1 Bit Auflösung. (Quellenangabe zum Bild: W.Rebel – Eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, [mons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18363452](https://mons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18363452) <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18363452>)

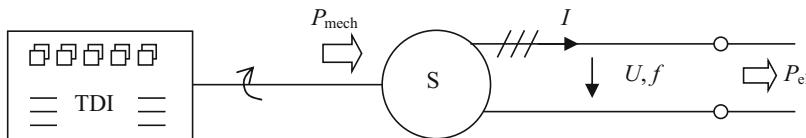


**Abb. 5.28** Servomotor inklusive Regler für eine CNC-Fräsmaschine

## 5.7 Übungsaufgaben zu Synchron- und Gleichstrommaschine

### Aufgabe 4.10

An einem Motorenprüfstand messen Sie mit Hilfe eines vierpoligen ( $p = 2$ ) Dreiphasen-Synchrongenerators Leistung und Drehmoment eines 10-Zylinder Turbo-Diesel-Motors.



Die Generatorwicklung ist im Stern geschaltet.

Der Wirkungsgrad  $\eta$  des Synchrongenerators beträgt für alle Drehzahlen 90,91 %.

| $U/V$ | $\text{Re}\{I\}/A$ | $P_{\text{el}}/\text{kW}$ | $f_{\text{el}}/\text{s}^{-1}$ | $n_{\text{mech}}/\text{min}^{-1}$ | $P_{\text{mech}}/\text{kW}$ | $M/\text{Nm}$ |
|-------|--------------------|---------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|---------------|
| 230   | 16,70              |                           | 16,67                         |                                   |                             |               |
| 230   | 45,90              |                           | 33,33                         |                                   |                             |               |
| 230   | 82,63              |                           | 50                            | 1500                              |                             |               |
| 230   | 123,54             |                           | 66,67                         |                                   |                             |               |
| 230   | 164,85             |                           | 83,33                         |                                   |                             |               |
| 230   | 197,82             |                           | 100                           |                                   |                             |               |
| 230   | 222,04             |                           | 116,67                        |                                   |                             |               |
| 230   | 227,04             |                           | 133,33                        |                                   |                             |               |
| 230   | 236,64             |                           | 150                           |                                   |                             |               |

- a) Ergänzen Sie die Tabelle mit den Messdaten.
- b) Skizzieren Sie die Drehmomentkennlinie  $M(n)$  des TDI-Motors.
- c) Wie groß ist die Verlustleistung im Generator bei  $4500 \text{ min}^{-1}$ ?

### Aufgabe 4.11

Der Radius eines Synchronmotors sei der Erdradius (6371 km).

Weitere Daten:

Phasenzahl:  $m = 3$ ,

Polpaarzahl:  $p = 40.030.174$ ,

Spannung:  $U = 400 \text{ V } 50 \text{ Hz}$ .

- a) Wie groß ist die synchrone Drehzahl?
- b) Wie viel Meter beträgt die Länge eines Polpaars am Umfang der Maschine?
- c) Wie groß ist die Geschwindigkeit des magnetischen Drehfeldes am Umfang der Maschine in km/h?

- d) Man baut diesen Motor nur stückweise – z. B. auf einer Strecke zwischen München Flugplatz und München Stadtmitte – auf einer Länge von ca. 30 km. Wie nennt man diesen Motortyp sonst noch?

### Aufgabe 4.12

Bei einem Reihenschlussmotor im Gleichstrombetrieb beträgt das Nenndrehmoment  $M_N = 100 \text{ Nm}$  bei der Nenndrehzahl  $n_N = 1450 \text{ min}^{-1}$ . Der Ankerstrom beträgt dabei 50 A.

Der ohmsche Widerstand der Erregerwicklung sowie der Ankerwicklung beträgt jeweils  $1 \Omega$  ( $R_A = R_f$ ).

Die Verluste im Eisen und durch Reibung betragen in Summe 100 W ( $P_{VR} + P_{VFe}$ ).

- Wie groß ist die Nennleistung  $P_N$  (abgegebene mechanische Leistung)?
- Wie groß ist die Verlustleistung im Widerstand der Anker- und Erregerwicklung ( $P_{VA}, P_{Vf}$ )?
- Wie groß ist die aufgenommene elektrische Leistung  $P_{el}$ ?
- Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta$ ?
- Wie groß ist die Klemmenspannung des Motors im Nennbetrieb?
- Der Motor wird nun an einer Wechselspannung betrieben mit einem Effektivwert, der dem Wert der Gleichspannung entspricht, die unter e) berechnet wurde. Zwischen welchen Werten schwankt das abgegebene Drehmoment des Motors bei  $1450 \text{ min}^{-1}$ ?

### Aufgabe 4.13

Die Nenndaten eines Gleichstrom-Reihenschlussmotors betragen:

$$\begin{aligned}P_N &= 20 \text{ kW}, \\n_N &= 1450 \text{ min}^{-1}, \\I_N &= 60 \text{ A}, \\R_A &= 0,5 \Omega, \\R_f &= 0,5 \Omega.\end{aligned}$$

Die Verluste im Eisen und durch Reibung können vernachlässigt werden.

- Wie groß ist der Spannungsabfall am Ankerwiderstand  $R_A$  und am Widerstand der Erregerwicklung  $R_f$ ?
- Wie groß ist die Verlustleistung im Widerstand der Anker- und Erregerwicklung ( $P_{VA}, P_{Vf}$ )?
- Wie groß ist die aufgenommene elektrische Leistung  $P_{el}$ ?
- Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta$ ?
- Wie groß ist die Klemmenspannung  $U$  des Motors im Nennbetrieb?
- Wie groß ist das Nenndrehmoment?
- Wie groß ist das Drehmoment der Maschine, wenn diese an eine Wechselspannung mit einem Effektivwert von 393 V angeschlossen wird?

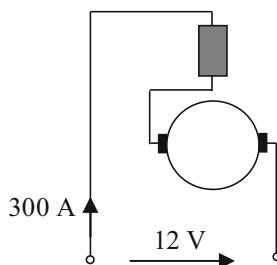
**Aufgabe 4.14**

Bei einem Anlassermotor beträgt bei einem typischen Startvorgang der Mittelwert des Anlasserstroms 300 A für 2 s. Die Klemmenspannung ist 12 V.

Bei diesem Anlasser handelt es sich um einen Gleichstrommotor mit Reihenschlussregerwicklung.

Die Ankerwicklung hat einen Widerstand von  $R_A = 1 \text{ m}\Omega$ .

Die Erregerwicklung hat einen Widerstand von  $R_f = 9 \text{ m}\Omega$ .



- Wie groß ist die Energie in kWh, die bei einem Startvorgang verbraucht wird?
- Wie groß muss die Kapazität eines Kondensators mindestens sein, wenn dieser die Energie für den Startvorgang liefern soll? (Hinweis:  $E_C = 0,5 C U^2$ )
- Wie groß ist die Verlustleistung im Anlasser (nur Verluste in den ohmschen Widerständen)?
- Wie groß ist der Wirkungsgrad des Anlassermotors?

**Aufgabe 4.15**

Ein Gleichstromnebenschlussmotor hat die Nenndaten:

$$\begin{aligned}U_N &= 240 \text{ V}, \\I_{AN} &= 160 \text{ A (Strom im Ankerkreis)}, \\P_N &= 33 \text{ kW (abgegebene Leistung)}, \\n_N &= 1450 \text{ min}^{-1}, \\R_E &= 180 \Omega \text{ (Widerstand der Erregerwicklung)}.\end{aligned}$$

- Berechnen Sie das Nenndrehmoment.
- Wie groß ist die Leistungsaufnahme  $P_1$ ?
- Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta_N$  bei Nennleistung?
- Wie groß ist die Verlustleistung in der Erregerwicklung?

## Literatur

Allegro MicroSystems, Inc.: A4988-Datasheet.pdf: „DMOS Microstepping Driver with Translator and Overcurrent Protection“, 07.12.2022b

<http://www.maxonmotor.com>: Urs Kafader, Elektronisch kommutierte Gleichstrommotoren (2009)

Rummich, E.: Elektrische Schrittmotoren und -antriebe. Expert, Renningen (2005)



# Antriebssysteme

# 6

## Zusammenfassung

Als Beispiel für ein Antriebssystem, welches eine viel größere Komplexität aufweist als z. B. ein Elektromotor, betrachten wir blockschaltbildmäßig auszugsweise den elektrischen Schaltplan der Elektrolokomotive der Baureihe 101 der Deutschen Bahn. In der Baureihe 101 der Deutschen Bahn kommen Drehstromlokomotiven der jüngsten Generation zum Einsatz. Vom Antriebskonzept wird in Abb. 6.2 die elektrische Energieflusskette von der einphasigen 15 kV-Oberleitung bis zum dreiphasigen Drehstrommotor dargestellt. Von der 15 kV-Oberleitung geht es direkt auf einen schwergewichtigen Transformator mit mehreren Wicklungen (Gewicht 13 t). Nachteilig daran ist die geringe Netzfrequenz von 16,66 Hz, die historisch bedingt ist. (Der Blindwiderstand der Hauptinduktivität des Transformatoren ist direkt proportional zur Frequenz  $X_h = \omega L_h$ ).

## 6.1 Antriebskonzept einer E-Lok

Als Beispiel für ein Antriebssystem, welches eine viel größere Komplexität aufweist als z. B. ein Elektromotor, betrachten wir blockschaltbildmäßig auszugsweise den elektrischen Schaltplan der Elektrolokomotive der Baureihe 101 der Deutschen Bahn (Abb. 6.1).

|                       |                 |
|-----------------------|-----------------|
| Hersteller            | ADtranz         |
| Nummerierung          | 101.001–101.145 |
| Baujahr               | 1996–1999       |
| Gesamtserie           | 145             |
| Bestand Dezember 2003 | 145             |
| Höchstgeschwindigkeit | 220 km/h        |

(Fortsetzung)

|   |                              |
|---|------------------------------|
| Hersteller                                    | ADtranz                      |
| Länge über Kupplung                           | 19.100 mm                    |
| Fahrmotoren                                   | 4 Drehstrom-Asynchronmotoren |
| Gewicht der Fahrmotoren                       | jeweils 2136 kg              |
| Stromsystem                                   | 15 kV, 16 2/3 Hz             |
| Antrieb                                       | Hohlwellenantrieb, IGA       |
| Dauerleistung (Fahren und Nutzbremse)         | 6400 kW                      |
| Leistungskennziffer                           | 73,6 kW/t                    |
| Anfahrzugkraft                                | 300 kN                       |
| Einzelregelungen                              | Radsatzregelung              |
| Längskraftübertragung                         | Zugstangen                   |
| Spurweite                                     | 1435 mm (Normalspur)         |
| Achsenfolge                                   | Bo'Bo'                       |
| Kupplung                                      | Schraubenkupplung            |
| Dienstgewicht                                 | 83 t                         |
| Achslast                                      | 21,7 t                       |
| Radsatzabstand im Drehgestell                 | 2650 mm                      |
| Raddurchmesser neu/abgenützt                  | 1250 mm/1170 mm              |
| mechanische Bremse                            | Scheibenbremse auf Hohlwelle |
| Lieferant elektrischer Teil/Mechanischer Teil | ADtranz                      |
| Zugsicherung                                  | Sifa/LZB                     |

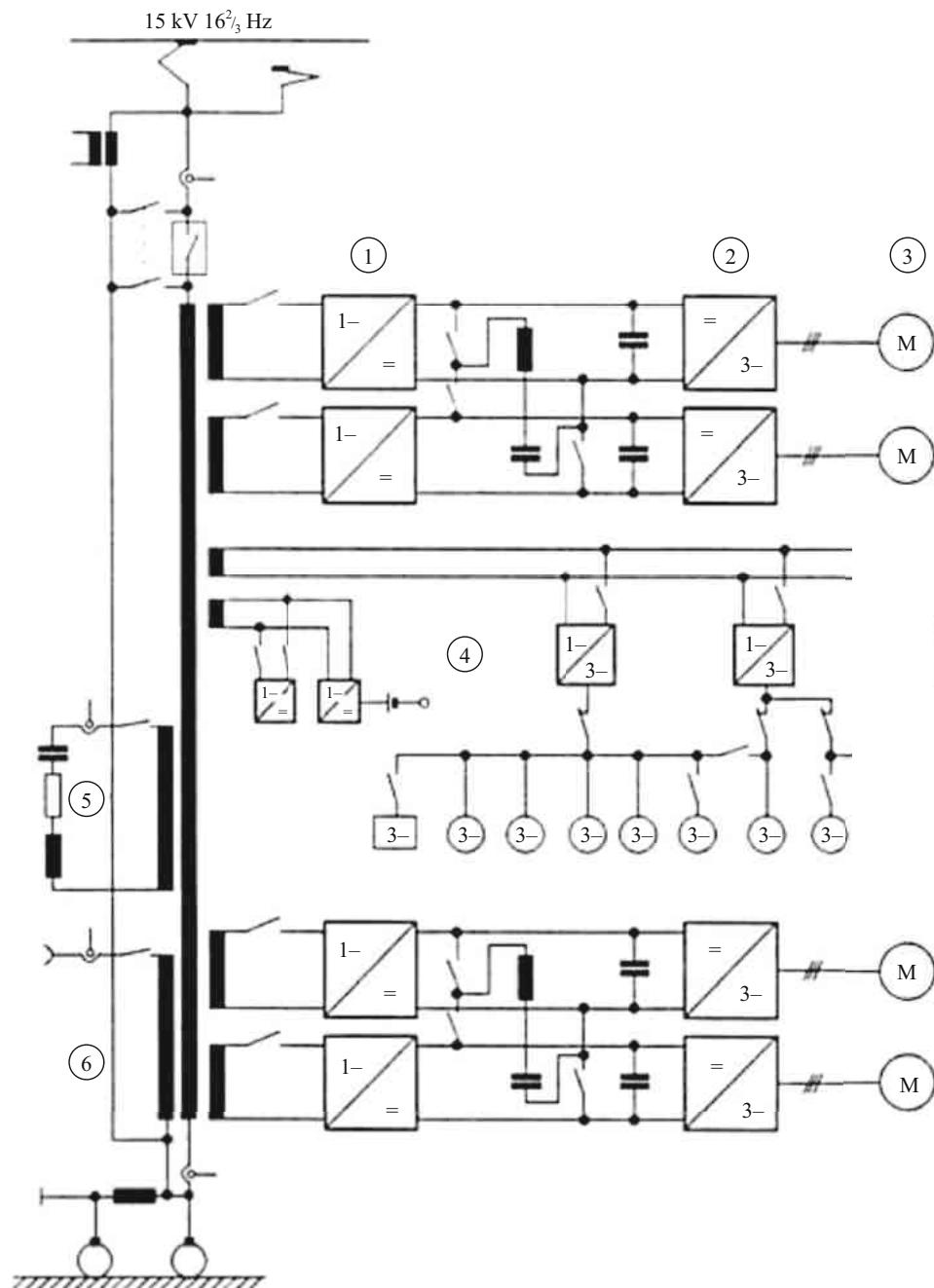
Quelle: <http://de.wikipedia.org>

In der Baureihe 101 der Deutschen Bahn kommen Drehstromlokomotiven der jüngsten Generation zum Einsatz.

Vom Antriebskonzept wird in Abb. 6.2 die elektrische Energieflusskette von der einphasigen 15 kV-Oberleitung bis zum dreiphasigen Drehstrommotor dargestellt.



**Abb. 6.1** DB-Baureihe 101



**Abb. 6.2** Antriebsschema Lokomotive Baureihe 101 (Still und Hammer 1996), (1) Vierquadrantensteller als Netzstromrichter, (2) Pulswechselrichter als Motorstromsteller, (3) Drehstrom-Asynchronmotoren (gesamt 6400 kW), (4) Hilfsantriebeumrichter, (5) Sekundärseitiges Netzfilter, (6) Zugsammelschienensversorgung

Von der 15 kV-Oberleitung geht es direkt auf einen schwergewichtigen Transformator mit mehreren Wicklungen (Gewicht 13 t). Nachteilig daran ist die geringe Netzfrequenz von 16,66 Hz, die historisch bedingt ist. (Der Blindwiderstand der Hauptinduktivität des Transformators ist direkt proportional zur Frequenz  $X_h = \omega L_h$ ).

Die vier Drehstrommotoren (3) benötigen zur Erzeugung eines Drehfeldes 3-Phasen-Wechselstrom, deshalb folgen für die Antriebsstränge Gleichrichter (1) und Pulswechselrichter (2), die zusätzlich zur 3-Phasenerzeugung auch die Höhe des Motorstroms regeln können.

Hilfsumrichter (4) versorgen das Bordnetz mit den erforderlichen Spannungen (315 V) für Beleuchtung, Heizung, Hilfsmotoren etc.

Hochfrequente Störspannungen werden über das sekundärseitige Netzfilter (5) kurzgeschlossen.

In zukünftigen Systemen will man den eingangsseitigen Transformator einsparen und durch pulsweitenmodulierte Halbleiter ersetzen (Abb. 6.3). Dabei muss die galvanische Trennung, die aus Sicherheitsgründen erforderlich ist, von einem Trenntransformator vorgenommen werden. Dieser Trenntransformator wird jedoch bei Mittelfrequenzen von z. B. 20 kHz betrieben, sodass dieser entsprechend klein gebaut werden kann (Gewicht 45 kg).

