

## Лабораторная № 8

Вариант 8

Черепенников Роман, 3 курс 8 группа

Задание 1.

N 1

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda(A) = -2$$

$$\beta(A) = 3$$

$$\lambda(A) \neq \beta(A)$$

Решим в симп. строках

Для 1го игрока

$$-7p_1 + 6p_2 = V$$

$$3p_1 - 2p_2 = V$$

$$p_1 + p_2 = 1$$

Для 2го игрока

$$-7q_1 + 6q_2 = V$$

$$6q_1 - 2q_2 = V$$

$$q_1 + q_2 = 1$$

$$p = [4/9, 5/9]$$

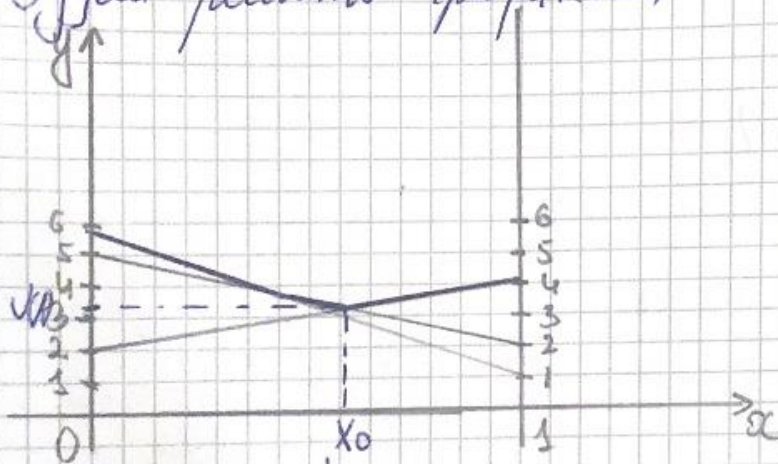
$$q = [5/10, 13/10]$$

$$V = 2/9$$

Задание 2.

N2  
 б)  $A_{8,2} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$   $\lambda(A) = 2$   $\beta(A) = 4$   $\lambda(A) \neq \beta(A)$   
 Ищем решение в смешанном стратегиях

Будем решать графически



Анализируем стратегии игрока 1 - 2, 3

$$2x_0 + 5(1 - x_0) = 4x_0 + 2(1 - x_0)$$

$$x_0 = 0,6$$

$$U(A) = 2 \cdot 0,6 + 5(1 - 0,6) = 3,2$$

$$q = [0,6; 0,4]$$

$$A' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = p^0 \quad p_3 = 1 - p^0$$

$$2p_0 + 4(1-p_0) = V$$

$$2p_0 + 4(1-p_0) = 3,2$$

$$p_0 = 0,4 \Rightarrow p_2 = 0,4 \quad p_3 = 0,6$$

Таким образом решение

$$q = [0,6; 0,4]$$

$$p = [0; 0,4; 0,6]$$

$$V = 3,2$$



a)

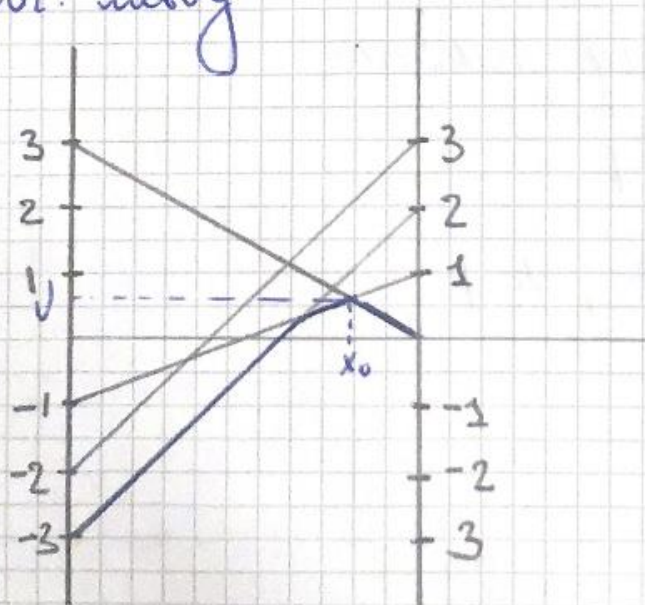
$$A_{8.1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda(A) = 0$$

$$\lambda(A) \neq \beta(A)$$

$$\beta(A) = 1$$

Решение будет в линии стратегических  
шагов. много



$$x_0 - (1 - x_0) = 3(1 - x_0)$$

$$x_0 = 4/5$$

$$p = [4/5; 4/5] \quad v = 3/5$$

Актив стратегий игрока 2 - 3, 4  
 $q_1 = q_2 = 0$      $q_3 = q^0$      $q_4 = 1 - q^0$   
 $A' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

$$0q^0 + 1 - q^0 = V$$

$$0q^0 + 1 - q^0 = 3/5$$

$$q^0 = 2/5$$

получим след. решение

$$p = [4/5; 1/5]$$

$$q = [0; 0; 2/5; 3/5]$$

$$V = 3/5$$

### Задание 3.

Файл lab.dat

```
set n = 1 2 3 4 5;
param A: 1 2 3 4 5 :=
1 5 9 5 1 1
2 5 3 3 6 7
3 3 9 7 5 2
4 4 1 6 9 7
5 4 2 1 8 8;
```

