

2022–2023 秋季学期 数值分析与算法 课程作业

第六章 非线性方程求根

1、用牛顿法求 $\sqrt[3]{43}$ 的值（即方程 $x^3 - 43 = 0$ 的实数根），结果精确到 0.001，并分析迭代过程中累积的舍入误差。

2、试证明：方程 $6 - 2x + \cos x = 0$ 有且仅有一个根。对任意的实数 x_0 ，迭代法

$$x_{k+1} = 3 + \frac{1}{2} \cos x_k$$

产生的序列 $\{x_k\}$ 收敛到方程的根。

3、设 $a > 0$ ，证明迭代公式

$$x_{k+1} = \frac{x_k(x_k^2 + 3a)}{3x_k^2 + a}$$

产生的序列 $\{x_k\}$ 三阶收敛到 \sqrt{a} 。

4、试设计一种数值迭代算法求函数 $f(x) = e^{-x} \ln x$ 的拐点，坐标值精确到千分位。要求说明算法的迭代公式、初始点，并理论验证算法的收敛性，给出算法停止条件、迭代次数和最终结果。