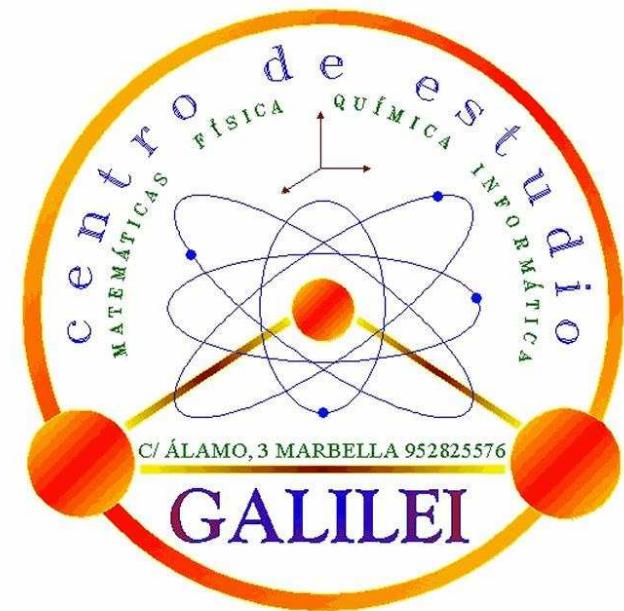


**FORMULARIO DE
MATEMÁTICAS - FÍSICA - QUÍMICA**



www.acienciasgalilei.com

HORA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES

Ningún hombre podrá revelarnos nada sino lo que ya está medio adormecido en la aurora de nuestro conocimiento.

El maestro que pasea a la sombra del templo, rodeado de discípulos, nada da de su sabiduría, mas si de su fe y de su ternura.

Si es verdaderamente sabio, no os conducirá a entrar a la mansión de su saber, sino antes os conducirá al umbral de vuestra propia mente.

El astrónomo podrá hablaros de su comprensión del espacio, mas no podrá daros su comprensión.

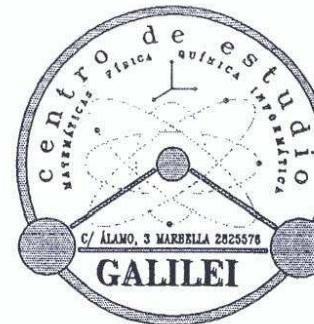
El músico podrá cantar para vosotros el ritmo que existe en todo el Universo, mas no podrá daros el oído que capta la melodía, ni la voz que la reprile.

Y el versado en las ciencias de los números podrá hablaros del mundo de los pesos y las medidas, pero no podrá llevaros hasta él.

Porque la visión de un hombre no presta sus alas a otro hombre.

Y así como cada uno de vosotros se mantiene solo en el conocimiento de Dios, así cada uno de vosotros debe tener su propia comprensión de Dios y su propia interpretación de las cosas de la Tierra.

Gibrán Khalil Gibrán



ÁREAS Y VOLUMENES	1
PROGRESIONES	2
ARITMÉTICA	2
GEOMÉTRICA	2
FINANCIERAS	2
COMBINATORIA	3
COMBINACIONES	3
VARIACIONES	3
PERMUTACIONES	3
REPETICIÓN	3
VARIACIONES	3
BINOMIO DE NEWTON	3
PROPIEDADES	3
PROBABILIDAD	4
AXIOMAS	4
REGLA DE LAPLACES	4
PROBABILIDAD TOTAL	4
PROBABILIDAD COMPUESTA	4
SUCESO CONTRARIO	4
TEOREMA DE BAYES	4
ESTADÍSTICA	5
PARÁMETROS ESTADÍSTICOS	5
DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES	5
VARIABLE ALEATORIA	5
RECTAS, VECTORES Y TRIÁNGULOS	6
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS I	7
FÓRMULAS FUNDAMENTALES	7
VALORES QUE PUEDEN TOMAR	7
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS II	8
EN FUNCIÓN DE ANGULOS MÁS USADOS	8
ANGULOS COMPLEMENTARIOS	8
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS III	9
ANGULOS SUPLEMENTARIOS	9
Y DE SIGNO CONTRARIO	9
SUMA O DIFERENCIA DE ÁNGULOS	9
ANGULO DOBLE	9
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS IV	10
ANGULO TRIPLE	10
ANGULO MITAD	10
SUMAS EN PRODUCTOS	10
PERIODOS	10
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS V	11
LEY DE LOS SENOS	11
LEY DE LOS COSENOS	11
LEY DE LAS TANGENTES	11
TRIÁNGULOS RECTANGULOS	11
TABLA DE INFINITESIMOS	11
DESARROLLO EN SERIES	11
FÓRMULA DE MOIVRE	11
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS I	12
FUNCIONES RECÍPROCAS	13
FUNCIÓN EXPONENCIAL-LOGARÍTMICA	14
PROPIEDADES LOGARÍTMICAS	14
PROPIEDADES EXPONENCIALES	14
TABLA DE DERIVADAS	15
INTEGRALES	16
SUSTITUCIONES IMPORTANTES I	17
SUSTITUCIONES IMPORTANTES II	18
FUNCIONES	19
DOMINIO	19
CORTE CON LOS EJES	19
SIMETRÍA	19
ASÍNTOTAS	19
MÁXIMOS, MÍNIMOS	19
PUNTOS DE INFLEXIÓN	19
ECUACIÓN 2º GRADO	19
CONSTANTES FÍSICAS	20
DATOS IMPORTANTES	20
MAGNITUDES-DIMENSIONES-UNIDADES I	21
MECÁNICA	21
MAGNITUDES-DIMENSIONES-UNIDADES II	22
ELECTROMAGNETISMO	22
OTRAS MAGNITUDES	22
MAGNITUDES SUPLEMENTARIAS	22
OTRAS UNIDADES ELÉCTRICAS	22
CONVERSIÓN DE UNIDADES	23
LONGITUD	23
FUERZA	23
PRESIÓN	23
ENERGÍA	23
POTENCIA	23
PREFIJOS Y ALFABETO GRIEGO	24
ESTADOS DE OXIDACIÓN	25
NO METALES	25
METALES	25
GASES NOBLES	25
GRUPOS	25
GRUPOS FUNCIONALES	26
CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA	26
SISTEMA PERIÓDICO I	27
SISTEMA PERIÓDICO II	28
ELEMENTOS QUÍMICOS	29
NOTACIÓN INTERNACIONAL	29
FÍSICA	30
HORARIO	31
Gibrán Khalil Gibrán	31

	cuadrado $A = l^2$	triángulo $A = B \cdot h / 2$	
	rectángulo $A = B \cdot h$	romboide $A = B \cdot h$	
	rombo $A = D \cdot d / 2$	trapecio $A = (B+b) \cdot h / 2$	
	polígono regular $A = P \cdot a / 2$	circulo $A = \pi \cdot R^2$ $L = 2 \cdot \pi \cdot R$	
	corona circular $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$	sector circular $A = \pi \cdot R^2 \cdot n / 360$	
	cubo $A = 6 \cdot l^2$ $V = l^3$	cilindro $A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot (h+R)$ $V = \pi \cdot R^2 \cdot h$	
	ortoedro $A = 2 \cdot (ab+ac+bc)$ $V = a \cdot b \cdot c$	cono $A = \pi \cdot R \cdot (R+g)$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h$	
	prisma recto $A = P \cdot (h+a)$ $V = A_B \cdot h$	tronco de cono $A = \pi [g(R+r) + R^2 + r^2]$ $V = \frac{1}{3} \pi h \cdot (R^2 + r^2 + Rr)$	
	tetraedro regular $A = l^2 \cdot \sqrt{3}$ $V = l^2 \cdot \sqrt{2} / 12$	esfera $A = 4 \cdot \pi \cdot R^2$ $V_E = (4/3) \cdot \pi \cdot R^3$	
	octaedro regular $A = 2 \cdot l^2 \cdot \sqrt{3}$ $V = l^3 \cdot \sqrt{2} / 3$	huso.cuña esférica $A = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot n / 360$ $V = V_E \cdot n / 360$	
	pirámide recta $A = P \cdot (a+a') / 2$ $V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$	casquete esférico $A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h^2 \cdot (3R-h)$	
	tronco de pirámide $A = \frac{1}{2} (P+P') a + A_B + A_B'$ $V = \frac{1}{3} h (A_B + A_B' + \sqrt{A_B \cdot A_B'}) / 6$	zona esférica $A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$ $V = \pi h (h^2 + 3r^2 + 3r'^2) / 6$	

A_b área base a apotema h altura g generatriz P perímetro n nº grados

MOVIMIENTO	RECTILÍ. UNIFORM	CIRCULAR UNIFORME	RECTILÍNEO UNIF ACELE	CIRCULAR UNIF ACELERA	ARMÓNICO SIMPLE
TRAYECTORIA	RECTILÍ.	CIRCULAR	RECTILÍNEA	CIRCULAR R	RECTILÍNEA
POSICIÓN	$x=x_0+vt$	$\phi=\phi_0+\omega \cdot t$	$x=x_0+v_0 \cdot t + a \cdot t^2 / 2$	$\phi=\phi_0+\omega_0 \cdot t + \alpha \cdot t^2 / 2$	$x=A \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$
VELOCIDAD	$v(t)=v_0$	$\omega(t)=\omega_0$	$v(t)=v_0+at$	$\omega(t)=\omega_0 + \alpha t$	$v=A\omega \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$
ACELERACIÓN	$a(t)=0$	$\alpha(t)=0$	$a(t)=a$	$\alpha(t)=\alpha$	$a=-A\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$
ACELERACIÓN NORMAL	$a_N=0$	$a_N=\omega^2 \cdot R$	$a_N=0$	$a_N=\omega(t)^2 \cdot R$	$a_N=0$
ACELERACIÓN TANGENCIAL	$a_T=0$	$a_T=0$	$a_T=a$	$a_T=\alpha \cdot R$	$a_T=a(t)$
PERÍODO			$T=2\pi/\omega$		$T=2\pi/\omega$
FRECUENCIA			$f=\omega/2\pi$		$f=\omega/2\pi$
PULSACIÓN			ω		ω
OTRAS RELACIONES ÚTILES		$ \vec{v} =\omega \cdot R$ $a_N= \vec{v} ^2/R$ $ a =a_N$	$v^2-v_0^2=2ax$	$ \vec{v} =\omega(t) \cdot R$ $a_N= \vec{v} ^2/R$ $ a ^2=a_T^2+a_N^2$	$a(t)=-\omega^2 \cdot x$

