

ΕΜΠ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Νευροασαφής Έλεγχος και Εφαρμογές

**«Σχεδίαση fuzzy ελεγκτή για έλεγχο θέσης μεταλλικού σφαιριδίου με
μαγνητική αιώρηση»**

9^ο Εξάμηνο

ΑΚ.ΕΤΟΣ 2016-2017

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

Καλαβρυτινός Χαράλαμπος

ΑΜ: 03112024

1) Εισαγωγή

Σκοπός της εργαστηριακής άσκησης είναι η σχεδίαση συστήματος ελέγχου για το σύστημα μαγνητικής αιώρησης του Σχήματος 1. Στο σύστημα ρυθμίζουμε την τάση τροφοδοσίας του κυκλώματος v με σκοπό η ελκτική δύναμη του ηλεκτρομαγνήτη να αντισταθμίζει τη δύναμη της βαρύτητας της σφαίρας μάζας m , ώστε αυτή να ισορροπεί. Το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος αυτού περιγράφεται από τις εξής διαφορικές εξισώσεις:

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = mg - F, \quad F = k_m \left(\frac{i}{h} \right)^2, \quad L \frac{di}{dt} + Ri = v, \quad (1)$$

Αν θεωρήσουμε διάνυσμα κατάστασης το $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ \frac{dh}{dt} \\ i \end{bmatrix}$ τότε χρησιμοποιώντας τις παραπάνω

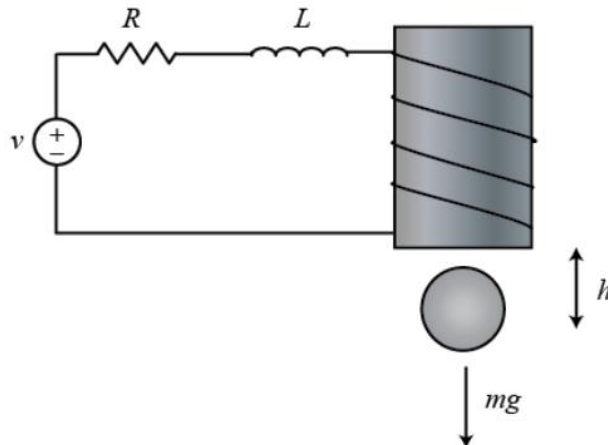
εξισώσεις προκύπτει το σύστημα με γενική μορφή $\dot{x} = f(x) + Bu$ όπου

$$\begin{aligned} \dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{dh}{dt} \\ \frac{d^2 h}{dt^2} \\ \frac{di}{dt} \end{bmatrix} &\stackrel{(1)}{=} \begin{bmatrix} \frac{dh}{dt} \\ g - \frac{F}{m} \\ -\frac{Ri}{L} + \frac{1}{L}u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dh}{dt} \\ g - \frac{k_m}{m} \left(\frac{i}{h} \right)^2 \\ -\frac{R}{L}i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{k_m}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 \\ -\frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \Rightarrow \\ \Rightarrow \dot{x} = f(x) + Bu, \quad \text{όπου } f(x) &= \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{k_m}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 \\ -\frac{R}{L}x_3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Αν το παραπάνω σύστημα γραμμικοποιηθεί γύρω από ένα σημείο x^* τότε θα έχουμε

$$\dot{x} \approx f(x^*) + \nabla f(x^*)(x - x^*) + Bu = \nabla f(x^*)x + Bu + [f(x^*) - \nabla f(x^*)x^*] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{x} \approx A^*x + Bu + d^*, \quad \text{όπου } A^* = \nabla f(x^*), \text{ και } d^* = [f(x^*) - \nabla f(x^*)x^*]$$



