centro universitário FEI

Introdução à Análise de Algoritmos

Maratona de Programação FEI

Prof. Charles Ferreira
cferreira@fei.edu.br

Agenda

Algoritmos

Algoritmos Eficientes

Introdução à Análise de Algoritmos

Algoritmos

Algoritmos

O que são algoritmos

?

Algoritmo

Qualquer procedimento computacional bem definido que:

- tenha um valor ou um conjunto de valores de entrada …
- e produz algum valor ou conjunto de valores de saída

Objetivo:

- Resolução de problemas computacionais

Para que estudar técnicas de desenvolvimento de algoritmos

?

Motivação

Criar algoritmos para solucionar problemas é MUITO fácil:

- Exemplo → Programa que testa todas as possibilidades
- O problema é que essa solução pode não ter um tempo aceitável ...

Motivação

Então o desafio é criar algoritmos eficientes

Que consigam solucionar problemas em tempo aceitável

Motivação

O que fazer se seu programa está demorando para rodar?

Possível Solução

Troca por um computador mais rápido ?

Motivação

Trocar o computador pode amenizar momentaneamente

- Mas não resolve o problema

Você precisa melhorar o **algoritmo!**

- Torná-lo eficiente.
- Caso contrário, trocar de hardware só irá adiar o problema.

Como fazer um algoritmo eficiente

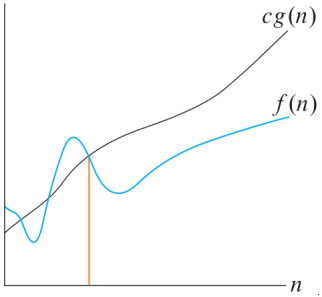
?

Metodologia

- **Analisando** a complexidade do problema
- **Analisando** a complexidade algoritmo proposto
- Aplicando **técnicas** de programação.

Metodologia

- **O que seria essa análise?**
  - Analisar o comportamento do algoritmo …
  - mediante um número ***n*** de entrada.



Metodologia

- **O que seriam essas tais técnicas de programação?**
  - Estrutura de dados avançadas.
  - Métodos de solução e divisão de problemas.
  - Programação dinâmica.
  - Algoritmos gulosos.
  - Outras.

Exemplo

Exemplo

Achando o maior número em um vetor

- Dado um vetor de tamanho ***n***:

8	20	12	13	1	28	10	11	5	25	12	21	3

- Como achar o maior número armazenado no vetor?

Pseudocódigo

```
1 achar_maior_valor(v, n)
2   maior = v[0]
3   para i <- 0 ate n
4     se v[i] > maior
5       maior <- v[i]
6   retorna maior
```

Análise: contar o número de intruções primitivas

```
achar_maior_valor(v, n)  custo -> número de execuções
  maior = v[0]           c1 → 1
  para i <- 0 ate n      c2 → n + 1
    se v[i] > maior      c3 → n
      maior <- v[i]      c4 → n
  retorna maior
```

Exercício 1

Dado um vetor com tamanho n e um valor k a ser buscado:

- Faça um **pseudocódigo** que determine se o valor k existe
- Seu programa deve retornar **verdadeiro** ou **falso**
- Faça a análise de complexidade do seu código

Exercício 2

Faça um pseudocódigo para uma função que:

- Receba como entrada uma matriz $n \times n$.
- Coloque zero em todas as posições da matriz.
- Faça a análise de complexidade do seu código.

Exercício 3

Determine a complexidade dos seguintes algoritmos:

```
1 x = x + 1
2 para i de 1 ate n
3   m = m + 2
4 para i de 1 ate n
5   para j de 1 ate n
6     k = k + 1
```

```
1 x = x + 1
2 para i de 1 ate n
3   para j de 1 ate n
4     imprima("Hello")
5     break
```

Introdução à Análise de Algoritmos

Algoritmos Eficientes

O que é ser eficiente

?

Algoritmos Eficientes

Eficiência

- Em computação, ser eficiente é ter um algoritmo **polinomial**.
- Ou seja, que o tempo T seja proporcional a algo como n^x
  - em que n é o tamanho da entrada de dados

Então o que seria ineficiência

?

Algoritmos Ineficientes

Ineficiência

- Algoritmos exponenciais ($2^n, 3^n, \ldots n^n$)
- Estes algoritmos geralmente utilizam Força Bruta
- Ou seja, testam todas as possibilidades para encontrar a melhor solução

Todos os problemas tem solução polinomial

?

Tipos de problemas

Há problemas ditos Intratáveis

- São problemas que não possuem soluções polinomiais

Quer dizer que estes problemas não tem solução?

- Eles têm solução.
- Porém, não é possível obter soluções ótimas para estes problemas de forma eficiente.

Problemas Intratáveis

Como solucionar estes problemas Intratáveis?

