

HW5講解

HW5

Q:為什麼有兩題？

A:不想出太難的題目，出兩題中等難度的

Q:配分為什麼加起來是110？

A:因為兩題各放了一個很難的測資，讓時間多的人可以挑戰。不寫還是可以拿到滿分

Q:為什麼HW4還沒due就公布了？這樣還沒寫完HW4的不是少一個禮拜寫嗎？

A:HW5是從今天開始算的兩個禮拜後繳交！就算你今天才看到題目也有完整的兩週歐！

HW5

Q:如果我沒寫加分題，但是拿了滿分，我會得到AC還是WA？

A: **WA**，所以鼓勵追求完美的同學們，努力把**bonus**寫掉吧！這樣就能看到綠色的**AC**了呢：)

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

<https://tioj.ck.tp.edu.tw/pmisc/ntudsa/hw5-1.html>

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

簡單來說，要求的就是下面這三樣東西

(1)裴裴最多可以吃幾天的大薯？

(2)有幾種不同方法可以吃到最多天的大薯？

(3)請在這幾種方法中，印出一種方法給裴裴參考。裴裴迫不及待的想吃大薯了，所以請印他最快可以吃到第一次大薯的方法；若還是有超過一種方法，請輸出可以最快吃到第二次大薯的方法，依此類推。

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

這三件事我們都可以用dp的方式來求出答案

以下用題目中的範例輸入1做示範，大薯數列：

`arr = [4 2 6 5 1 8 3]`

(1)我們可以用 `len[n]` 代表若第n天買大薯，第1~n天最多可以吃幾天的大薯

`len = [1 1 2 2 1 3 2]`

(2)我們可以用 `cnt[n]` 代表若第n天買大薯，可以達成(1)的len的有幾種方法

`cnt = [1 1 2 2 1 4 1]`

轉移式大家自己推導看看！

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

arr = [4 2 6 5 1 8 3]

len = [1 1 2 2 1 3 2]

(3)我們可以用 `ans[n]` 代表若第`n`天買大薯，可以達成(1)的`len`的一組方案，但是這樣要好多空間，有更好的方法嗎？

ans = [[1], [2], [1 3], [1 4], [5], [1 3 6], [2 7]]

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

arr = [4 2 6 5 1 8 3]

len = [1 1 2 2 1 3 2]

(3)我們可以用 pre[n] 代表若第n天買大薯，可以達成(1)的len的那組方案中，上一天吃大薯是哪一天

pre = [0 0 1 1 0 3 2]

這樣只剩下一個問題：怎麼讓那組方案字典序最小？

- 字典序最小：就是題目裡說的意思，最快吃到第一次大薯，第二次...
- 這個大家自己想想！

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask 1 :

每天的大薯份量 \geq 上一天的大薯分量

沒時間寫功課的至少把這個寫掉吧 :)

5 pts

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask 2 :

$n \leq 10$

不用dp，暴力枚舉 2^n 種序列，一一檢查合不合規定，然後紀錄最長的答案就好。數量和一組方案也同樣好紀錄。

10 pts

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask 3 :

$q = 1$

如果你不會紀錄總數，或是會記錄方案但是不知道怎麼讓他字典序最小，還是可以拿到這個部分分。

30 pts !

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask 4 :

所有能吃到最多大薯的方案皆滿足裴裴每三天至少會買一次大薯

想不到dp轉移式的同學可以從這個subtask思考看看

以這個subtask來說， $len[n]$ 一定是從 $len[n-1]$, $len[n-2]$, $len[n-3]$ 轉移對吧？

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask 5 :

只要你把dp轉移全部想完了，並且總複雜度在 $O(N^2)$ 以內，就可以拿到滿分！

因為狀態是 $O(N)$ ，所以你要想到 $O(N)$ 的轉移方法

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask 5 :