Σχήμα 1. Σύστημα μαγνητικής αιώρησης σφαίρας

Ο πίνακας A^* μπορεί να υπολογιστεί εύκολα ως παράγωγος του πίνακα $f(x)$ σε σημείο x^*

$$A^* = \nabla f(x^*) = \nabla \begin{bmatrix} x_2 \\ g - \frac{k_m}{m} \left(\frac{x_3}{x_1} \right)^2 \\ -\frac{R}{L} x_3 \end{bmatrix}_{x=x^*} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 \frac{k_m x_3^2}{m x_1^3} & 0 & -\frac{2k_m x_3}{m x_1^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}_{x=x^*} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a^* & 0 & b^* \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$\text{Και } d^* = [f(x) - \nabla f(x) \cdot x]_{x=x^*} = \begin{bmatrix} 0 \\ g - \frac{k_m}{m} \left(\frac{x_3^*}{x_1^*} \right)^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ d_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= a^* x_1 + b^* x_3 + d_0 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} u \end{aligned}$$

Ζητείται να υπολογιστούν οι πίνακες A^* για το συνδυασμό σημείων

$x_1^* \in \{0.03, 0.05, 0.08\}$, $x_3^* \in \{0.1, 1.5, 3\}$. Οι πίνακες που προκύπτουν από τους 9 αυτούς συνδυασμούς υπολογίζονται στο αρχείο `magnetic_lev.m` στον πίνακα `Astar`.

Θεωρούμε τον εξής μετασχηματισμό καταστάσεων:

$$z_1 = x_1 - x_{1d} \Rightarrow \dot{z}_1 = \dot{x}_1 = x_2 = z_2$$

$$\begin{aligned} z_2 = x_2 \Rightarrow \dot{z}_2 = \dot{x}_2 &= a^* x_1 + b^* x_3 + d_0 = a^* (z_1 + x_{1d}) + b^* x_3 + d_0 \\ &= a^* z_1 + b^* \left(x_3 + \frac{a^*}{b^*} x_{1d} + \frac{d_0}{b^*} \right) = a^* z_1 + b^* z_3 \end{aligned}$$

$$z_3 = x_3 + \frac{a^*}{b^*} x_{1d} + \frac{d_0}{b^*} \Rightarrow \dot{z}_3 = \dot{x}_3 = -\frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} u = -\frac{R}{L} \left(z_3 - \frac{a^*}{b^*} x_{1d} - \frac{d_0}{b^*} \right) + \frac{u}{L}, \quad (2)$$

Θεωρούμε νόμο ελέγχου της μορφής

$$\begin{aligned} u &= K_1(x_1 - x_{1d}) + K_2 x_2 + K_3 x_3 + K_4 \int (x_1 - x_{1d}) = \\ &= K_1 z_1 + K_2 z_2 + K_3 z_3 - K_3 \left(\frac{a^*}{b^*} x_{1d} + \frac{d_0}{b^*} \right) + K_4 \int z_1 \end{aligned}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει :

$$(2) \Rightarrow \dot{z}_3 = \frac{1}{L} K_1 z_1 + \frac{1}{L} K_2 z_2 + \frac{K_3 - R}{L} z_3 + \frac{K_4}{L} \left(\int z_1 - \frac{K_3 - R}{K_4} \frac{a^* x_{1d} + d_0}{b^*} \right)$$

$$z_4 = \int z_1 - \frac{K_3 - R}{K_4} \frac{a^* x_{1d} + d_0}{b^*} \Rightarrow \dot{z}_4 = z_1$$

Τελικά

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = a^* z_1 + b^* z_3$$

$$\dot{z}_3 = \frac{K_1}{L} z_1 + \frac{K_2}{L} z_2 + \frac{K_3 - R}{L} z_3 + \frac{K_4}{L} z_4$$

$$\dot{z}_4 = z_1$$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a^* & 0 & b^* & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4] z$$

