

自动控制理论

实验二：状态反馈控制

自 05 2020011126 刘若涵

1 实验目的

- (1) 训练设计模拟实验方案的能力。
- (2) 掌握用状态反馈的方法实现控制系统闭环极点的配置。
- (3) 观察状态反馈的性能，研究极点配置对系统闭环阶跃响应的影响。

2 判断系统能控性、能观性

系统状态方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{10}{(0.5s + 1)(s + 1)}$$

使用 MATLAB 中 `ctrb(A,B)` 函数求出系统能控性矩阵为：

$$Q_k = \begin{bmatrix} 10 & -20 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$\text{rank}Q_k = 2$ ，系统完全能控。

使用 MATLAB 中 `obsv(A,C)` 函数求出系统能观性矩阵为：

$$Q_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

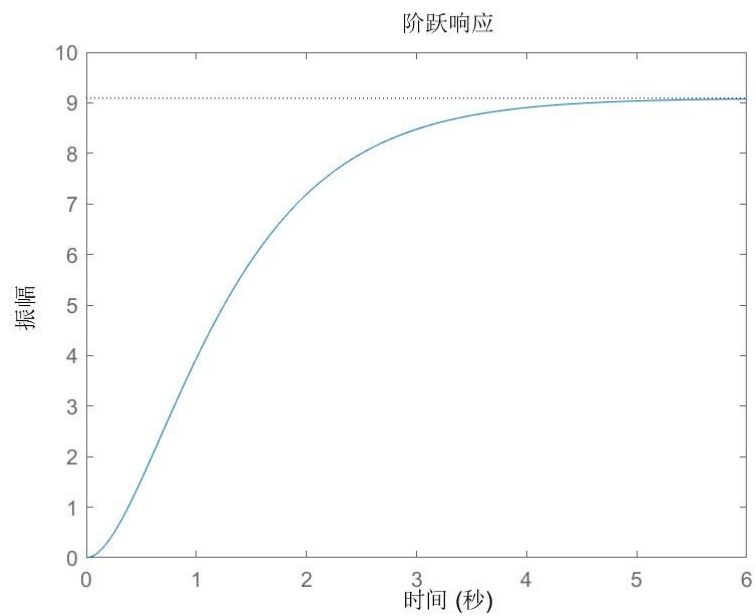
$\text{rank}Q_g = 2$ ，系统完全能观。

3 以单位阶跃信号为输入，观测闭环系统的阶跃响应

$$u = r - [K_1 \ K_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

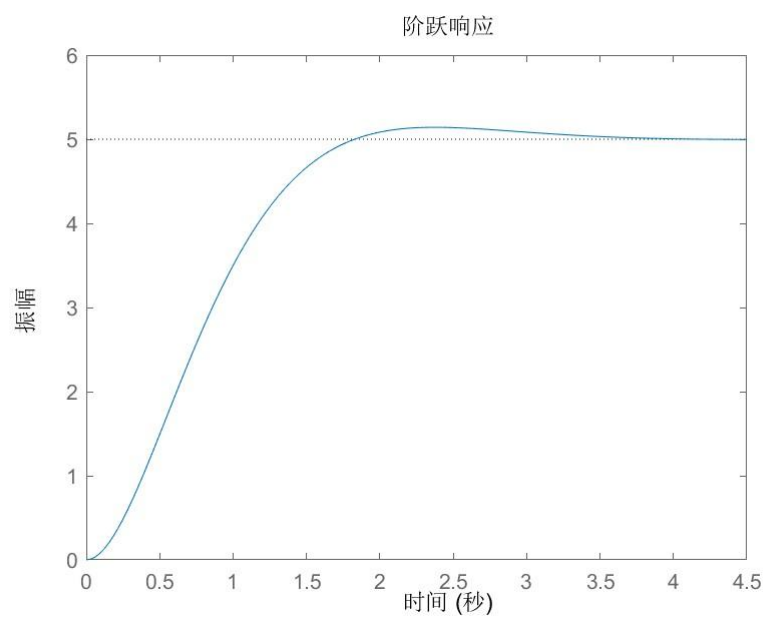
3.1 $K_1 = 0$ ，调节 K_2 ，观测闭环系统的阶跃响应，使闭环系统的输出过渡过程呈无超调、有超调等情况。记录相应的 K_2 、超调量 σ 和过渡过程时间 t_s ，计算闭环系统的极点。

