作业一

自05 刘若涵 2020011126

2. $P(A\cup C)=P(A)+P(C)-P(AC)\le 1$

$P(A)+P(C)\le 1+P(AC)$

$P(AB)+P(BC)\le P(A)+P(B)\le 1+P(AC)$

$P(AB)-P(AC)\le 1-P(BC)$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)\le 1$

$P(A)+P(B)\le 1+P(AB)$

$P(AC)+P(BC)\le P(A)+P(B)\le 1+P(AB)$

$P(AB)-P(AC)\ge P(BC)-1$

综上，$|P(AB)-P(AC)|\le 1-P(BC)$

6. (1) 是

$P(A)=\sum\limits_{x\in A}\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}\ge 0 \qquad \forall A\in\mathbb{F},\ \lambda>0$

$P(\Omega)=\sum\limits_{x=0}^{+\infty}\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}=e^{-\lambda}\cdot e^{\lambda}=1$

设 $A_1,A_2,\cdots,A_n\in\mathbb{F}$ 为一列两两互不相容的事件

$P(\bigcup\limits_{n=1}^{\infty}A_n)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}P(A_n)$

$\therefore$ $P(A)$ 为事件 A 的概率

(2) 是

$P(A)=\sum_{x\in A} p(1-p)^x > 0 \quad \forall A \in \mathbb{F}, \ 0<p<1$

$P(\Omega)=\sum_{x=0}^{+\infty} p(1-p)^x = \frac{p}{p} = 1$

设 $A_1, A_2, \cdots, A_n \in \mathbb{F}$ 为一列两两互不相容的事件

$P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$

$\therefore$ $P(A)$ 为事件 A 的概率

13. $P=\frac{2^3-1}{4^3} = \frac{7}{64}$

补充题

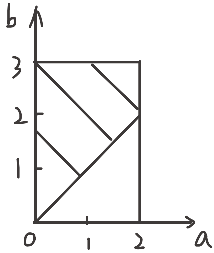
(1) (A) $\Delta = 4a^2-4b^2$

$= 4(a+b)(a-b) > 0$

$\Rightarrow \quad a>b$

$P=\frac{3+2+1}{4\times 3} = \frac{1}{2}$

(B)

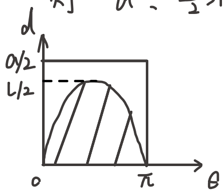


$P=\frac{\frac{(1+3)\times 2}{2}}{2\times 3} = \frac{2}{3}$

(2) 设针中心到距离最近的线的距离为 d $(0\le d\le \frac{a}{2})$

设针相对平行线的夹角为 θ $(0\le\theta<\pi)$

则 $d\le \frac{l}{2}\sin\theta$



$$p=\frac{l}{\frac{a}{2}\cdot\pi}=\frac{2l}{a\pi}$$

(3) $$P_A=\frac{n!}{N^n}$$

$$P_B=\frac{C_N^n\, n!}{N^n}$$

(4) $p+3p=1 \Rightarrow p=\frac{1}{4}$

设事件 $A=$ {取到的数为平方数}

设事件 $B=$ {取到的数不超过50}

$$P(A)=P(A|B)P(B)+P(A|B^c)P(B^c)$$

$$=\frac{7}{50}\times p+\frac{3}{50}\times 3p$$

$$=\frac{8}{25}p$$