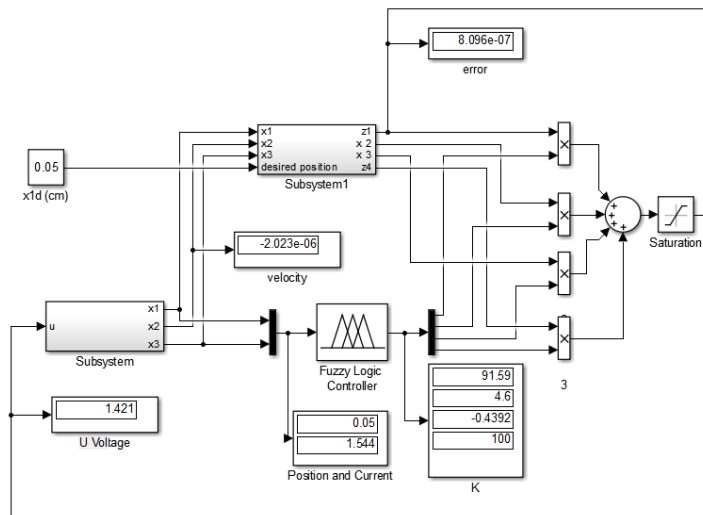
Με βάση το νέο σύστημα που φαίνεται παραπάνω καλούμαστε να βρούμε τα κέρδη K ώστε να ελαχιστοποιείται το παρακάτω κριτήριο κόστους για όλες τις δυνατές τιμές του A^* για $u_z = Kz$

$$\int_0^\infty \left(z^T(t) \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & 10^4 \end{bmatrix} z(t) + u_z^2(t) \right) dt$$

Η παραπάνω λύση για τα κέρδη προκύπτει από την αλγεβρική εξίσωση Riccati. Στο περιβάλλον Matlab χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση `care()` η οποία επιστρέφει τα κέρδη με ανάποδο πρόσημο από αυτό το οποίο θέλουμε. Τα κέρδη για όλες τις περιπτώσεις υπολογίζονται στο αρχείο `magnetic_lev.m`

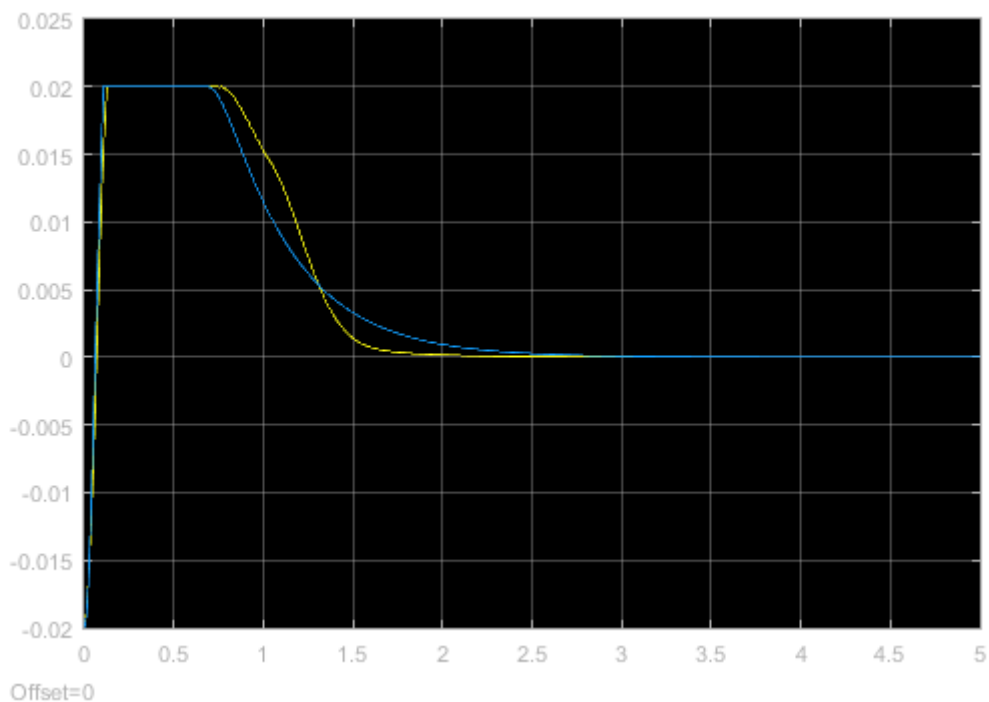
Στη συνέχεια ζητείται να σχεδιαστεί PI ασαφής ελεγκτής σε μορφή TS με συνολικά 9 κανόνες για όλες τις δυνατές περιπτώσεις σημείων x^* που εξετάστηκαν νωρίτερα. Ο fuzzy ελεγκτής έχει ως είσοδο τα x_1, x_3 και έξοδο 4 τιμές κερδών, τα οποία χρησιμοποιούνται για να υπολογιστεί ο νόμος ελέγχου $u = K_1 z_1 + K_2 z_2 + K_3 z_3 + K_4 \int z_1$. Ο fuzzy ελεγκτής φαίνεται στο αρχείο `sugeno.fis`

