

# Table des matières

| Ta | Table des matières  |     |                       |  |
|----|---|-----|-----------------------|--|
| 1  | Fonctionnement  1.1 Objectifs                                     |     | 2<br>2<br>3           |  |
| 2  | <b>Γhéorie des graphes</b><br>2.1 Plus court chemin : Dijkstra    |     | 4<br>4                |  |
|    | 2.3 Chaine, chemin et circuit eulérien : algorithme de Hierholzer |     | $\frac{4}{4}$         |  |
| 3  | Analyse 3.1 Optimisation : Dichotomie                             |     | 5                     |  |
| 4  | Géométrie  1.1 Triangle et hyperbole                              | . ! | 6<br>6<br>6<br>6<br>6 |  |
| 5  | Probabilités 5.1 Théorème de la limite centrale                   |     | 7<br>7<br>7           |  |

### 1. Fonctionnement

### 1.1 Objectifs

Dans cette SAE (situation d'apprentissage et d'évaluation), vous allez vous saisir d'un problème mathématique dont la preuve ou l'heuristique de la preuve fait intervenir un algorithme.

Il vous est demandé de rédiger un notebook dans lequel vous devrez faire apparaître les éléments suivants :

- La problématique de la question posée.
- Un exposé mathématiques rédigé en markdown (=HTML+CSS) et en LATEX exposant le principe de(s) l'algorithme(s).
- Une solution en python à la question
- Au moins une animation illustrant la résolution

### 1.2 Ce catalogue et votre travail

Dans le présent catalogue vous trouverez les différents problèmes auxquels vous pourrez répondre. Après concertation, vos enseignants référent vous attribuerons un problème.

Vous aurez deux séances de trois heures avec vos chargés de TD, pour vous sensibiliser au langage IATEX et à la création d'animation sur jupyter (en javascript). Le reste du travail s'effectuera en autonomie avec le soutient de votre enseignant référent.

Les problèmes sont détaillés comme suit :

Niveau : indique le niveau de difficulté du problème.

- \* Abordable : en générale des algorithmes déjà vu en cour.
- $\star$   $\star$  Rechercher : nécessite des recherches approfondies.
- $\star\star\star$  Appréhender : nécessite des recherches approfondies et une bonne appréhension du problème mathématique et algorithmique.

**Description**: Décrit le(s) problème(s) ou l(es)'algorithme(s)

Animation: Décrit un exemple d'animation attendue.

Vous êtes libre d'importer toutes les bibliothèques python dont vous pourriez avoir besoin.

Le rendu se fera sur la plateforme moodle en version HTML uniquement

dans jupyter faire file>download as>HTML



#### 1.3 Barème

| Niveau   | 3 |
|--|---|
| Respect des règles   | 1 |
| Qualité  |   |
| Compréhension du problème  | 2 |
| AC 1 : Analyser un problème avec méthode   | 3 |
| AC 2 : Comparer des algorithmes pour des problèmes classiques                      | 2 |
| AC 3 : Formaliser et mettre en oeuvre des outils mathématiques pour l'informatique | 2 |
| Qualité $de(s)$ annimation(s)  | 3 |
| Rapport  | 4 |

#### En détails :

Niveau : le nombre d'étoile correspond au nombre de point.

Respect des règles: Rapport remis à l'heure avec le bon format, travail en continue, accomplissement du travail.

### Qualité:

Compréhension du problème : L'exposé du problème est claire et est illustré avec un ou plusieurs exemples pertinents.

Apprentissages critiques : AC 1 : L'instanciation des algorithmes est bien séquencée et diviser en plusieurs fonctions (ou case jupyter) commenté avec méthode.

AC 2 : se poser des questions sur les solutions algorithmiques et leurs consommation en ressource (temps et mémoire).

AC 3 : utilisations et manipulations des bons outils mathématiques et leurs instanciation en python.

Qualité de(s) animation(s): les animations mettent bien en avant les différentes itérations de la solution au travers d'exemples astucieusement choisis.

Rapport : le rapport est de qualité et bien mis en forme au travers de balise HTML et de mise en forme en CSS (inline). Les formules mathématiques sont joliment mis en forme avec LATEX

### 2. Théorie des graphes

### 2.1 Plus court chemin: Dijkstra

Niveau: \*

**Description :** Étant donné un graphe (orienté ou non) nous avons vu une méthode permettant de déterminer les plus court chemin partant de n'importe quel sommet. C'est l'algorithme de Dijkstra

Animation: Les différentes étapes de l'algorithme sur un graphe pris au hasard ou saisi par l'utilisateur.

#### 2.2 Arbre couvrant: Prim

Niveau: \*

**Description :** Nous avons vu en cours un algorithme permettant de déterminer un arbre couvrant de poids minimal. C'est l'algorithme de Prim.

