

2022–2023 秋季学期 数值分析与算法 课程作业

第四章 数值积分与数值微分

1、用龙贝格方法计算积分 $\int_1^{1.6} \frac{x}{x^2-4} dx$ ，计算过程中函数取值至少保留 6 位小数，至少外推到 $T_3^{(0)}$ 。

2、理论计算 $\int_0^1 \frac{2}{\sqrt[3]{x}} dx$ 的值，并用复化辛普森公式 ($n = 3$) 计算 $\int_0^1 \frac{\cos 2x}{\sqrt[3]{x}} dx$ ，计算过程中函数取值至少保留 6 位小数。（注意奇点的特殊处理）

3、确定下列求积公式中的待定参数，使其代数精度尽量高，并指明所构造出的求积公式所具有的代数精度：

(I) $\int_0^1 f(x) dx \approx \frac{1}{2}f(x_0) + C_1 f(x_1)$, 其中 x_0, x_1, C_1 是待定参数；

(II) $\int_0^h f(x) dx \approx h[f(0) + f(h)]/2 + ah^2[f'(0) - f'(h)]$, 其中 a 是待定参数。

4、用复化两点高斯公式 ($n = 4$) 计算 $\int_0^\pi \varphi^2 \sin \varphi d\varphi$ ，计算过程中函数取值至少保留 6 位小数。

5、列出曲线 $y = \tan x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ 上的曲线长度 L 的积分表达式，并分析用复化梯形公式计算该积分值时可能产生的误差。