Με βάση τα παραπάνω ζητείται να γίνει προσομοίωση του ασαφούς ελεγκτή στο περιβάλλον `simulink` για το σύστημα που περιγράφηκε νωρίτερα και αρχικές συνθήκες $h(0) = 0.03, dh/dt=0, i(0)=0$. Οι παραπάνω αρχικές συνθήκες καθορίζονται στους ολοκληρωτές που χρησιμοποιούνται για την εύρεση του x . Η ζητούμενη απόσταση αναφοράς για αυτό το κομμάτι της άσκησης είναι $x1d=0.05$. Η γραμμικοποίηση του συστήματος έγινε γύρω από σημείο x^* με τιμές $x=[0.05, 0, 1.5]$.

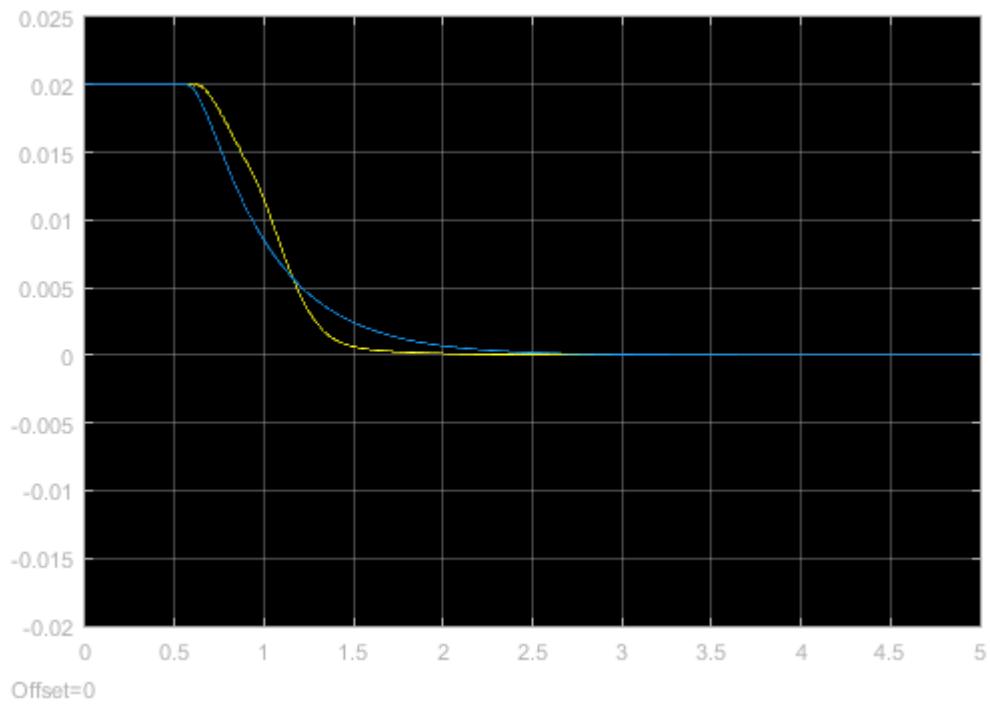


Σχήμα 2. Το κύκλωμα όπως φαίνεται στο simulink

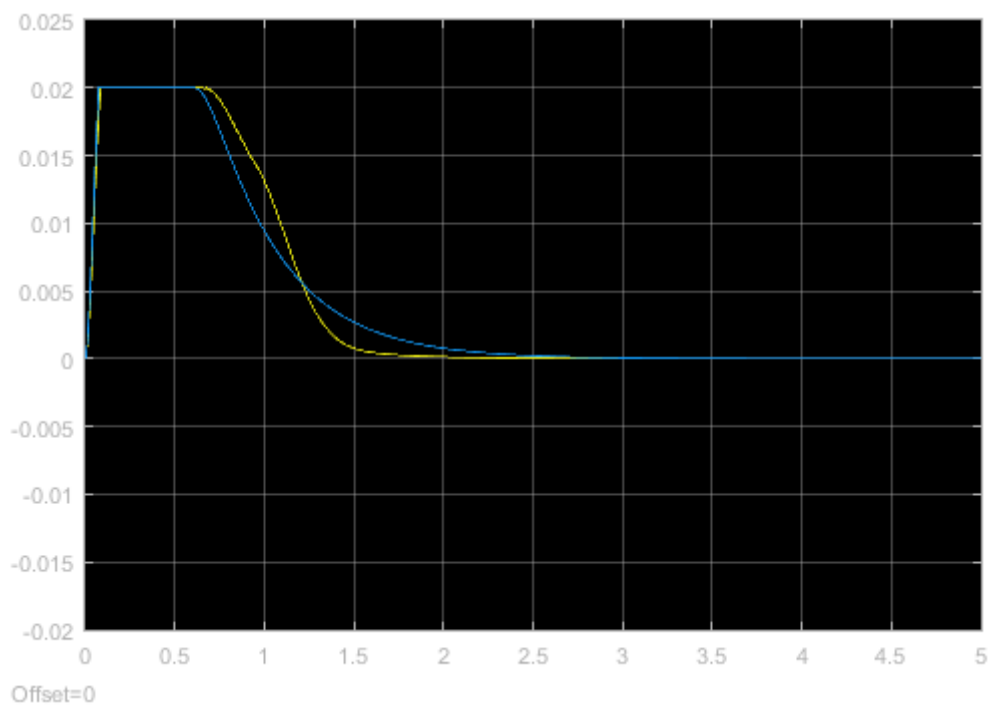
Τέλος ζητείται να συγκριθεί η απόδοση του ελεγκτή σε σχέση με γραμμικό ελεγκτή PID που προκύπτει αν επιλεγθεί η τιμή διανύσματος κέρδους που αφορά τη γραμμικοποίηση σε τιμή αναφοράς $x1d=0.05 \text{ m}$, για διαφορετικές αρχικές τιμές του ύψους h . Παρατηρούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις ο ασαφής ελεγκτής έχει καλύτερη απόδοση από την άποψη της ταχύτερης σύγκλισης του σφάλματος στο 0.



Εικόνα 3.1. Διάγραμμα του σφάλματος θέσης ως προς το χρόνο για τις δύο περιπτώσεις του ασαφούς ελεγκτή (κίτρινο χρώμα) και του γραμμικού PID (μπλε χρώμα) για επιθυμητή τελική θέση τη 0.05 m και αρχική τιμή ύψους την $h(0) = 0.03 \text{ m}$