MAGNITUDES	PUNTO MATERIAL	SISTEMA DE PUNTOS MATERIALES
CANTIDAD DE (\vec{p}) MOVIMIENTO	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	$\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \sum m_i \cdot \vec{v}_i = M \cdot \vec{v}_G$
IMPULSO DE UNA FUERZA	$\vec{I} = \int \vec{f} \cdot dt$	$I = \int (\sum \vec{f}_i) \cdot dt = \int (\sum \vec{f}_{ext}) \cdot dt = \int \vec{F}_{ext} \cdot dt$
TEOREMA DE VARIACIÓN DE \vec{p}	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$	$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}$
TEOREMA CONSERV. \vec{p}	Si $\vec{f}=0 \Rightarrow \vec{p} = cte$	Si $\vec{F}_{ext}=0 \Rightarrow \vec{p} = cte$
MOMENTO CINÉTICO \vec{L}	$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$	$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum (\vec{r}_i \wedge \vec{p}_i) = (\vec{r}_G \wedge \vec{p}) + \sum (\vec{r}_i - \vec{r}_G) \wedge \vec{p}_i$ siendo $\vec{r}_i = \vec{r}_i - \vec{r}_G$ y $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$
TEOREMA DE VARIACIÓN DE \vec{L}	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$	$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum (\vec{r}_i \wedge \vec{f}_i) = \vec{M}_{ext}$
TEOREMA DE CONSERV. \vec{L}	Si $\vec{M}=0 \Rightarrow \vec{L} = cte$	Si $\vec{M}_{ext}=0 \Rightarrow \vec{L} = cte$
ENERGÍA CINÉTICA	$E_C = (1/2) \cdot m \cdot v^2$	$E_C = \sum (1/2) \cdot m_i \cdot v_i^2$
TRABAJO	$T = \int \vec{f}(r) \cdot d\vec{r}$	$T = \int \sum \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i = \sum \int \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i$
TEOREMA DE VARIAC. E_C	$\frac{dE_C}{dt} = \vec{f} \cdot \vec{v}$	$\frac{dE_C}{dt} = \sum \vec{f}_i \cdot \vec{v}_i$ $dE_C = \sum \vec{f}_i \cdot d\vec{r}_i = dT$
G. NEWTON	$f = G \cdot M \cdot m / r^2$	$\vec{f} = q \cdot [\vec{E} + (\vec{v} \wedge \vec{B})]$
COULOMB	$f = K \cdot Q \cdot q / r^2$	$E = m \cdot c^2$

ELEMENTOS QUÍMICOS

Nº	SIMB.	NOMBRE	P. ATÓMICO	Nº	SIMB.	NOMBRE	P. ATÓMICO
89	Ac	Actinio	227	57	La	Lantano	138'9
13	Al	Aluminio	26'9	103	Lr	Laurencio	260
95	Am	Americio	243	3	Li	Litio	6'9
51	Sb	Antimonio	121'7	71	Lu	Lutecio	174'9
18	Ar	Argón	39'9	12	Mg	Magnesio	24'3
33	As	Arsénico	74'9	25	Mn	Manganeso	54'9
85	At	Astato	210	101	Md	Mendelevio	258
16	S	Azufre	32	80	Hg	Mercurio	200'6
56	Ba	Bario	137'3	42	Mo	Molibdeno	95'9
4	Be	Berilio	9	60	Nd	Neodimio	144'2
97	Bk	Berquello	247	10	Ne	Neón	20'1
83	Bl	Bismuto	208'9	93	Np	Neptunio	237
5	B	Boro	10'8	41	Nb	Niobio	92'9
35	Br	Bromo	79'9	28	Ni	Níquel	58'7
48	Cd	Cadmio	112'4	7	N	Nitrógeno	14
20	Ca	Calcio	40	102	No	Nobelio	259
98	Cf	Californio	251	79	Au	Oro	196'9
6	C	Carbono	12	76	Os	Osmio	190'2
58	Ce	Cerio	140'1	8	O	Oxígeno	16
55	Cs	Cesio	132'9	46	Pd	Paladio	106'4
30	Zn	Cinc	65'3	47	Ag	Plata	107'8
40	Zr	Circonio	91'2	78	Pt	Platino	195
17	Cl	Cloro	35'5	82	Pb	Plomo	207'2
27	Co	Cobalto	58'9	94	Pu	Plutonio	244
29	Cu	Cobre	63'5	84	Po	Polonio	209
36	Kr	Criptón	83'8	19	K	Potasio	39'1
24	Cr	Cromo	52	59	Pr	Praseodimio	140'9
96	Cm	Curio	247	61	Pm	Prometio	145
66	Dy	Disprosio	162'5	91	Pa	Protactinio	231
99	Es	Einstenio	252	88	Ra	Radio	226
68	Er	Erbio	167'2	86	Rn	Radón	222
21	Sc	Escandio	44'9	75	Re	Renio	186'2
50	Sn	Estaño	118'7	45	Rh	Rodio	102'9
38	Sr	Estroncio	87'6	37	Rb	Rubidio	85'5
63	Eu	Europio	151'9	44	Ru	Rutenio	101
100	Fm	Fermio	257	62	Sm	Samario	150'3
9	F	Flúor	19	34	Se	Selenio	78'9
15	P	Fósforo	30'9	14	Si	Silicio	28
87	Fr	Francio	223	11	Na	Sodio	23
64	Gd	Gadolino	157'2	81	Tl	Talio	204'3
31	Ga	Gallo	69'7	73	Ta	Tantallo	180'9
32	Ge	Germanio	72'6	43	Tc	Tecnecio	98
72	Hf	Hafnio	178'5	52	Te	Telurio	127'6
105	Ha	Hahnio	262	65	Tb	Terbio	158'9
2	He	Helio	4	22	Tl	Titanio	47'9
1	H	Hidrógeno	1	90	Th	Torio	232
26	Fe	Hierro	55'8	69	Tm	Tulio	168'9
67	Ho	Holmio	164'9	106	Uhn	Unihexio	263
49	In	Indio	114'8	92	U	Uranio	238
77	Ir	Iridio	192'2	23	V	Vanadio	50'9
70	Yb	Iterblo	173	74	W	Volframio	183'8
39	Y	Itrio	88'9	54	Xe	Xenón	131'3
104	Ku	Kurchatovio	261	53	I	Yodo	126'9

NOTACIÓN INTERNACIONAL DE UN ELEMENTO QUÍMICO:

(Nº MÁSICO) 16 2- (CARGA IÓNICA)
(Nº ATÓMICO) 8 1 2 (Nº ÁTOMOS)Nº MÁSICO (A)= Nº (PROT.+ELECT.)
Nº ATÓMICO (Z)=Nº PROTONES

ARITMÉTICA

Definición: $N \rightarrow a_n \in \mathbb{R}$ donde $a_n = a_{n-1} + d$ Termino general: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ a_1 : primer término

d : diferencia

n : término 'n'

 a_o : término central

r : razón

Propiedad: $a_n = a_k + (n-k) \cdot d$ Suma de n términos: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ Si n impar: $S_n = a_o \cdot n$

GEOMÉTRICA

Definición: $N \rightarrow a_n \in \mathbb{R}$ donde $a_n = a_{n-1} \cdot r$ Término general: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ Casos: $\begin{cases} \text{Si } r > 1 \Rightarrow \text{creciente.} \\ \text{Si } 0 < r < 1 \Rightarrow \text{decreciente.} \\ \text{Si } r < 0 \Rightarrow \text{alternada.} \end{cases}$ Propiedad: $a_n = a_k \cdot r^{n-k}$ Suma de n términos: $S_n = \frac{a_1 - a_n \cdot r}{1-r} = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}$ Suma decreciente: $S = \frac{a_1}{1-r} \quad (0 < r < 1)$ Producto de n término: $P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$; Para n impar: $P_n = (a_o)^n$

FINANCIERAS

Interés simple: $C_t = C \cdot (1+t \cdot r)$ C_t : capital finalInterés compuesto: $C_t = C \cdot (1+r)^t$

C : capital inicial

Anualidades capitalización: $a = \frac{C \cdot r}{(1+r) \cdot [(1+r)^t - 1]}$

r : interés (por 1)

Anualidades amortización: $a = \frac{D \cdot r \cdot (1+r)^t}{(1+r)^t - 1}$

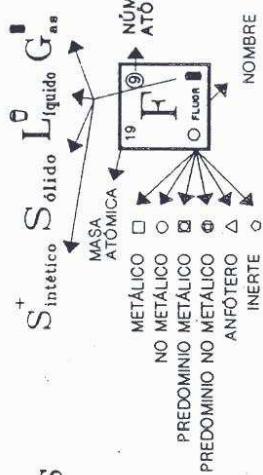
t : tiempo (años)

