

2022-2023 秋季学期 数值分析与算法 课程作业

第五章 常微分方程初值问题的数值解法

1、用梯形法解初值问题

$$y' = -2y + 2x^2 + 2x, \quad y(0) = 1$$

取步长 $h = 0.1$ ，计算到 $x = 0.5$ ，并列出数值解和解析解 $y = e^{-2x} + x^2$ 的误差。

2、证明

$$y_{n+2} + (b-1)y_{n+1} - by_n = \frac{1}{4}h[(b+3)y'_{n+2} + (3b+1)y'_n]$$

当 $b \neq -1$ 时是二阶的，当 $b = -1$ 时是三阶的。

3、试推导

$$y_{n+3} = \frac{1}{8}(9y_{n+2} - y_n) + \frac{3}{8}h(y'_{n+3} + 2y'_{n+2} - y'_{n+1})$$

的局部截断误差主项。

4、已知 $y' = x^2 + y^2$ 和 $y(1) = 4$ ，采用改进欧拉法求取 $y(0)$ ，结果应精确到小数点后第8位。假设每次迭代运算中加减乘除运算不产生误差，每次迭代计算的结果均用精确到小数点后某位的小数进行保存。试给出具体的算法（要求有推导过程）。

注意：（1）考虑 $x \in [0,1]$ 上 y 的取值范围；（2）无需计算出步长 h 的具体值。