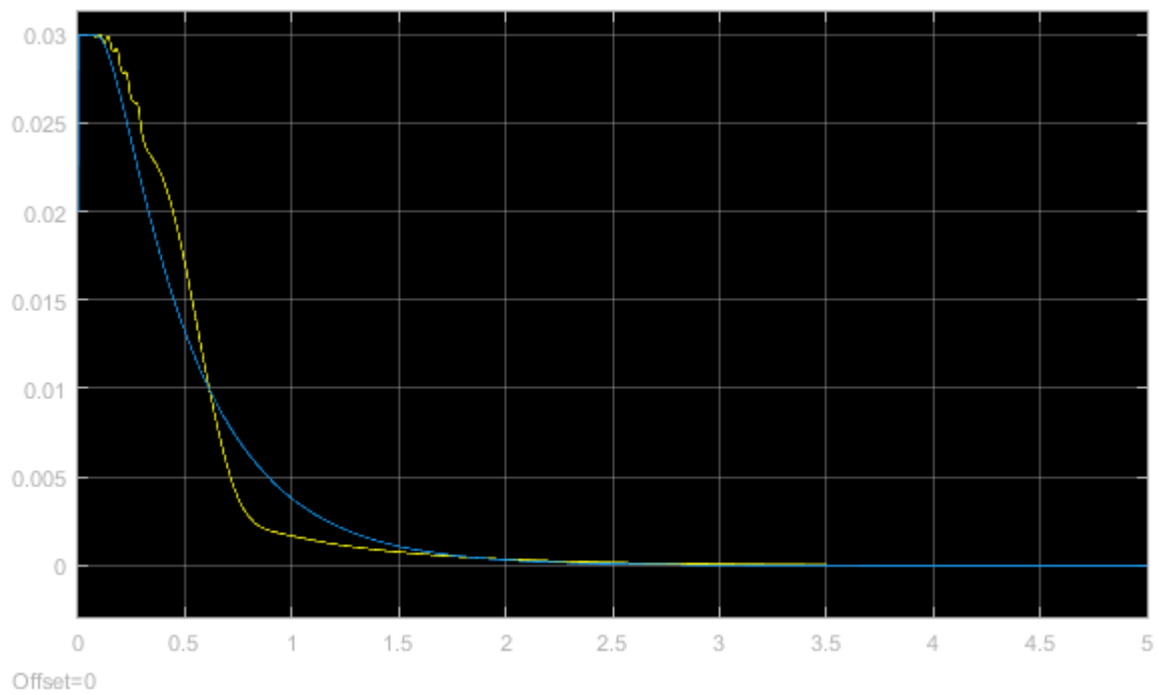


Εικόνα 3.2. Διάγραμμα του σφαλματος θέσης ως προς το χρόνο για τις δύο περιπτώσεις του ασαφούς ελεγκτή (κίτρινο χρώμα) και του γραμμικού PID (μπλε χρώμα) για επιθυμητή τελική θέση τη 0.05 m και αρχική τιμή ύψους την $h(0) = 0.07 \text{ m}$