- (1) $K_2 = 0.01$



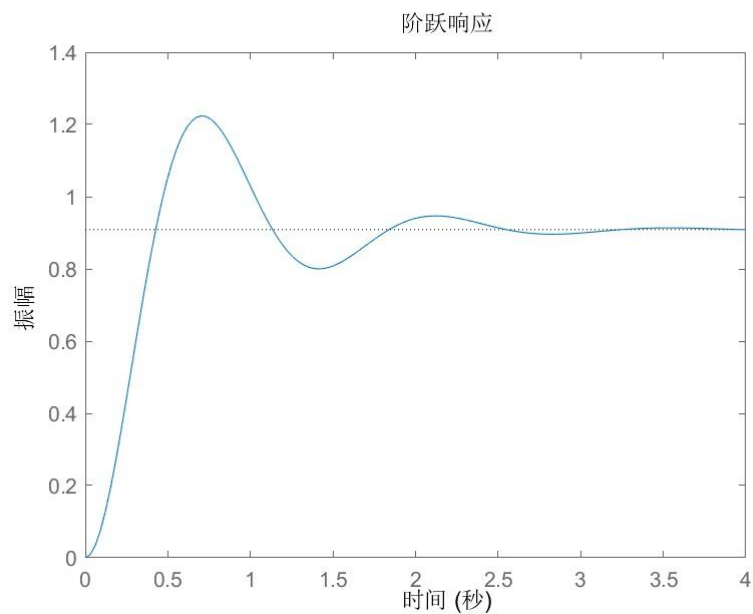
闭环极点为: -1.7236 、 -1.2764 , $\sigma = 0\%$, $t_s = 4.018s$

(2) $K_2 = 0.1$



闭环极点为: $-1.5 \pm 1.3229i$, $\sigma = 2.84\%$, $t_s = 2.871s$

(3) $K_2 = 1$



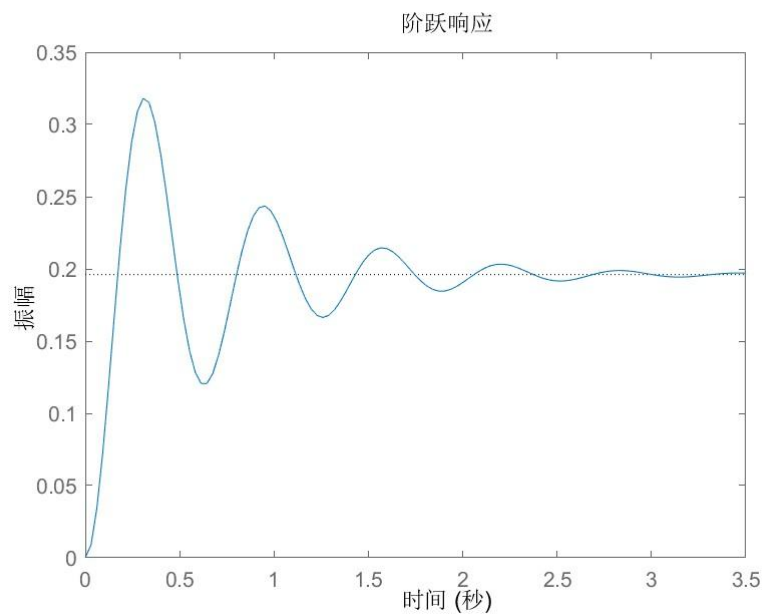
闭环极点为: $-1.5 \pm 4.4441i$, $\sigma = 34.63\%$, $t_s = 2.381s$

K_2		超调量	过渡过程时间(s)	闭环极点
0.01	无超调	0%	4.018	$-1.7236, -1.2764$
0.1	有超调	2.84%	2.871	$-1.5 \pm 1.3229i$
1	有超调	34.63%	2.381	$-1.5 \pm 4.4441i$

由表可知, $K_1 = 0$ 时闭环极点关于 -1.5 对称, 随着 K_2 的增大, 闭环极点逐渐远离实轴, 阶跃响应超调量 σ 变大, 过渡过程时间 t_s 减小。