Файл lab.mod

```
set n;
param A{n, n};

var y{n};
minimize z1: sum{i in n} y[i];
subject to usl1{j in n}: sum{i in n} A[i,j]*y[i] >= 1;
subject to ogranich1{i in n}: 0 <= y[i];
```

Файл lab.run

```
reset;  
model lab.mod;  
data lab.dat;  
  
option solver cplex;  
solve;  
  
display z1;  
display y;
```

$$N3$$
$$A = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 6 & 7 \\ 3 & 9 & 7 & 5 & 2 \\ 6 & 1 & 6 & 9 & 7 \\ 4 & 2 & 1 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

Сведем эту матричную игру к  
задаче линейного программирования

Получим след. 2 задачи

$$\sum_{i=1}^m y_i \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i \geq 1 \quad j=1 \dots n$$

$$y_i \geq 0 \quad i=1 \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq 1 \quad i=1 \dots m$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1 \dots n$$

В нашей

игре  $n=m=5$



Решим эту задачу

$$y^* = \begin{bmatrix} 0.082 \\ 0.066 \\ 0 \\ 0.066 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x^* = \begin{bmatrix} 0.075 \\ 0.036 \\ 0.049 \\ 0 \\ 0.052 \end{bmatrix}$$

$$\bar{J} = 1/\sum y_i = 1/0.213 = 4.695$$

$$J(A) = \bar{J} = 4.695$$

Опт. стратегия игрока 1:

$$p = \bar{J} y$$

Опт. стратегия игрока 2:

$$q = \bar{J} x$$

Задание 4.

N4

$p=210$  - цена за ед. товара

$c=20$  - расход по хранению

$k=60$  - расход по заводу

Матрица будет иметь вид

каго сво	5	6	7	8
5	5p	6p-k	7p-2k	8p-3k
6	5p-c	6p	7p-k	8p-2k
7	5p-2c	6p-c	7p	8p-k
8	5p-3c	6p-2c	7p-c	8p

Для наших значений

1050	1200	1350	1500
1030	1260	1410	<del>1500</del> 1560
1010	1240	1470	1620
990	1220	1450	1680



крит. Влага

$$W = \max_i \min_j a_{ij}$$

min значение в каждой строке

$$\alpha_1: 1050$$

$$\alpha_2: 1030$$

$$\alpha_3: 1010$$

$$\alpha_4: 890$$

$$W = \max_i \alpha_i = \alpha_1 = 1050$$

Опт. стратегия - 1-ая 5 единиц

крит. Совида

$$S = \min_i \max_j r_{ij}$$

max значение в каждой строке

$$\beta_j = \max_i a_{ij}$$

$$r_j = \beta_j - \max_i a_{ij}$$

$$\beta_1 = 1500$$

$$\beta_2 = 1560$$

$$\beta_3 = 1620$$

$$\beta_4 = 1600$$

$$r = \begin{bmatrix} 450 & 300 & 150 & 0 \\ 430 & 300 & 150 & 0 \\ 610 & 380 & 150 & 0 \\ 690 & 460 & 230 & 0 \end{bmatrix}$$

Макс значение числа по каждой строке

$$r_1 = 450$$

$$r_2 = 430$$

$$r_3 = 610$$

$$r_4 = 690$$

$$\min_i r_i = r_2 = 430$$

Опт. стратегия - забв 6 товаров



крит. Гурвица ( $\alpha=0.5$ )

$$H = \max_i \left( \alpha \max_j a_{ij} + (1-\alpha) \min_j a_{ij} \right)$$

$$= \max \left\{ \frac{1}{2}(1050-990), \frac{1}{2}(1260-1200), \right. \\ \left. \frac{1}{2}(1470-1350), \frac{1}{2}(1680-1500) \right\}$$

$$= \max \{ 30, 30, 60, 90 \} = 90$$

крит. Лангса

$$L = \max_{i \in 1..m} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij} =$$

$$= \max \{ 1020, 1230, 1420, ~~1360~~ 1590 \} = 1590$$