## 6.2 Die Magnetschwebebahn

### 6.2.1 Der Transrapid

1974 hatte in Zusammenarbeit mit der Technischen Universität Braunschweig die Entwicklung der Langstator-Magnetfahrtechnik begonnen.

Bereits 1979 kam diese Technik auf der weltweit ersten Demonstrationsstrecke anlässlich der Internationalen Verkehrs-Ausstellung in Hamburg zum Einsatz.

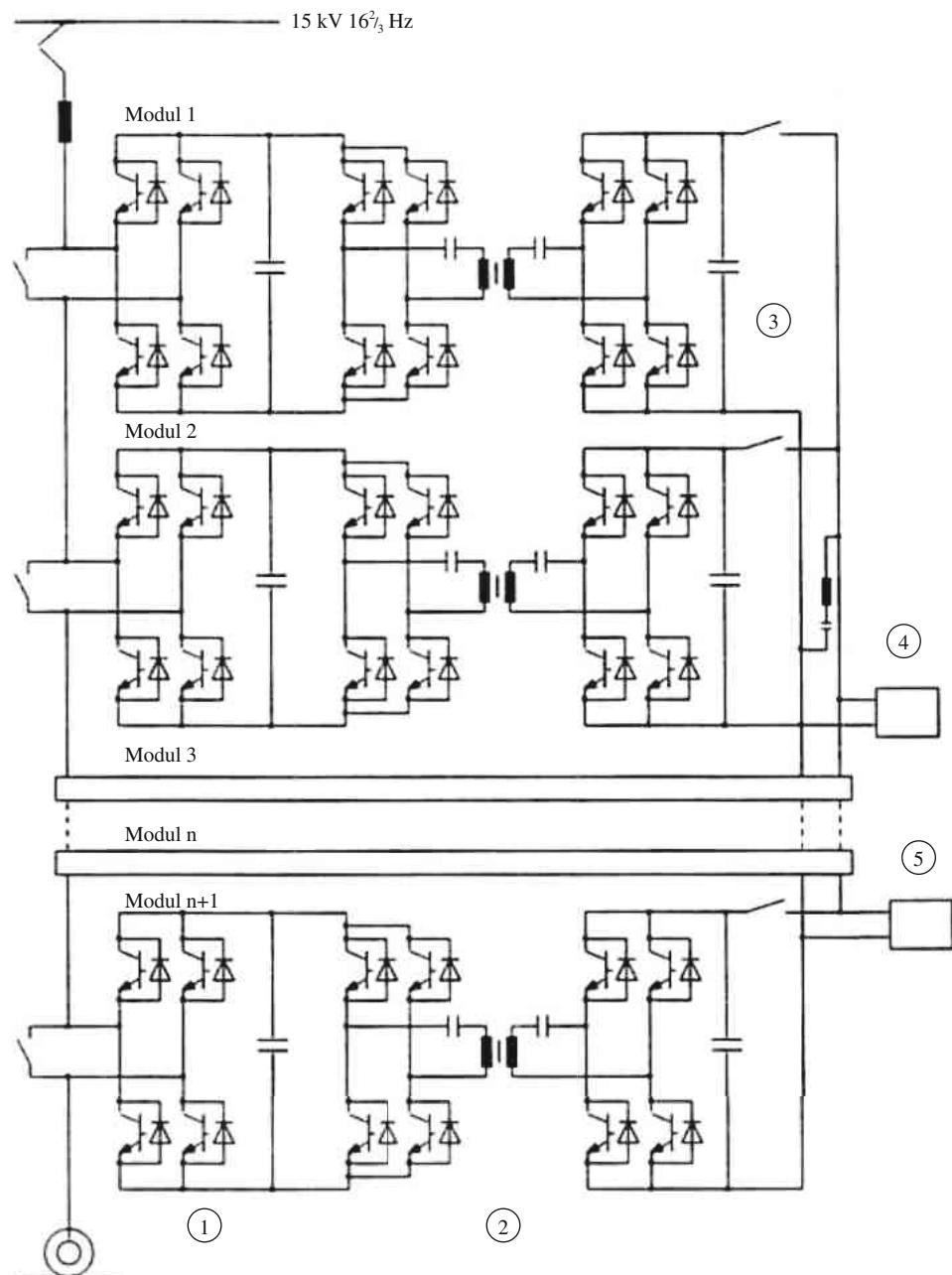
Seit Fertigstellung der Versuchsstrecke im Emsland 1984 erweist sich der Langstator als alltagstauglich und kommt auch in der Shanghai-Pudong-Airportbahn ab 2005 zum Einsatz.

Der Antriebsmotor ist ein Linearmotor, den man sich auch aus der Abwicklung einer Drehfeldmaschine (siehe Bild unten) vorstellen kann. Dabei liegt der Stator der Maschine im Fahrweg und nur der Rotor befindet sich im Zug. Die Antriebsenergie wird abschnittsweise dem Stator im Fahrweg zur Verfügung gestellt. Das heißt, der gesamte Fahrweg ist mit Kupferspulen versehen, durch die immer dann Drehstrom geschickt wird, wenn der Zug sich darüber befindet und angetrieben werden soll (Abb. 6.4).

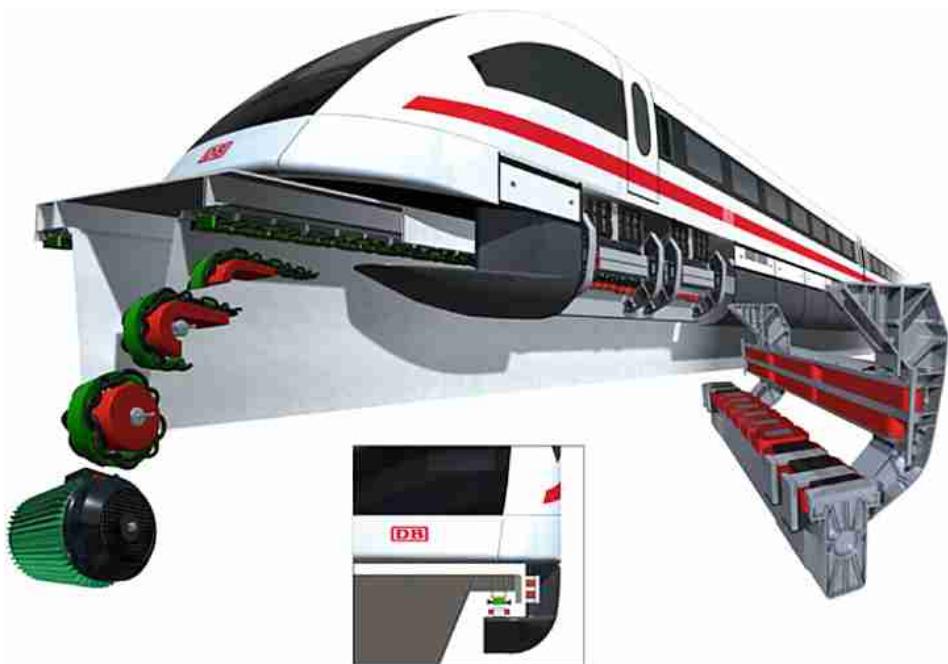
Neben dem magnetischen Wanderfeld der Drehstromwicklungen kommen Führ- und Tragmagnete zum Einsatz (siehe Abb. 6.5, 4.4 und 4.5).

Kurzdaten des Fahrzeugs der Pudong-Airportbahn Shanghai:

|           |         |
|-----------|---------|
| Sektionen | 6       |
| Länge     | 153,6 m |
| Breite    | 3,7 m   |



**Abb. 6.3** Topologie mit Mittelfrequenztransformator (Kratz und Strasser 1998), (1) Netzstromrichterkaskade, (2) Mittelfrequenzstellerkaskade und -übertrager 1 : 1, (3) Gleichspannungszwischenkreis, (4) Motorstromrichter, (5) Hilfsbetriebeumrichter



**Abb. 6.4** Abwicklung des Stators einer Drehstrommaschine zum Langstator im Fahrweg des Transrapid. (siehe auch Aufgabe 5.1)

|                                   |          |
|-----------------------------------|----------|
| Höhe                              | 4,2 m    |
| Auslegungsgeschwindigkeit         | 505 km/h |
| Sitzplätze                        | 574      |
| Geregelte Schwebehöhe             | 10 mm    |
| Beschleunigung von 0 auf 300 km/h | <2 min   |

## 6.2.2 Die Japanische Magnetschwebebahn „Supraleitender Maglev“

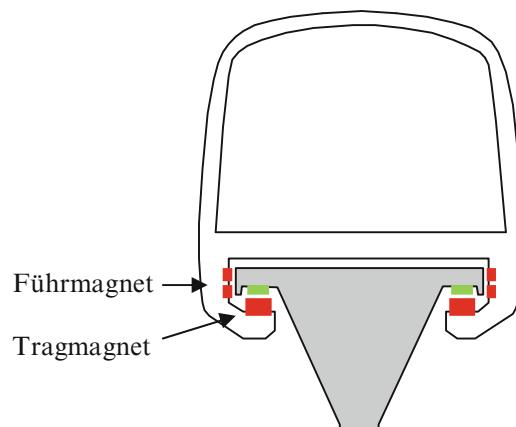
Die Japaner bezeichnen ihre Magnetschwebebahn Maglev (Abb. 6.6), wobei dieser Begriff international auch allgemein für Magnetic Leviator = Magnetschwebebahn verwendet wird.

Im Gegensatz zum deutschen Transrapid sind die Antriebsspulen (propulsion coil) seitlich im Fahrweg angebracht, ebenso sind Führ- und Hubmagnete seitlich platziert (Abb. 6.7 und 6.8).

Ein wesentliches Merkmal der japanischen Entwicklung ist der Einsatz von Supraleitenden Magneten (Reaktionsteil im Zug).

Metalle werden unter 4 K ( $-269^{\circ}\text{C}$ ) supraleitend, d. h., ihr ohmscher Widerstand geht gegen Null. Legierungen aus  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  besitzen eine Sprungtemperatur von 23,2 K ( $-250^{\circ}\text{C}$ ). Die Sprungtemperatur  $T_C$  ist die Temperatur, bei der Übergang vom normalleitenden in den supraleitenden Zustand stattfindet.

**Abb. 6.5** Führ- und Tragmagnete im Transrapid

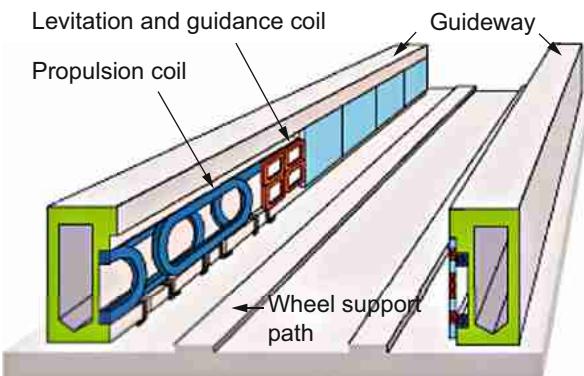


**Abb. 6.6** Der japanische Maglev

1986 erhielten die Physiker Georg Bednorz und Karl Alexander Müller den Nobelpreis für die Entdeckung der keramischen Hochtemperatur-Supraleiter (Lanthan-Barium-Kupfer-Oxid), die eine Sprungtemperatur von  $>77$  K ( $-196$  °C) aufweisen. Durch Beimischung von Yttrium kommt man auf eine  $T_c$  von 92 K. Wegen der relativ hohen Sprungtemperatur nennt man diese Werkstoffe auch Hochtemperatur-Supraleiter.

Bei Raumtemperatur sind diese Keramiken sogar Isolatoren.

**Abb. 6.7** Fahrwegsystem des japanischen Maglev



**Abb. 6.8** Supraleitende Spule im Zugteil des Maglev

Mit Hilfe von supraleitenden Spulen kann man bei kleinen Drahtquerschnitten theoretisch verlustfrei sehr hohe Ströme fließen lassen bzw. starke Magnetfelder aufbauen. Nachteilig ist allerdings der Aufwand für die Tieftemperaturkühlung mit flüssigem Stickstoff und flüssigem Helium.

Bei den ersten Fahrversuchen (1977) kam es zum Quench im Supraleiter. Darunter versteht man den Verlust der Supraleitung durch zu starke Magnetfelder auch unterhalb der Sprungtemperatur.

Wenn der Supraleiter wieder normalleitend wird, treten plötzlich sehr hohe ohmsche Verluste auf, was wiederum zum Abbrennen bzw. Verdampfen der Supraleiter spule führt. Dieses Problem haben die japanischen Ingenieure gelöst und konnten im Dezember 1997

mit 550 km/h Spitzengeschwindigkeit einen Weltrekord für Magnetschwebebahnen aufstellen (Goto 1998). Am 21. April 2015 wurde mit einem Zug der L0 Serie mit sieben Wagonsegmenten ein neuer Geschwindigkeits-Weltrekord von 603 km/h auf der Yamanashi Maglev Test Line aufgestellt.

Die Magnetschwebebahnen können zukünftig große Metropolen miteinander verbinden und effektive Reisegeschwindigkeiten ermöglichen, die bisher nur dem Flugzeug vorbehalten waren.

Die Magnetschwebebahn wird wirtschaftlich, wenn hohe Fahrgastzahlen zu erwarten sind. Zwischen Tokyo und Osaka werden heute schon täglich bis zu 350.000 Fahrgäste mit konventionellen Shinkansen-Zügen transportiert.

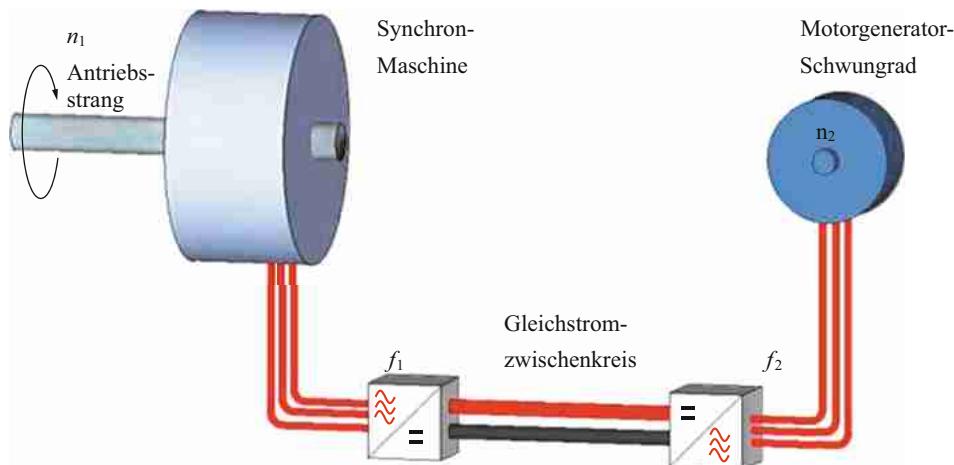
### 6.3 Elektromechanisches KERS – Kinetic Energy Restoring System

Das elektromechanische KERS wird in Rennsportfahrzeugen eingesetzt, um die Bremsenergie bei der Einfahrt in eine Kurve zu speichern und bei der Kurvenausfahrt in zusätzliche Beschleunigung umzusetzen.

Der Bremsvorgang läuft dabei so ab, dass man „elektrisch bremst“, das heißt man treibt einen elektrischen Generator an, der die kinetische Energie des Fahrzeugs in elektrische Energie umwandelt.

Beim rein elektrischen KERS speichert man die Energie in einem elektrischen Kondensator oder einem Li-Akkumulator und kann damit bei Bedarf mit einem elektrischen Motor zusätzlichen Antrieb erreichen.

Beim elektromechanischen KERS (Abb. 6.9) wird über einen elektrischen Zwischenkreis eine zweite elektrische Maschine angetrieben. Für die Zeit der Energiespeicherung wird die Energie in kinetischer Rotationsenergie  $\frac{1}{2}J\omega^2$  der zweiten E-Maschine gespeichert.



**Abb. 6.9** Elektromechanisches KERS



**Abb. 6.10** Reluktanzmotor-Schwungradspeicher DYNASTORE von Compact Dynamics

Bei der Kurvenausfahrt kann der Fahrer durch Betätigen des Boostschalters die Energie abrufen und in zusätzliche Beschleunigung umsetzen.

Von Compact Dynamics wurde das elektromechanische System DYNASTORE (Abb. 6.10) zur Energiespeicherung entwickelt. Es besteht aus zwei oder vier Motorgenerator-Schwungrad-Einheiten bei dem jeweils zwei Schwungräder gegensinnig laufen, um Reaktionskräfte beim Be- und Entladen, sowie Präzessionskräfte bei Fahrzeubewegungen zu kompensieren. Bei dem Motor handelt es sich um einen Innenläufer-Reluktanzmotor, bei dem der Rotor als Schwungmasse dient. Der Vorteil dieses Motors ist, dass er für hohe Drehzahlen geeignet ist und im unbestromten Zustand keine Drehmoment- und Ummagnetisierungsverluste aufweist.

Der Clou des Systems liegt in der freien Wahl der Drehzahl des Schwungradrotors. Die Drehzahl des Speicherrotors kann über  $100.000 \text{ min}^{-1}$  liegen. Daraus resultiert eine hohe Energie- und Leistungsdichte des Speichersystems.