D : deuda

TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

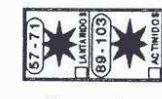


METALES LIGEROS		METALICO-ELECTROPOSITIVO	
IA	IIA	III A	IV A
H [0]	Li [3]	Be [2]	B [3]
Mg [12]	Na [11]	Ca [10]	Sc [2]
K [19]	Rb [37]	Ca [20]	Tl [22]
Cs [39]	Fr [40]	Sc [21]	V [22]
Fr [41]	Ra [42]	Sc [23]	Cr [24]
AUMENTA CARÁCTER METALICO-ELECTROPOSITIVO		AUMENTA CARÁCTER NO METALICO-ELECTRONEGATIVO	



NO METALES		METALES PESADOS	
VA	VIA	VIB	VIB
O [8]	F [9]	Cr [26]	W [74]
N [7]	Ne [10]	Mn [25]	Ta [73]
C [6]	He [2]	Fe [26]	Tl [72]
B [5]	Si [14]	Co [27]	Pt [77]
P [15]	Al [13]	Ni [28]	Ir [76]
S [16]	Si [15]	Mo [46]	Os [78]
Cl [17]	P [14]	Ru [44]	Re [79]
Br [35]	Cl [17]	Rh [45]	Os [79]
I [53]	Br [35]	Pd [46]	Os [79]
At [85]	I [53]	Ag [47]	Os [79]
Bi [83]	At [85]	Cd [48]	Os [79]
Po [91]	Bi [83]	In [49]	Os [79]
At [85]	Po [91]	Sn [50]	Os [79]
Rn [86]	At [85]	Sh [51]	Os [79]
AUMENTA CARÁCTER NO METALICO-ELECTRONEGATIVO		AUMENTA CARÁCTER METALICO-ELECTROPOSITIVO	

La [58]	Pr [44]	Nd [40]	Pm [45]	Sm [59]	Eu [61]	Gd [62]	Tb [63]	Dy [64]	Ho [65]	Er [67]	Tm [69]	Yb [70]	Lu [75]
Lu [71]													
Lu [71]													
Lu [71]													
Lu [71]													



AXIOMAS

Sea E el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio y sea B el espacio de sucesos asociado a dicho experimento aleatorio. Admitiremos que cualquier suceso S de la clase B cumple los siguientes axiomas:

I.- A cualquier suceso S de la clase B se le puede asociar un número positivo $P(S)$ que se llama probabilidad de dicho suceso.

$$0 \leq P(S) \leq 1$$

II.- Si $A, B, C \dots Z$ son sucesos de la clase B , incompatibles dos a dos ($A \cap B = \emptyset ; A \cap C = \emptyset \dots$) entonces:

$$P(A \cup B \cup C \cup \dots \cup Z) = P(A) + P(B) + P(C) + \dots + P(Z)$$

III.- Al espacio muestral E , con el espacio de sucesos B en el que se ha definido la aplicación P , se denomina *espacio probabilístico*.

$$P(E) = 1$$

REGLA DE LAPLACES

Sean $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n)$ un sistema completo de sucesos equiprobables e incompatibles, entonces:

$$P(A_1) = \frac{N^{\circ} \text{ casos FAVORABLES}}{N^{\circ} \text{ casos POSIBLES}}$$

TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL

Sean A y B dos sucesos compatibles ($A \cap B \neq \emptyset$) entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

TEOREMA DE LA PROBABILIDAD COMPUESTA (CONDICIONADA)

La probabilidad de que se presente A habiéndose presentado B se escribe:

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Si A y B son independientes:

$$P(A) = P(A / B)$$

PROBABILIDAD DEL SUCESO CONTRARIO

Sea A_o el suceso contrario de A_1 , se verifica entonces que:

$$P(A_o) = 1 - P(A_1)$$

TEOREMA DE BAYES

$$P(A_i / B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B / A_i)}{P(A_1) \cdot P(B / A_1) + \dots + P(A_n) \cdot P(B / A_n)}$$

(2) Conjunto vacío \emptyset

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

$$\text{Frecuencia relativa} = \frac{f_i}{N} \quad \text{Media} = \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$$

$$\text{Varianza} = \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N}$$

DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES

$$\text{Covarianza} = \sigma_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N} = \frac{1}{N} \sum (x_i \cdot y_i - \bar{x} \cdot \bar{y})$$

$$\text{Coeficiente de correlación lineal } r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$r=0$ correl. nula
 $r>0$ " directa
 $r<0$ " inversa
 $r=\pm 1$ depen. func.

REGRESIÓN LINEAL

$$\text{Recta de regresión } Y \text{ sobre } X: y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$$

$$\text{Recta de regresión } X \text{ sobre } Y: x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y})$$

VARIABLE ALEATORIA

Cualquier aplicación de Ω en \mathbb{R} : $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

Si $X(\Omega)$ es finito: variable discreta.

Si $X(\Omega) = [a, b]$: variable continua.

VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

Función de probabilidad: $p(x_i) = P(X^{-1}(x_i)) \quad \forall x_i \in X(\Omega)$

Función de distribución: $F(x_k) = \sum_{x_i \leq x_k} p(x_i)$

Esperanza matemática: $\mu = E(x) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(x_i)$

$$\text{Varianza: } \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot p(x_i) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p(x_i) - \mu^2$$

Desviación típica: σ_x

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$p(x_i) = \binom{n}{x_i} \cdot p^{x_i} \cdot q^{n-x_i} \quad ; \quad \mu = E(x) = n \cdot p \quad ; \quad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} \quad (4)$$

VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

Func. distribución: $F(x) = P(X \leq x) = P(X^{-1}([a, b]))$

Func. de densidad: $f(x) = F'(x)$

$$P(c < x \leq d) = F(d) - F(c) = \int_c^d f(t) dt$$

$$\text{Esperanza matemática: } \mu = E(x) = \int_a^b x f(x) dx \quad ; \quad \text{Varianza: } \sigma_x^2 = \int_a^b (x - \mu)^2 f(x) dx$$

⁽³⁾ f_i Frecuencia absoluta. x_i Dato "i". N Total observac. σ Desv típica.

⁽⁴⁾ n número de repeticiones; p probab. éxito; q probab. fracaso

FÓRMULA	FUNCIÓN ⁽¹⁰⁾	SUFijo (si es grupo principal)	PREFijo (Si es sustituyente)
$-C\begin{matrix} \nearrow O \\ \searrow OH \end{matrix}$	-COOH	ÁCIDOS	ico oico
$\begin{matrix} O \\ \\ R-C-O-R' \end{matrix}$	-COOR	ÉSTERES (o sales)	oato de..ilo
$\begin{matrix} O \\ \\ R-C-NH_2 \end{matrix}$	-CONH ₂	AMIDAS	amida
$-C\begin{matrix} \nearrow O \\ \searrow H \end{matrix}$	-CHO	ALDEHÍDOS	al
$\begin{matrix} R-C-R' \\ \\ O \end{matrix}$	-COR	CETONAS	ona
R-C≡N	-CN	NITRILOS	nitrilo
R-CH ₂ OH	-OH	ALCOHOLES	ol
R-NH ₂	-NH ₂	AMINAS	amina
R-O-R'	-O-	ÉTERES	oxi
R-X	-X	DERIVADOS HALOGENADOS	-----
R-NO ₂	-NO ₂	DERIVADOS NITROGENADOS	-----
R=R' (R=R'-)	HIDROCARBUROS NO SATURADOS	eno (enilo) ino (inilo)	-----
R-R' (R-)	HIDROCARBUROS SATURADOS	ano (ilo)	-----

CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA DE LOS ELEMENTOS

n N° cuántico principal (niveles)

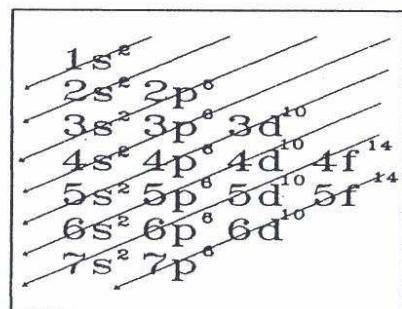
l N° " azimutal (0 a *n*-1) (forma)

{ *l*=0->*s*; *l*=1->*p*; *l*=2->*d*; *l*=3->*f* }

m N° cuántico magnético (-1 a 1)

s N° " de spin ($\pm \frac{1}{2}$)

Nº electrones en nivel *n* = $2 \cdot n^2$



⁽¹⁰⁾ Regla mnemotécnica de orden: ACIESAMI ALCENI ALCAMINETE

⁽¹¹⁾ Incluye el carbono del grupo funcional.

⁽¹²⁾ Incluye los carbonos del grupo funcional y del radical.

