一、朴素贝叶斯

朴素贝叶斯是一组功能强大且易于训练的分类器，它使用贝叶斯定理来确定**给定一组条件的结果的概率**，“朴素”的含义是指所给定的条件都能独立存在和发生. 朴素贝叶斯是多用途分类器，能在很多不同的情景下找到它的应用，例如垃圾邮件过滤、自然语言处理等.

1. 概率

1）定义

概率是反映随机事件出现的可能性大小. 随机事件是指在相同条件下，可能出现也可能不出现的事件. 例如：

（1）抛一枚硬币，可能正面朝上，可能反面朝上，这是随机事件. 正/反面朝上的可能性称为概率；

（2）掷骰子，掷出的点数为随机事件. 每个点数出现的可能性称为概率；

（3）一批商品包含良品、次品，随机抽取一件，抽得良品/次品为随机事件. 经过大量反复试验，抽得次品率越来越接近于某个常数，则该常数为概率.

我们可以将随机事件记为A或B，则P（A），P（B）表示事件A或B的概率.

2）联合概率与条件概率

① 联合概率

指包含多个条件且所有条件同时成立的概率，记作$P(A,B)$ ，或$P(AB)$，或$P(A\bigcup B)$

② 条件概率

已知事件A发生的条件下，另一个事件B发生的概率称为条件概率，记为：$P(A|B)$

③ 事件的独立性

事件A不影响事件B的发生，称这两个事件独立，记为：

$$P(AB)=P(A)P(B) \tag{1}$$

因为A和B不相互影响，则有：

$$P(A|B) = P(A) \tag{2}$$

可以理解为，给定或不给定B的条件下，A的概率都一样大.

3）先验概率与后验概率

① 先验概率

先验概率也是根据以往经验和分析得到的概率，例如：在没有任何信息前提的情况下，猜测对面来的陌生人姓氏，姓李的概率最大（因为全国李姓为占比最高的姓氏），这便是先验概率.

② 后验概率

后验概率是指在接收了一定条件或信息的情况下的修正概率，例如：在知道对面的人来自“牛家村”的情况下，猜测他姓牛的概率最大，但不排除姓杨、李等等，这便是后验概率.

③ 两者的关系

事情还没有发生，求这件事情发生的可能性的大小，是先验概率（可以理解为由因求果）. 事情已经发生，求这件事情发生的原因是由某个因素引起的可能性的大小，是后验概率（由果求因）. 先验概率与后验概率有不可分割的联系，后验概率的计算要以先验概率为基础.

2. 贝叶斯定理

1）定义

贝叶斯定理由英国数学家托马斯.贝叶斯（Thomas Bayes)提出，用来描述两个条件概率之间的关系，定理描述为：

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} \tag{3}$$

其中，$P(A)$和$P(B)$是A事件和B事件发生的概率，这两个事件是独立的，不相互影响的（朴素的含义）；$P(A|B)$称为条件概率，表示B事件发生条件下，A事件发生的概率. 推导过程：

$$P(A,B) = P(B)P(A|B) \\ P(B,A) = P(A)P(B|A) \tag{4}$$

其中$P(A,B)$称为联合概率，指事件B发生的概率，乘以事件A在事件B发生的条件下发生的概率. 因为$P(A,B) = P(B,A)$, 所以有：

$$P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A) \tag{5}$$

两边同时除以P(B)，则得到贝叶斯定理的表达式. 其中，$P(A)$是先验概率，$P(A|B)$是已知B发生后A的条件概率，也被称作后验概率.

2）贝叶斯定理示例

【示例一】计算诈骗短信的概率

事件	概率	表达式
所有短信中，诈骗短信	5%	P（A）= 0.05
所有短信中，含有“中奖”两个字	4%	P（B）= 0.04
所有短信中，是诈骗短信，并且含有“中奖”两个字	50%	P(B|A) = 0.5

求：收到一条新信息，含有“中奖”两个字，是诈骗短信的概率？

$$P(A|B) = P(A)P(B|A)/P(B) = 0.05 * 0.5/0.04 = 0.625$$

【示例二】计算喝酒驾车的概率

事件	概率	表达式
所有客人中，驾车	20%	P（A）= 0.2
所有客人中，喝酒	10%	P（B）= 0.1
所有客人中，开车并且喝酒	5%	P（B|A）= 0.05

