系统工程导论作业三

黑箱建模：一元线性回归

刘若涵 自 05 2020011126

1 方法原理

1.1 一元线性回归方程的建立

最小二乘估计：

$$\hat{a} = \overline{y} - \hat{b}\overline{x}, \quad \hat{b} = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} = \frac{L_{xy}}{L_{xx}}$$

一元线性回归方程为：

$$y = \hat{a} + \hat{b}x$$

1.2 F 检验法

计算 F 时，由于分子分母同时进行数据平移及归一化处理后与直接计算结果相同，因此可直接使用未归一化处理的 $(\hat{y}_i - \overline{y})$ 及 $(y_i - \hat{y}_i)$ 进行计算。

$$L_{yy} = \sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{y})^2 = \sum_{i=1}^{N} y_i^2 - N\overline{y}^2 = \sum_{i=1}^{N}(\hat{y}_i - \overline{y})^2 + \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

即 TSS=ESS+RSS

$$F = \frac{ESS / f_E}{RSS / f_R} = \frac{(N-2)ESS}{RSS}$$

F_α 通过 finv(1 - alpha, 1, length(x) - 2) 求得。

当 $F > F_\alpha$时，否定原假设H_0，认为 x 与 y 存在线性关系；

当 $F \le F_\alpha$时，接收原假设H_0，认为 x 与 y 不存在线性关系。

1.3 置信区间

剩余均方差：

$$S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y})^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{(1-r^2)L_{yy}}{N-2}}$$

$Z_{\alpha/2}$ 通过 norminv(1 - alpha/2, 0, 1) 求得。

置信区间为：

$$(\hat{y}_0 - Z_{\alpha/2}S_\delta, \hat{y}_0 + Z_{\alpha/2}S_\delta)$$

边界曲线为：

$$L_1 : y_1 = a + bx - Z_{\alpha/2}S_\delta$$
$$L_2 : y_2 = a + bx + Z_{\alpha/2}S_\delta$$

2 处理结果

```
一元线性回归方程为:
y = 2129616.766806 + 0.346471 * x
在显著性水平alpha=0.050000情况下:
Fα=4.351244, F=663.411691
F>Fα,x与y存在线性关系
剩余均方差Sσ=92014.693595
Z_α/2=1.959964
置信区间为[y - 180345.485494,y + 180345.485494]
```