NO METALES

Elemento	Símb.	Valencias
Hidrógeno	H	-1 1
Flúor	F	-1
Cloro	Cl	
Bromo	Br	
Yodo	I	
Astato	At	
Oxígeno	O	-2
Azufre	S	
Selenio	Se	
Telurio	Te	-2 2,4,6

Elemento	Símb.	Valencias
Nitrógeno	N	-3 1,2,3,4,5
Fósforo	P	
Arsénico	As	-3
Antimonio	Sb	3,5
Bismuto	Bi	
Boro	B	-3 3
Silicio	Si	-4 ,4
Carbono	C	-4 2,4

→metal

METALES

Elemento	Símb.	Valencias
Litio	Li	
Sodio	Na	
Potasio	K	1
Rubidio	Rb	
Cesio	Cs	
Francio	Fr	
Plata	Ag	
Amonio	NH ₄ ⁺	
Berilio	Be	
Magnesio	Mg	
Calcio	Ca	
Estroncio	Sr	2
Bario	Ba	
Radio	Ra	
Cinc	Zn	
Cadmio	Cd	

Elemento	Símb.	Valencias
Cobre	Cu	1,2
Mercurio	Hg	
Aluminio	Al	-3 3
Oro	Au	1,3
Hierro	Fe	
Cobalto	Co	2,3
Níquel		
Estaño	Sn	
Plomo	Pb	
Platino	Pt	2,4
Iridio	Ir	
Cromo	Cr	2,3,4, ₅ ,6,7
Manganeso	Mn	2,3,4, ₅ ,6
Molibdeno	Mo	2,3,4, ₅ ,6
Vanadio	V	2,3,4, ₅

→metal

GASES NOBLES

Elemento	Símb.	Valencias
Helio	He	
Neón	Ne	
Argón	Ar	0
Kriptón	Kr	
Xenón	Xe	
Radón	Rn	

GRUPOS

HALÓGENOS	F, Cl, Br, I, At
ANFÍGENOS	O, S, Se, Te
NITRÓGENO	N, P, As, Sb, Bi
G CARBONO	C, Si
ALCALINOS	Li, Na, K, Rb, Cs
A. TÉRREOS	Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra

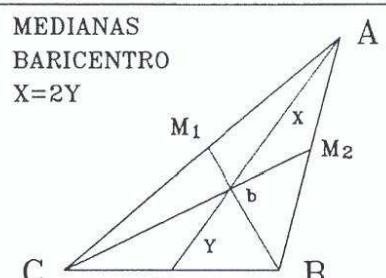
^(*) Se puede omitir algunas valencias (a criterio del profesor).

Mediana: Es la recta que pasa por un vértice y por el punto medio del lado opuesto. El punto de corte de las medianas se llama **baricentro** (Graf. 1).

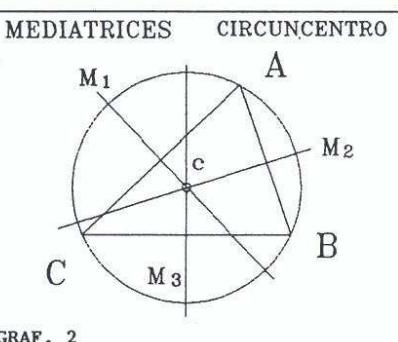
Mediatriz: Es la recta que pasa por el punto medio de cada lado y es perpendicular a él. El punto de corte de las mediatrices se llama **circuncentro**. (Graf. 2)

Bisectriz: Es la recta que divide a los ángulos de los vértices en dos iguales. El punto de corte de las bisectrices se llama **incentro**. (Graf. 3)

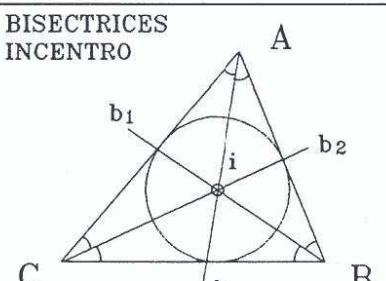
Altura : Es la recta que pasando por un vértice es perpendicular al lado opuesto. Las alturas se cortan en el **ortocentro**. (Graf. 4).



GRAF. 1



GRAF. 2



GRAF. 3

VECTORES

PRODUCTO ESCALAR

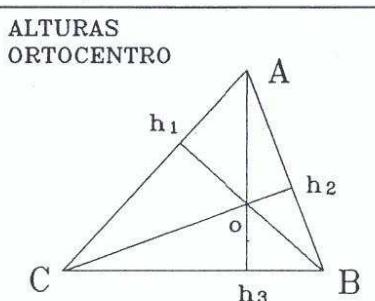
Sean los vectores:

$$\vec{a} = (a_1, a_2) \text{ y } \vec{b} = (b_1, b_2)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \quad (\text{módulo vector})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$



GRAF. 4

LONGITUD	m	cm	mm	μ	A
1 m	1	10^2	10^3	10^6	10^{10}
1 cm	10^{-2}	1	10	10^4	10^8
1 mm	10^{-3}	10^{-1}	1	10^3	10^7
1 micra μ	10^{-6}	10^{-4}	10^{-3}	1	10^4
1 angstrom A	10^{-10}	10^{-8}	10^{-7}	10^{-4}	1
unidad astronómica= $1'496 \cdot 10^{11}$ m		parsec= $3'086 \cdot 10^{16}$ m			

FUERZA	N	dina	kp
N	1	10^5	$1/9'8$
dina	10^{-5}	1	$(1/9'8) \cdot 10^{-5}$
kp	$9'8$	$9'8 \cdot 10^5$	1

PRESIÓN	atm	dina/cm ²	mm Hg	N/m ²	kp/cm ²
atm	1	$1'013 \cdot 10^6$	760	$1'013 \cdot 10^5$	1'033
dina/cm ²	$9'869 \cdot 10^{-7}$	1	$7'501 \cdot 10^{-4}$	$0'1$	$0'102 \cdot 10^{-5}$
mm Hg	$1'316 \cdot 10^{-3}$	$1'333 \cdot 10^3$	1	133'3	$1'36 \cdot 10^{-3}$
N/m ²	$9'869 \cdot 10^{-6}$	10	$7'501 \cdot 10^{-3}$	1	$0'102 \cdot 10^{-4}$
kp/cm ²	0'968	$9'81 \cdot 10^5$	736	$9'81 \cdot 10^4$	1
bar= 10^6 baria(din/cm ²)		mmHg=torr	N/m ² =Pascal	kp/cm ² =atm	técnica

ENERGÍA	ergio	joule	caloría	kw·h	eV
ergio	1	10^{-7}	$2'389 \cdot 10^{-8}$	$2'778 \cdot 10^{-14}$	$6'242 \cdot 10^{11}$
joule	10^7	1	0'2389	$2'778 \cdot 10^{-7}$	$6'242 \cdot 10^{18}$
caloría	$4'186 \cdot 10^7$	4'186	1	$1'163 \cdot 10^{-6}$	$2'613 \cdot 10^{19}$
kw·h	$3'6 \cdot 10^{13}$	$3'6 \cdot 10^6$	$8'601 \cdot 10^5$	1	$2'247 \cdot 10^{25}$
eV	$1'602 \cdot 10^{-12}$	$1'602 \cdot 10^{-19}$	$3'827 \cdot 10^{-20}$	$4'450 \cdot 10^{-26}$	1

POTENCIA	CV	cal/s	kw	watio
CV	1	178'2	0'7457	745'7
cal/s	$5'613 \cdot 10^{-3}$	1	$4'186 \cdot 10^{-3}$	4'186
kw	1'341	238'9	1	10^3
watio	$1'341 \cdot 10^{-3}$	0'2389	10^{-3}	1

Valor de	EN FUNCIÓN DE					
	seno	coseno	tangente	cotangente	secante	cosecante
seno	sen x	$\pm \sqrt{1-\cos^2 x}$	$\pm \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}$	$\pm \frac{\sqrt{\sec^2 x-1}}{\sec x}$	$\pm \frac{1}{\operatorname{cosec} x}$
coseno	$\pm \sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}$	cos x	$\pm \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}$	$\pm \frac{\operatorname{cotg} x}{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}$	$\pm \frac{1}{\sec x}$	$\pm \frac{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 x-1}}{\operatorname{cosec} x}$
tangente	$\pm \frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}}$	$\pm \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$	tg x	$\pm \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{\sec^2 x-1}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 x-1}}$
cotangente	$\pm \frac{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}}{\operatorname{sen} x}$	$\pm \frac{\cos x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\pm \frac{1}{\operatorname{tg} x}$	cotg x	$\pm \frac{1}{\sqrt{\sec^2 x-1}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 x-1}}$
secante	$\pm \frac{1}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}}$	$\pm \frac{1}{\cos x}$	$\pm \sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}$	$\pm \frac{\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}}{\operatorname{cotg} x}$	sec x	$\pm \frac{\operatorname{cosec} x}{\sqrt{\operatorname{cosec}^2 x-1}}$
cosecante	$\pm \frac{1}{\operatorname{sen} x}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 x}}$	$\pm \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x}}{\operatorname{tg} x}$	$\pm \sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 x}$	$\pm \frac{\sec x}{\sqrt{\sec^2 x-1}}$	cosec x

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ÁNGULOS MÁS USADOS

grados	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330
radián	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$
sen	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	--	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	--	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

REGLA MNEMOTÉCNICA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

sen ($90^\circ - x$) = cos x	sen ($90^\circ + x$) = cos x
cos ($90^\circ - x$) = sen x	cos ($90^\circ + x$) = -sen x
tg ($90^\circ - x$) = ctg x	tg ($90^\circ + x$) = -ctg x
ctg ($90^\circ - x$) = tg x	ctg ($90^\circ + x$) = -tg x
sec ($90^\circ - x$) = cosec x	sec ($90^\circ + x$) = -cosec x
cosec ($90^\circ - x$) = sec x	cosec ($90^\circ + x$) = sec x