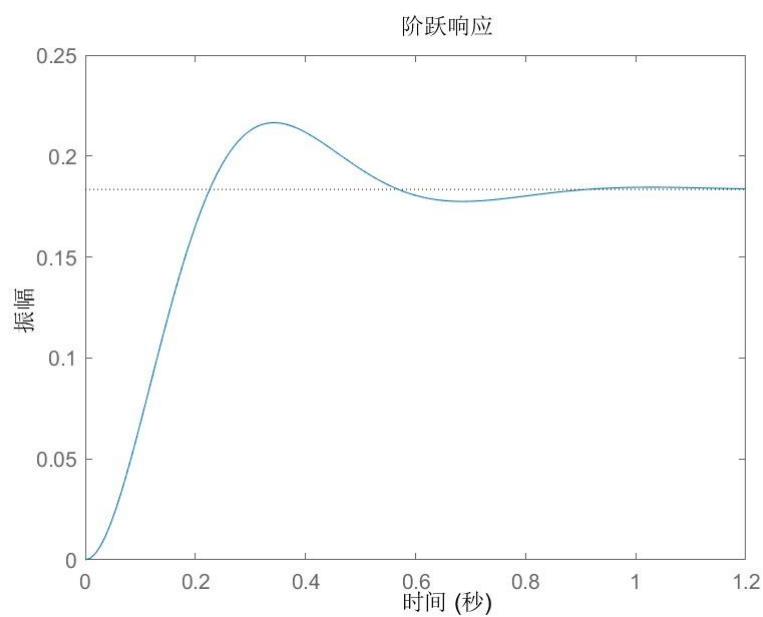
3.2 计算 $K_1 = 0$ 、 $K_2 = 5$ 和 $K_1 = 0.7$ 、 $K_2 = 5$ 两种情况下的闭环系统极点, 观测闭环系统的阶跃响应, 超调量 σ 和过渡过程时间 t_s 。

(1) $K_2 = 0$ 、 $K_2 = 5$



闭环极点为: $-1.5 \pm 9.9875i$, $\sigma = 62.39\%$, $t_s = 2.568s$

(2) $K_1 = 0.7$ 、 $K_2 = 5$



闭环极点为: $-5 \pm 9.1652i$, $\sigma = 18.02\%$, $t_s = 0.788s$

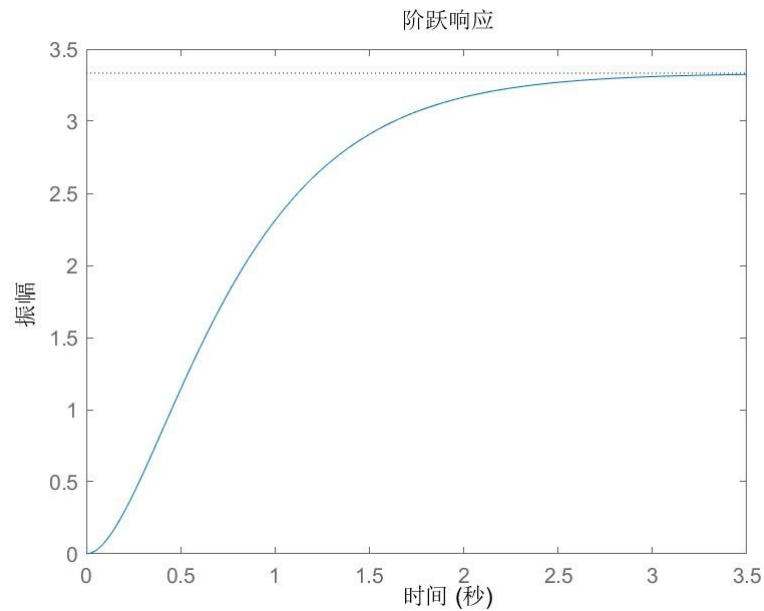
$[K_1, K_2]$	超调量	过渡过程时间(s)	闭环极点
$[0, 5]$	62.39%	2.568	$-1.5 \pm 9.9875i$
$[0.7, 5]$	18.02%	0.788	$-5 \pm 9.1652i$

由表可知，在增加完整状态反馈后（ $K_1 \neq 0$ ），闭环极点位置更靠近实轴。这使得超调量 σ 下降，过渡过程时间 t_s 减小，系统动态性能有所提升。