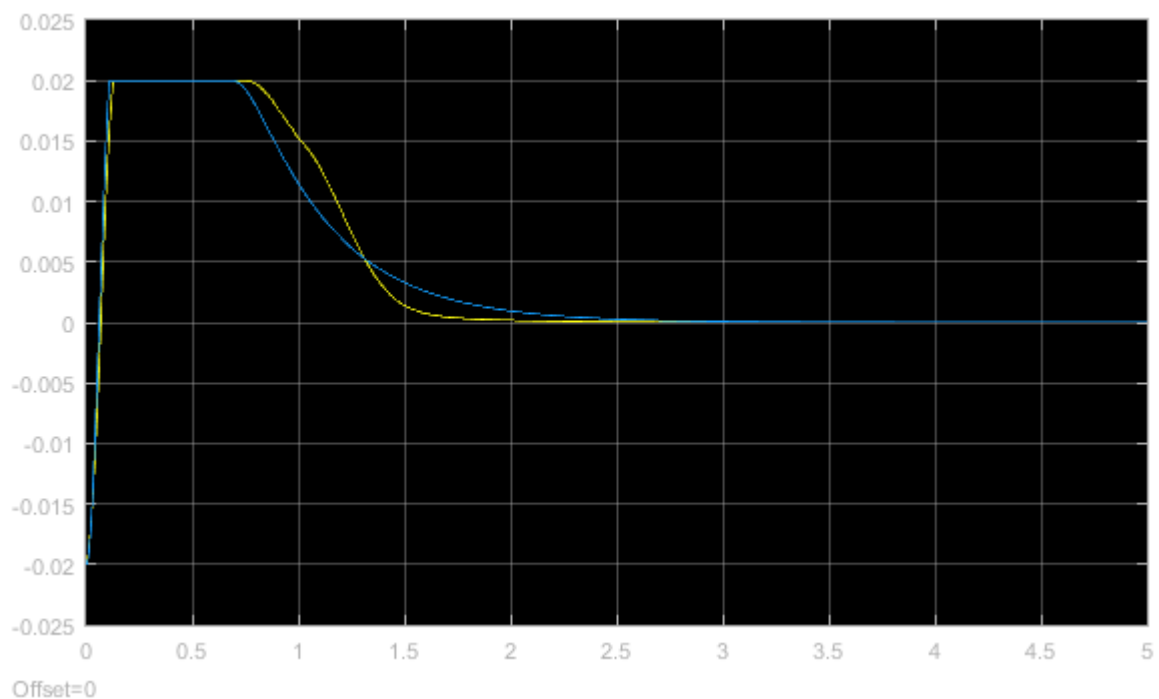


Εικόνα 3.3. Διάγραμμα του σφαλματος θέσης ως προς το χρόνο για τις δύο περιπτώσεις του ασαφούς ελεγκτή (κίτρινο χρώμα) και του γραμμικού PID (μπλε χρώμα) για επιθυμητή τελική θέση τη 0.05 m και αρχική τιμή ύψους την $h(0) = 0.05 \text{ m}$

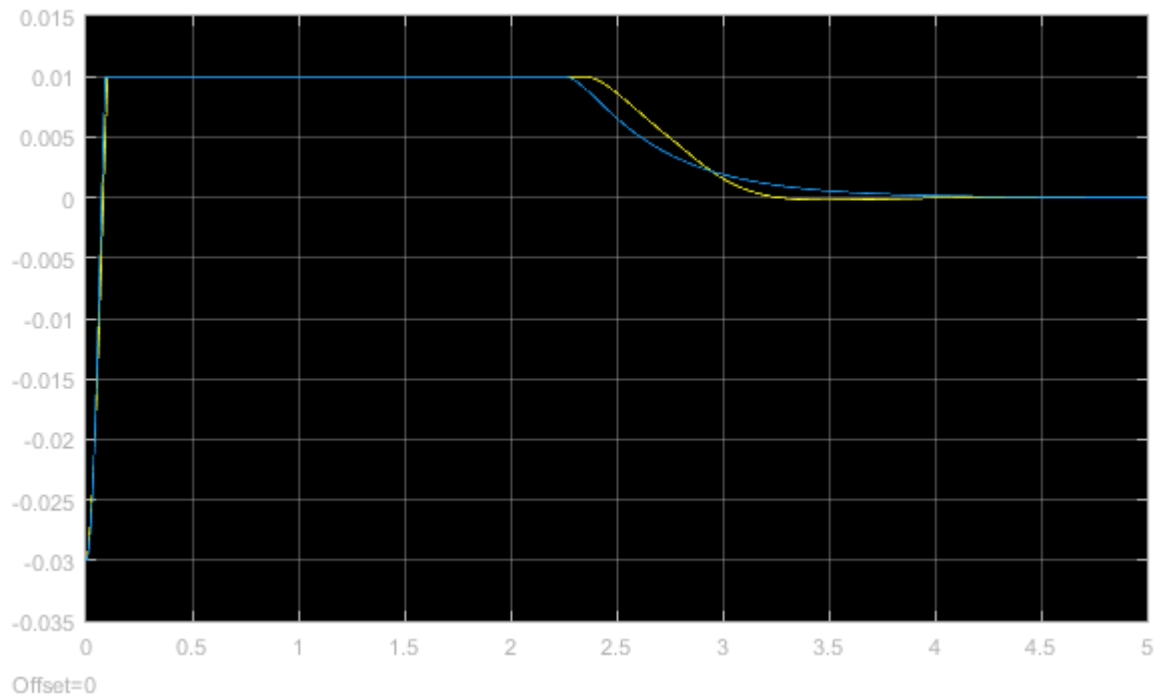
Παρατηρούμε ότι η αρχική θέση της σφαίρας δεν επηρεάζει τόσο πολύ την απόδοση των δύο ελεγκτών, αφού σε όλες τις περιπτώσεις τα αποτελέσματα είναι παρόμοια. Παρακάτω εξετάζουμε και την απόδοση για διαφορετικά επιθυμητά σημεία ισορροπίας της σφαίρας.