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

$\sin(180^\circ - x) = \sin x$	$\sin(180^\circ + x) = -\sin x$
$\cos(180^\circ - x) = -\cos x$	$\cos(180^\circ + x) = -\cos x$
$\operatorname{tg}(180^\circ - x) = -\operatorname{tg} x$	$\operatorname{tg}(180^\circ + x) = \operatorname{tg} x$
$\operatorname{ctg}(180^\circ - x) = -\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{ctg}(180^\circ + x) = \operatorname{ctg} x$
$\sec(180^\circ - x) = -\sec x$	$\sec(180^\circ + x) = -\sec x$
$\operatorname{cosec}(180^\circ - x) = \operatorname{cosec} x$	$\operatorname{cosec}(180^\circ + x) = -\sin x$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS IGUALES Y DE SIGNO CONTRARIO

$\sin(-x) = -\sin x$	$\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec} x$
$\cos(-x) = \cos x$	$\sec(-x) = \sec x$
$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE SUMA O DIFERENCIA DE ÁNGULOS

$$\begin{aligned}\sin(x \pm y) &= \sin x \cos y \pm \sin y \cos x \\ \cos(x \pm y) &= \cos x \cos y \mp \sin x \sin y \\ \operatorname{tg}(x \pm y) &= \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}\end{aligned}$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO DOBLE

$$\begin{aligned}\sin 2x &= 2 \sin x \cos x = \pm 2 \sin x \sqrt{1 - \sin^2 x} = \\ &= \pm 2 \cos x \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} \\ \operatorname{tg} 2x &= \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \pm \frac{2 \sin x \sqrt{1 - \sin^2 x}}{1 - 2 \sin^2 x} = \pm \frac{2 \cos x \sqrt{1 - \cos^2 x}}{2 \cos x - 1} \\ \operatorname{ctg} 2x &= \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x}\end{aligned}$$

ELECTROMAGNETISMO			
MAGNITUD	DIMENSIÓN	S.I.	S.C.G.S.
I intensidad_corriente	I	A [Amperio]	uee/s [Fr/s]
Q carga	T · I	A · s [Culombio]	uee [Franklin]
σ dens_superficial_carga	$L^{-2} \cdot T \cdot I$	C/m ²	Fr/cm ²
E inten_campo_eléctrico	$M \cdot L \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$	N/C	dyn/Fr
Φ_e flujo_campo_eléctrico	$ML^3 T^{-3} I^{-1}$	N m ² /C	dyn cm ² /Fr
V potencial_eléctrico	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}$	J/C [Voltio]	erg/Fr
\mathcal{J} dens_corriente_eléctrica	$L^{-2} \cdot I$	A/m ²	Fr/(s · cm ²)
ϵ permitividad	$M^{-1} \cdot L^{-3} \cdot T^4 \cdot I^2$	$C^2 / (m^2 \cdot N)$	Fr/(cm ² · dyn)
\tilde{D} desplazamiento_eléctrico	$L^{-2} \cdot T \cdot I$	C/m ²	Fr/cm ²
Φ flujo_eléctrico	T · I	C	Fr
C capacidad	$M^{-1} \cdot L^{-2} \cdot T^4 \cdot I^2$	C/V [Faradio]	Fr/ueeV
\tilde{P} polarización_dieléctrica	$L^{-2} \cdot T \cdot I$	C/m ²	Fr/cm ²
R resistencia	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot I^{-2}$	V/A Ω [ohmio]	ueeV/ueeI [ueeR]
G conductancia	$M \cdot L^{-2} \cdot T^2 \cdot I^2$	1/ Ω [Siemens]	1/ueeR
ρ resistividad	$M \cdot L^3 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}$	$\Omega \cdot m$	ueeR · cm
γ conductividad	$M^{-1} \cdot L^{-3} \cdot T^3 \cdot I^2$	$1 / (\Omega \cdot m)$ [S/m]	ueey
\tilde{B} inducción_magnética	$M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}$	$N / (A \cdot m)$ [Tesla]	ueeB · cm ²
Φ_b flujo_camp_magnético	$ML^2 T^{-2} I^{-1}$	Wb [Weber]	ueeB
L autoinductancia	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot I^{-2}$	H [henry]	ueeL
μ permeabilidad	$M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot I^{-2}$	H/m [Henry/m]	ueeμ

OTRAS MAGNITUDES FUNDAMENTALES			
MAGNITUD	DIMENSIÓN	S.I.	S.C.G.S.
I intensidad_lumínica	I	cd [Candela]	
n cantidad_materia	n	mol	

MAGNITUDES SUPLEMENTARIAS			
α ángulo plano	sin dimensiones	radian	
Ω ángulo sólido	sin dimensiones	estereoradian	

OTRAS UNIDADES ELÉCTRICAS			
1 culombio	= $3 \cdot 10^9$ ueeQ	1 amperio	= $3 \cdot 10^9$ ueeA
1 voltio	= $3'336 \cdot 10^{-3}$ ueeV	1 ohmio	= $1'113 \cdot 10^{-12}$ ueeR
1 faradio	= $8'987 \cdot 10^{20}$ ueeF	1 henrio	= $1'113 \cdot 10^{-12}$ ueeH
1 weber/m ²	= 1 tesla = 10^4 gauss	1 ueeB	= $2'998 \cdot 10^6$ tesla

MECÁNICA			
MAGNITUD	DIMENSIÓN	S.I.	S.C.G.S.
l longitud	L	m	cm
m masa	M	kg	g
t tiempo	T	s	s
F fuerza	M · L · T ⁻²	kg · m/s ² [Newton]	g · cm/s ² [dyna]
S superficie	L ²	m ²	cm ²
V volumen	L ³	m ³	cm ³
ρ densidad	M · L ⁻³	kg/m ³	g/cm ³
v velocidad	LT ⁻¹	m/s	cm/s [kin]
ā aceleración	L · T ⁻²	m/s ²	cm/s ²
M momento_fuerza	M · L ² · T ⁻²	m · N	cm · dyn
W energía-trabajo	M · L ² · T ⁻²	N · m [Joule]	dyn · cm [ergio]
P potencia	M · L ² · T ⁻³	J/s [Watio]	erg/s
p presión	M · L ⁻¹ · T ⁻²	N/m ² [Pascal]	dyn/cm ²
ρ cantidad_movimiento	M · L · T ⁻¹	kg · m/s	g · cm/s
I impulso_fuerza	M · L · T ⁻¹	N · s	dyn · s
ω velocidad_angular	T ⁻¹	rad/s	rad/s
f frecuencia	T ⁻¹	1/s [Hertz]	1/s [Hz]
ā acelera_angular	T ⁻²	rad/s ²	rad/s ²
Ł momento_angular	M · L ² · T ⁻¹	kg · m ² /s	g · cm ² /s
I momento_inercia	M · L ²	kg · m ²	g · cm ²
σ tensión_superficial	M · T ⁻²	N/m	dyn/cm
μ coeficiente_viscosidad	M · L ⁻¹ · T ⁻¹	N · s/m ² [Poise]	dyn · s/cm ²
g campo_gravitatorio	LT ⁻²	N/kg	dyn/g
I intensidad_ondas	MT ⁻³	w/m ²	dyn/(cm · s)
Φ _g flujo_camp_gravitatorio	L ³ T ⁻²	N m ² /kg	dyn cm ² /g
V potencial_gravitatorio	L ² T ⁻²	J/kg	erg/g
θ temperatura	Θ	K [kelvin]	K [kelvin]
λ coeficiente_dilatación	Θ ⁻¹	K ⁻¹	K ⁻¹
c_calor_específico	L ² T ⁻² Θ ⁻¹	J/(kg · K)	erg/(g · K)
λ conductividad_calorífica	MLT ⁻³ Θ ⁻¹	w/(m · K)	erg/(s · m · K)
S entropía	ML ² T ⁻² Θ ⁻¹	J/K	erg/K

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO TRIPLE

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\operatorname{ctg} 3x = \frac{\operatorname{ctg}^3 x - 3 \operatorname{ctg} x}{3 \operatorname{ctg}^2 x - 1}$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DEL ÁNGULO MITAD

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \frac{x}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \\ \cos \frac{x}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \\ \operatorname{tg} \frac{x}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \\ \operatorname{ctg} \frac{x}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}} \end{aligned} = \begin{aligned} &\pm \sqrt{1 + \operatorname{sen} x} \mp \sqrt{1 - \operatorname{sen} x} \\ &\pm \sqrt{1 + \operatorname{sen} x} \pm \sqrt{1 - \operatorname{sen} x} \\ &\frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen} x} = \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} \\ &= \operatorname{ctg} x \pm \sqrt{\operatorname{ctg}^2 x + 1} \end{aligned}$$

TRANSFORMACIÓN DE SUMAS EN PRODUCTOS

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}(a + b) + \operatorname{sen}(a - b) &= 2 \operatorname{sen} a \cos b \\ \operatorname{sen}(a + b) - \operatorname{sen}(a - b) &= 2 \cos a \operatorname{sen} b \\ \cos(a + b) + \cos(a - b) &= 2 \cos a \cos b \\ \cos(a + b) - \cos(a - b) &= -2 \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b \end{aligned}$$

$$A = a + b \quad B = a - b$$

$$\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = 2 \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \operatorname{sen} \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \operatorname{sen} \frac{A-B}{2}$$

$$\operatorname{tg} A \pm \operatorname{tg} B = \frac{\operatorname{sen}(A \pm B)}{\cos A \cos B}$$

$$\operatorname{ctg} A \pm \operatorname{ctg} B = \frac{\cos(A \pm B)}{\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B}$$