„Um Gasreibungsverluste zu minimieren ist das gekapselte Gehäuse der Reluktanzmaschine teilvakuumiert. Der Nachteil, den die Druckreduzierung mit sich bringt, ist dass weniger Wärme über den Luftspalt nach außen abgeführt kann. Zur optimalen Wärmeabfuhr der Rotorwärme wurde ein Verdampfungskühlsystem eingeführt. Dabei befindet sich ein Kühlmittel im freien Innenraum des Rotors in Form eines Wandfilms. Bei hoher Temperatur verdampft die Flüssigkeit und wird am wassergekühlten Kondensator wieder verflüssigt, sodass sich ein geschlossener Heatpipe-Kreislauf ergibt.“ (Hybrid-Autos.info 2011)

Damit auch bei einem Unfall die Sicherheit gewährleistet ist, ist der Stator aus massivem Blech gefertigt und dient als Schutzschild, damit keine Teile nach außen dringen. Zudem wird die gespeicherte Energie systematisch in den Motorwicklungen in Wärme umgesetzt, wenn beispielsweise ein Kurzschluss im Bordnetz vorliegt.

Seit 2009 sind verschiedene KERS zugelassen. Die Formel-1 Teams entwickeln dabei ihre eigenen Lösungen, BMW hatte beispielsweise einen Speicher mit Permanenterregung eingesetzt.

Ab der Saison 2014 werden komplett neu entwickelte V6-Turbomotoren eingesetzt. Gleichzeitig ist das Energierückgewinnungssystem nicht mehr nur auf die Rückgewinnung von kinetischer Energie beschränkt, entsprechend wurde das System in ERS umbenannt. Die Leistung des Systems wurde auf 120 kW (163 PS) verdoppelt und ist 33,3 statt 6,7 s abrufbar (fia 2014).

---

## 6.4 E-Antrieb in einem PKW

Als Beispiel für den E-Antrieb in einem PKW zeigt Abb. 6.11 den Antriebsstrang des BMW iX3. Die elektrische Antriebsmaschine ist eine gleichstromerregte Synchronmaschine. Dabei wird der Stator über zwei Schleifringe mit Gleichstrom versorgt.

Die Maschine ist über die Einstellung des Rotorstroms sehr gut regelbar. Im Vierquadrantenbetrieb erreicht man die optimale Rekuperation und Drehmomenteinstellung.

Die Wicklungen der Maschine werden über Drahtbügel mit rechteckigem Querschnitt realisiert. Die Bügel werden von einem Roboter in den Stator eingefügt und mittels Laserstrahl verschweißt. Die Drahtbügel in Abb. 6.12 erinnern an eine Haarnadel, deshalb hat diese Wicklungsart den Namen Hairpin-Technologie. Der Vorteil ist ein sehr hoher Ausfüllungsgrad von ca. 70 % der Wicklungs nut im Eisen, herkömmliche Runddrahtwicklungen erreichen ca. 40 %.

Die Hairpintechologie, die auch von anderen Herstellern wie beispielsweise Porsche eingesetzt wird, ermöglicht eine bessere Wärmeableitung und damit verbunden eine höhere Stromdichte pro Nut sowie geringere Streufelder und einen höheren Wirkungsgrad.



**Abb. 6.11** Antriebsstrang des BMW iX3



**Abb. 6.12** Hairpin-Technologie in der Antriebsmaschine des BMW iX3



**Abb. 6.13** Voloport atop urban building with VoloCity and VoloRegion. Copyright: VoloPort by Volocopter. Design by Graft

---

## 6.5 Ausblick E-Antriebe in Luftfahrzeugen

Nach dem Rekordflug der Solar Challenger im Jahr 1980 sind vier Jahrzehnte Entwicklungszeit vergangen. Mit dem VoloCity und dem VoloRegion halten diese Flugsysteme Einzug in den allgemeinen Nahflugverkehr, s. Abb. 6.13. Der große Vorteil der

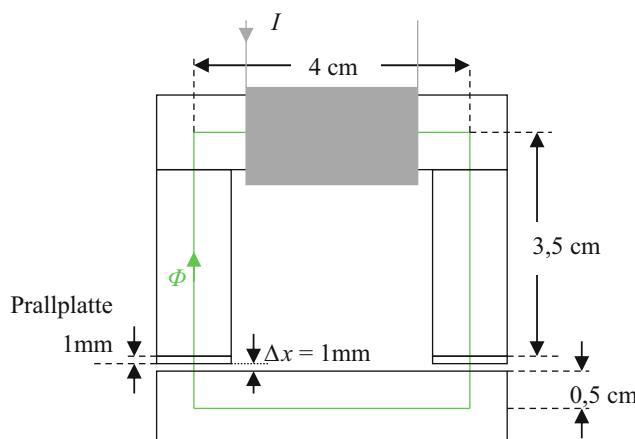
elektrischen Antriebe in Flugzeugen liegt im CO<sub>2</sub>-freien Flugbetrieb. Gerade in großen Höhen wirkt sich das Treibhausgas besonders schädlich aus. Sogar bei großen Passagiermaschinen will man E-Antriebe nutzen, um zumindest in der Startphase Umweltentlastungen zu erreichen. Nicht nur die Abgase würden in der Beschleunigungsphase entfallen, sondern auch die Lärmbelästigungen der Anwohner in Flughafennähe würden dadurch stark vermindert.

## 6.6 Übungsaufgabe zu Kap. 6

### Aufgabe 6.1

Gegeben ist der magnetische Kreis eines Hubmagneten. Die Eisenschenkel bestehen aus Trafoblech mit einem  $\mu_r = 8 \cdot 10^3$ . Der Eisenquerschnitt ist 1 cm<sup>2</sup>.

Der Strom  $I$  durch die Erregerspule beträgt 10 A und die Wicklungszahl  $N$  ist gleich 400.



- Berechnen Sie den magnetischen Widerstand  $R_{m1}$  eines Schenkels. Die mittlere Länge  $l$  des magnetischen Flusses beträgt 4 cm.
- Berechnen Sie den gesamten magnetischen Widerstand im Eisen  $R_{mFe}$  (mittlere Länge  $l = 16$  cm).
- Berechnen Sie den gesamten Widerstand  $R_{mL}$  in den Luftspalten und den Prallplatten. Die relative magnetische Permeabilität der Prallplatte ist wie die von Luft  $\mu_r = 1$ .
- Wie groß ist die Durchflutung  $\Theta$  und der magnetische Fluss  $\Phi$ ?
- Skizzieren Sie ein Ersatzschaltbild des magnetischen Kreises mit den Größen  $R_{mFe}$ ,  $R_{mL}$ ,  $\Theta$ ,  $\Phi$ .
- Wie groß ist die magnetische Flussdichte  $B$ ?

- g) Wie groß ist die magnetische Feldstärke  $H_{\text{Fe}}$  und wie groß ist die magnetische Feldstärke  $H_L$  im Luftspalt?
- h) Wie groß ist der Energiegewinn im magnetischen Kreis bzw. die daraus resultierende Kraft, wenn sich das untere Joch um  $\Delta x = 1 \text{ mm}$  nach oben bewegt? (Die Energie im Eisen darf vernachlässigt werden).

### Aufgabe 6.2

Ein Formel 1-Rennwagen bremst vor einer Kurve von einer Geschwindigkeit  $v_1$  auf eine Geschwindigkeit  $v_2$  ab. Das Fahrzeuggewicht inklusive Fahrer beträgt  $m = 640 \text{ kg}$ .

(Sämtliche Verluste seien vernachlässigbar.)

- Nach welcher Zeitfunktion muss die Geschwindigkeit  $v(t)$  verlaufen, damit eine konstante Leistung  $P$  rekuperiert werden kann.
- Das Fahrzeug bremst von 180 km/h auf 0 km/h innerhalb von 9 s mit konst. Leistungsabgabe an das KERS ab. Wie groß ist dabei die maximal mögliche Rekuperationsenergie und die Leistung  $P$ .
- Wie groß wäre der Effektivwert des Strangstroms eines Drehstromgenerators (siehe Abb. 6.9) bei einer Nennspannung von 600 V ( $\cos\varphi = 0,8$ ).
- Wie groß wäre der Gleichstrom im Zwischenkreis (ebenfalls bei 600 V).
- Wie hoch müsste die Drehzahl des Speicherrotors werden, damit die theoretisch rekuperierbare Energie im Rotor einer E-Maschine gespeichert werden kann?

Der näherungsweise zylinderförmige Rotor besteht aus Eisen mit einer Höhe von 3 cm und einem Radius von 10 cm.

Das Trägheitsmoment kann berechnet werden nach der Formel für zylinderförmige Körper, die um ihre Längsachse rotieren:

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

### Lösung 6.2

$$\begin{aligned} E &= \int F ds = \int ma ds = \int m \frac{dv}{dt} ds \quad v = \frac{ds}{dt} \quad ds = v dt \\ E &= m \int \frac{dv}{dt} v dt = m \int v dv = \frac{m}{2} v^2 \end{aligned}$$

$$(a) P(t) = \frac{dE}{dt} = \frac{d\frac{1}{2}mv(t)^2}{dt} = \text{konst.}$$

ist erfüllt für

$$v(t) = k \cdot \sqrt{t}$$

$$P = \frac{m}{2} \frac{d}{dt} (k^2 t) = \frac{mk^2}{2}$$

- (b) Der Einfachheit halber kann man den Vorgang der Beschleunigung von 0 auf 180 km/h betrachten, dann sind alle Vorzeichen positiv und die Anfangsbedingungen auf Null gesetzt.

$$180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(t=9\text{s}) = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = k\sqrt{9\text{s}}$$

$$k = 16, \bar{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^{3/2}}$$

$$P = \frac{mk^2}{2} = \frac{640\text{kg} (16, \bar{6})^2 \text{m}^2}{2\text{s}^3} = 88.888, \bar{8} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 88.888, \bar{8} \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 88, \bar{8} \text{kW}$$

$$(c) P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{3 \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{88, \bar{8} \text{kW}}{3 \cdot 600 \text{V} \cdot 0,8} = 61,73 \text{A}$$

$$(d) I = 3 \cdot I_{\text{Strang}} = 185,19 \text{A}$$

$$(e) m = \rho \cdot V = 7,87 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot H \cdot \pi \cdot R^2 = 7,414 \text{kg}$$

$$J = \frac{1}{2} m R^2 = 0,037 \text{kg m}^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 640\text{kg} \cdot \left(50 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 800.000 \text{Nm} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{2 \frac{E}{J}} = 6576 \frac{1}{\text{s}} = 2\pi n \quad \Rightarrow \quad n = 1047 \frac{1}{\text{s}} = 62.820 \text{ min}^{-1}$$

## 6.7 Allgemeine Prüfungsfragen

1. Ein Gleichstrommotor soll auch als 1-Phasen-Kommutatormotor eingesetzt werden. Welche Verluste ergeben sich zusätzlich zum Gleichstrombetrieb im Ständer der Maschine?
2. Von welchen Faktoren hängt die Maximalgeschwindigkeit eines Linearmotors ab?
3. Nennen Sie Vor- und Nachteile eines PKWs mit E-Motor-Antrieb gegenüber einem PKW mit Verbrennungsmotor.
4. Wie viele Protonen besitzt ein  $^{12}\text{C}$ -Atom und wie viele Elektronen des Atoms können an chemischen Verbindungen beteiligt sein?

5. Zwei Batterien mit gleicher Leerlaufspannung  $U_0$  und gleichem Innenwiderstand  $R_i$  werden verpolt miteinander verbunden. Wie groß ist der Strom, wenn der Widerstand der Verbindungskabel vernachlässigt wird?
6. Die Drehzahl eines Synchronmotors lässt sich einstellen über
  - a) die Höhe der eingespeisten Spannung
  - b) die Höhe des eingespeisten Stroms
  - c) die Regelung der Frequenz des Drehstroms
7. Eine kurzgeschlossene supraleitende Spule, in der zunächst kein Strom fließt, wird in ein Magnetfeld gebracht.
  - a) Das Magnetfeld innerhalb der Spule bleibt Null.
  - b) Der Strom in der Spule bleibt Null.
  - c) Die Spannung zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten wird größer als Null.
8. Ein Spartransformator
  - a) wird in Sparlampen mit Edelgasfüllung eingesetzt
  - b) bringt keine Gewichtserspartnis
  - c) bewirkt keine galvanische Trennung von Primär- und Sekundärseite
9. Ein 12-poliger Synchronmotor ( $p = 6$ ) hat eine Drehzahl am 60 Hz-Netz (USA) von
  - a) 1200/min
  - b) 600/min
  - c) 3600/min
10. Bei der Energieerzeugung auf der Sonne handelt es sich hauptsächlich um
  - a) Kernfusion
  - b) Kernspaltung
  - c) Verbrennung von Wasserstoff
11. Bei einer Kernreaktion wird 1 g Masse in Energie umgewandelt, diese beträgt:
  - a)  $10^3 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$
  - b)  $9 \cdot 10^9 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$
  - c)  $9 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2/\text{s}^2$
12. Der Erntefaktor (von Energieanlagen) ist nach heutigem Kenntnisstand optimal bei
  - a) Windkraftwerken
  - b) Solarkraftwerken
  - c) Leichtwasserreaktoren
13. Der Wirkungsgrad einer Wasserstoff-Brennstoffzelle im 100-kW-Bereich (ohne H<sub>2</sub>-Erzeugung) beträgt:
  - a) 10 %
  - b) 20 %
  - c) 80 %
14. Ein ideales Trafoblech zeichnet sich aus durch:
  - a) hohes  $\mu$  und hohes  $\rho$
  - b) geringes  $\mu$  und geringes  $\rho$
  - c) hohes  $\mu$  und geringes  $\rho$

mit  $\mu$  = magnetische Permeabilität  
 $\rho$  = spezifischer elektrischer Widerstand

15. Beim „idealen Übertrager“ gilt:
- $U_1/U_2 = w_1/w_2$  und  $I_1/I_2 = w_2/w_1$
  - $U_1/U_2 = w_2/w_1$  und  $I_1/I_2 = w_1/w_2$
  - $U_1/U_2 = w_2/w_1$  und  $I_1/I_2 = w_2/w_1$
16. Die Drehzahl einer 5-polpaarigen Synchronmaschine am 50 Hz-Netz beträgt:
- 3600 U/min
  - 18.000 U/min
  - 600 U/min
17. Die PEM (Proton Exchange Membrane) einer Brennstoffzelle ist durchlässig für
- Elektronen
  - Wasserstoffionen
  - Sauerstoffionen
18. Für den Zugmagneten eines Linearmotors in einer Magnetschwebebahn wird eine gleichstromerregte Spule verwendet, deshalb handelt es sich um einen
- synchronen Linearmotor
  - asynchronen Linearmotor
  - permanenten Linearmotor
19. Bei Schlupf  $s = 1$  beträgt die Drehzahl eines 6-poligen Asynchronmotors
- $1000 \text{ min}^{-1}$
  - $0 \text{ min}^{-1}$
  - $1500 \text{ min}^{-1}$
20. Der Ständer einer elektrischen Maschine besitzt 17 gleichmäßig am Umfang verteilte Spulen, der Läufer besteht aus einem gezahnten Blechpaket mit 19 Zähnen ohne Spulen. Dabei handelt es sich um einen
- Synchronmotor
  - Asynchronmotor
  - Reluktanzmotor
21. Bei Schlupf  $s = 0,5$  beträgt die Drehzahl eines 6-poligen Asynchronmotors ( $p = 3$ ) am 50 Hz-Netz:
- $500 \text{ min}^{-1}$
  - $1000 \text{ min}^{-1}$
  - $1500 \text{ min}^{-1}$
22. Ein Doppelschichtkondensator besitzt eine Kapazität von 10.000 F. Das entspricht bei einer Spannung von 12 V einer Ladung von
- 1 Ah
  - 3,3 Ah
  - 33,3 Ah



## Anhang

7

### Zusammenfassung

Die Scheinleistung  $\underline{S}$ , die Wirkleistung  $P$ , die Blindleistung  $Q$   
(Der Stern bedeutet konjugiertkomplex).

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \cos \varphi$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \sin \varphi$$

An der Spule eilt der Strom der Spannung um  $90^\circ$  nach

$$\underline{S} = U \cdot \left( I \cdot e^{j90^\circ} \right)^* = U \cdot I \cdot e^{+j90^\circ} = U \cdot I \cdot j.$$

Die Scheinleistung ist rein imaginär, besteht also nur aus Blindleistung.

Die Blindleistung ist somit

$$Q = U \cdot I$$

eine positive reelle Größe.

Bei der grafischen Darstellung ist darauf zu achten, dass die Maßstäbe der Abszisse ( $x$ -Achse) und der Ordinate ( $y$ -Achse) gleich groß gewählt werden, damit man zu jedem Punkt der Ortskurve den entsprechenden komplexen Zeiger nach Betrag und Phase korrekt ablesen kann.

## 7.1 Komplexe Leistung

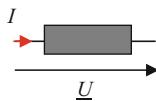
Die Scheinleistung  $\underline{S}$ , die Wirkleistung  $P$ , die Blindleistung  $Q$   
 (Der Stern bedeutet konjugiertkomplex).