求：喝过酒仍然会开车的人的比例是多少？

$$P(A|B) = P(A)P(B|A)/P(B) = 0.2 * 0.05/0.1 = 0.1$$

3. 朴素贝叶斯分类器

1）分类原理

朴素贝叶斯分类器就是根据贝叶斯公式计算结果进行分类的模型，“朴素”指事件之间相互独立无影响. 例如：有如下数据集：

Text	Category
A great game（一个伟大的比赛）	Sports（体育运动）
The election was over（选举结束）	Not sports（不是体育运动）
Very clean match（没内幕的比赛）	Sports（体育运动）
A clean but forgettable game（一场难以忘记的比赛）	Sports（体育运动）
It was a close election（这是一场势均力敌的选举）	Not sports（不是体育运动）

求：”A very close game“ 是体育运动的概率？数学上表示为 P(Sports | a very close game). 根据贝叶斯定理，是运动的概率可以表示为：

$$P(Sports|a\ very\ close\ game) = \frac{P(a\ very\ close\ game|sports) * P(sports)}{P(a\ very\ close\ game)} \tag{6}$$

不是运动概率可以表示为：

$$P(Not\ Sports|a\ very\ close\ game) = \frac{P(a\ very\ close\ game|Not\ sports) * P(Not\ sports)}{P(a\ very\ close\ game)} \tag{7}$$

概率更大者即为分类结果. 由于分母相同，即比较分子谁更大即可. 我们只需统计”A very close game“ 多少次出现在Sports类别中，就可以计算出上述两个概率. 但是”A very close game“ 并没有出现在数据集中，所以这个概率为0，要解决这个问题，就假设每个句子的单词出现都与其它单词无关（事件独立即朴素的含义），所以，P(a very close game)可以写成：

$$P(a\ very\ close\ game) = P(a) * P(very) * P(close) * P(game) \tag{8}$$

$$P\ (\ a\ very\ close\ game|Sports) = \\ P(a|Sports) * P(very|Sports) * P(close|Sports) * P(game|Sports) \tag{9}$$

统计出“a", "very", "close", "game"出现在"Sports"类别中的概率，就能算出其所属的类别.