PERÍODOS

$$Y = \operatorname{sen} wx \quad T = 2\pi/w$$

$$Y = \cos wx \quad T = 2\pi/w$$

$$Y = \operatorname{tg} wx \quad T = \pi/w$$

LEY DE LOS SENOS

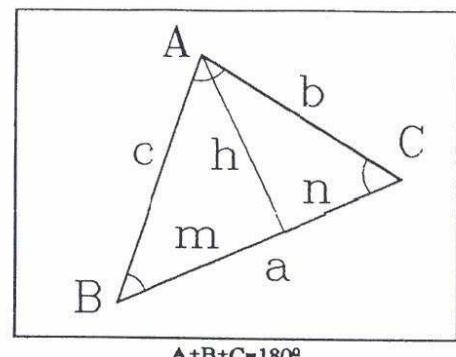
$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

LEY DE LOS COSEÑOS

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

LEY DE LAS TANGENTES

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A+B)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(A-B)}$$

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS
(SI $A=90^\circ$)

TEOREMA DE PITÁGORAS

$$a^2 = b^2 + c^2$$

TEOREMA DEL CATETO

$$b^2 = a \cdot n \quad c^2 = a \cdot m$$

TEOREMA DE LA ALTURA

$$h^2 = m \cdot n$$

TABLA DE INFINITÉSIMOS EQUIVALENTES ($x \rightarrow 0$)

$\operatorname{sen} x \sim x$	$\operatorname{tg} x \sim x$	$\operatorname{arsen} x \sim x$	$\operatorname{artg} x \sim x$
$1-\cos x \sim x^2/2$	$(1+x)^p \sim e^p \quad (p>1)$	$(1+x)^k \sim kx \quad (k>1)$	
$L_n(1+x) \sim x$	$a^x \sim 1 \sim x \cdot L_n a$	$\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim x/n$	

DESARROLLO EN SERIES

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \dots \quad (|x| < \pi/2)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$L_n(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

FÓRMULA DE MOIVRE

$$[r \cdot (\cos x + i \operatorname{sen} x)]^n = r^n \cdot (\cos nx + i \operatorname{sen} nx)$$

NOMBRE	SIMB.	VALOR EXPER.	EXP.	APROX.	UNIDADES
Velocidad luz	c	2'997925	8	3'00	m/s
Carga elemental	e	1'60210	-19	1'60	Coul
Masa electrón	m_e	9'1091	-31	9'11	kg
Masa protón	m_p	1'67252	-27	1'67	kg
Masa neutrón	m_n	1'67482	-27	1'67	kg
Relación carga-masa	e/m_e	1'758796	11	1'76	Coul/kg
Número Avogadro	N_A	6'02252	23	6'02	1/mol
Unidad masa atómica	uma	1'66043	-27	1'66	kg
C. universal gases	R	8'3143 0'08208		8'31 0'082	J/K · mol atm l/k mol
Volumen normal gases (C.N.: 0°C y 1 atm)	V_{CN}	2'24136 22'4136	-2	2'24 22'4	m^3/mol l
C. gravitación	G	6'670	-11	6'67	$N \cdot m^2/kg^2$
Aceleración gravedad	g	9'80665		9'80	m/s^2
Caloría termoquímica	J	4'1840		4'18	J/cal
C. eléctrica vacío	K	9'00	9	9'00	$N \cdot m^2/C^2$
C. permitividad	ϵ_0	8'85418	-12	8'85	Farad/m
C. permeabilidad	μ_0	4π	-7	1'26	her/m 10^{-6}
C. Faraday	F	9'64870	4	9'65	Coul/mol
C. de Plank	h	6'6256	-34	6'63	J · s
C. estructura fina	α	7'29720	-3	7'30	
R. del quantum-carga	h/e	4'13556	-15	4'14	J · s/coul
Long_Onda_elect_Compt.	λ_c	2'42621	-12	2'43	m
Long_Onda_proto_Compt.	λ_{cp}	1'32140	-15	1'32	m
C. de Rydberg	R_∞	1'0973731	7	1'10	$1/m$
Radio de Bohr	a_o	5'29167	-11	5'29	m
Magnetón de Bohr	μ_B	9'2732	-24	9'27	J/Tesla
Magnetón nuclear	μ_n	5'0505	-27	5'05	J/Tesla
Momento magn protón	μ_p	1'41049	-26	1'41	J/Tesla
C. Boltzmann	k	1'38054	-23	1'38	J/K
C. desplazamiento Wien	b	2'8978	-3	2'90	$m \cdot K$
C. Stefan-Boltzmann	σ	5'6697	-8	5'67	w/m^2K^4

DATOS IMPORTANTES

Atmósfera normal	1'013 10^5 N/m ²	Densidad aire (ca)	1'293 kg/m ³
Velocidad sonido	331'4 m/s	Constante solar	1.340 w/m ²
R. Ecuador Tierra	6'378 10^{10} m	R. polar Tierra	6'357 10^6 m
Volumen Tierra	1'087 10^{21} m ³	R. medio Tierra	6'371 10^6 m
Masa Tierra	5'983 10^{24} kg	V. media orbital	107.172 km/h
V. angular Tierra	7'29 10^{-5} rd/s	Densidad Tierra	5.522 kg/m ³
R orbital Tierra	149 10^6 km	Masa solar	329.390 M _⊕
Radio solar	695.300 km	Gravedad solar	28 g _⊕
R orbital lunar	384 10^3 km	Masa lunar	0'0123 M _⊕
Gravedad lunar	0'17 g _⊕	Radio lunar	1.738 km

ESTUDIO DE FUNCIONES

DOMINIO:

$$\text{DOM } F(x) = \{\forall x \in \mathbb{R} / F(x) \in \mathbb{R}\}$$

CORTE CON LOS EJES

EJE X (ABSCISA)
 $\Rightarrow x_1 / F(x_1) = 0$

EJE Y (ORDENADA)
 $\Rightarrow y / F(0) = y$

SIMETRÍA

PAR (OY) si $F(-x) = F(x)$

IMPAR (OR) si $F(-x) = -F(x)$

ASÍNTOTAS

HORIZONTAL: $y = k$ siendo $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} F(x)$

VERTICAL: $x = k$ siendo $\lim_{x \rightarrow k} F(x) = \pm\infty$

OBLICUA $y = mx + n$ siendo $m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{F(x)}{x}$ y $n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [F(x) - mx]$

MÁXIMOS, MÍNIMOS, CRECIMIENTO

$F(x)$ es CRECIENTE en $x=a$ si $F'(a) \geq 0$ (ESTRÍCTAMENTE CREC $F'(a) > 0$)

$F(x)$ es DECRECIENTE en $x=a$ si $F'(a) \leq 0$ (ESTRÍCTAMENTE DECRE $F'(a) < 0$)

En $x=a$ hay MÁXIMO si $F'(a)=0$ y $F'(a^-) > 0$ y $F'(a^+) < 0$

En $x=a$ hay MÍNIMO si $F'(a)=0$ y $F'(a^-) < 0$ y $F'(a^+) > 0$

PUNTOS DE INFLEXIÓN, CONCAVIDAD

$F(x)$ es CONCAVA en $x=a$ si $F''(x)$ es CRECIENTE en $x=a \Rightarrow F''(a) > 0$

$F(x)$ es CONVEXA en $x=a$ si $F''(x)$ es DECRECIENTE en $x=a \Rightarrow F''(a) < 0$

En $x=a$ hay PUNTO-INFLEXIÓN si $F''(x)$ tiene MÁX o MÍN en $x=a \Rightarrow$

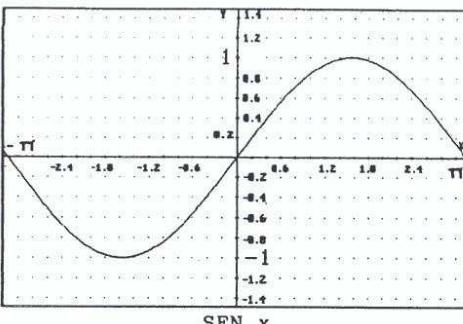
$\Rightarrow F''(a)=0$ y SIGNO $F''(a^-) \neq$ SIGNO $F''(a^+)$

ECUACIÓN 2º GRADO

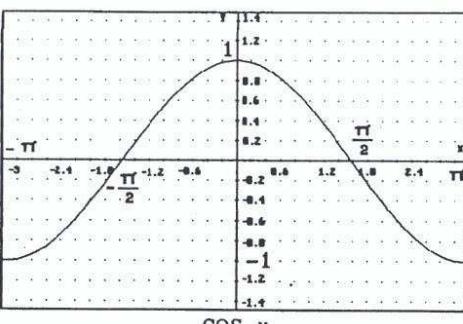
$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} ; x_{\text{vértice}} = \frac{-b}{2a}$$

Si α y β son dos raíces de la ecuación de 2º grado, entonces:

