Лабораторная 3

$f(X) = x_1^2 - x_2 + x_1 \to \min$

$g_1(X) = 2x_1 + 3x_2 - 12 \le 0$

$g_2(X) = 2x_1 + x_2 - 10 \le 0$

$g_3(X) = x_1 - 5 \le 0$

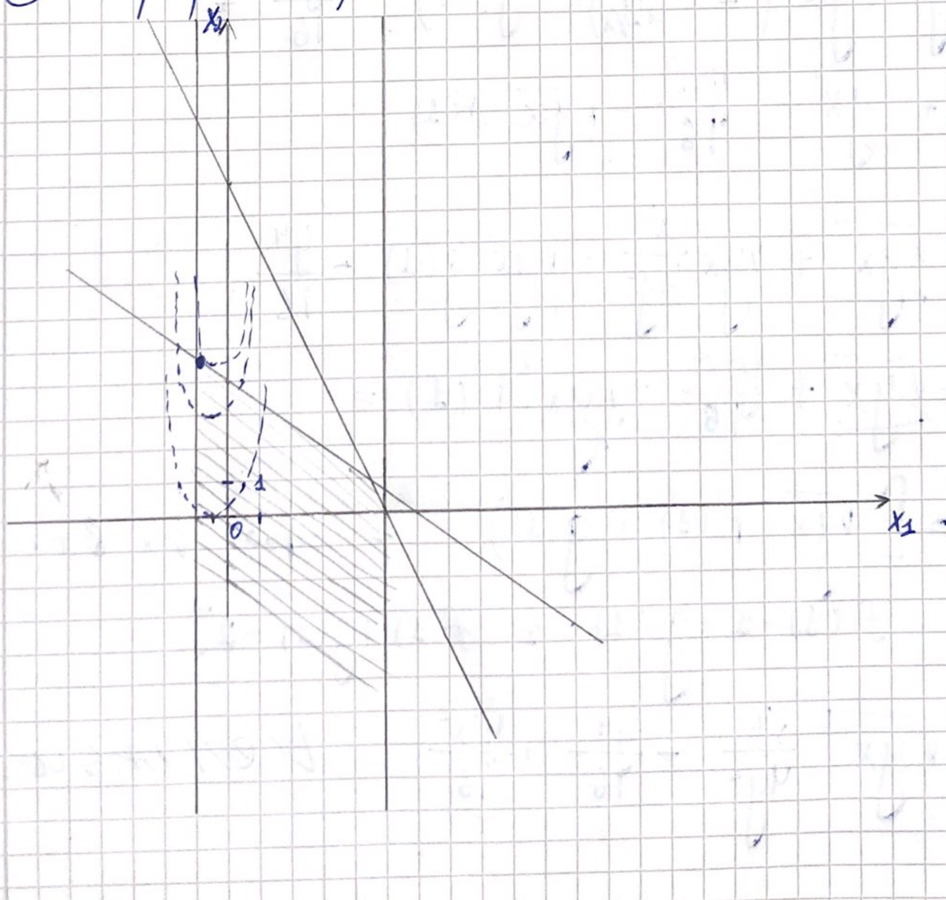
$g_4(X) = -x_1 - 1 \le 0$

① Функции x_1^2, x_2, x_1 – выпуклые $\Rightarrow$ функции $f(X)$, $g_i(X)$ $i=\overline{1,4}$ тоже выпуклые как лин комб выпуклых функций.

Регулярность мн-ва планов:

$\exists\, X^* = (0,0)$: $g_i(X) < 0$ $i=\overline{1,4}$, т.е. выполнено условие Слейтера $\Rightarrow$ мн-во планов регулярно

② Графическое решение



③ Мн-во планов регулярно (см. пункт 1)

$F(x,\lambda) = (x_1^2 - x_2 + x_1) + \lambda_1(2x_1 + 3x_2 - 12) +$
$+ \lambda_2(2x_1 + x_2 - 10) + \lambda_3(x_1 - 5) + \lambda_4(-x_1 - 1) \quad \lambda_i \geq 0$

Условия Куна-Таккера будут иметь след. вид:

1) $\frac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1 + 1 + 2\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 \geq 0$

$\frac{\partial F}{\partial x_2} = -1 + 3\lambda_1 + \lambda_2 \geq 0$

2) $\frac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1 + 1 + 2\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 = 0$

$\frac{\partial F}{\partial x_2} = -1 + 3\lambda_1 + \lambda_2 = 0$

3) $\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = 2x_1 + 3x_2 - 12 \leq 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial \lambda_3} = x_1 - 5 \leq 0$

$\frac{\partial F}{\partial \lambda_2} = 2x_1 + x_2 - 10 \leq 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial \lambda_4} = -x_1 - 1 \leq 0$

4) $(2x_1 + 3x_2 - 12)\lambda_1 = 0 \qquad (x_1 - 5)\cdot\lambda_3 = 0$

$(2x_1 + x_2 - 10)\lambda_2 = 0 \qquad (-x_1 - 1)\lambda_4 = 0$

Решая с-му получим

$(X^0, \lambda^0) = (-5/6, 41/9, 1/3, 0, 0, 0)$

$f(X^0) = +(5/6)^2 - 41/9 - 5/6 = -\frac{169}{36}$

④ $F(x^0, \lambda) \leq F(x^0, \lambda^0) \leq F(x, \lambda^0)$

$-\frac{169}{36} + \lambda_1 \cdot 0 + \lambda_2\left(-\frac{64}{9}\right) + \lambda_3\left(-\frac{35}{6}\right) + \lambda_4\left(-\frac{1}{6}\right) \leq -\frac{169}{36}$

$\lambda_i \geq 0 \Rightarrow$ это верно

$-\frac{169}{36} \leq x_1^2 - x_2 + x_1 + 1/3(2x_1 + 3x_2 - 12) = x_1^2 + 5/3\, x_1 - 4 =$

$= (x_1 + 5/6)^2 - \frac{25}{36} - 4 = (x_1 + 5/6)^2 - \frac{169}{36}$

таким образом (x^0, λ^0) – седловая ~~функции~~ точка функции Лагранжа