Лабораторная №2 Черепенников 8гр

$\varphi(x) = -x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 + x_5 \to max$

$x_1 + 2x_2 = 4$ $\quad 2 \le x_1 \le 4$ $\quad 2 \le x_4 \le 5$

$-2x_2 + 3x_3 = 6$ $\quad -1 \le x_2 \le 3$ $\quad 0 \le x_5 \le 4$

$-x_1 + 2x_4 + 3x_5 = 2$ $\quad 1 \le x_3 \le 4$

① I ФАЗА

$\overline{x} = (2, -1, 1, 2, 0) \quad w = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f(x) = -x_6 - x_7 - x_8 \to max \quad 0 \le x_6 \le 4 \quad 0 \le x_7 \le 1 \quad 0 \le x_8 \le 0$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad c = (0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -1)$

Итер. 1 $\quad J_Б = \{6, 7, 8\} \quad x = (2, -1, 1, 2, 0, 4, 1, 0)$

1) $E\,u = c_Б \quad u = c_Б \quad u = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

2,3) $\Delta_1 = 0$ ⊕

$\Delta_2 = 0$ ⊕

$\Delta_3 = 3 > 0$ ⊖

4) $j_0 = 3$

5) $l = (0, 0, 1, 0, 0, 0, -3, 0)$

$E\, l_Б = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

6) $\theta_3 = 3 \quad \theta_6 = \infty \quad \theta_8 = \infty \quad \theta_7 = 1/3 \quad \theta^0 = \theta_7 = 1/3$

7,8) $\overline{J}_Б = \{3, 6, 8\} \quad \overline{x} = (2, -1, 4/3, 2, 0, 4, 0, 0)$

Итерация 2

1) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} u = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

2,3) $\Delta_1 = 0$ ⊕

$\Delta_2 = 2 > 0$ ⊖

4) $J_0 = 2$

5) $l = (0, 1, 2/3, 0, 0, -2, 0, 0)$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} l_5 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_5 = \begin{pmatrix} 2/3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6) $\theta_2 = 4 \quad \theta_3 = 4 \quad \theta_6 = 2 \quad \theta_8 = \infty$

7, 8) $J_5 = \{2, 3, 8\} \quad x = (2, 1, 2/3, 2, 0, 0, 0, 0)$

Итер 3

1) $$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2, 3) $\Delta_1 = -1 \le 0$ $+$

$\Delta_4 = 2 > 0$ $-$

4) $J_0 = 4$

5) $l = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, -2)$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} l_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \quad l_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

6) $\theta_8 = 0$

7, 8) $J_5 = \{2, 3, 4\} \quad x = (2, 1, 2/3, 2, 0, 0, 0, 0)$

Итер 4

1) $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2, 3) $\Delta_1 = 0$ $+$

$\Delta_5 = 0$ $+$

$\Delta_{6,7,8} = 0$ $+$

II ФАЗА

$c = (-1, -6, 6, 2, 1)$

<u>Итер 1</u> $J_Б = \{2, 3, 4\}$ $x = (2, 1, 8/3, 2, 0)$

1) $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} u = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2,3) $\Delta_1 = 1 > 0$ $\ominus$

4) $j_0 = 1$

5) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} l_Б = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $l_Б = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/3 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

$l = (1, -1/2, -1/3, 1/2, 0)$

6) $\theta_1 = 2$ $\theta_2 = 4$ $\theta_3 = 5$ $\theta_4 = 6$

$\theta^0 = \theta_1 = 2$

7, 8) $J_Б = \{2, 3, 4\}$ $x = (4, 0, 2, 3, 0)$

<u>Итер 2</u>

1) $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2, 3) $\Delta_1 = 1 \geq 0$ $\oplus$

$\Delta_5 = -2 \leq 0$ $\oplus$

$x^0 = (4, 0, 2, 3, 0)$

$\varphi(x^0) = 14$

2) Построить двойственную задачу, для двойственной: произвольный двойственный и базисный двойственный. По решению прямой задачи построить оптим. двойственный план