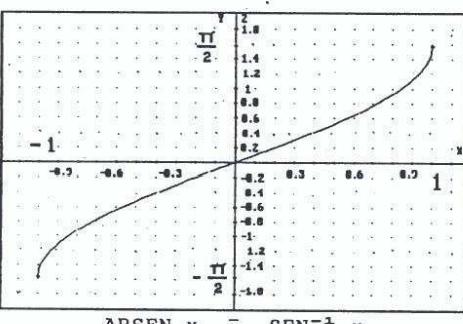
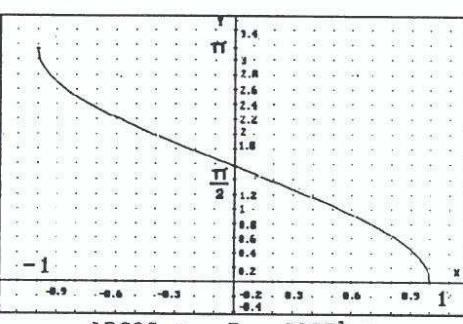
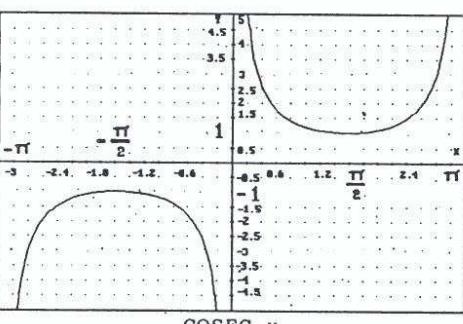
$$Y = ax^2 + bx + c = a(x-\alpha)(x-\beta)$$



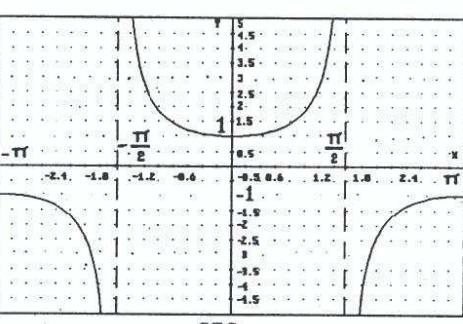
SEN X



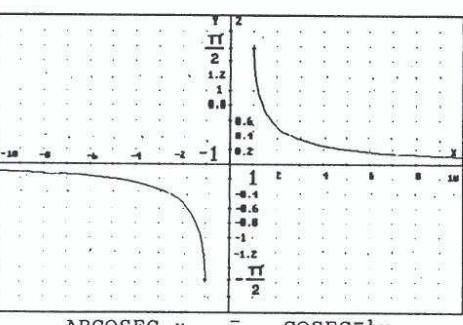
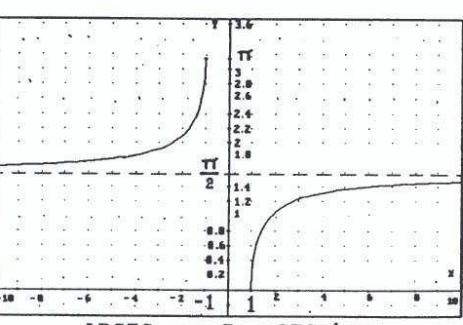
COS X

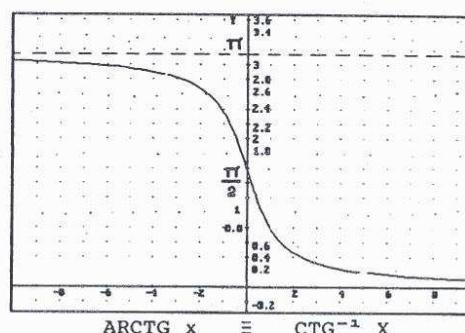
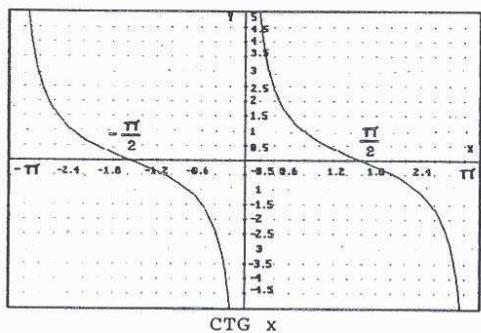
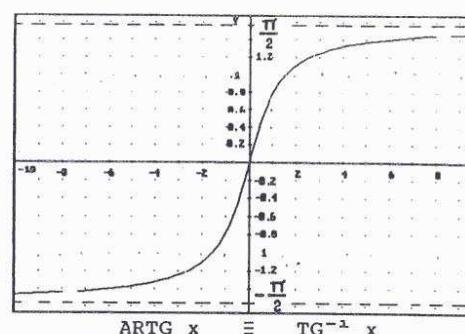
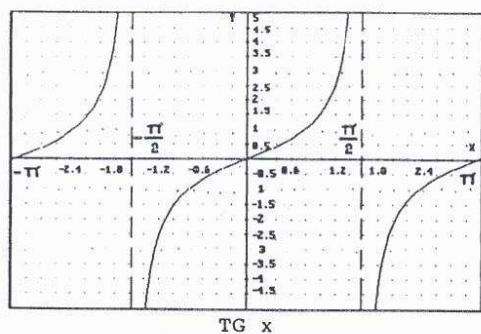
ARSEN X \equiv SEN⁻¹ XARCOS X \equiv COS⁻¹ X

COSEC X



SEC X

ARCOSEC X \equiv COSEC⁻¹ XARSEC X \equiv SEC⁻¹ X



FUNCIONES RECÍPROCAS

ARSEN X :	$[-1, 1] \longrightarrow [-\pi/2, \pi/2]$
ARCOS X :	$[-1, 1] \longrightarrow [0, \pi]$
ARTG X :	$\mathbb{R} \longrightarrow]-\pi/2, \pi/2[$
ARCOSEC X :	$\mathbb{R} - (-1, 1) \longrightarrow [-\pi/2, \pi/2] - \{0\}$
ARSEC X :	$\mathbb{R} - (-1, 1) \longrightarrow [0, \pi] - \{\pi/2\}$
ARCTG X :	$\mathbb{R} \longrightarrow]0, \pi[$

$$\begin{aligned} Y &= \text{ARCOSEC } X = \text{ARSEN } (1/X) \\ Y &= \text{ARSEC } X = \text{ARCOS } (1/X) \\ Y &= \text{ARCTG } X = \text{ARTG } (1/X) \end{aligned}$$

INTEGRALES DE LA FORMA

SE HACE EL CAMBIO

$$\int \sin ax \sin bx dx \Rightarrow \sin ax \sin bx = \frac{1}{2} [\cos(a-b)x - \cos(a+b)x]$$

$$\int \sin ax \cos bx dx \Rightarrow \sin ax \cos bx = \frac{1}{2} [\sin(a-b)x + \sin(a+b)x]$$

$$\int \cos ax \cos bx dx \Rightarrow \cos ax \cos bx = \frac{1}{2} [\cos(a-b)x + \cos(a+b)x]$$

$$\int R \left[x, \left[\frac{ax+b}{cx+d} \right]^{\frac{m}{n}}, \left[\frac{ax+b}{cx+d} \right]^{\frac{p}{q}}, \dots \right] dx \Rightarrow \frac{ax+b}{cx+d} = t^{\mu} \text{ (m.c.m. de } n, q, \dots)$$

$$\int R (x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a} x + t & \text{si } a > 0 \\ \sqrt{ax^2+bx+c} = tx + \sqrt{c} & \text{si } a < 0 \text{ y } c > 0 \\ \sqrt{ax^2+bx+c} = (x-a)t & \text{si } a < 0 \text{ y } c < 0 \end{cases}$$

Donde a es una raíz de $ax^2+bx+c=0$

Si la ecuación de segundo grado ($ax^2+bx+c=0$) se puede transformar en suma o diferencia de cuadrados se puede escribir como:

$$\begin{array}{ll} k^2 - z^2 & \Rightarrow z = k \operatorname{sen} t \\ z^2 - k^2 & \Rightarrow z = k \operatorname{sec} t \\ k^2 + z^2 & \Rightarrow z = k \operatorname{tg} t \end{array}$$

Siendo z una expresión de primer grado ($z=px+q$) y k una constante,

$$\int \sqrt{a-bx} dx \Rightarrow bx^2 = a \operatorname{sen}^2 t \Rightarrow dx = (a/b) \cos t dt$$

$$\int \sqrt{ax^2+b} dx \Rightarrow ax^2 = b \operatorname{tg}^2 t \Rightarrow dx = \left[\frac{b}{a} \right]^{1/2} \frac{1}{\cos^2 t} dt$$

$$\int \sqrt{ax^2-b} dx \Rightarrow ax^2 = b \operatorname{sec}^2 t \Rightarrow dx = \frac{b}{a} \frac{\operatorname{sen} t}{\cos^2 t} dt$$