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$$

$$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \cos \varphi$$

$$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* \sin \varphi$$

### Beispiel: Leistung an einer idealen Spule



An der Spule eilt der Strom der Spannung um  $90^\circ$  nach

$$\underline{S} = U \cdot \left( I \cdot e^{-j90^\circ} \right)^* = U \cdot I \cdot e^{+j90^\circ} = U \cdot I \cdot j.$$

Die Scheinleistung ist rein imaginär, besteht also nur aus Blindleistung.

Die Blindleistung ist somit

$$Q = U \cdot I$$

eine positive reelle Größe.

Bei der Definition der Scheinleistung hat man den Strom konjugiert komplex gewählt, damit die Blindleistung einer Spule positiv wird. Hätte man den Stern wegge lassen wäre die Blindleistung eines Kondensators positiv geworden. ◀

## 7.2 Ortskurven

Eine Ortskurve ist die grafische Darstellung einer komplexen Größe, wobei der Imaginär teil über dem Realteil aufgetragen wird. Parameter der Ortskurve ist in den meisten Fällen die Frequenz (Kreisfrequenz).

Bei fester Frequenz kann auch die Größe eines Bauteils variieren (Potentiometer, Drehkondensator).

Bei der grafischen Darstellung ist darauf zu achten, dass die Maßstäbe der Abszisse ( $x$ -Achse) und der Ordinate ( $y$ -Achse) gleich groß gewählt werden, damit man zu jedem Punkt der Ortskurve den entsprechenden komplexen Zeiger nach Betrag und Phase korrekt ablesen kann.

Als Kurvenformen kommen nur Geraden und Kreise vor.

Komplexe Impedanzen und Admittanzen kann man durch Inversion (punktweise Kehrwertbildung) ineinander überführen. Die Inversion ist mathematisch gesehen die Spiegelung am Einheitskreis. Bei der Spiegelung eines komplexen Zeigers am Einheitskreis bildet man vom Betrag des Zeigers den Kehrwert und den Phasenwinkel des komplexen Zeigers multipliziert man mit dem Faktor  $-1$ .

Bei der Inversion entstehen aus

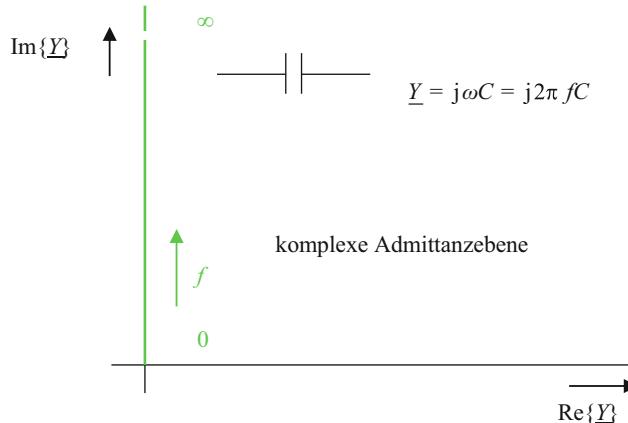
- einer Geraden, die durch den Nullpunkt verläuft → eine Gerade durch den Nullpunkt,
- einer Geraden außerhalb des Nullpunktes → ein Kreis durch den Nullpunkt,
- einem Kreis durch den Nullpunkt → Gerade, die nicht durch den Nullpunkt verläuft,
- einem Kreis außerhalb des Nullpunktes → ein Kreis außerhalb des Nullpunktes.

Bei elektrischen Maschinen insbesondere der Asynchronmaschine verwendet man die Ortskurven zur Darstellung des Ständerstroms in Abhängigkeit vom Schlupf bzw. der Drehzahl der Maschine.

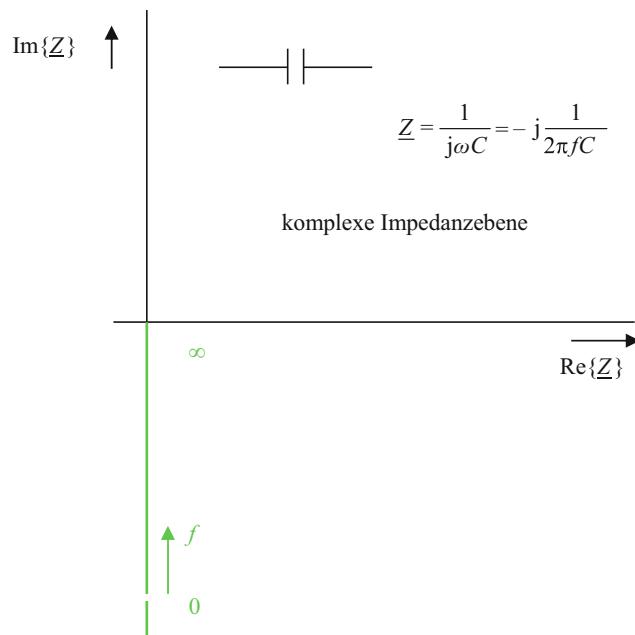
Die Kenntnis dieser Regeln erleichtert die Konstruktion der Ortskurven.

### Beispiele

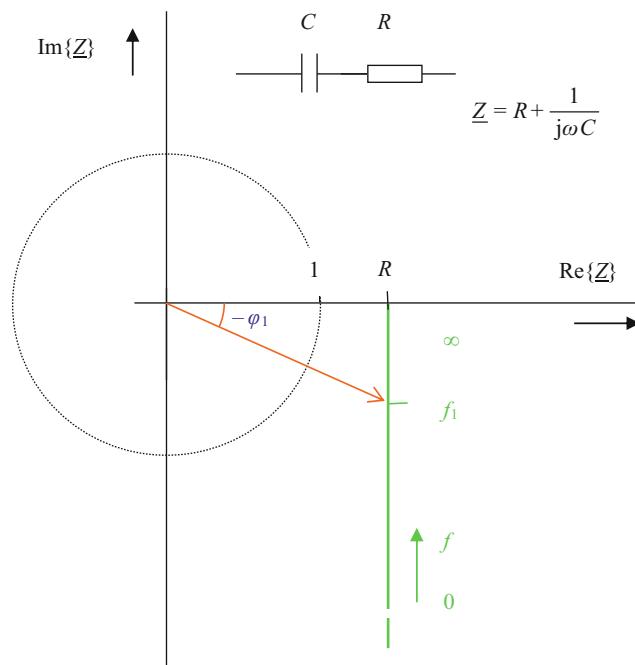
#### Ortskurve der komplexen Admittanz $\underline{Y}$ eines idealen Kondensators



Durch Inversion jedes Punktes der Ortskurve (hier die positive imaginäre Achse) erhält man die Ortskurve der komplexen Impedanz  $Z$  eines idealen Kondensators.



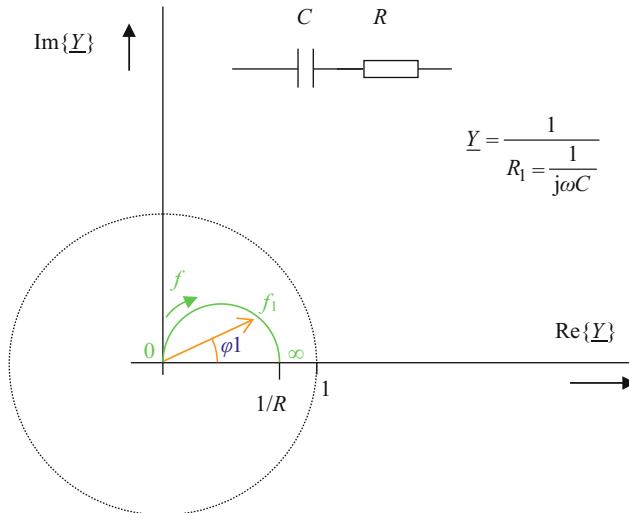
**Ortskurve der komplexen Impedanz  $\underline{Z}$  eines Kondensators mit Reihenwiderstand**



Der Einheitskreis ist ein Kreis mit dem Radius 1, der Mittelpunkt liegt auf dem Koordinatenursprung. Will man die gegebene Schaltung in der Admittanzebene darstellen, muss man nur drei Punkte invertieren. Hier wählt man den Punkt  $f = 0$ ,  $f = \infty$  und  $f = f_1$ .

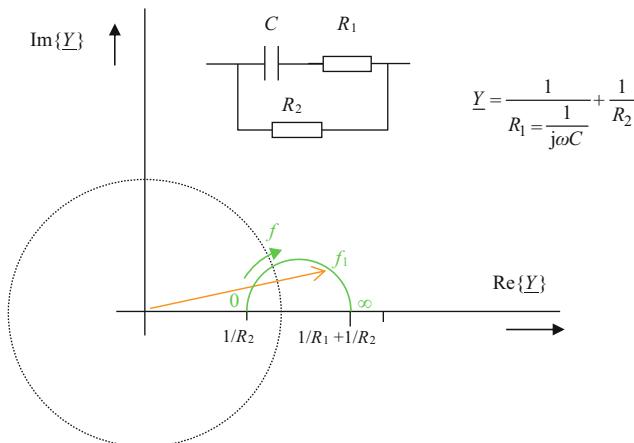
Für den Punkt  $f = \infty$  ist  $\underline{Z} = R$  und  $\underline{Y} = 1/R$ .

Der Punkt  $f_1$  wird vom Betrag  $< 1$  (wird in den Kreis gespiegelt) und der Phasenwinkel spiegelt sich an der Abszisse.



Der Punkt  $f = 0$  wandert aus dem Unendlichen in den Nullpunkt.

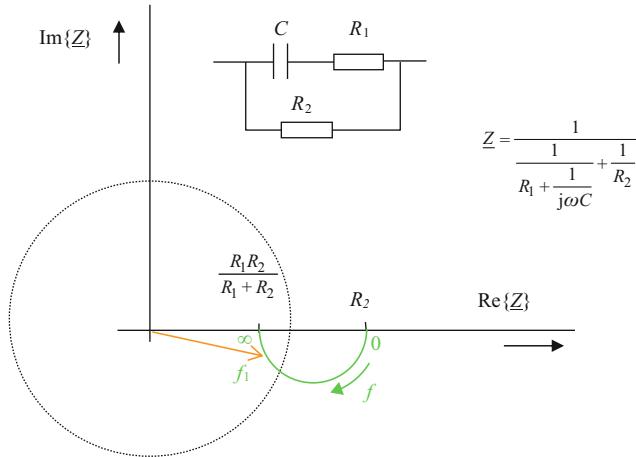
Ortskurve des komplexen Leitwerts (Admittanz) eines Kondensators mit Reihen- und Parallelwiderstand.



Die Ortskurve ist um den Betrag des Leitwertes von  $R_2$  parallel verschoben.

Um die Ortskurve der Impedanz zu erhalten, werden wieder die drei markanten Punkte

$f = 0, f_1, \infty$  invertiert:



Auf diese Weise lassen sich die Ortskurven beliebig komplexer Schaltungen herleiten. Für die Parallelschaltung eines Bauelementes wählt man die komplexe Admittanzebene und für die Reihenschaltung eines Bauelementes die komplexe Impedanzebene. ◀

### 7.3 Lösungen zu den Übungsaufgaben

#### Lösung 1.1

Es besitzen C vier, N fünf, O sechs, Si vier Bindungselektronen.

Es benötigen F ein, S zwei, Cl ein Elektron(en) um seine äußere Hülle voll zu besetzen.

#### Lösung 1.2

- a) 20,21 kg
- b) 360 km

#### Lösung 1.3

- a) 203 km
- b) 45 kWh

**Lösung 1.4**

- a) nein  
 b) Die kinetische Energie des Fahrzeugs beträgt bei 50 km/h:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = 144,676 \text{ kJ.}$$

Bei 10 Bremsvorgängen kann man diese Energie multipliziert mit dem Faktor 10 gewinnen.

- c) Maximale Rekuperationsenergie = 1,447 MJ  
 d)  $E = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,95 \cdot 0,95 \cdot 1,447 \text{ MJ} = 835 \text{ kJ}$

$$E = \frac{835 \text{ kJ}}{0,3} = 2,786 \text{ MJ}$$

- e)  $E = 2,786 \text{ MJ} = 0,774 \text{ kWh}$  entspricht 0,064 l Benzin

**Lösung 1.5**

Der Wind besitzt vor dem Windrad eine kinetische Energie von

$$E_1 = \frac{1}{2}m(v_1)^2 \quad \text{mit} \quad v_1 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s.}$$

Die Masse der Luft, die in einer Sekunde bewegt wird ist die Luft in einer Säule von 20 m Länge bei einer Grundfläche die von den Flügeln überstrichen wird:

$$m = \rho \cdot V \quad \text{mit} \quad \rho = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{und} \quad V = 20 \text{ m} \cdot \pi \cdot (15 \text{ m})^2 = 14.137 \text{ m}^3.$$

Es wird eine Luftmasse von 16.964,6 kg je Sekunde auf den Luftraddurchmesser treffen.

Das ergibt ein kinetische Energie  $E_1$  des Windes vor dem Luftrad von

$$E_1 = 3392,920 \text{ kW s}$$

und hinter dem Windrad besitzt die Luftmenge in einer Luftsäule von 17,22 m Länge (bei  $v_2 = 62 \text{ km/h} = 17,22 \text{ m/s}$ ) eine kinetische Energie  $E_2$  von:

$$E_2 = \frac{1}{2} 14.606,5 \text{ kg} \frac{17,22^2 \text{ m}^2}{\text{s}^2} = 2165,624 \text{ kW s.}$$

Damit folgt für die Leistung:

$$P = \frac{E_1 - E_2}{t} = 1,227 \text{ MW}$$

unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades von 90 %

$$P = 1,105 \text{ MW.}$$

### Lösung 1.6

a)

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

für das schwere Fahrzeug:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} 2000 \text{ kg } 130^2 1000^2 \text{ m}^2 / 3600^2 \text{s}^2 \\ &= 1,304 \text{ MWs} = 0,36 \text{ kWh} \end{aligned}$$

für das leichte Fahrzeug:

$$= 1,173 \text{ MWs} = 0,32 \text{ kWh}$$

b) Wie a)

c) Für das schwere Fahrzeug:

0,29 kWh

Für das leichte Fahrzeug:

0,26 kWh

d) 0,03 kWh

### Lösung 2.1

a) 8 h 20 min

b) 1 h

**Lösung 2.2**

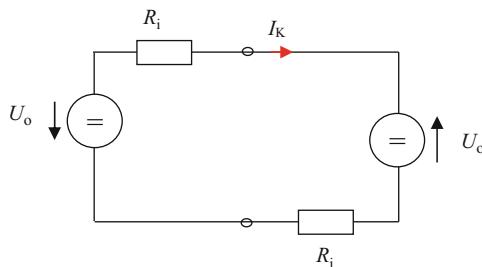
- a) 10 h 40 min
- b) 138,24 km
- c) 426,66 kg
- d) 3,84 €

**Lösung 2.3**

siehe Abschn. 2.2

**Lösung 2.4**

- a), b) siehe Abschn. 2.1
- c) Der Akku wird verpolt aufgeladen, der Minuspol wird zum Pluspol und umgekehrt.
- d) Der Akkumulator wird heiß. Oberhalb der Zersetzungsspannung von Wasser wird Wasserstoff und Sauerstoff freigesetzt. Es kann zur Knallgasreaktion kommen (Explosionsgefahr!)
- e) Es fließt der Kurzschlussstrom  $I_K$ .



$$I_K = \frac{2U_0}{2R_i} = \frac{U_0}{R_i}$$

- f) Bis 60 V.

Unter ungünstigen Bedingungen (feuchte Haut, Strompfad durchs Herz) maximal 40 V!

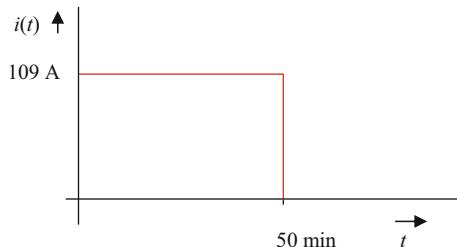
- g) Plus an Pluspol und Minus an Minuspol anschließen.