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad d_* = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad d^* = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Двойственная задача: $\lambda(y, \omega, \upsilon)$

$$\varphi(\lambda) = b'y + d^{*\prime}\omega - d_*'\upsilon \to \min$$

$$A'y + \omega - \upsilon = c$$
$$\omega \geq 0 \quad \upsilon \geq 0$$

Произвол двойств. план

$y = (0, 0, 0)$

$\delta_y = c - A'y = c = (-1 \ -6 \ 6 \ 2 \ 1)$

$\omega_y = (0, 0, 6, 2, 1) \quad \upsilon_y = (1, 6, 0, 0, 0)$

Базисный двойственный план

$J_Б = \{1, 2, 3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} u = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad u = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\delta_u = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} \omega_u &= (0, 0, 0, 2, 1) \\ \upsilon_u &= (0, 0, 0, 0, 0) \end{aligned}$$

оптимальний двоїстий план

$J_Б = \{2, 3, 4\}$

$u^0 = (-1 \quad 2 \quad 1)$

$$\delta_{u^0} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$w_1 = (1, 0, 0, 0, 0)$

$v_1 = (0, 0, 0, 0, 2)$

3) Решить двойственным симплекс-методом

$J_Б = \{1, 2, 3\}$

Ит 1

1) $u = (-1, 2, 0)$

2) $\delta_4 = c_4 - u'a_4 = 2 - 0 = 2$

$\delta_5 = c_5 - u'a_5 = 1 - 0 = 1$

3) $æ_4 = 5 \quad æ_5 = 4$

$$b - A_н æ_н = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} æ_Б = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$æ_1 = 20 \quad æ_2 = -8 \quad æ_3 = -10/3$

4) $\ominus \quad \ominus \quad \ominus$

5) $\rho_1 = 16 > 0 \quad j_* = 1$

6) $a_1' \cdot p_4 = -1$

$a_2' \cdot p_4 = 0 \qquad p_4 = (0, 0, 1)$

$a_3' \cdot p_4 = 0$

7) $p\delta_4 = -a_4' \cdot p_4 = -2 \qquad p\delta_5 = -a_5' \cdot p_4 = -3$

8) $\sigma_4 = 1 \qquad \sigma_5 = 1/3$

9) $\sigma^0 = \sigma_5 = 1/3$

$\bar{u} = u + \sigma^0 \cdot p_4 = (-1, 2, 1/3)$

Ит 2

2) $\delta_1 = c_1 - u'a_1 = 1/3$

$\delta_4 = c_4 - u'a_4 = 4/3$

3) $æ_1 = 4 \quad æ_4 = 5$

$$b - A_н æ_н = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} æ_Б = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$x_2 = 0$ $x_3 = 2$ $x_5 = -4/3$

4) + + −

5) $p_5 = 4/3 > 0$ $j_* = 5$

6) $a_5' p_4 = 1$

$a_2' \cdot p_4 = 0$ $p_4 = (0, 0, 1/3)$

$a_3' \cdot p_4 = 0$

7) $p\delta_1 = -a_1' \cdot p_4 = 1/3$

$p\delta_4 = -a_4' \cdot p_4 = -2/3$

8) $\sigma_1' = \infty$

$\sigma_4' = 2$

9) $\sigma^0 = \sigma_4' = 2$

$J_Б = \{2, 3, 4\}$ $\bar{u} = (-1, 2, 1)$

Ит 3

2) $\delta_1 = c_1 - u' a_1 = 1$

$\delta_5 = c_5 - u' a_5 = -2$

3) $x_1 = 4$ $x_5 = 0$

$$b - A_н x_н = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} x_Б = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

4)

$x_2 = 0$ +

$x_3 = 2$ +

$x_4 = 3$ +

$X^0 = (4, 0, 2, 3, 0)$