Εικόνα 3.4. Διάγραμμα του σφαλματος θέσης ως προς το χρόνο για τις δύο περιπτώσεις του ασαφούς ελεγκτή (κίτρινο χρώμα) και του γραμμικού PID (μπλε χρώμα) για επιθυμητή τελική θέση τη 0.04 m και αρχική τιμή ύψους την $h(0) = 0.03$ m



Εικόνα 3.5. Διάγραμμα του σφαλματος θέσης ως προς το χρόνο για τις δύο περιπτώσεις του ασαφούς ελεγκτή (ίτρινο χρώμα) και του γραμμικού PID (μπλε χρώμα) για επιθυμητή τελική θέση τη 0.05 m και αρχική τιμή ύψους την $h(0) = 0.03$ m



Εικόνα 3.6. Διάγραμμα του σφάλματος θέσης ως προς το χρόνο για τις δύο περιπτώσεις του ασαφούς ελεγκτή (ίτρινο χρώμα) και του γραμμικού PID (μπλε χρώμα) για επιθυμητή τελική θέση τη 0.06 m και αρχική τιμή ύψους την $h(0) = 0.03$ m

Στις παραπάνω περιπτώσεις παρατηρούμε ότι ο ελεγκτής ασαφούς λογικής συγκλίνει ταχύτερα αλλά όχι τόσο ομαλά. Από τις τιμές που φαίνονται και στο simulink παρατηρούμε επίσης ότι ο fuzzy ελεγκτής μηδενίζει καλύτερα το σφάλμα από τον PID. Θεωρητικά ο fuzzy ελεγκτής πρέπει να δίνει πάντα καλύτερη απόκριση διότι μπορεί και ενημερώνει τις τιμές των κερδών ανάλογα με τις τιμές των x_1 , και x_3 . Επιπλέον, όταν αλλάζει η επιθυμητή τελική θέση της σφαίρας, ο PID ελεγκτής δε θα έχει την ίδια απόδοση, διότι τα κέρδη του προκύπτουν από τη γραμμικοποίηση του ελεγκτή γύρω από την τιμή 0.05. Έτσι, όσο απομακρυνόμαστε από την τιμή αυτή, τόσο χειρότερη θα είναι η απόδοσή του.

Επομένως, ο fuzzy ελεγκτής έχει το πλεονέκτημα να προσαρμόζεται καλύτερα αν αλλάξουν τα δεδομένα του προβλήματος, και μπορεί έτσι να χρησιμοποιηθεί και για πιο γενικές εφαρμογές, ενώ αντίθετα ο PID δουλεύει άριστα στην περίπτωση για την οποία έγινε η ρύθμισή του και απαιτείται να γίνεται καταλληλότερη ρύθμιση στα κέρδη του για τις υπόλοιπες.