POR PARTES

$$\int u dv = u v - \int v du$$

INTEGRALES DE LA FORMA

SE HACE EL CAMBIO

$$\int \sin^n x \cos x \, dx \Rightarrow \sin x = t$$

$$\int \cos^n x \sin x \, dx \Rightarrow \cos x = t$$

$$\int \sin^m x \cos^n x \, dx \Rightarrow$$

m impar, n par
 m par, n impar
 m y n impares
 m y n pares positivos
 m y n pares, alguno negativo

$$\cos x = t$$

$$\sin x = t$$

$$\cos x = t \text{ ó } \sin x = t$$

$$\begin{aligned} \sin^2 x &= (1 - \cos 2x)/2 \\ \cos^2 x &= (1 + \cos 2x)/2 \\ \sin 2x &= 2 \sin x \cdot \cos x \end{aligned}$$

$$\tan x = t \text{ ó } \cot x = t$$

$$\tan(x/2) = t$$

$$\frac{2t}{1+t^2} = \sin x$$

$$\frac{1-t^2}{1+t^2} = \cos x$$

$$\frac{2dt}{1+t^2} = dx$$

$$\int R(\sin x, \cos x) \, dx \Rightarrow$$

$$\text{Si } R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x \cos x) \Rightarrow$$

$$\text{Si } R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x) \Rightarrow$$

$$\text{Si } R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x) \Rightarrow$$

$$\sin x = t$$

$$\cos x = t$$

$$\tan x = t$$

$$\frac{t}{\sqrt{1+t^2}} = \sin x$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+t^2}} = \cos x$$

$$\frac{dt}{1+t^2} = dx$$

PROPIEDADES LOGARÍTMICAS

$$\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a (x / y) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

$$\log_a x = -\log_{1/a} x$$

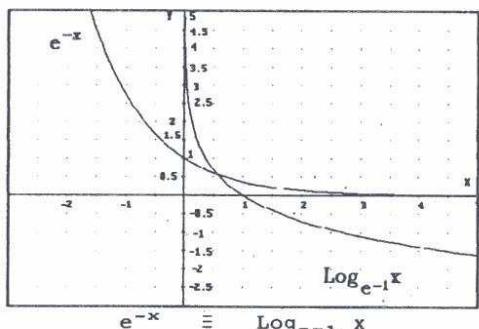
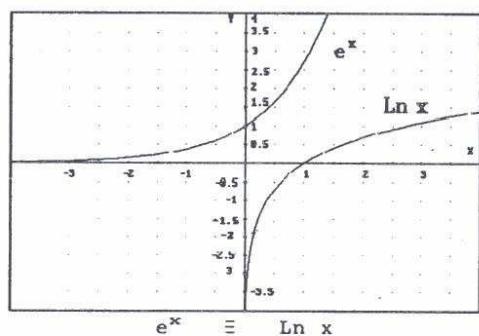
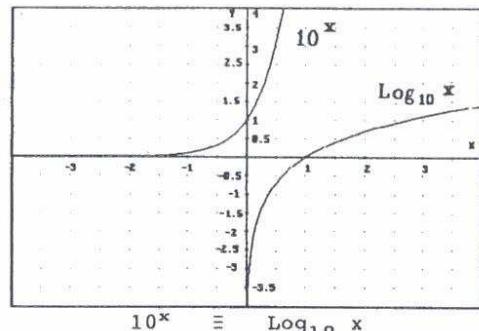
$$\log_a x \quad \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\text{Dom } \log_a f(x) = \{x \in \mathbb{R} / f(x) > 0\}$$

$$\log_a f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = \begin{cases} \infty & \text{si } 0 < a < 1 \\ -\infty & \text{si } a > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \log_a x = \begin{cases} -\infty & \text{si } 0 < a < 1 \\ \infty & \text{si } a > 1 \end{cases}$$



$$\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+ \quad \text{Dom } a^x = \mathbb{R} \quad \text{Img } a^x = \mathbb{R}^+ \quad a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

$$a^x > 0, \forall x$$

$$a^0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < a < 1 \\ \infty & \text{si } a > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} \infty & \text{si } 0 < a < 1 \\ 0 & \text{si } a > 1 \end{cases}$$

PROPIEDADES EXPONENCIALES

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$a^x / a^y = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = 1/a^x$$

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$Y'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{\pm h}$$

$Y = K$	$Y' = 0$
$Y = u+v+w$	$Y' = u'+v'+w'$
$Y = \frac{u}{v}$	$Y' = \frac{(v \cdot u' - v' \cdot u)}{v^2}$
$Y = u^n$	$Y' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$ (5)
$Y = K^u$	$Y' = u' \cdot K^u \cdot L_n K$
$Y = \operatorname{sen} u$	$Y' = u' \cos u$
$Y = \cos u$	$Y' = -u' \operatorname{sen} u$
$Y = \operatorname{tg} u$	$Y' = \frac{u'}{\cos^2 u} = u'(1 + \operatorname{tg}^2 u)$
$Y = \operatorname{arsen} u$	$Y' = \frac{u'}{\sqrt{1 - u^2}}$
$Y = \operatorname{arcos} u$	$Y' = \frac{-u'}{\sqrt{1 - u^2}}$
$Y = \operatorname{artg} u$	$Y' = \frac{u'}{1 + u^2}$
$Y = u^v$	$Y' = u^v L_n u \cdot v' + v \cdot u^{v-1} u'$

$Y = x$	$Y' = 1$
$Y = u \cdot v$	$Y' = u \cdot v' + v' \cdot u$
$Y = \operatorname{Log}_b u$	$Y' = \frac{u'}{u} \cdot \operatorname{Log}_b e$ (5)
$Y = L_n u$	$Y' = \frac{u'}{u}$
$Y = e^u$	$Y' = u' \cdot e^u$
$Y = \operatorname{cosec} u$	$Y' = -u' \operatorname{cosec} u \cdot \operatorname{ctg} u$
$Y = \sec u$	$Y' = u' \sec u \cdot \operatorname{tg} u$
$Y = \operatorname{ctg} u$	$Y' = -u' \operatorname{cosec}^2 u$
$Y = \operatorname{arcosec} u$	$Y' = \frac{-u'}{ u \sqrt{u^2 - 1}}$
$Y = \operatorname{arsec} u$	$Y' = \frac{u'}{ u \sqrt{u^2 - 1}}$
$Y = \operatorname{arctg} u$	$Y' = \frac{-u'}{1 + u^2}$

$$Y = F(x) \Rightarrow L_n Y = L_n F(x) \Rightarrow Y'/Y = [L_n F(x)]'$$

El cociente: $[F(x+h) - F(x)]/h$ representa la pendiente (tangente del ángulo) de la recta secante (que corta en dos puntos a la función; Fig. 1).

Cuando se toma el límite con $h \rightarrow 0$ representa la pendiente de la recta tangente en el punto x .

La derivada de una función en un punto x_0 es la pendiente de la recta tangente en dicho punto.

Se entiende por pendiente de una recta a la tangente del ángulo que forma ésta con el eje OX. La pendiente de la recta $y = m \cdot x + n$ es "m".

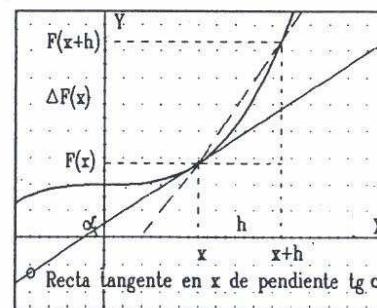


Fig. 1

NOTAS: En esta tabla:
 u, v, w son funciones de x ; u' ≡ Derivada de u respecto de x
 $K \in \mathbb{R}$; $n, b \in \mathbb{Q}$; $L_n \equiv \operatorname{Log}_b$ (Logaritmo Neperiano)

(5) Téngase en cuenta que: $\operatorname{Log}_b e = 1/L_n b$ (6) Téngase en cuenta que $\sqrt[n]{u} = u^{1/n}$ para la derivada de la raíz enésima

$\int a \, du = a \int du = a \cdot u$	$\int a \, u(x) \, dx = a \int u(x) \, dx$
$\int (u \pm v \pm w) \, dx = \int u \, dx \pm \int v \, dx \pm \int w \, dx$	$\int u \, dv = uv - \int v \, du$ (int. por partes)
$\int f(Kx) \, dx = \frac{1}{K} \int f(u) \, du$	$\int u^n \, du = \frac{u^{n+1}}{n+1}$ $n \neq -1$
$\int \frac{du}{u} = L_n u $	$\int e^u \, du = e^u$
$\int a^u \, du = \frac{a^u}{L_n a}$ $a > 0, a \neq 1$	$\int \sqrt{u} \, du = \frac{u^{3/2}}{3/2}$
$\int \operatorname{sen} u \, du = -\cos u$	$\int \cos u \, du = \operatorname{sen} u$
$\int \operatorname{tg} u \, du = L_n \sec u = -L_n \cos u$	$\int \operatorname{ctg} u \, du = L_n \operatorname{sen} u$
$\int \operatorname{sec}^2 u \, du = \operatorname{tg} u$	$\int \operatorname{cosec}^2 u \, du = -\operatorname{ctg} u$
$\int \sec u \operatorname{tg} u \, du = \operatorname{sec} u$	$\int \operatorname{cosec} u \operatorname{ctg} u \, du = -\operatorname{cosec} u$
$\int \operatorname{cosec} u \, du = L_n \operatorname{tg} \frac{u}{2}$	$\int \sec u \, du = L_n (\sec u + \operatorname{tg} u) = L_n \operatorname{tg} \frac{u}{2}$
$\int \operatorname{sen}^2 u \, du = \frac{u}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2u}{4}$	$\int \cos^2 u \, du = \frac{u}{2} + \frac{\operatorname{sen} 2u}{4}$
$\int \operatorname{tg}^2 u \, du = \operatorname{tg} u - u$	$\int u \cos u \, du = u \operatorname{sen} u + \cos u$
$\int \frac{\operatorname{sen} u}{\cos^2 u} \, du = \sec u$	$\int \frac{\cos u}{\operatorname{sen}^2 u} \, du = -\operatorname{cosec} u$
$\int \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}} = \operatorname{arsen} u = -\operatorname{arcos} u$	$\int \frac{du}{1 + u^2} = \operatorname{artg} u = -\operatorname{arctg} u$
$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{artg} \frac{u}{a}$	$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} L_n \frac{u - a}{u + a}$
$\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} L_n \frac{a + u}{a - u}$	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}} = L_n (u + \sqrt{a^2 + u^2})$
$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{arsen} \frac{u}{a}$	$\int \frac{du}{u \sqrt{u^2 - a^2}} = -\frac{1}{a} \operatorname{arcosec} \frac{u}{a}$
\int	\int
\int	\int

(7) En todas las integrales hay que sumar la constante de integración.
 $a, K \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{Q}$; L_n log neperiano; u, v, w son funciones de x .