2）实现朴素贝叶斯分类器

在sklearn中，提供了三个朴素贝叶斯分类器，分别是：

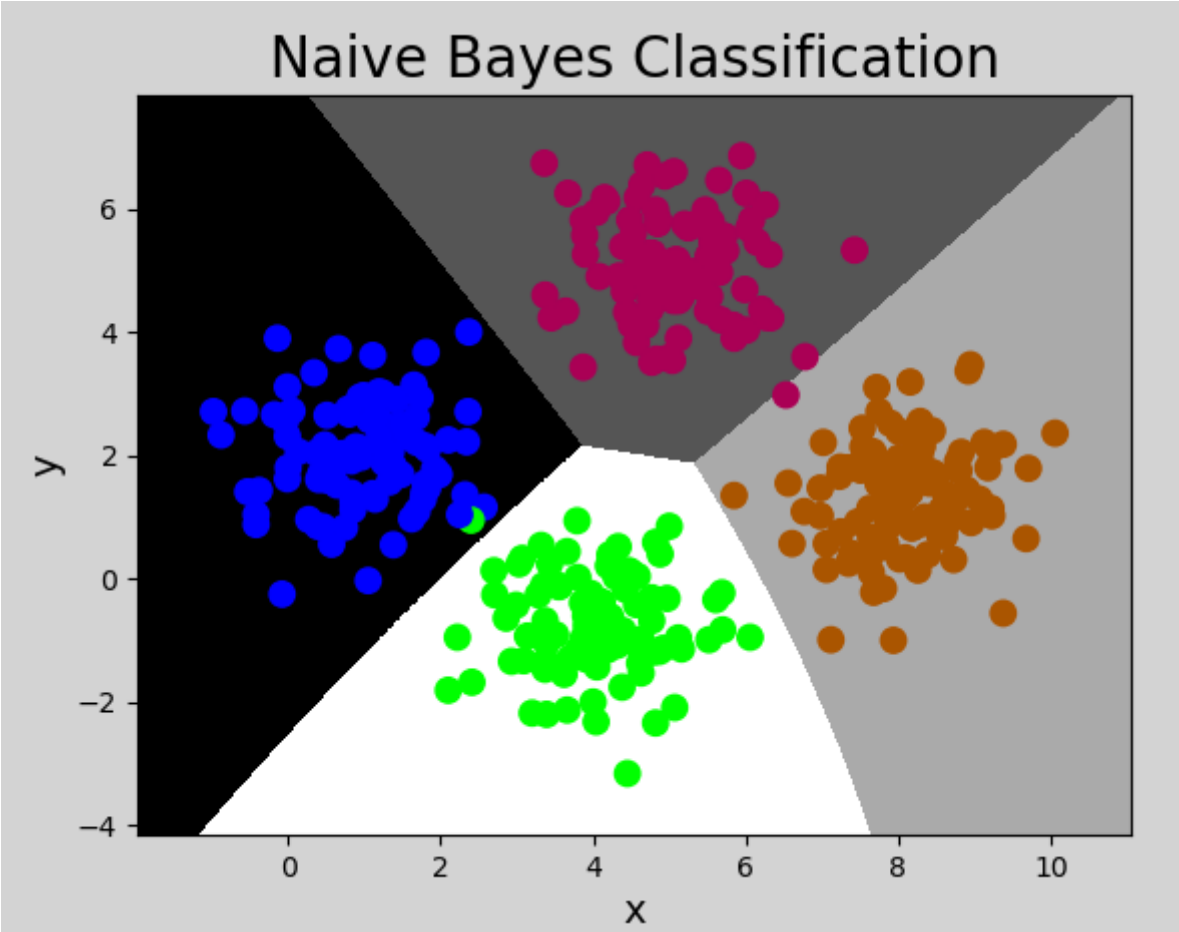
- GaussianNB（高斯朴素贝叶斯分类器）：适合用于样本的值是连续的，数据呈正态分布的情况（比如人的身高、城市家庭收入、一次考试的成绩等等）
- MultinominalNB（多项式朴素贝叶斯分类器）：适合用于大部分属性为离散值的数据集
- BernoulliNB（伯努利朴素贝叶斯分类器）：适合用于特征值为二元离散值或是稀疏的多元离散值的数据集

该示例中，样本的值为连续值，且呈正态分布，所以采用GaussianNB模型. 代码如下：

```
# 朴素贝叶斯分类示例
import numpy as np
import sklearn.naive_bayes as nb
import matplotlib.pyplot as mp

# 输入，输出
x, y = [], []

# 读取数据文件
with open("../data/multiple1.txt", "r") as f:
    for line in f.readlines():
        data = [float(substr) for substr in line.split(",")]
        x.append(data[:-1])  # 输入样本：取从第一列到倒数第二列
        y.append(data[-1])  # 输出样本：取最后一列

x = np.array(x)
y = np.array(y, dtype=int)

# 创建高斯朴素贝叶斯分类器对象
model = nb.GaussianNB()
model.fit(x, y)  # 训练

```

```
# 计算显示范围
left = x[:, 0].min() - 1
right = x[:, 0].max() + 1
h = 0.005

buttom = x[:, 1].min() - 1
top = x[:, 1].max() + 1
v = 0.005

grid_x, grid_y = np.meshgrid(np.arange(left, right, h),
                             np.arange(buttom, top, v))

mesh_x = np.column_stack((grid_x.ravel(), grid_y.ravel()))
mesh_z = model.predict(mesh_x)
mesh_z = mesh_z.reshape(grid_x.shape)

mp.figure('Naive Bayes Classification',
facecolor='lightgray')
mp.title('Naive Bayes Classification', fontsize=20)
mp.xlabel('x', fontsize=14)
mp.ylabel('y', fontsize=14)
mp.tick_params(labelsize=10)
mp.pcolormesh(grid_x, grid_y, mesh_z, cmap='gray')
mp.scatter(x[:, 0], x[:, 1], c=y, cmap='brg', s=80)
mp.show()
```

执行结果：


Naive Bayes Classification
6
4
2
0
−2
−4
y
0
2
4
6
8
10
x