

2022–2023 秋季学期 数值分析与算法 课程作业

第一章 绪论

1、假如我们希望知道地球的表面积 A 是多少，则我们首先①将地球近似地看成球体，②取地球半径 $r = 6370 \text{ km}$ ，③利用迭代法求得 $\pi = 3.1415926 \dots$ ，最后④求得地球表面积 $A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.141 \times 6370^2 = 5.1 \times 10^8 \text{ km}^2$ 。试问在上述近似求解的过程中，每一步骤分别包含了哪一类型的误差？

2、已知 $e = 2.7182818 \dots$ ，求以下近似值 x_A 的相对误差，并给出这些近似数各自的有效数位：(I) $x = e$, $x_A = 2.71828$; (II) $x = e/1000$, $x_A = 0.0027$ 。

3、 $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ ，若开平方用 5 位函数表，求 $f(30)$ 的近似值。只考虑开平方的舍入误差，自然对数的结果误差有多大？若改用另一等价公式

$$\ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) = -\ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$$

计算，对应的结果误差有多大？

4、用下列迭代法计算 $\sqrt{7}$ ：

$$\begin{cases} x_0 = 2, \\ x_{k+1} = \frac{1}{2} \left(x_k + \frac{7}{x_k} \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

证明：若 x_k 是 $\sqrt{7}$ 的具有 n 位有效数字的近似值，则 x_{k+1} 必是 $\sqrt{7}$ 的具有至少 $2n$ 位有效数字的近似值。