3.3 自行拟定三组 K_1 、 K_2 ，计算闭环系统的极点在所希望的位置上，分别测出阶跃响应的超调量 σ 和过渡过程时间 t_s ，振荡次数 N 等。

(1) 期望闭环极点 -3、-2

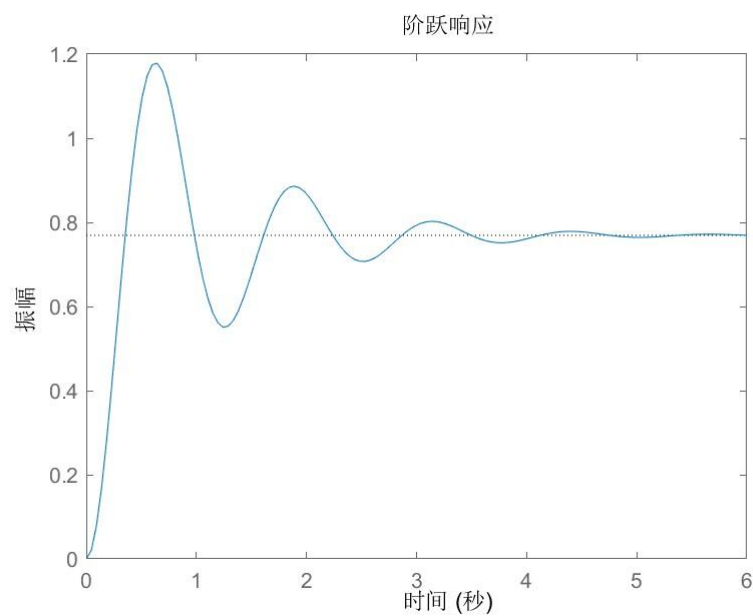
使用 MATLAB 中 `place(A,B,p)` 函数求出全状态反馈增益矩阵 $K = [0.2, 0.1]$



$$\sigma = 0\%, \quad t_s = 2.476s, \quad N = 0$$

(2) 期望闭环极点 $-1 \pm 5i$

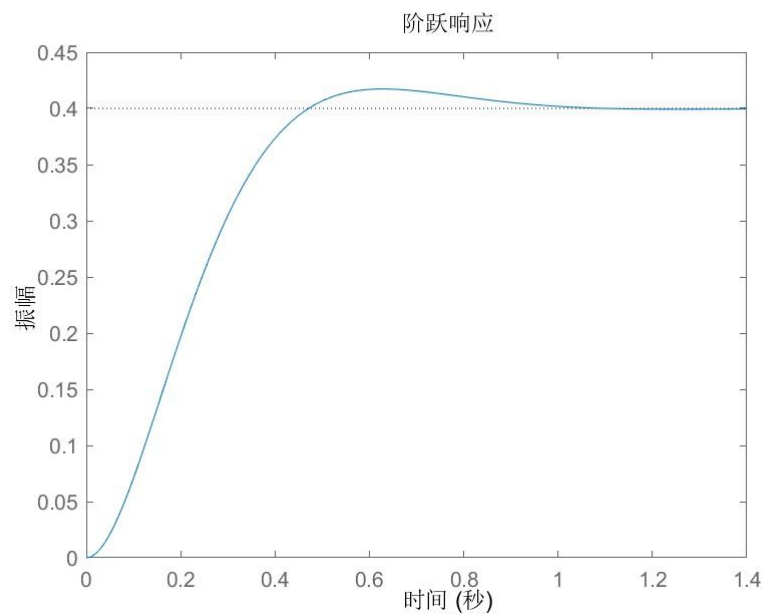
使用 MATLAB 中 `place(A,B,p)` 函数求出全状态反馈增益矩阵 $K = [-0.1, 1.25]$



$$\sigma = 53.36\%, \quad t_s = 3.874s, \quad N = 4$$

(3) 期望闭环极点 $-5 \pm 5i$

使用 MATLAB 中 `place(A,B,p)` 函数求出全状态反馈增益矩阵 $K = [0.7, 2.05]$



$$\sigma = 4.32\%, t_s = 0.843s, N = 1$$

期望闭环极点	$[K_1, K_2]$	超调量	过渡过程时间(s)	振荡次数 N
$-3, -2$	$[0.2, 0.1]$	0	2.476	0
$-1 \pm 5i$	$[-0.1, 1.25]$	53.36%	3.874	4
$-5 \pm 5i$	$[0.7, 2.05]$	4.32%	0.843	1

4 状态反馈的优点

(1) 状态反馈可以配置系统的极点，从而改变系统的动态性能。通过调节状态反馈的系数，可以任意调节系统的过渡过程时间、超调量等参数，配置起来较为方便。

(2) 状态反馈可以仅使用比例放大器实现，无需使用多余的积分器等，相较于经典方法中的极点配置方法，更加便捷。