**Lösung 2.5**

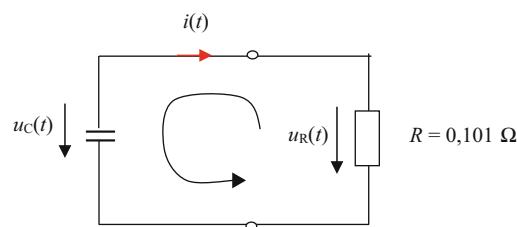
a) Batterie (Strom und Spannung konstant):

$$\text{Entladestrom } I = 12 \text{ V}/0,11 \Omega = 109 \text{ A}$$

$$\text{Entladezeit } t = 90 \text{ Ah}/109 \text{ A} = 49,5 \text{ min}$$



Kondensator



Aus Maschenumlauf folgt:

$$u_C(t) + u_R(t) = 0$$

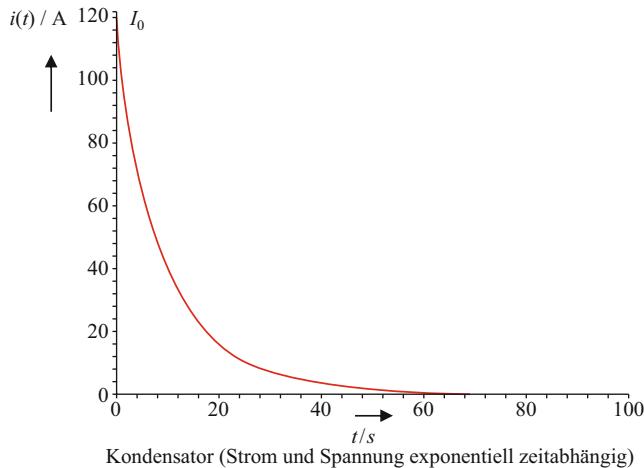
$$-\frac{1}{C} \int i(t) dt - i(t)R = 0$$

$$\int i(t) dt = -RCi(t)$$

$$i(t) = -RC \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{mit} \quad \tau = RC = 0,101 \Omega \cdot 100 \text{ F} = 10,1 \text{ s}$$

$$\text{und} \quad I_0 = i(t=0) = 12 \text{ V}/0,101 \Omega = 119 \text{ A}$$



b) Batterie

$$E = U \cdot I \cdot t = 12 \text{ V} \cdot 90 \text{ Ah} = 1080 \text{ Wh} = 1,08 \text{ kWh}$$

Kondensator:

$$\begin{aligned} E &= \int u(t) \cdot i(t) dt = \int_0^{\infty} U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} dt = U_0 \cdot I_0 \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt \\ &= U_0 I_0 \left[ \frac{-\tau}{2} e^{-\frac{2t}{\tau}} \right]_0^{\infty} = \frac{U_0 I_0 \tau}{2} = \frac{1}{2} U_0^2 C \\ E &= 7200 \text{ Ws} = 0,002 \text{ kWh} \end{aligned}$$

c) Batterie:  $P = U \cdot I_K 12 \text{ V} \cdot 12 \text{ V} / 0,01 \Omega = 14,4 \text{ kW}$

Kondensator:  $P = U_0 \cdot I_K 12 \text{ V} \cdot 12 \text{ V} / 0,01 \Omega = 144 \text{ kW}$

d)

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{90 \text{ Ah}}{12 \text{ V}} = 27.000 \text{ F}$$

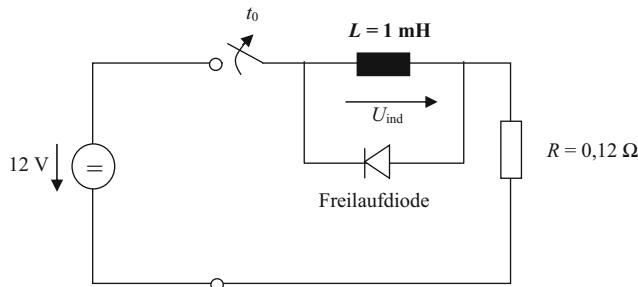
### Lösung 2.6

- a) 138,24 km
- b) 1200 kg

- c) 853 kg  
d) 990 km

### Lösung 3.1

- a) 100 A  
b) -100 V  
c) Freilaufdiode, Zenerdiode, Varistor, möglichst langsam schalten



In Fahrzeugen mit einer Drehstromlichtmaschine übernehmen die Dioden der Gleichrichterbrücke die Funktion von Freilaufdioden.

### Lösung 3.2

a)

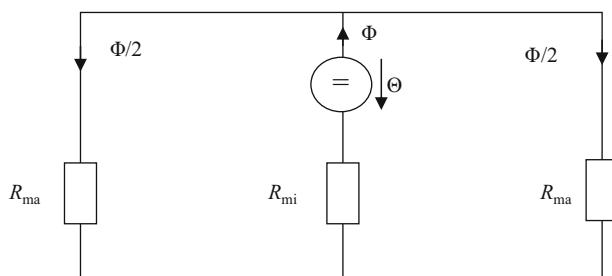
$$\Theta = nI = \int H ds = H 2\pi r = \frac{B}{\mu} 2\pi$$

$$I = \frac{B 2\pi \cdot r}{n\mu} = 900 \text{ mA}$$

b)  $B = 12 \text{ T}$

### Lösung 3.3

a)



$$R_{\text{mi}} = \frac{\delta_i}{\mu_0 A_i} = 6,63 \text{ MA/V s}$$

$$R_{\text{ma}} = \frac{\delta_a A_i}{\delta_i A_a} = 10,6 \text{ MA/V s}$$

$$\Phi = B_i \cdot A_i = 180 \mu \text{Vs}$$

aus Maschenlauf:

$$\Theta = R_{\text{mi}} \cdot \Phi + R_{\text{ma}} \frac{\Phi}{2} = 2142 \text{ A}$$

b)

$$I = \frac{\Theta}{N} = 0,428 \text{ A}$$

### Lösung 3.4

- a)  $U_1/U_2 = 2; I_1/I_2 = 1/2$
- b)  $R_1 = 300 \Omega$

### Lösung 3.5

$$U_2 = 12 \text{ V} \quad I_2 = 1,2 \text{ A} \quad I'_2 = 0,06 \text{ A} \quad (\text{reelle Größen})$$

$$\underline{U}_H = I'_2 j X'_{2\sigma} + R'_2 I'_2 + U'_2 \quad \text{mit} \quad X'_{2\sigma} = \omega L'_{2\sigma} = 1 \Omega$$

$$\underline{U}_H = j0,06 \text{ V} + 0,108 \text{ V} + 240 \text{ V} \approx 240 \text{ V}$$

$$\underline{L}_\mu = \frac{\underline{U}_H}{jX_H} = -j0,24 \text{ A} = 0,24 \text{ A} \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$I_1 = \underline{I}_\mu + I'_2 = 0,245 \text{ A} \cdot e^{-j76^\circ}$$

$$\underline{U}_1 = R_1 I_1 + j X_{1\sigma} I_1 + \underline{U}_H \approx 240 \text{ V}$$

### Lösung 3.6

In dieser Aufgabe kann man auf die gestrichenen Größen verzichten, weil  $\ddot{u} = 1$  ist.

- a)  $I_2 = 1500 \text{ A}$

$$\begin{aligned}\underline{U}_H &= I_2 R_2 + U_2 = 15,75 \text{ kV} \\ \underline{L}_m &= \frac{\underline{U}_H}{jX_H} = 39,375 \text{ A} \cdot e^{-j90^\circ} \\ \underline{L}_l &= \underline{L}_m + \underline{L}_2 = 1500,517 \text{ A} \cdot e^{-j1,5^\circ} \\ \underline{U}_1 &= \underline{L}_l R_1 + \underline{U}_H = 16,5 \text{ kV} \cdot e^{-j0,07^\circ} \approx 16,5 \text{ kV}\end{aligned}$$

b) Durch die geänderte Betriebsfrequenz ändert sich der Blindwiderstand der Hauptinduktivität:

$$\begin{aligned}X_H(20 \text{ kHz}) &= 2\mu 20 \text{ kHz} \cdot L_H \\ X_H(50 \text{ Hz}) &= 2\mu 50 \text{ Hz} \cdot L_H \\ \frac{X_H(20 \text{ kHz})}{X_H(50 \text{ Hz})} &= \frac{20 \text{ kHz}}{50 \text{ Hz}} = 400 \\ \Rightarrow X_H(50 \text{ Hz}) &= 1 \Omega \\ \text{Leerlauf: } \underline{L}_2 &= 0 \\ \underline{L}_l &= \frac{\underline{U}_1}{R_1 + jX_H(50 \text{ Hz})} = 214,3 \text{ A} \cdot e^{-j63,4^\circ} \\ \underline{U}_2 &= \underline{L}_l jX_H = 214,3 \text{ V} \cdot e^{j26,6^\circ}\end{aligned}$$

c)

$$X_H = \left(16 \frac{2}{3} \text{ Hz}\right) = \frac{1}{3} \Omega \underline{I}_l = 25 \text{ kA} \cdot e^{-j33,7^\circ}$$

### Lösung 3.7

- a)  $\dot{u} = 14,7$
- b)  $I_1 = 0,136 \text{ A}$
- c)

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_1}{jX_H} \quad |\underline{I}_1| = \frac{\underline{U}_1}{X_H} \\ X_H &= \frac{\underline{U}_1}{I_1} = \frac{220 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 22 \text{ k}\omega \\ L_H &= \frac{X_H}{2\pi 50 \text{ Hz}} = 70 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 70 \text{ H}\end{aligned}$$

**Lösung 4.1**

Die Kraft aus dem Magnetfeld  $F_m$  berechnet sich aus der Änderung der magnetischen Feldenergie  $\Delta W_m$  im Luftspalt der Länge  $\Delta s$  zwischen den Metallzungen, also:

$$F_m = \frac{\Delta W_m}{\Delta s}.$$

Die Änderung der magnetischen Feldenergie  $\Delta W_m$  im Luftspalt berechnet sich aus der Differenz der magnetischen Energie im Luftspalt zu der magnetischen Energie ohne Luftspalt. (Ohne Luftspalt bedeutet nur Feldlinien in den ferromagnetischen Metallzungen).

Die magnetische Energie im Luftspalt beträgt:

$$W_m = \frac{1}{2} H \cdot B \cdot V$$

mit  $H$  = Betrag der magnetischen Feldstärke

$B$  = Betrag der magnetischen Induktion

$V$  = Volumen des Luftspalts.

Für die magnetische Induktion  $B$  gilt:

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

mit  $\mu_0$  = magnetische Permeabilität im Vakuum

$\mu_r$  = relative magnetische Permeabilität.

Damit wird aus der Energiegleichung für  $W_m$  unter der Annahme das in Luft gilt  $\mu_r = 1$ :

$$W_m = \frac{1}{2} H \cdot \mu_0 H \cdot V = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 V$$

und für  $W_m$  ohne Luftspalt gilt:

$$W_m = \frac{1}{2} H \cdot \mu_0 \mu_r H \cdot V = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 V$$

und damit für die Energiedifferenz  $\Delta W_m$ :

$$\Delta W_m = \frac{1}{2} \mu_0 (\mu_r - 1) H^2 \cdot V$$

in ferromagnetischen Stoffen ist  $\mu_r$  in der Größenordnung von 1000 und damit gilt näherungsweise:

$$\Delta W_m \approx \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 \cdot V.$$

Der Betrag der magnetischen Feldstärke  $H$  ist bei einem einzelnen stromdurchflossenen Leiter direkt proportional zur Stromstärke  $I$  und umgekehrt proportional zum Abstand  $r$ :

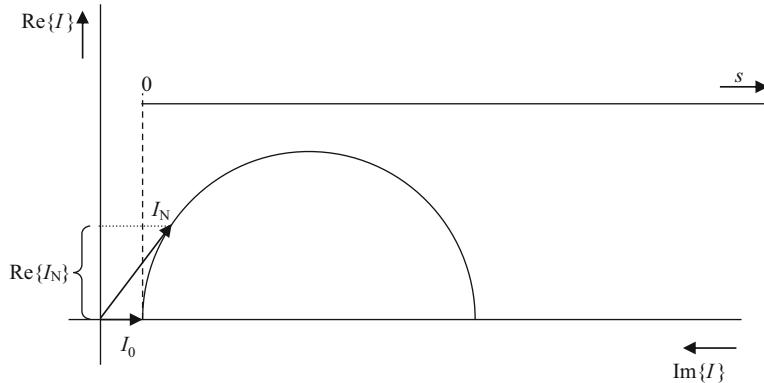
$$H = \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

Damit lässt sich die Kraft  $F_m$ , mit der die Metallzungen zusammengezogen werden, relativ genau berechnen:

$$F_m = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r A \frac{I^2}{4\pi^2 r^2}$$

mit  $A$  = Fläche des Luftspalts,  
 $A = V/\Delta s$ .

### Lösung 4.2



- a)  $\text{Re}\{I_N\}$  abgelesen 21 A
- b)  $P_1 = 3 U_N I_N \cos \varphi_N = 3 U_N \text{Re}\{I_N\} = 25,2 \text{ kW}$
- c)

$$M_i = \frac{P_1}{2\pi \cdot n_0} = \frac{25,2 \text{ kW}}{157 \frac{1}{\text{s}}} = 160,5 \text{ Nm}$$

d)

$$\eta = \frac{P_N}{P_D} \Rightarrow P_N = 0,9 P_D = 22,68 \text{ kW}$$

**Lösung 4.3**

- a) synchrone Drehzahl  $n_0$ :  $n_0 = \frac{f}{p} = 1500 \text{ min}^{-1}$   
 b) Nennschlupf  $s_N$ :  $s_N = \frac{n_0 - n_N}{n_0} = 2,67\%$   
 c) Kippschlupf  $s_K$ :  $s_K = \frac{R'_r}{X'_\sigma} = 15,5\%$   
 d) ideeller Kurzschlussstrom ( $s \Rightarrow \infty$ ):  $I'_{r\infty} = \frac{U_s}{X'_\sigma} = 81,1 \text{ A}$   
 e) Für den bezogenen Rotorstrom  $\underline{I}'$  gilt:

$$\begin{aligned} \underline{I}' &= \frac{U_s}{\frac{R'_r}{s} + jX'_\sigma} = \frac{\frac{U_s}{X'_\sigma}}{\frac{R'_r}{sX'_\sigma} + j\frac{X'_\sigma}{X'_\sigma}} = \frac{\frac{U_s}{X'_\sigma}}{\frac{s_K}{s} + j} \\ \frac{\underline{I}'_r}{I'_{r\infty}} &= \frac{1}{\frac{U_s}{X'_\sigma} \frac{s_K}{s} + j} = \frac{1}{\frac{s_K}{s} + j} \end{aligned}$$

somit gilt für den Betrag des Rotornennstroms bezogen auf den ideellen Kurzschlussstrom:

$$\frac{I'_{rN}}{I'_{r\infty}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{s_K}{s_N}\right)^2}} = 0,17 \quad I'_{rN} = 13,7 \text{ A}$$

f) bezogener Anlaufstrom im Rotor

$$\frac{I'_{rA}}{I'_{r\infty}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{s_K}{1}\right)^2}} = 0,988 \quad I'_{rA} = 80,1 \text{ A}$$

**Lösung 4.4**

Aus den Vorgaben berechnet man drei Ströme nämlich den Nennstrom, den Leerlaufstrom und den Kurzschlussstrom (= Anlaufstrom). Damit hat man drei Punkte des Heylandkreises und kann diesen geometrisch konstruieren.

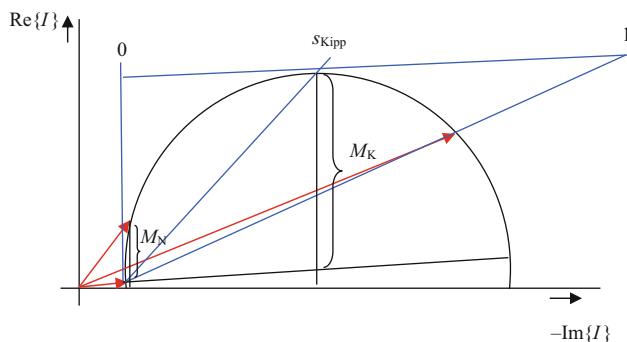
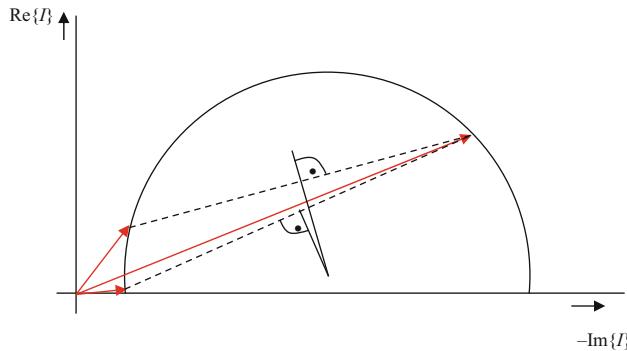
Die Konstruktion gelingt, indem man zwischen je zwei Punkten die Verbindungsgerade zieht, welche dann Sehnen des Kreises sind. Auf den Sehnen bildet man die Mittelsenkrechten. Diese wiederum schneiden sich im Mittelpunkt des Kreises.

$$\cos \varphi_N = 0,84 \Rightarrow \varphi_N = 32,5^\circ$$

$$I_N = \frac{P_{1N}}{3U \cos \varphi_N} = 9,92 \text{ A}$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{3UI_0} \Rightarrow \varphi_0 = 84,3^\circ$$

$$\cos \varphi_K = \frac{P_K}{3UI_K} = 0,448 \quad \varphi_K = 63,4^\circ$$



Im nächsten Schritt kann man die Schlupfgerade konstruieren, denn mit dem Anlaufstrom ( $I_K$ ) ist der Schlupf 1 verknüpft. Die Schlupfgerade kann linear unterteilt werden, sodass man  $s_K$  und  $s_N$  ablesen kann

$$s_{\text{Kipp}} = 0,4 \quad (\text{abgelesen}) \quad s_N = 0,05$$

$$M_N = \frac{P_{1N}}{2\pi \cdot \frac{f_1}{p}} = 35 \text{ Nm}$$

$$M_{\text{Kipp}} = 171 \text{ Nm}$$

$$M_A = 108 \text{ Nm}$$

### Lösung 4.5

a)

$$s_{\text{Kipp}} = 0,475$$

b)

$$P_{\text{Kipp}} = 120 \text{ KW}$$

$$M_{\text{Kipp}} = \frac{P_{\text{el}}}{2\pi \cdot n_1} = 764 \text{ Nm}$$

mit  $n_1$  = synchrone Drehzahl und

$P_{\text{el}}$  = aufgenommene elektrische Wirkleistung

c) Unter Anwendung der Kloß'schen Formel kann man die übrigen gesuchten Momente bestimmen:

$$M_A = M_{\text{Kipp}} \frac{2}{\frac{1}{s_{\text{Kipp}}} + s_{\text{Kipp}}} = 592 \text{ Nm}$$

d)

$$M_N = 210 \text{ Nm}$$

### Lösung 4.6

a) synchrone Drehzahl  $n_0 = 1000 \text{ min}^{-1}$

b)  $s_{\text{Kipp}} = 0,5$

$$M_A = M_{\text{Kipp}} \frac{2}{\frac{1}{s_{\text{Kipp}}} + s_{\text{Kipp}}} = 400 \text{ Nm}$$

c)

$$M_N = 192 \text{ Nm}$$

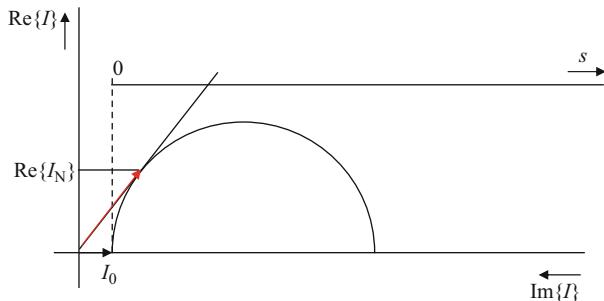
d)

$$P_N = \omega M_N = 18,13 \text{ KW}$$

$$\eta = \frac{P_N}{P_1} = 0,82$$

### Lösung 4.7

Der  $\cos \varphi$  des Ständerstroms  $I_N$  wird optimal, wenn der Winkel  $\varphi$  zwischen reeller Achse und dem Strom möglichst klein wird. Diesen Strom findet man, indem man die Tangente an die Ortskurve legt:



Der Strom  $I_0$  gibt im Diagramm den Maßstab mit Länge  $(I_0) = 10 \text{ A}$ .

a)  $\text{Re}\{I_N\}$  ergibt abgelesen 25 A.