Animation: Les différentes étapes de l'algorithme sur un graphe pris au hasard ou saisi par l'utilisateur.

### 2.3 Chaine, chemin et circuit eulérien : algorithme de Hierholzer

Niveau:  $\star \star$ 

**Description :** En cours de théorie de graphe nous avons vu une condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'une chaine, d'un chemin ou d'un circuit eulérien. L'algorithme de Hierholzer permet de déterminer une telle chaine, chemin ou circuit.

Animation : Les différentes étapes de l'algorithme sur un graphe pris au hasard ou saisie par l'utilisateur.

### 2.4 Coloration : algorithme de Brelaz

Niveau:  $\star \star$ 

**Description :** Nous avons vu en cours un algorithme heuristique permettant d'estimer le nombre chromatique d'un graphe non orienté.

Animation: la coloration des différents sommets d'un graphe.

### 3. Analyse

### 3.1 Optimisation: Dichotomie

Niveau: \*

**Description :** La méthode de la dichotomie est une méthode permettant de déterminer l'extrema (local) d'une fonction sur un intervalle donnée.

Animation: Les différentes étapes de l'algorithme sur trois fonctions différentes.

### 3.2 Optimisation : section dorée

Niveau: \*

**Description :** La méthode de la section dorée ou du nombre d'or est une méthode permettant de déterminer l'extrema (local) d'une fonction sur un intervalle donnée.

Animation : Les différentes étapes de l'algorithme sur trois fonctions différentes.

#### 3.3 Optimisation : recuit simulé

Niveau:  $\star \star$ 

**Description :** La méthode du recuit simulé est une méthode permettant de déterminer l'extrema (local) d'une fonction sur un intervalle donnée.

Animation : Les différentes étapes de l'algorithme sur trois fonctions différentes.

#### 3.4 Optimisation: descente du gradient

Niveau:  $\star \star$ 

**Description :** L'algorithme du gradient est une méthode permettant de déterminer l'extrema (local) d'une fonction sur un intervalle donnée.

Animation: Les différentes étapes de l'algorithme sur trois fonctions différentes.

### 4. Géométrie

### 4.1 Triangle et hyperbole

CE PROJET EST RÉALISÉ COMME EXEMPLE IL N'EST DONC PAS POSSIBLE DE LE SÉLECTIONNER

Niveau: \*

**Description:** Si trois points distincts sont sur l'hyperbole représentative de la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x}$  alors l'orthocentre du triangle formé par ces trois points est aussi sur l'hyperbole.

Animation: Faire "glisser" trois points sur l'hyperbole pour observer le phénomène.

### 4.2 Théorème de Sylvester-Gallai

Niveau:  $\star \star \star$ 

**Description :** Le théorème de Sylvester-Gallai stipule que dans un plan, si l'on considère des points non tous alignés, il existe une droite qui passe par exactement deux de ces points.

Animation: les différentes étapes de l'algorithme

### 4.3 Enveloppe convexe : marche de Jarvis

Niveau:  $\star$ 

**Description :** En géométrie algorithmique la marche de Jarvis est un algorithme permettant de calculer l'enveloppe convexe d'un nuage de point.

Animation: Les différentes étapes de l'algorithme.

### 4.4 Enveloppe convexe : Chan

Niveau:  $\star$ 

**Description :** En géométrie algorithmique l'algorithme de Chan est un algorithme permettant de calculer l'enveloppe convexe d'un nuage de point.

Animation : Les différentes étapes de l'algorithme.

#### 4.5 Enveloppe convexe : Graham

Niveau: \*

**Description :** En géométrie algorithmique le parcours de Graham est un algorithme permettant de calculer l'enveloppe convexe d'un nuage de point.

Animation: Les différentes étapes de l'algorithme.

### 4.6 Fractales : ensemble de Mandelbrot ou Julia

Niveau:  $\star \star \star$ 

**Description :** L'ensemble de Mandelbrot est une fractale.

Animation: Le zoom près d'un point remarquable

## 5. Probabilités

#### 5.1 Théorème de la limite centrale

Niveau:  $\star \star \star$ 

**Description :** En probabilité le théorème de la limite centrale indique que la moyenne de variable aléatoire indépendante et identiquement distribué suit une loi normale

Animation : La réalisation de n simulations pour n de plus en plus grand sur des variables aléatoire simple et discrète (résultat d'un lancé de dès par exemple, loi de Bernoulli, etc).

#### 5.2 Marche aléatoire

Niveau:  $\star \star$ 

**Description :** Partant de 0 un point se déplace de manière équiprobable en haut, en bas, à gauche ou a droite. Est-ce que le point reviendra à l'origine?

Animation: Le mouvement du point dans le plan (jusqu'à ce qu'il revienne en 0?)