- Se o n for pequeno, use força bruta
- Se o n for grande, teremos que usar técnicas para encontrar soluções sub-ótimas ou aproximadas (Inteligência Artificial)

Problema Intratável (exemplo)

- Descobrir uma senha é um exemplo de problema **intratável**
  - Problemas intratáveis só possuem soluções exponenciais
  - Nesta caso . . . ainda bem. Veja tabela ao lado

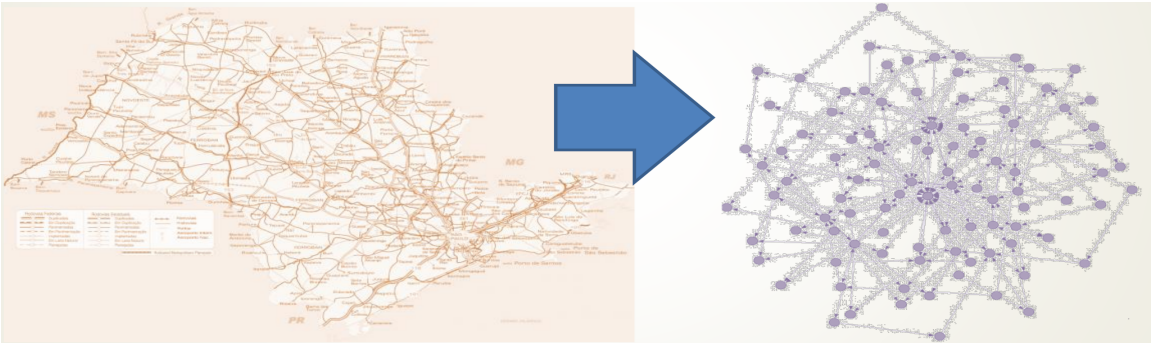
Tamanho da senha (só letras minúsculas)	Ataque com teste de 10 senhas por segundo
1	2 segundos
2	1 minuto
3	30 min
4	12 horas
5	14 dias
6	1 ano
7	10 anos
8	19 anos
9	26 anos
10	37 anos
11	46 anos
12	55 anos
13	64 anos
14	73 anos
15	82 anos
16	91 anos
17	100 anos

Mas muitos problemas são tratáveis

- E podem ter algoritmos eficientes para solucioná-los

Exemplo de Eficiência

Encontrar a menor distância de uma cidade a todas as outras

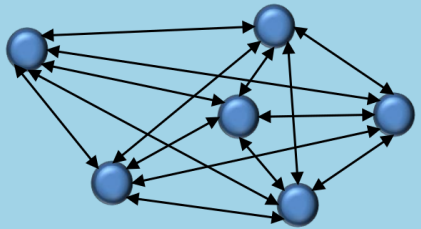


Considere um grafo denso

Grafo denso

Cada Vértice V está conectado a todos os demais vértices por arestas (E)

$E = V(V-1)$



GRAFO DENSO

Exemplo de eficiência

Usando força bruta

- Testa-se todas as possibilidades para V cidades
- Exponencial (exp) $\rightarrow$ proporcional a 2^v

Usando o algoritmo de Dijkstra

- Polinomial $\rightarrow$ proporcional a V^2

Exemplo de eficiência: Menor distância

Estado de São Paulo possui aproximadamente 650 cidades

Processador	Velocidade	Algoritmo	Cidades	Tempo	Complexidade
Core i7 Extreme	100 milhões de instr. / seg.	Força Bruta	70	187 anos	Exp
Super Computador	100 trilhões de instr. / seg.	Força Bruta	70	3 horas	Exp
Super Computador	100 trilhões de instr. / seg.	Força Bruta	90	392 anos	Exp
Core i7 Extreme	100 milhões de instr. / seg.	**Dijkstra**	**650**	**2 micro segundos**	Polinomial

Como ser eficiente (Exemplo)

Como seria um algoritmo para buscar um valor em um vetor?

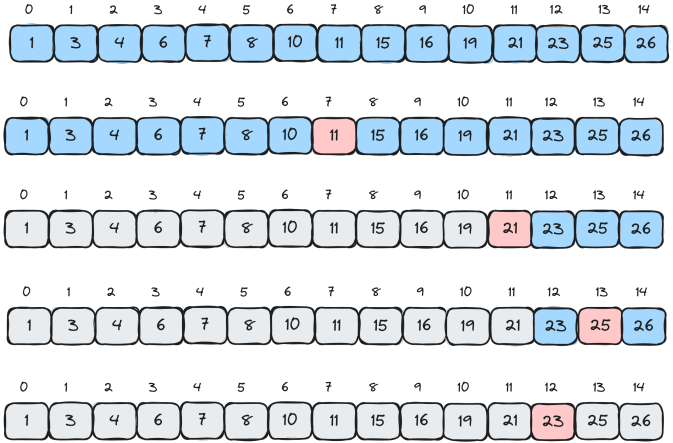
- Qual seria a complexidade?
  - proporcional ao tamanho do vetor

Agora considere que o vetor já esteja ordenado ...

- Faz alguma diferença?

Como ser eficiente (Exemplo)

Demonstrando visualmente



23?

Como ser eficiente (Exemplo)

Vamos colocar alguns números ...

Tamanho do vetor	**Proporcional n**	**Proporcional $\log_2 n$**
100	100 iterações	7 iterações
10.000	10.000 iterações	13 iterações
1.000.000	1.000.000 iterações	20 iterações

Por quê a busca binária precisa apenas de $\log_2 n$ iterações

?

Obrigado

cferreira@fei.edu.br