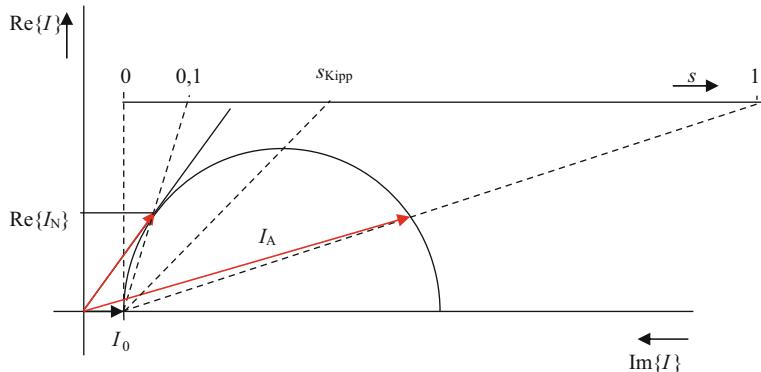
b)

$$P_1 = 3 \cdot U_N \cdot \text{Re}\{I_N\} = 28,5 \text{ kW}$$

c) Den Anlaufstrom findet man beim Schlupf  $s = 1$ . Dazu muss man zunächst den Maßstab für die Schlupfgerade finden. Diesen Maßstab findet man über den Nennschlupf, den man aus Nenn- und Leerlaufdrehzahl berechnen kann:

$$s_N = \frac{n_0 - n_N}{n_N} = 0,1$$

Diesen Wert kann man auf der Schlupfgeraden abtragen und auch den Wert  $s = 1$ .



$I_A = 85 \text{ A}$  abgelesen

- d) Den Kippschlupf kann man ebenfalls ablesen (Gerade durch den höchsten Punkt der Ortskurve von Spalte  $I_0$ )

$$s_{\text{Kipp}} = 0,3$$

### Lösung 4.8

a)  $I_0 = 10 \text{ A} \Rightarrow$  Maßstab

abgelesen  $I_N = 30 \text{ A}$

$\varphi = 37^\circ$  abgelesen  $\Rightarrow \cos \varphi = 0,8$

b)  $P_1 = 3 \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi = 28,75 \text{ kW}$

c) abgelesen  $I_{\text{Kipp}} = 64 \text{ A}$

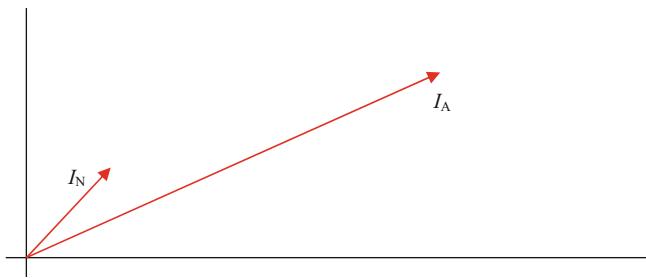
d)  $n_N = n_0 - s_N \cdot n_0 = 2550 \text{ min}^{-1}$

Auf Schlupfgerade abgelesen  $s_{\text{Kipp}} = 0,43 \Rightarrow n_{\text{Kipp}} = 1710 \text{ min}^{-1}$

### Lösung 4.9

Die Ortskurve des Ständerstroms ist ein Halbkreis, dessen Mittelpunkt auf der  $x$ -Achse liegt (keine Verluste im Ständer).

Weiterhin kennt man zwei Punkte des Kreises durch die gegebenen Ströme  $I_N$  und  $I_A$ .



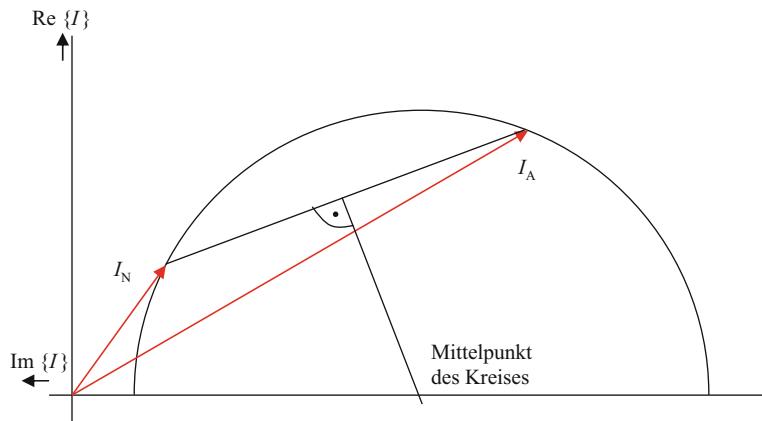
### Konstruktion

a) Verbindung zweier Kreispunkte ergibt eine Sehne des Kreises.

Mittelsenkrechte auf der Sehne geht durch den Kreismittelpunkt.

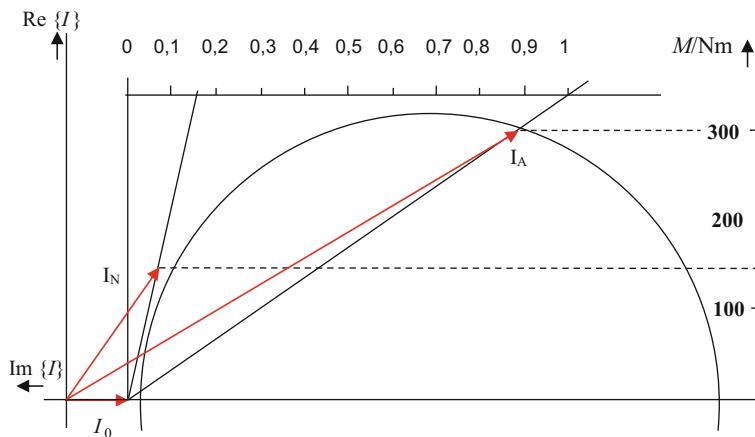
Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse ergibt Kreismittelpunkt.

Radius des Kreises ist der Abstand vom Kreismittelpunkt zum Punkt  $I_N$  oder  $I_A$ .



Strommaßstab aus Länge Zeiger

b) und c)



- d)  $I_0 = 14 \text{ A}$        $n_0 = 1500/\text{min}$   
e) Schlupf im Nennbetrieb abgelesen  $s_N = 0,15$

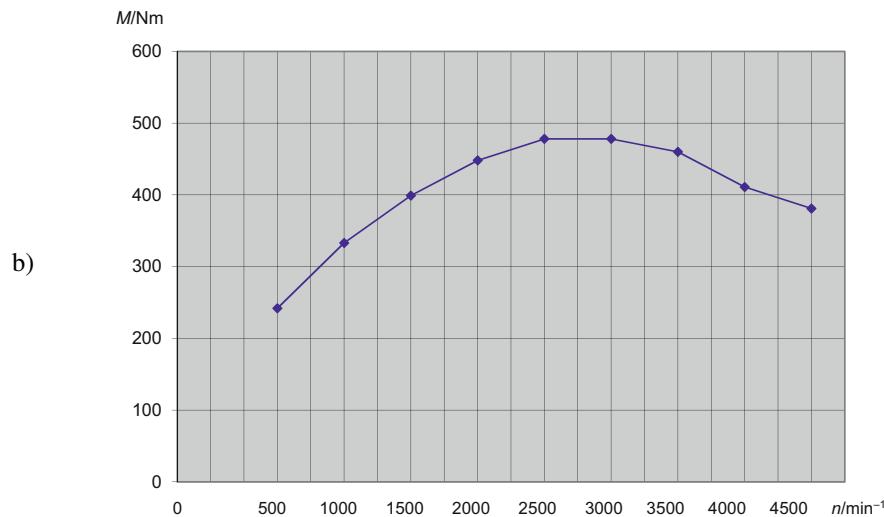
$$n_N = n_0 - s_N n_0 = 1500/\text{min} - 225/\text{min} = 1275/\text{min}$$

### Lösung 4.10

a)

| U/V | $\text{Re}\{I\}/\text{A}$ | $P_{\text{el}}/\text{kW}$ | $f_{\text{el}}/\text{s}^{-1}$ | $n_{\text{mech}}/\text{min}^{-1}$ | $P_{\text{mech}}/\text{kW}$ | M/Nm |
|-----|---------------------------|---------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|------|
| 230 | 16,70                     | 11,52                     | 16,67                         | 500                               | 12,67                       | 242  |
| 230 | 45,90                     | 31,67                     | 33,33                         | 1000                              | 34,84                       | 333  |
| 230 | 82,63                     | 57,02                     | 50                            | 1500                              | 62,72                       | 399  |
| 230 | 123,54                    | 85,25                     | 66,67                         | 2000                              | 93,78                       | 448  |
| 230 | 164,85                    | 113,75                    | 83,33                         | 2500                              | 125,13                      | 478  |
| 230 | 197,82                    | 136,50                    | 100                           | 3000                              | 150,15                      | 478  |
| 230 | 222,04                    | 153,20                    | 116,67                        | 3500                              | 168,52                      | 460  |
| 230 | 227,04                    | 156,66                    | 133,33                        | 4000                              | 172,32                      | 411  |
| 230 | 236,64                    | 163,23                    | 150                           | 4500                              | 179,6                       | 381  |

$$P_{\text{el}} = 3U \quad \text{Re}\{I\} \quad n_{\text{mech}} = f_{\text{el}}/p \quad P_{\text{mech}} = P_{\text{el}}/\eta \quad M = P_{\text{mech}}/2\pi n_{\text{mech}}$$



c)  $P_V = P_{\text{mech}} - P_{\text{el}} = 179,6 \text{ kW} - 163,23 \text{ kW} = 16,4 \text{ kW}$

### Lösung 4.11

- a)  $7,5 \cdot 10^{-5} \text{ min}^{-1}$
- b) 1 m
- c) 180 km/h
- d) Linearmotor oder Langstator-Synchronmotor

### Lösung 4.12

a)

$$\begin{aligned} P_N &= \omega M_N = 2\pi n M_N \\ &= 2\pi 1450 \text{ min}^{-1} 100 \text{ Nm} = 15,184 \text{ kW} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} P_{VA} &= I_A^2 R_A = I_A^2 R_f = P_{Vf} \\ &= 2500 \text{ W} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}P_{\text{el}} &= P_{\text{ab}} + P_{\text{VA}} + P_{\text{Vf}} + P_{\text{VR}} + P_{\text{VFe}} \\&= 15,184 \text{ kW} + 2,5 \text{ kW} + 2,5 \text{ kW} + 100 \text{ W} \\&= 20,284 \text{ kW}\end{aligned}$$

d)

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{auf}}} = \frac{15,184 \text{ kW}}{20,284 \text{ kW}} = 0,748 = 75 \%$$

e)  $U = P_{\text{el}}/I_A = 406 \text{ V}$

f) Der Mittelwert des Drehmomentes ist das Nenndrehmoment wie im Gleichstrombetrieb.

Der cosinusförmige Verlauf schwankt zwischen 0 und dem doppelten Wert des Mittelwertes also zwischen 0 und 200 Nm.

**Lösung 4.13**

a)  $\Delta U = R_A \cdot I_N = 30 \text{ V} = R_f \cdot I_N$

b)  $P_{\text{VA}} = P_{\text{Vf}} = \Delta U \cdot I_N = 1800 \text{ W}$

c)  $P_{\text{el}} = P_N + P_{\text{VA}} + P_{\text{Vf}} = 23,6 \text{ kW}$

d)  $\eta = \frac{P_N}{P_N + P_V} = 84,7 \%$

e)  $U_{\text{KI}} = P_{\text{el}}/I_N = 393 \text{ V}$

f)  $M_N = \frac{P_N}{2\pi \cdot n_N} = 132 \text{ Nm}$

g)  $M_{\approx} = M_N = 132 \text{ Nm}$

**Lösung 4.14**

a)  $7200 \text{ Ws} = 0,002 \text{ kWh}$

b)  $100 \text{ F}$

c)  $900 \text{ W}$

d)  $75 \%$

**Lösung 4.15**

a)  $M = \frac{P_N}{2\pi \cdot n_N} = 217 \text{ Nm}$

b)  $P_1 = U_A I_{\text{AN}} + \frac{U_A^2}{R_E} = 38.720 \text{ W}$

c)  $\eta = \frac{P_N}{P_1} = 0,85$

d)  $P_{\text{VE}} = \frac{U^2}{R_E} = 320 \text{ W}$

**Lösung 5.1**

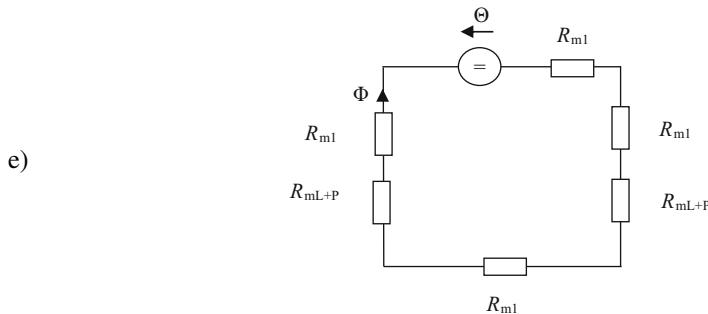
a)  $R_{m1} \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{4 \text{ cm} \cdot \text{A} \cdot \text{m}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 1 \text{ cm}^2} = 4 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{s}}$

b)  $R_{mFe} = 4R_{m1} = 0,16 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{s}}$

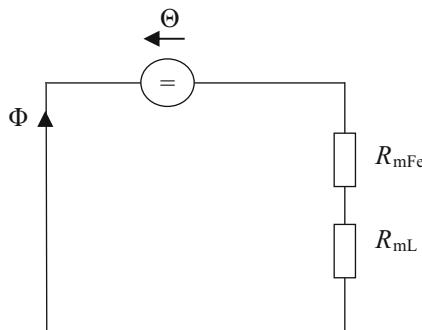
c)  $R_{mL} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0,4 \text{ cm} \cdot \text{A} \cdot \text{m}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot 1 \text{ cm}^2} = 31,8 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{s}}$

d)  $\Theta = N \cdot I = 4000 \text{ A}$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_{mFe} + R_{mL}} = \frac{4000 \text{ A} \cdot \text{V} \cdot \text{s}}{31,96 \cdot 10^6 \text{ A}} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{s}$$



Eisen bzw. Luftwiderstände zusammengefasst:



f)  $B = \frac{\Phi}{A} = \frac{1,25 \cdot 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{s}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 1,25 \text{ T}$

g)  $H = \frac{B}{\mu}$

$$H_{Fe} = \frac{1,25 \text{ T} \cdot \text{A} \cdot \text{m}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s} \cdot 8 \cdot 10^3} = 125 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_L = \frac{1,25 \text{ T} \cdot \text{A} \cdot \text{m}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s}} = 1 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

h) Da die Energiedichte im Eisen sehr klein ist gegen die Energiedichte im Luftspalt, berücksichtigen wir im Folgenden nur noch die Luftspaltenergie.