只要你把dp轉移全部想完了，並且總複雜度在 $O(N^2)$ 以內，就可以拿到滿分！

因為狀態是 $O(N)$ ，所以你要想到 $O(N)$ 的轉移方法

- 標程 : 35 lines

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask extra :

$n \leq 10^5$

你必須想到 $O(\log N)$ 的轉移方法！

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask extra :

$n \leq 10^5$

你必須想到 $O(\log N)$ 的轉移方法！

什麼？網路上找得到現成的code？

HW5 p1 : Peipei and Frenchfries

Subtask extra :

$n \leq 10^5$

你必須想到 $O(\log N)$ 的轉移方法！

什麼？網路上找得到現成的code？

放心，那個方法無法紀錄方法總數的：)

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

<https://tioj.ck.tp.edu.tw/pmisc/ntudsa/hw5-2.html>

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

Subtask 1: 只有兩隻豬

沒時間寫功課的同學們，至少把這個寫出來吧～

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

Subtask 2: 每次挑上面最多豬的拋物線就好

枚舉所有拋物線(n^2 個), 每個拋物線都看看有幾隻豬在上面, 把最多的那條上面的豬都消滅, 然後重複這個步驟。

n 很小, 所以你要做 n^3 , 甚至 n^4 , 都不怕TLE

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

正確的解：dp

我們可以記錄剩下某個豬的集合 S 的時候，還需要射幾隻鳥才能全部消滅。

例如：dp[{}]=0, dp[{1}]=1，

而我們想知道的是dp[{1..n}]=?

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

轉移式：

$dp[S] = \min(dp[S / A] + 1)$, A是某兩隻豬形成的拋物線上
所有的豬的集合

問題1:要怎麼把集合做為dp的狀態？我們平常的狀態
不都是正整數嗎？

問題2:怎麼知道某隻豬有沒有在某條拋物線上？

問題1

用HW3出現過的技巧！

我們可以用一個長度為 n 的01陣列代表每隻豬在不在集合 S 裡面

有五隻豬，且 $S=\{0,3,4\}=[1,0,0,1,1]$

這個01陣列可以用一個int代表，大家還記得怎麼做嗎？

問題2

由點A,B形成的拋物線 $y=ax^2+bx$ ，可以直接用二元一次方程式算出係數a和b，如此可以簡單的檢查任何一個點C在不在這個拋物線上。

或是用高中學過的拉格朗日插值多項式。

https://en.wikipedia.org/wiki/Lagrange_polynomial

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

轉移式：

$dp[S] = \min(dp[S / A] + 1)$, A 是某兩隻豬形成的拋物線上所有的豬的集合

(1)可以在 $O(n)$ 的時間知道有哪些點在拋物線上，且有 n^2 條拋物線，所以轉移時間 $O(n^3)$

(2)有 2^n 個狀態

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

(1)可以在 $O(n)$ 的時間知道有哪些點在拋物線上，且有 n^2 條拋物線，所以轉移時間 $O(n^3)$

(2)有 2^n 個狀態

總複雜度 $O(n^3 * 2^n)$

這樣可以拿到 $n \leq 12$ 的分數

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

優化：一開始就記錄每個拋物線上有哪些點，轉移的時候就不用再掃過去看每個點在不在上面了

總複雜度 $O(n^2 * 2^n)$

這樣可以拿到 $n \leq 18$ 的分數

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

優化2：大家自己想想～

hint：每隻豬都總是要被打到的，所以轉移的時候我們可以？

總複雜度 $O(n * 2^n)$

這樣可以拿到100分

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

Bonus : 蛤，座標範圍變大有差嗎，又不會overflow，
直接丟同一份code啊

HW5 p2 : Big Brother and Angry Birds

Bonus : 蛤，座標範圍變大有差嗎，又不會overflow，直接丟同一份code啊

浮點數精度炸裂

你能只用整數運算判斷一個點在不在拋物線上嗎？

你的方法會需要幾次方的量級呢？