

Лабораторная работа №2

Черепенников Роман 3 курс 8 группа

Вариант 9

Компания распространяет технику по пяти городам: Екатеринбург, Омск, Новосибирск, Томск, Иркутск. В настоящий момент 10 снегоуборочных машин находятся в Екатеринбурге и должны быть доставлены в Новосибирск и Томск. В Новосибирск нужно 3 машины, в Томск — 7 машин. Пронумеруем города Екатеринбург, Омск, Новосибирск, Томск и Иркутск целыми числами от 1 до 5 соответственно. Сеть дорог между городами изображена на рис. Вершины сети – города, дуги – дороги между городами. Некоторым вершинам предписан вес — положительное или отрицательное число. Положительное число означает, что в городе соответствующему этой вершине, есть предложение продукции, равное весу вершины, отрицательный вес говорит о том, что в этой вершине имеется спрос на продукцию, соответствующий весу вершины. Предполагается, что сумма весов всех вершин сети равна нулю, это означает, что суммарное предложение совпадает с суммарным спросом.

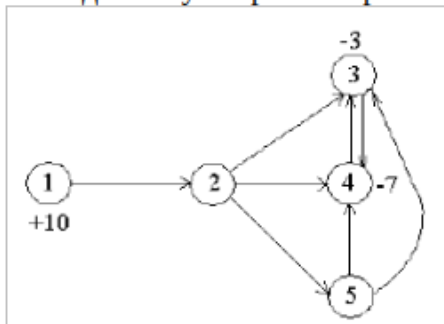


Рис. Сеть дорог

Количество водителей, осуществляющих перегон техники из одного города в другой, ограничено, поэтому число снегоуборочных машин, которое можно перевезти из одного города в другой, не должно превышать пропускной способности дуги. Пропускные способности и стоимости перевозок приводятся в табл.

Пропускные способности и стоимости перевозок		
Дуга	Пропускная способность	Стоимость перевозки
(1,2)	10	11
(2,3)	2	1
(2,4)	3	1
(2,5)	7	2
(3,4)	3	2
(4,3)	2	2
(5,4)	4	5
(5,3)	7	4

Необходимо составить план перевозок минимальной стоимости так, чтобы удовлетворить спрос и не нарушить пропускных возможностей при перегоне техники.

Математическая модель

Пусть P – матрица пропускных способностей (p_{ij} - пропускная способность дуги (i,j) , если такая дуга есть, и 0 если такой дуги нет)

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

C – матрица стоимостей перевозок(c_{ij} - стоимость перевозки по дуге (i,j) , если такая дуга есть, и 0 если такой дуги нет)

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

Обозначим матрицу перевозок $X \in R^{5 \times 5}$ где x_{ij} – объём перевозок по дуге (i, j) , тогда условие задачи можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} c_{ij} * x_{ij} &\rightarrow \min \\ x_{ij} &\in Z, x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \\ x_{ij} &\leq p_{ij} \quad \forall i, j \\ \sum_j x_{1j} - x_{j1} &= 10 \\ \sum_j x_{ij} - x_{ji} &= 0 \quad i = 4, 5 \\ \sum_j x_{4j} - x_{j4} &= -7 \\ \sum_j x_{3j} - x_{j3} &= -3 \end{aligned}$$

Листинг программы:

lab2.dat:

set n = 1 2 3 4 5;

```
param P: 1 2 3 4 5 :=  
1 0 10 0 0  
2 0 0 2 3 7  
3 0 0 0 3 0  
4 0 0 2 0 0  
5 0 0 7 4 0;
```

```
param C: 1 2 3 4 5 :=  
1 0 11 0 0 0  
2 0 0 1 1 2  
3 0 0 0 2 0  
4 0 0 2 0 0  
5 0 0 4 5 0;
```

```
param balans := 1 10 2 0 3 -3 4 -7 5 0;
```

lab2.mod:

```
set n;  
param P{n, n};  
param C{n, n};  
param balans{n};  
var x{n,n} integer;
```

```
minimize z: sum{i in n, j in n} C[i,j]*x[i, j];  
subject to usl_balansa{i in n}: sum{j in n} (x[i,j] - x[j,i]) = balans[i];  
subject to ogranych{i in n, j in n}: 0 <= x[i,j] <= P[i,j];
```

lab2.run:

```
reset;  
model lab2.mod;  
data lab2.dat;
```

```
option solver cplex;  
solve;
```

```
display z;  
display x;
```

Вывод программы:

```
CPLEX 20.1.0.0: optimal integer solution; objective 149  
0 MIP simplex iterations  
0 branch-and-bound nodes  
z = 149
```

```

x[*,*]
: 1 2 3 4 5 :=
1 0 10 0 0 0
2 0 0 2 3 5
3 0 0 0 0 0
4 0 0 0 0 0
5 0 0 1 4 0
;

```

Полученное решение:

Дуга	Перевозки по дуге
(1, 2)	10
(2, 3)	2
(2, 4)	3
(2, 5)	5
(3, 4)	0
(4, 3)	0
(5, 4)	4
(5, 3)	1

Стоимость: 149