Die Energie im Luftspalt vor der Bewegung errechnet sich mit  $B$  und  $H_L$  wie oben berechnet:

$$W = \frac{1}{2} B \cdot H_L \cdot V = \frac{1}{2} 1,25 \text{ T} \cdot 1 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 4 \text{ mm} \cdot 1 \text{ cm}^2 = 0,25 \text{ Ws}$$

Nun muss man  $R_{\text{mL}}$ ,  $\Phi$ ,  $B$  und  $H_L$  neu berechnen mit einem kleineren Luftspaltwiderstand.

$$R_{\text{mL}} = 15,9 \cdot 10^6 \text{ A/Vs}$$

$$\Phi = \frac{\Theta}{R_{\text{mFe}} + R_{\text{mL}}} = \frac{4000 \text{ A} \cdot \text{Vs}}{16,06 \cdot 10^6 \text{ A}} = 2,50 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{6,22 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 2,50 \text{ T}$$

$$H_L = \frac{6,22 \text{ T} \cdot \text{Am}}{1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs}} = 1,98 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$W = \frac{1}{2} B \cdot H_L \cdot V = \frac{1}{2} 2,5 \text{ T} \cdot 1,98 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 2 \text{ mm} \cdot 1 \text{ cm}^2 = 0,49 \text{ Ws}$$

$$\Delta W = 0,24 \text{ Ws}$$

$$F = \frac{\Delta W}{\Delta x} \frac{0,24 \text{ Nm}}{10^{-3} \text{ m}} = 240 \text{ N}$$

## Lösung 5.2

$$\begin{aligned} E &= \int F \, ds = \int ma \, ds = \int m \frac{dv}{dt} \, ds \quad v = \frac{ds}{dt} \quad ds = v \, dt \\ E &= m \int \frac{dv}{dt} v \, dt = m \int v \, dv = \frac{m}{2} v^2 \end{aligned}$$

a)

$$P(t) = \frac{dE}{dt} = \frac{d \frac{1}{2} mv(t)^2}{dt} = \text{konst.}$$

ist erfüllt für

$$v(t) = k \cdot \sqrt{t}$$

$$P = \frac{m}{2} \frac{d}{dt} (k^2 t) = \frac{mk^2}{2}$$

b) Der Einfachheit halber kann man den Vorgang der Beschleunigung von 0 auf 180 km/h betrachten, dann sind alle Vorzeichen positiv und die Anfangsbedingungen auf Null gesetzt.

$$180 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} v(t=9\text{s}) = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = k\sqrt{9\text{s}}$$

$$k = 16, \bar{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^{3/2}}$$

$$P = \frac{mk^2}{2} = \frac{640 \text{kg} (16, \bar{6})^2 \text{m}^2}{2 \text{s}^3} = 88.888, \bar{8} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} = 88.888, \bar{8} \frac{\text{Nm}}{\text{s}} = 88, \bar{8} \text{kW}$$

c)

$$P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{3 \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{88, \bar{8} \text{kW}}{3 \cdot 600 \text{V} \cdot 0,8} = 61,73 \text{A}$$

d)

$$I = 3 \cdot I_{\text{Strang}} = 185,19 \text{A}$$

e)

$$m = \rho \cdot V = 7,87 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot H \cdot \pi \cdot R^2 = 7,414 \text{kg}$$

$$J = \frac{1}{2} m R^2 = 0,037 \text{kg m}^2$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 640 \text{kg} \cdot \left(50 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 800.000 \text{Nm} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{2 \frac{E}{J}} = 6576 \frac{1}{\text{s}} = 2\pi n \quad \Rightarrow \quad n = 1047 \frac{1}{\text{s}} = 62.820 \text{min}^{-1}$$

## 7.4 Lösungen zu Abschn. 6.7 Allgemeine Prüfungsfragen

1. Wirbelstromverluste
2. vom Abstand der Drehstromspulen bzw. der Polteilung und der Frequenz der Speisespannung
3. Vorteile:
  - kein mechanisch Getriebe bei elektronischer Regelung
  - Zero-Emission, kein Schadstoffausstoß
  - geräuscharme Motoren
  - Nachteile:
    - höheres Gewicht durch Energiespeicher
    - geringere Reichweite
    - bei Batteriefahrzeugen lange Ladezeiten
4. sechs Protonen und vier Elektronen
- 5.

$$I = \frac{2U_0}{2R_i} = I_K$$

6. c)

7. a)

8. c)

9. b)

10. a)

11. c)

12. a)

13. c)

14. a)

15. a)

16. c)

17. b)

18. a)

19. b)

20. c)

21. a)

22. c)

## 7.5 Werkstoffdaten

| Material        | Spezifische Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ in W/(m K) | Spezifische Wärmekapazität $c_p$ in J/(g K) | Spezifischer elektrischer Widerstand in $\Omega \text{ cm}$ | Dichte in g/cm <sup>3</sup> |
|-----------------|---|---|---|-----------------------------|
| Ag              | 421   | 0,235                                       | $1,6 \cdot 10^{-6}$   | 10,49                       |
| Al              | 209   | 0,91  | $2,8 \cdot 10^{-6}$   | 2,7                         |
| Bernstein       |   |   | $10^{18}$   | 1,05–1,10                   |
| Beton           | 0,8 … 1,3   | 0,88  |   | 2–2,6                       |
| Blei            | 35,3  | 0,13  | $20,8 \cdot 10^{-6}$  | 11,34                       |
| Chromstahl      | 20 … 40   |   |   |                             |
| Cu              | 380   | 0,3   | $1,7 \cdot 10^{-6}$   | 8,9                         |
| CuCrZr          | 320   | 0,3   |   |                             |
| Eis             | 2,23  |   |   | 0,92                        |
| Eisen           | 80,2  | 0,48  | $8,9 \cdot 10^{-6}$   | 7,87                        |
| Glas            | 0,7   |   | $10^{13} \dots 10^{14}$                                     |                             |
| Glaswolle       | 0,04  |   |   |                             |
| Grafit          |   |   | $20 \cdot 10^{-4}$  | 2,1–2,3                     |
| Hartschaum      | 0,035   |   | $10^{15} \dots 10^{17}$                                     |                             |
| Holz            |   | 1,89  |   |                             |
| Kohle           |   |   | $40 \cdot 10^4$   |                             |
| Konstantan      |   |   | $50 \cdot 10^{-6}$  |                             |
| Lötzinn         | 40  | 0,2   |   |                             |
| Luft trocken    | 0,034   |   |   |                             |
| Manganin        | 22  | 0,41  |   |                             |
| Messing Mg58    | 75  | 0,3   | $5,9 \cdot 10^{-6}$   |                             |
| Platin          |   |   | $11 \cdot 10^{-6}$  |                             |
| Polymer         | 0,5   | 0,88  | $10^8 \dots 10^{14}$  |                             |
| Polymer gefüllt | 2   | 0,88  | $10^{-4} \dots 10^{14}$                                     |                             |
| Porzellan       |   |   | $3 \cdot 10^{14}$   |                             |
| Silikon         | 1   | 0,5   |   |                             |
| Silizium        | 150 (bei 300 K)<br>100 (bei 400 K)                  | 0,7   |   |                             |
| Wasser          | 0,58  | 4,18  |   | 1                           |
| Ziegel          | 0,35–0,9  | 0,84  |   |                             |
| Zinn            | 64  | 0,25  |   |                             |

Trafobleche erreichen eine relative magnetische Permeabilität  $\mu_r$  von ca. 8000 und Dynamobleche von ca. 4000. (Quelle: <http://de.wikipedia.org>, [www.thyssenkrupp-steel.de](http://www.thyssenkrupp-steel.de))

Konstantan ist ein Markenname der Firma ThyssenKrupp

Manganin ist ein Markenname der Firma Isabellenhütte Heusler

---

## Periodensystem

| 1.1 |                                  | Periodensystem der Elemente     |  |  |  |   |  |   |  |     |       |       |  |
|-----|----------------------------------|---------------------------------|--|--|--|---|--|---|--|-----|-------|-------|--|
| 1.  | Hg                               | IA                              |  | http://www.pse-online.de                                       |  |   |  |   |  |     |       |       |  |
| 1.  | 1.00794<br>H<br>Wasserstoff      | 1a <sup>1</sup>                 | 2  | 2. Hg  | IIA  |   |  |   |  |     |       |       |  |
| 2.  | 6,941<br>[He]2s <sup>1</sup>     | 9,012182<br>[He]2s <sup>1</sup> | 243,0614<br>[Ra]5f <sup>1</sup> 7s <sup>1</sup>              | 243,0614<br>[Ra]5f <sup>1</sup> 7s <sup>1</sup>                | Künstliches Element  |   |  |   |  |     |       |       |  |
| 3.  | 2. Li                            | 3. Be                           | 95 Am  | 95 Am  | Elektronenkonfiguration                                      |   |  |   |  |     |       |       |  |
| 4.  | 22,989770<br>[He]2s <sup>1</sup> | 24,3050<br>[Ne]3s <sup>1</sup>  | 3. Ng  | 4. Ng  | Oxidationszahlen (häufigste)                                 |   |  |   |  |     |       |       |  |
| 5.  | 3. Na                            | 11. Mg                          | 4. Ng  | 5. Ng  | Siedepunkt [°C]  | 994   | -3,4,5,6   | -1,2  |  |     |       |       |  |
| 6.  | 22,989770<br>[He]2s <sup>1</sup> | 24,3050<br>[Ne]3s <sup>1</sup>  | 3. Ng  | 3. IIIB  | 4. Ng  | IVB   | 5. Ng  | V B   | 6. Ng  | VIB | 7. Ng | VII B |  |
| 7.  | 3. Na                            | 11. Mg                          | 3. Ng  | 3. IIIB  | 4. Ng  | IVB   | 5. Ng  | V B   | 6. Ng  | VIB | 7. Ng | VII B |  |
| 8.  | 39,0983<br>[Ar]4s <sup>1</sup>   | 40,078<br>[Ar]4s <sup>1</sup>   | 44,955910<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>2</sup>              | 47,867<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>2</sup>                   | 50,9415<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>                | 51,9961<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>                 | 54,938049<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>              | 55,845<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>                  | 58,933320<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>              |     |       |       |  |
| 9.  | 39,0983<br>[Ar]4s <sup>1</sup>   | 40,078<br>[Ar]4s <sup>1</sup>   | 44,955910<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>2</sup>              | 47,867<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>2</sup>                   | 50,9415<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>                | 51,9961<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>                 | 54,938049<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>              | 55,845<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>                  | 58,933320<br>[Ar]3d <sup>4</sup> s <sup>1</sup>              |     |       |       |  |
| 10. | 4. K                             | 19. Ca                          | 21. Sc   | 22. Ti   | 23. V  | 24. Cr  | 25. Mn   | 26. Fe  | 27. Co   |     |       |       |  |
| 11. | 64<br>774<br>Kaliump             | 1. 0.9<br>4.3<br>Calcium        | 2. 1.0<br>6.1<br>Scandium                                    | 3. 1.0<br>6.1<br>Titan   | 3. 4.<br>6.5<br>Vanadium                                     | 4. 0.2,3,4,5<br>6.8<br>Chrom                                  | 5. 0.2,3,4,5<br>7.3<br>Mangan                                | 6. -2,0,2,3,6<br>7.4<br>Eisen                                 | 7. -1,0,2,3,4,8,7<br>8. 1.6<br>Cobalt                        |     |       |       |  |
| 12. | 85,4678<br>[Kr]5s <sup>1</sup>   | 87,62<br>[Kr]5s <sup>1</sup>    | 88,909585<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>2</sup>              | 91,224<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>2</sup>                   | 92,00638<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>1</sup>               | 95,94<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>1</sup>                   | [98] 95,94<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>1</sup>             | 101,07<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>1</sup>                  | 102,00550<br>[Kr]4d <sup>5</sup> s <sup>1</sup>              |     |       |       |  |
| 13. | 5. Rb                            | 37. Sr                          | 39. Y  | 40. Zr   | 41. Nb   | 42. Mo  | 43. Tc   | 44. Ru  | 45. Rh   |     |       |       |  |
| 14. | 39<br>688<br>Rubidium            | 1. 0.9<br>4.2<br>Strontium      | 2. 1.0<br>5.1<br>Yttrium                                     | 3. 1.1<br>6.4<br>Zirkonium                                     | 4. 1.2<br>6.6<br>Nobium                                      | 5. 0.2,3,4,5,6<br>7.1<br>Molybdän                             | 6. 0.2,3,4,5,6<br>7.1<br>Technetium                          | 7. 0.2,3,4,5,6<br>7.1<br>Ruthenium                            | 8. 0.1,2,3,4,5<br>7.4<br>Rhodium                             |     |       |       |  |
| 15. | 132,90545<br>[Xe]4f <sup>1</sup> | 137,327<br>[Xe]4f <sup>2</sup>  | 178,49<br>[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>1</sup> s <sup>2</sup> | 180,9479<br>[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>2</sup> | 183,84<br>[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 186,207<br>[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 190,23<br>[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 192,217<br>[Xe]4f <sup>1</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> |  |     |       |       |  |
| 16. | 6. Cs                            | 55. Ba                          | La-Lu  | 72. Hf   | 73. Ta   | 74. W   | 75. Re   | 76. Os  | 77. Ir   |     |       |       |  |
| 17. | 28<br>690<br>Cäsium              | 1. 0.9<br>3.9<br>Barium         | 2. 1.0<br>5.2<br>Lanthanoide                                 | 3. 1.2<br>7.0<br>Hafnium                                       | 4. 1.3<br>7.8<br>Tantal                                      | 5. 0.2,3,4,5,6<br>8.0<br>Wolfram                              | 6. 1.2,4,5,7<br>7.5<br>Rhenium                               | 7. 1.2,4,5,6,7<br>7.5<br>Osmium                               | 8. -2,0,2,3,4,5,6<br>8.7<br>Iridium                          |     |       |       |  |
| 18. | [223]<br>[Rn]7s <sup>1</sup>     | [226]<br>[Rn]7s <sup>1</sup>    | 89–103<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup> | [261]<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup>    | *[262]<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup> | *[263]<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup>  | *[264]<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup> | *[265]<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup>  | *[268]<br>[Rn]5f <sup>4</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>2</sup> |     |       |       |  |
| 19. | 7. Fr                            | 8. Ra                           | Ac-Lr  | 104. Rf  | 105. Db  | 106. Sg   | 107. Bh  | 108. Hs   | 109. Mt  |     |       |       |  |
| 20. | 27<br>677<br>Francium            | 1. 0.9<br>4.0<br>Radium         | 2. 1.0<br>5.3<br>Actinoide                                   | 3. 1.0<br>5.3<br>Rutherfordium                                 | 4. 1.0<br>5.3<br>Dubnium                                     | 5. 1.0<br>5.3<br>Seaborgium                                   | 6. 1.0<br>5.3<br>Bohrium                                     | 7. 1.0<br>5.3<br>Hassium                                      | 8. 1.0<br>5.3<br>Meitnerium                                  |     |       |       |  |

© 1999-2003  
by Lars Röglind

[lars@pse-online.de](mailto:lars@pse-online.de)  
<http://www.pse-online.de>

|          |  |   |  |  |  |  |  |
|----------|--|---|--|--|--|--|--|
|          | <b>138,9055</b><br>$[Xe]5d^66s^2$            | <b>140,116</b><br>$[Xe]4f^16s^2$                  | <b>140,90765</b><br>$[Xe]4f^66s^2$                       | <b>144,24</b><br>$[Xe]4f^66s^3$  | <b>[145]</b><br>$[Xe]4f^66s^3$                                   | <b>150,36</b><br>$[Xe]4f^66s^3$                                  | <b>151,964</b><br>$[Xe]4f^66s^1$                                 |
| <b>6</b> | <b>57La</b><br>3<br>920<br>3454<br>[Lanthan] | <b>58Ce</b><br>3,4<br>1.1<br>5.6<br>Cer           | <b>59Pr</b><br>3,4<br>1.1<br>5.5<br>Praseodym            | <b>60Nd</b><br>3<br>1010<br>5.4<br>3127<br>Neodym                      | <b>61Pm</b><br>3<br>1.1<br>5.5<br>2720<br>Promethium             | <b>62Sm</b><br>2,3<br>1072<br>5.6<br>1778<br>Samarium            | <b>63Eu</b><br>2,3<br>1.1<br>5.6<br>1597<br>Europium             |
|          | <b>[227]</b><br>$[Rn]5d^77s^2$               | <b>[232]</b><br>$[Rn]5d^77s^2$                    | <b>[231]</b><br>$[Rn]5f^15d^77s^2$                       | <b>[230]</b><br>$[Rn]5f^15d^77s^2$                                     | <b>[237]</b><br>$[Rn]5f^15d^77s^2$                               | <b>[244]</b><br>$[Rn]5f^15d^77s^2$                               | <b>[243]</b><br>$[Rn]5f^15d^77s^2$                               |
| <b>7</b> | <b>89Ac</b><br>3<br>1047<br>3197<br>Actinium | <b>90Th</b><br>4<br>1.0<br>0.9<br>4767<br>Thorium | <b>91Pa</b><br>4,5<br>1.1<br>1.1<br>1554<br>Protactinium | <b>92U</b><br>3,4,5,6<br>1.1<br>1.2<br>1132<br>2018<br>1902<br>Uranium | <b>93Np</b><br>3,4,5,6<br>1.2<br>1.2<br>640<br>1902<br>Neptunium | <b>94Pu</b><br>3,4,5,6<br>1.2<br>1.2<br>641<br>3327<br>Plutonium | <b>95Am</b><br>3,4,5,6<br>1.2<br>1.2<br>994<br>2667<br>Americium |

|   |   |  |   |  |   |   |  |   |      | 18        | 8. Hg VIII A |  |
|---|---|--|---|--|---|---|--|---|------|-----------|--------------|--|
|   |   |  |   |  |   |   |  |   |      | <b>He</b> | <b>He</b>    |  |
| 13  | 14  | 15   | 16  | 17   |   |   |  |   |      | <b>He</b> | <b>He</b>    |  |
| 3. Hg   | IIIA  | 4. Hg  | IVA   | 5. Hg  | VA  | 6. Hg   | VIA  | 7. Hg   | VIIA | <b>He</b> | <b>He</b>    |  |
| 10  | 11  | 12   |   |  |   |   |  |   |      | <b>He</b> | <b>He</b>    |  |
| 8. Ng   | VIII  | 1. Ng  | IB  | 2. Ng  | IIA   |   |  |   |      | <b>He</b> | <b>He</b>    |  |
| 58,6934<br>[Ar] 3d <sup>9</sup> 4s <sup>1</sup>                 | 63,546<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>                   | 65,39<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>1</sup>                 | 69,723<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>4</sup> p <sup>1</sup>    | 72,61<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>4</sup> p <sup>1</sup>    | 74,92160<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>4</sup> p <sup>1</sup>  | 76,96<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>4</sup> p <sup>1</sup>   | 79,904<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>4</sup> p <sup>1</sup>     | 83,80<br>[Ar] 3d <sup>10</sup> 4s <sup>4</sup> p <sup>1</sup>   |      |           |              |  |
| 28 Ni<br>0,2,3  | 29 Cu<br>1,2  | 30 Zn<br>2   | 31 Ga<br>3  | 32 Ge<br>4   | 33 As<br>3,5  | 34 Se<br>2,4,5  | 35 Br<br>-1,3,5,7  | 36 Kr<br>2  |      |           |              |  |
| 1453<br>2732<br>Nickel  | 18,1084<br>7,6,2995   | 1,6,420<br>7,7,907   | 1,7,30<br>9,4,2403  | 1,8,937<br>6,0,2830  | 2,0,7,9<br>7,9,2355   | 2,1,113<br>10,5,445   | 2,4,101<br>10,4,445  | 2,8,189<br>13,0,186   |      |           |              |  |
| 106,42<br>[Kr] 4d <sup>9</sup>                                  | 107,8682<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>1</sup>                 | 112,4111<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>1</sup>              | 114,8116<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup> | 118,710<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup> | 121,760<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup>  | 127,60<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup> | 126,90447<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup> | 131,29<br>[Kr] 4d <sup>10</sup> 5s <sup>2</sup> 5p <sup>1</sup> |      |           |              |  |
| 46 Pd<br>0,2,4  | 47 Ag<br>1,2  | 48 Cd<br>2   | 49 In<br>3  | 50 Sn<br>2,4   | 51 Sb<br>3,5  | 52 Te<br>-3,5   | 53 I<br>-2,4,6   | 54 Xe<br>-1,1,5,7   |      |           |              |  |
| 1552<br>3140<br>Palladium                                       | 14,962<br>8,3,2212  | 1,4,331<br>7,6,765   | 1,5,157<br>9,0,2080   | 1,5,232<br>6,8,2276  | 1,7,631<br>7,3,1750   | 1,8,450<br>8,6,990  | 2,0,114<br>9,0,184   | 2,2,112<br>10,5,107   |      |           |              |  |
| 195,078<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 196,96655<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 200,59<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 204,3833<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup>  | 207,2<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup>    | 208,08038<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | [209]   | [210]  | [221]   |      |           |              |  |
| 78 Pt<br>0,2,4  | 79 Au<br>1,3  | 80 Hg<br>1,2   | 81 Tl<br>1,3  | 82 Pb<br>1,4   | 83 Bi<br>1,5,271  | 84 Po<br>1,3,35   | 85 At<br>2,4,6   | 86 Rn<br>-1,1,3,5,7   |      |           |              |  |
| 1772<br>3827<br>Platin  | 14,1064<br>9,0,2940   | 1,4,-39<br>9,2,357   | 1,5,104<br>10,4,1457  | 1,4,328<br>6,1,1740  | 1,5,271<br>7,4,1560   | 1,7,962<br>7,3,962  | 1,8,302<br>8,4,337   | 2,0,-71<br>9,5,-62  |      |           |              |  |
| [269]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>1</sup>   | [272]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>1</sup>     | *  | *   | *  | *   | *   | *  | *   |      |           |              |  |
| 110 Ds<br>Darmstadtium  | 111 Uuu<br>Unununium  | 112 Uub<br>Ununbium <sup>1</sup>                               | 113 Uut<br>Ununtrium <sup>1</sup>                                 | 114 Uuq<br>Ununquadium <sup>1</sup>                              | 115 Uup<br>Ununpentium <sup>1</sup>                               | 116 Uuh<br>Ununhexium <sup>1</sup>                              | 117 Uus<br>Ununseptium <sup>1</sup>                                | 118 Uuo<br>Ununoctium <sup>1</sup>                              |      |           |              |  |

\*Die Elemente mit den Ordnungszahlen 112 – 118 wurden noch nicht synthetisiert bzw. von der IUPAC offiziell anerkannt!

|  |  |   |  |   |  |   |   |
|--|--|---|--|---|--|---|---|
| 157,25<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> | 158,92534<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 6s <sup>2</sup> | 162,50<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 6s <sup>1</sup> | 164,93032<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 6s <sup>2</sup> | 167,26<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 6s <sup>2</sup> | 168,93421<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 6s <sup>2</sup> | 173,04<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 6s <sup>1</sup> | 174,967<br>[Xe] 4f <sup>14</sup> 5d <sup>6</sup> s <sup>1</sup> |
| 64 Gd<br>3   | 65 Tb<br>3,4                                       | 66 Dy<br>3                                      | 67 Ho<br>3   | 68 Er<br>3                                      | 69 Tm<br>2,3                                       | 70 Yb<br>2,3                                    | 71 Lu<br>3  |
| 1311<br>3233<br>Gadolinium                                     | 1,1,1360<br>6,1,3041                               | 1,1,1406<br>5,9,2335                            | 1,1,1470<br>5,9,2720                               | 1,1,1522<br>6,0,2510                            | 1,1,1545<br>6,1,1727                               | 1,1,1624<br>6,2,1193                            | 1,1,1656<br>6,3,3315<br>5,4<br>Lutetium                         |
| [247]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>1</sup>  | [247]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>     | [251]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>  | [252]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>     | [257]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>  | [258]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>     | [259]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 7s <sup>2</sup>  | [262]<br>[Rn] 5f <sup>14</sup> 6d <sup>7</sup> s <sup>1</sup>   |
| 96 Cm<br>3,4<br>1340<br>Curium                                 | 97 Bk<br>3,4<br>-1,2<br>986                        | 98 Cf<br>3,4<br>-1,2<br>900                     | 99 Es<br>3<br>-1,2<br>860                          | 100 Fm<br>3<br>-1,2<br>-1,2                     | 101 Md<br>3<br>-1,2<br>-1,2                        | 102 No<br>2,3<br>-1,2                           | 103 Lr<br>3   |
| Berkellium   | Californium  | Einsteinium                                     | Fermium  | Mendelevium                                     | Nobelium   | Lawrencium                                      |   |

---

## Literatur

- <http://www.klemmkasten.de>: (7 Dezember 2022a)
- <http://www.spiegel.de/netzwelt/gadgets/neue-batterietechnologie-zink-luft-energie-a-647365.html>:  
(7 Dezember 2022b)
- <http://www.phinergy.com>: (7 Dezember 2022)
- Allegro MicroSystems, Inc.: A4975-Datasheet.pdf: „Full-Bridge PWM Microstepping Motor Driver“, 07.12. 2022a
- Allegro MicroSystems, Inc.: A4988-Datasheet.pdf: „DMOS Microstepping Driver with Translator and Overcurrent Protection“, 07.12.2022b
- Ameling, W.: Grundlagen der Elektrotechnik I, II. Bertelsmann Universitätsverlag, Düsseldorf (1974)
- Bosch Technische Unterrichtung: Generatoren und Starter, TU2028, Stuttgart (2001)
- Brakelmann, H.: Grundlagen der Elektrotechnik 4, Grundlagen der elektrischen Energietechnik, Vorlesungsskript, Universität Duisburg-Essen (2004)
- Butlar, v. J.: Supernova, Geburt eines neuen Weltbilds. Heyne Bücher, München (1995)
- <http://www.pse-online.de>: (7 Dezember 2022)
- Eckardt, H.: Grundzüge der elektrischen Maschinen. Teubner Studienbücher, Stuttgart (1982)
- <http://www.fia.com>: Formula One Technical Regulations (2014)
- Fuest, K., Döring, P.: Elektrische Maschinen und Antriebe, Lehr- und Arbeitsbuch. Vieweg, Braunschweig (1995)
- <http://www.energie.ch/at/asm/index.htm>: Gloor Engineering, CH-7434 Sufers (2006)
- Goto, H.: Entwicklungsstand des supraleitenden Magnetschwebezuges. Rail Int. **11** (1998)
- Hengstler, J., Russ, M., Stoffregen, A., Hendrich, A., Weidner, S., Sphera Solutions GmbH, Leinfelden-Echterdingen, Held, M., Briem, A.-K., Fraunhofer-Institut für Bauphysik IBP, Stuttgart: Aktualisierung und Bewertung der Ökobilanzen von Windenergie- und Photovoltaikanlagen unter Berücksichtigung aktueller Technologieentwicklungen, 2021 (im Auftrag des Umweltbundesamtes)
- <http://www.hybrid-autos.info/Energiespeicher/Mechanische-Speicher/dynastore-schwungradspeicher.html>: (2011)
- Institut für elektrische Antriebe, IEM, Aachen:[www.iem.rwth-aachen.de/index.pl/werkstoffe](http://www.iem.rwth-aachen.de/index.pl/werkstoffe) (2006)
- Kubalek, E.: Einführung in die Werkstoffe der Elektrotechnik, Vorlesungsscript zur gleichnamigen Vorlesung 2007, Universität Duisburg-Essen
- Kratz, G., Strasser, H.: Antriebskonzepte für zukünftige elektrische Triebfahrzeuge. Elektrische Bahnen. **96**(11), 333–337 (1998)

- Laidman, R.: Stepper motors and control. <http://www.stepperworld.com/Tutorials/pgMicrostepping.htm>. Zugegriffen am 07.12.2013
- Lossau, N.: „Dieses Auto wird mit Wasser betankt“, Die Welt, 28.06.13 <https://www.welt.de/wissenschaft/article117549279/Dieses-Auto-wird-mit-Wasser-betankt.html>, 07.12. 2022
- Rummich, E.: Elektrische Schrittmotoren und -antriebe. Expert, Renningen (2005)
- Sattler, P.K.: Elektrische Maschinen I, Vorlesungsskript. Rheinisch Westfälische Technische Hochschule Aachen (1976)
- Schoepp, K., Zielinski, P.: Low-speed AC machines report SPR, Bd. 7/91, S. 1–27. Technical University of Warsaw, Warsaw (1991)
- Still, L., Hammer, W.: Auslegung und elektrischer Leistungsteil der Lokomotive, Baureihe 101 der Deutschen Bahn. Elektrische Bahnen. **94**(8/9), 235–247 (1996)
- STMicroelectronics: AN1495-Datasheet.pdf: „Microstepping Stepper Motor Drive Using Peak Detecting Current Control“, 7. Dezember 2022
- Texas Instruments: SLVA416.pdf: „High Resolution Microstepping Driver With the DRV88xx Series“, S. 4, 7. Dezember
- <http://www.maxonmotor.com>: Urs Kafader, Elektronisch kommutierte Gleichstrommotoren (2009)
- Weinberg, S.: Die ersten drei Minuten, Der Ursprung des Universums (Friedrich Griese Übersetzer). Piper, München (1997)
- [www.automation.siemens.com/tia/html\\_00/prod\\_motors.htm](http://www.automation.siemens.com/tia/html_00/prod_motors.htm): (2006)

---

# Stichwortverzeichnis

## A

- Aaronschaltung 67
- Abschirmung 73
- Akkumulator 23
- Ankerstrom 124
- Äquivalenz 6
- Asynchron-Reluktanzmotor 135

## B

- Batterieladegerät 79
- Betriebspunkt, optimaler 101
- Bindungselektronen 16
- BLDC 139
- Bleiakkumulator 25
- Blindleistung 182
- Brennstoffzelle 27

## C

- CO<sub>2</sub>-Emission 7
- Cosinussatz 63

## D

- Dahlanderschaltung 107
- Deuterium 13
- Doppelschichtkondensatoren 31
- Drehfeldmaschine 89
- Drehmoment 85
- Drehstromtransformator 72
- Drehzahlstellung 107
- Dreieckspannung 62
- Dreiphasensystem 61
- Drossel 75
- Durchflutung 43

## E

- Edelgaskonfiguration 16
- Einheitskreis 183
- elektrolytisch 29
- Elektronenbahnen 12
- Elektronenkonfiguration 12
- E-Lok 163
- endotherm 11
- Energiedichte 81
- Energieniveau 11
- Entropie 2
- Erntefaktor 7
- exotherm 11

## F

- Feldschwächebereich 108
- Flussdichte 45
- Freilauf 142

## G

- Gegeninduktivität 51
- Gesamtnutenzahl 88
- Gesamtstreuziffer 55
- Gleichstrommaschine, permanenterregte 127
- Gleichstrommaschine 124
- Gravitation 19
- Größengleichung 2

## H

- Hairpin-Technologie 173, 174
- Hallsensor 143
- Hauptfluss 51
- Helium He 14
- Heylandkreis 106

Hochtemperatur-Supraleiter 169  
 Hybridfahrzeug 21, 108  
 Hybridfahrzeuge 1

**I**

Induktionsspannung 48  
 Inversion 183

**K**

Käfigläufer 92  
 Kernenergie 18  
 Kernfusion 18  
 Kernspaltung 18  
 Kerentransformator 69  
 Kippunkt 105  
 Kippschlupf 103  
 Klauenpol 123  
 Kloß'sche Formel 105  
 Kohlebürste 124  
 Kohlenstoff C 14  
 Kommutatorlamellen 124  
 Kommutatormotor 128  
 Kurzschlussinduktivität 51  
 Kurzschlussläufer 93

**L**

Leistungsfluss 101, 129  
 Lichtmaschine 123  
 Linearmotor 85  
 Lithiumionen 34  
 Lithium Li 14  
 Lochzahl 88  
 Luftspaltleistung 102

**M**

Maglev 169  
 Magnetschweebahn 166  
 Manteltransformator 69  
 Maschinendrehzahl 93  
 Methanol 29  
 Mittelanzapfung 71  
 Mittelfrequenztransformator 79, 167  
 Motorstromsteller 165

**N**

Nebenschlussmaschine 126  
 Nullleiter 63

**O**

Ortskurve 95

**P**

Periodensystem 15  
 permanenterregt 125  
 Permeabilität 45  
 Platin 28  
 Polpaarzahl 88  
 Polradwinkel 120  
 Primärenergiequelle 1  
 Protonen 27  
 PWM 110

**R**

Radnabenmotor 139  
 Reedkontakt 112  
 reformieren 29  
 Reihenschlussmaschine 126  
 Rekuperation 1, 10  
 Relativdrehzahl 93  
 Reluktanzmotor 131  
 Ringkerentransformator 69  
 Rotorstrom 103

**S**

Scheinleistung 182  
 Schenkelpolläufer 119  
 Schleifring 124  
 Schleifringläufer 92  
 Schlupf 93  
 Schlupfgerade 100  
 Schutzkontakt 60  
 Selbstinduktivität 51  
 Silizium Si 15  
 Solarenergie 19  
 Spannung, induzierte 46, 47  
 Spartransformator 69  
 Spiegelung 183  
 Spin 14  
 Standby 59  
 Sternpunkt 66  
 Sternspannung 62  
 Strangzahl 88  
 Streufluss 51  
 supraleitend 170  
 Supraleiter 73  
 Synchronmaschine 118

**T**

Tachymeterskala 4  
Transrapid 166  
Transversalflussmotor 136  
trapezförmiger Drehstrom 141  
Trenntransformator 71  
Tritium 13

**W**

Wasserstoff H 12  
Wechselrichter 109  
Welligkeit 124  
Windrad 22  
Wirbelströme 68  
Wirkleistung 64, 182  
Wirkungsgrad 6  
Wirkungsgradfeld 109

**U**

Überspannung 47  
Übertrager 50  
Ultracap 41

**Z**

Zählpfeilrichtung 81  
Zeigerbild 56  
Zero Emission Vehicles 7

**V**

Vierquadrantenbetrieb 122  
Vollpolläufer 119